هانیه حالتی ۹۹۱۰۰۶۱۴

تمرین سری ۵ علم شبکه

سوال ۱) کد این سوال به فایل زیپ ضمیمه شده است اما اینجا هم توضیحات آن را می‌دهیم.

ابتدا کتابخانه‌های زیر استفاده کرده‌ام

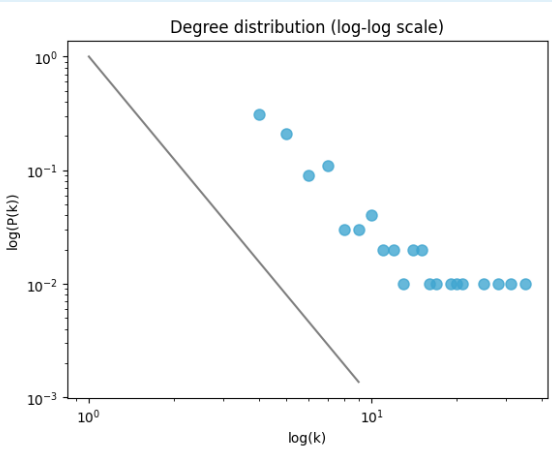
```python
import random
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns
import networkx as nx
```

شرایط اولیه و گراف اولیه کامل را درست می‌کنیم:

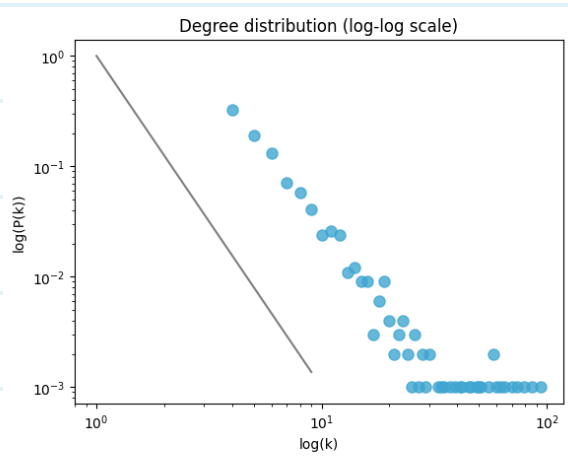
```python
initial_nodes = 4
final_nodes = 5000
m = 4
G = nx.complete_graph(initial_nodes)
count = 0
new_node = initial_nodes

```

روند کد در کد ضمیمه شده توضیح داده شده است.

a)



n = 100



n = 1000

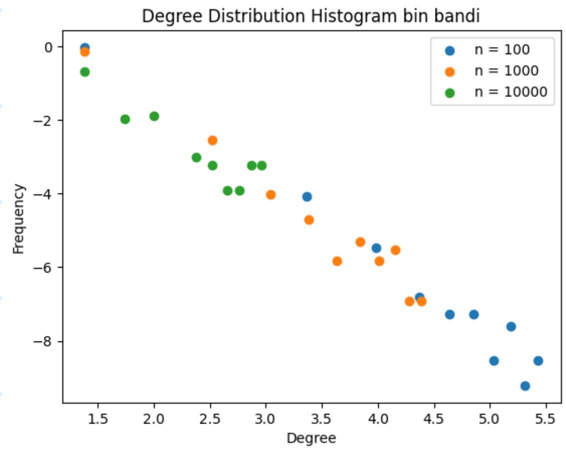
Runtime که برای 10000 تا بالای ۴۰ دقیقه بود در مرحله آخر باید این زمان کشید تا اگر بخواهید را برای 10^4 ران کنید نتیجه را ببینید

البته در Run اول نمودارها را دانلود کردم اما دوباره دیگه فرصت نکردم

به دلیل کند شدن داده های 10^6 به بعد را در این سوال پیاده کرده ام بعد از ران شدن به مدت 40 دقیقه برایتان ارسال میکنم

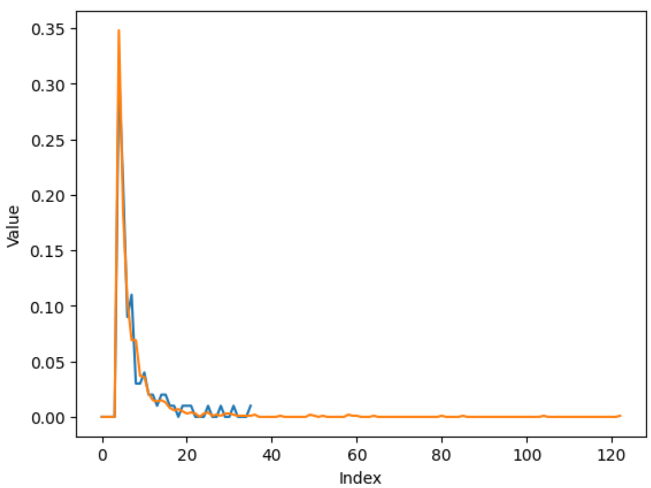
b)

همانطور که مشاهده شد Coverage میکند.



