

**WOKSHEET II
ANALISIS ALGORITMA**



Disusun oleh :

Hanif Dwi Prasetyo
140810180035

**PROGRAM STUDI S1 TEKNIK INFORMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PADJADJARAN
2020**

Worksheet02

Studi Kasus 1: Pencarian Nilai Maksimal

Buatlah programnya dan hitunglah kompleksitas waktu dari algoritma berikut:

Algoritma Pencarian Nilai Maksimal

```
procedure CariMaks(input  $x_1, x_2, \dots, x_n$ : integer, output maks: integer)
{  Mencari elemen terbesar dari sekumpulan elemen larik integer  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Elemen
   terbesar akan disimpan di dalam maks
   Input:  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 
   Output: maks (nilai terbesar)
}
```

Deklarasi

i : integer

Algoritma

```
maks  $\leftarrow x_1$ 
 $i \leftarrow 2$ 
while  $i \leq n$  do
  if  $x_i > \text{maks}$  then
    maks  $\leftarrow x_i$ 
  endif
   $i \leftarrow i + 1$ 
endwhile
```

Jawaban Studi Kasus 1

$$\begin{aligned} T(n) &= 2(n-2) + (n-2) + 2 \\ &= 3n - 4 \end{aligned}$$

PEMBAGIAN KOMPLEKSITAS WAKTU

Hal lain yang harus diperhatikan dalam menghitung kompleksitas waktu suatu algoritma adalah parameter yang mencirikan ukuran input. Contoh pada algoritma pencarian, waktu yang dibutuhkan untuk melakukan pencarian tidak hanya bergantung pada ukuran larik () saja, tetapi juga bergantung pada nilai elemen () yang dicari.

Misalkan:

- Terdapat sebuah larik dengan panjang elemen 130 dimulai dari y_1, y_2, \dots, y_n
- Asumsikan elemen-elemen larik sudah terurut. Jika $x = y_{65}$, maka waktu pencariannya lebih cepat 130 kali dari pada $x = y_{130}$ atau tidak ada di dalam larik.
- Demikian pula, jika $y_{65} = x$, maka waktu pencariannya $\frac{1}{2}$ kali lebih cepat daripada $y_{130} = x$

Oleh karena itu, kompleksitas waktu dibedakan menjadi 3 macam:

- (1) $T_{min}(n)$: kompleksitas waktu untuk kasus terbaik (**best case**) merupakan kebutuhan waktu minimum yang diperlukan algoritma sebagai fungsi dari n .
- (2) $T_{avg}(n)$: kompleksitas waktu untuk kasus rata-rata (**average case**) merupakan kebutuhan waktu rata-rata yang diperlukan algoritma sebagai fungsi dari n . Biasanya pada kasus ini dibuat asumsi bahwa semua barisan input bersifat sama. Contoh pada kasus *searching* diandaikan data yang dicari mempunyai peluang yang sama untuk tertarik dari larik.
- (3) $T_{max}(n)$: kompleksitas waktu untuk kasus terburuk (**worst case**) merupakan kebutuhan waktu maksimum yang diperlukan algoritma sebagai fungsi dari n .

Studi Kasus 2: Sequential Search

Diberikan larik bilangan bulat x_1, x_2, \dots, x_n yang telah terurut menaik dan tidak ada elemen ganda. Buatlah programnya dengan C++ dan hitunglah kompleksitas waktu terbaik, terburuk, dan rata-rata dari algoritma pencarian beruntun (*sequential search*). Algoritma *sequential search* berikut menghasilkan indeks elemen yang bernilai sama dengan y . Jika y tidak ditemukan, indeks 0 akan dihasilkan.

```
procedure SequentialSearch(input  $x_1, x_2, \dots, x_n$  : integer,  $y$  : integer, output idx : integer)
{ Mencari  $y$  di dalam elemen  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Lokasi (indeks elemen) tempat  $y$  ditemukan diisi ke dalam idx.
  Jika  $y$  tidak ditemukan, maka idx diisi dengan 0.
  Input  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 
  Output: idx
}
```