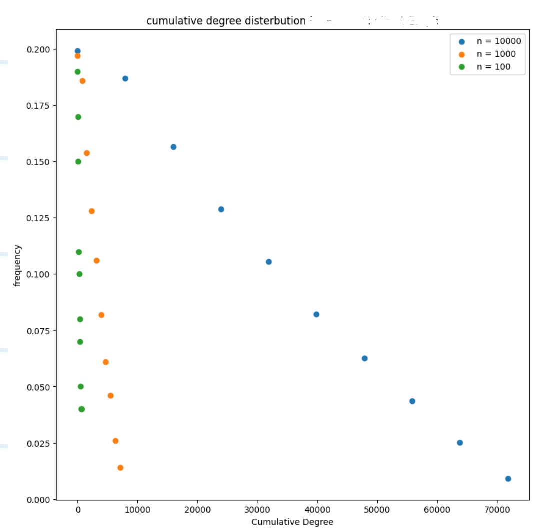
این نمودار برای Result مشابه است در bin بندی شده

Result های نقطه ای 10^2 و 10^3 به صورت خطی - صورت زیر است

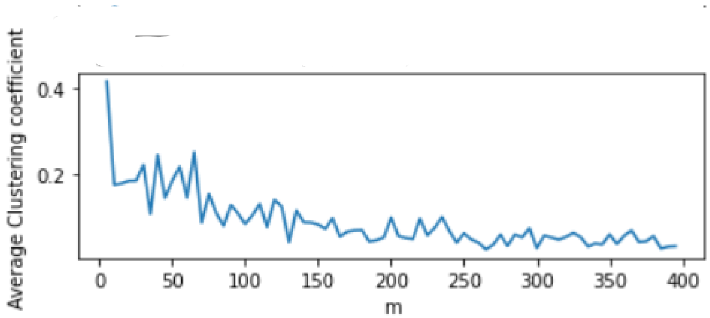


c)

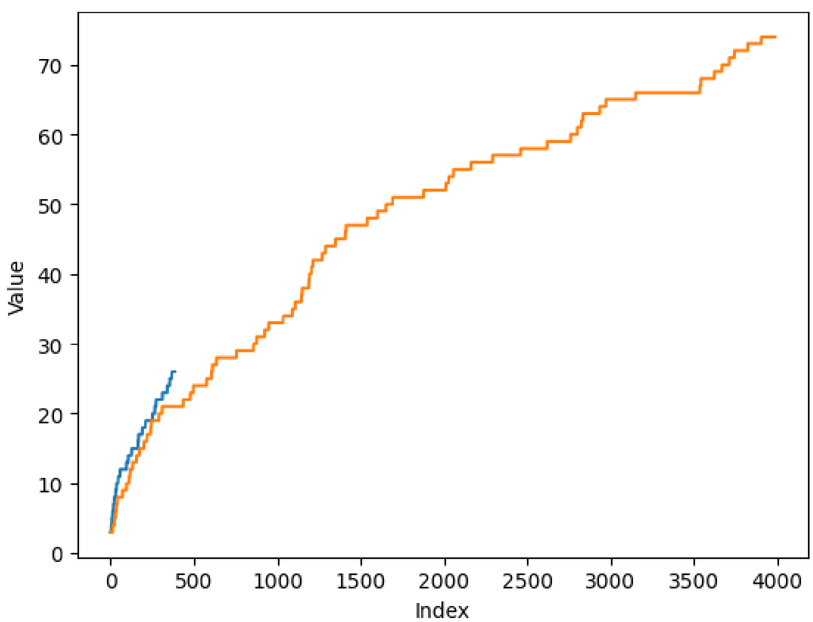
Result مشابه. ←



d) برای N :



e) بازهم به دلیل Run time کشته شده فقط 10^2، 10^3 داریم.



سوال 2 (a

We have here $\Pi(k_i^{in}) = \dfrac{k_i^{in} + A}{\sum_j (k_j^{in} + A)}$

And we know that $\sum_j (k_j^{in} + A) = mt + NA$

از آنجا که اردس یال در سیستم داریم

$$\Rightarrow (N+1)\, P_k(t+1) = N p_k(t) + \frac{((k-1)^{in} + A)N}{mt + NA} P_{k-1}(t)\, m - \frac{k^{in} + A}{mt + NA} \times N \times P_k(t)\, m$$

تعداد هدرشان   تعداد هدرشان

و همچنین میدانیم در هر step زمانی یک Node اضافه می‌شود تعداد Node ها برابر t بوده پس N برابر t است $\Rightarrow t = N$

$$(N+1)\, P_k(N+1) = N P_k(N) + \frac{(k-1)^{in} + A}{m + A} m\, P_{k-1}(N) - \frac{k^{in} + A}{m + A} m\, P_k(N)$$

شروع $\Rightarrow k^{in} = 0$ داریم:

$$(N+1)\, P_0(N+1) = N P_0(N) + 1 - \frac{Am}{m+A} P_0(N)$$

$P_k(N) = P_k(N+1) = P_k$ در نتیجه چون زمان های بی‌نهایت برای ما مهم است داریم.

$$\Rightarrow (N+1)\, P_k = N P_k + \frac{(k^{in} - 1) + A}{m + A} m\, P_{k-1} \Rightarrow P_k (m + k_m^{in} + A(1+m)) = m(k^{in} - 1 + A) P_{k-1}$$

from Rat Equation Approach we have

$$P_k = \frac{(k^{in} - 1 + A)}{k^{in} + 1 + A(1 + \frac{1}{m})} P_{k-1}, \quad P_0 \left(1 + \frac{Am}{m+A}\right) = 1 \rightsquigarrow P_0 = \frac{m+A}{m + A(1+m)}$$

$\Rightarrow$ We can write:

$$P_1 = \frac{Am(m+A)}{(2m + A(1+m))(m + A(1+m))} = \frac{Am^2 + mA^2}{2m^2 + 2mA(1+m) + mA(1+m) + A^2(1+m)^2}$$

$$P_2 = \frac{Am(2m+A)(m+Am)}{(m+A(1+m))(2m+A(1+m))(3m+A(1+m))}$$

$$P_3 = \frac{Am(2m+A)(m+Am)(3m+A)}{(m+A(1+m))(2m+A(1+m))(3m+A(1+m))(4m+A(1+m))}$$

$$\Rightarrow P_k = \frac{2m+A}{2m+A(1+m)} \times \frac{(1+A(m+1))!}{(A-1)!} \, \frac{(k^{in}-1+A)!}{((k^{in}+1+A(1+\frac{1}{m}))!}$$

(b

Gamma function $\Gamma(n) = (n-1)!$

Beta function: $\frac{(m-1)!\,(n-1)!}{(m+n-1)!} = \frac{\Gamma(m)\,\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$

$$\Rightarrow P_k = \underset{\text{Cte}}{\underset{\downarrow}{C}} \; \underset{\text{Beta}}{\underset{\downarrow}{B}} \Big(\underbrace{k^{in}-1+A}_{m} \, , \, \underbrace{2+\frac{A}{m}}_{n} \Big)$$

from using this function: $$P_k = \underbrace{\frac{2m+A}{2m+A(1+m)} \times \frac{(1+A(m+1))!}{(A-1)!}}_{C} \; \underbrace{\frac{\Gamma(k^{in}+A)\,\Gamma(2+\frac{A}{m})}{\Gamma(k^{in}+1+A(1+\frac{1}{m}))}}_{B(m,n)}$$

$$P_k = C\,\Gamma((2+A/m))(k^{in}-1+A)^{2+\frac{A}{m}}$$

از تقریب استرلینگ در حالت گسسته استفاده می‌کنیم و برای k^{in}ها بزرگ داریم

$\propto (k^{in})^{(2+A/m))}$ $\longrightarrow$ power law $\gamma = 2 + A/m$

(c برای k^{in} های بزرگ و $A=0$ داریم

$$P_k \propto \frac{(k^{in}-1)!}{(k^{in}+1)!} \propto k^{-2} \Rightarrow \gamma = 2$$

But $\gamma = 3$

علت این تفاوت در این است که در شبکه undirected وقتی m یال اضافه می‌کردیم مجموع درجات ما 2m تغییر می‌کرد اما در اینجا وقتی m یال اضافه می‌کنیم به علت directed بودن مجموع درجات ورودی های ما m تا تغییر می‌کند که علت این تفاوت است.