Deklarasi

i : integer

found : boolean { bernilai true jika y ditemukan atau false jika y tidak ditemukan }

Algoritma

$i \leftarrow 1$

found \leftarrow false

while ($i \leq n$) and (not found) do

if $x_i = y$ then

 found \leftarrow true

else

$i \leftarrow i + 1$

endif

endwhile

{ $i < n$ or found }

If found then { y ditemukan }

 idx $\leftarrow i$

else

 idx $\leftarrow 0$ { y tidak ditemukan }

endif

Jawaban Studi Kasus 2

Jawaban Studi Kasus 2

- Kompleksitas waktu terbaik (best case) : $T_{\min}(n) = 1$ atau ini terjadi apabila $a_1 = x$.
- Kompleksitas waktu terburuk (worst case) : $T_{\max}(n) = n$ atau ini terjadi apabila $a_n = x$ atau nilai x tidak ditemukan
- Kompleksitas waktu rata-rata adalah Jika x ditemukan pada posisi ke- j , maka operasi perbandingan ($a_k = x$) akan dieksekusi sebanyak j kali.

$$T_{\text{avg}}(n) = \frac{(1 + 2 + 3 + \dots + n)}{n} = \frac{\frac{1}{2}n(1 + n)}{n} = \frac{(n + 1)}{2}$$

Studi Kasus 3: *Binary Search*

Diberikan larik bilangan bulat x_1, x_2, \dots, x_n yang telah terurut menaik dan tidak ada elemen ganda. Buatlah programnya dengan C++ dan hitunglah kompleksitas waktu terbaik, terburuk, dan rata-rata dari algoritma pencarian bagi dua (*binary search*). Algoritma *binary search* berikut menghasilkan indeks elemen yang bernilai sama dengan y . Jika y tidak ditemukan, indeks 0 akan dihasilkan.

```
procedure BinarySearch(input  $x_1, x_2, \dots, x_n$  : integer,  $x$  : integer, output :  $idx$  : integer)
{ Mencari  $y$  di dalam elemen  $x_1, x_2, \dots, x_n$  . Lokasi (indeks elemen) tempat  $y$  ditemukan diisi ke dalam  $idx$ . Jika  $y$  tidak ditemukan maka  $idx$  diisi dengan 0.
  Input:  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 
  Output:  $idx$ 
}
Deklarasi       $i, j$ ,
mid : integer
found :
Boolean
Algoritma
 $i \leftarrow 1$ 
 $j \leftarrow n$ 
  found  $\leftarrow$  false
  while (not found) and ( $i \leq j$ )
do
  mid  $\leftarrow$  ( $i + j$ ) div 2
  if  $x_{mid} = y$  then
    found
  else
    if  $x_{mid} < y$  then {mencari di bagian kanan}
       $i \leftarrow mid + 1$ 
    else {mencari di bagian kiri}
       $j \leftarrow mid - 1$ 
    endif
  endif
endwhile
{found or  $i > j$ }

If found then
   $idx \leftarrow mid$ 
else
   $idx \leftarrow 0$ 
endif
```

Jawaban Studi Kasus 3

- Kasus waktu terbaik (Best case)

$$T_{\min}(n) = 1$$

- Kasus waktu rata2 : jika terdapat pada index pada awal atau akhir elemen.
- Kasus waktu terburuk (Worst case):

$$T_{\max}(n) = {}^2\log n$$

Studi Kasus 4: Insertion Sort

1. Buatlah program insertion sort dengan menggunakan bahasa C++
2. Hitunglah operasi perbandingan elemen larik dan operasi pertukaran pada algoritma insertion sort.
3. Tentukan kompleksitas waktu terbaik, terburuk, dan rata-rata untuk algoritma insertion sort.

procedure InsertionSort(input/output x_1, x_2, \dots, x_n : integer)

```
{  
    Mengurutkan elemen-elemen  $x_1, x_2, \dots, x_n$  dengan metode insertion sort.  
    Input:  $x_1, x_2, \dots, x_n$   
    Output:  $x_1, x_2, \dots, x_n$  (sudah terurut menaik)  
}
```

Deklarasi

i, j, insert : integer

Algoritma

```
for  $i \leftarrow 2$  to  $n$  do  
     $\text{insert} \leftarrow x_i$   
     $j \leftarrow i$   
    while  $(j < i)$  and  $(x[j-i] > \text{insert})$  do  
         $x[j] \leftarrow x[j-1]$   
         $j \leftarrow j-1$   
    endwhile  
     $x[j] = \text{insert}$   
endfor
```

Jawaban Studi Kasus 4

- Kasus waktu terbaik (Best case) : jika array yang ada sudah terurut dengan benar, jadi looping tidak akan dilakukan lagi.
- Kasus waktu rata2 : jika array elemen yang ada sudah terurut setengahnya / sebagian dari seluruh elemen

Loop sementara dijalankan hanya jika $i > j$ dan $\text{arr}[i] < \text{arr}[j]$. Jumlah total iterasi loop sementara (Untuk semua nilai i) sama dengan jumlah inversi.

Kompleksitas waktu keseluruhan dari jenis penyisipan adalah $O(n + f(n))$ di mana $f(n)$ adalah jumlah inversi. Jika jumlah inversi adalah $O(n)$, maka kompleksitas waktu dari jenis penyisipan adalah $O(n)$.

- Dalam kasus terburuk, bisa ada inversi $n * (n-1) / 2$. Kasus terburuk terjadi ketika array diurutkan dalam urutan terbalik. Jadi kompleksitas waktu kasus terburuk dari jenis penyisipan adalah $O(n^2)$.

Studi Kasus 5: Selection Sort

1. Buatlah program selection sort dengan menggunakan bahasa C++
2. Hitunglah operasi perbandingan elemen larik dan operasi pertukaran pada algoritma selection sort.
3. Tentukan kompleksitas waktu terbaik, terburuk, dan rata-rata untuk algoritma insertion sort.

```
procedure SelectionSort(input/output  $X_1, X_2, \dots, X_n$  : integer)
{ Mengurutkan elemen-elemen  $X_1, X_2, \dots, X_n$  dengan metode selection sort.
  Input  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 
  OutputL  $X_1, X_2, \dots, X_n$  (sudah terurut menaik)
}
Deklarasi
  i, j, imaks, temp : integer
Algoritma
  for i  $\leftarrow$  n downto 2 do {pass sebanyak n-1 kali}
    imaks  $\leftarrow$  1
    for j  $\leftarrow$  2 to i do    if  $x_j$ 
>  $x_{\text{imaks}}$  then
      imaks  $\leftarrow$  j
    endif endfor
    {pertukarkan  $x_{\text{imaks}}$  dengan  $x_i$ }
    temp  $\leftarrow$   $x_i$ 
     $x_i \leftarrow x_{\text{imaks}}$ 
     $x_{\text{imaks}} \leftarrow$  temp
  endfor
```

Jawaban Studi Kasus 5

- a. Jumlah operasi perbandingan element. Untuk setiap pass ke-i,:

$$i = 1 \rightarrow \text{jumlah perbandingan} = n - 1$$

$$i = 2 \rightarrow \text{jumlah perbandingan} = n - 2$$

$$i = 3 \rightarrow \text{jumlah perbandingan} = n - 3$$

:

$$i = k \rightarrow \text{jumlah perbandingan} = n - k$$

:

$$i = n - 1 \rightarrow \text{jumlah perbandingan} = 1$$

Jumlah seluruh operasi perbandingan elemen-elemen larik adalah $T(n) = (n - 1) + (n - 2) + \dots + 1 =$

$$\sum_{i=1}^{n-1} n - k = \frac{n(n-1)}{2}$$

Ini adalah kompleksitas waktu untuk kasus terbaik dan terburuk, karena algoritma Urut tidak bergantung pada batasan apakah data masukannya sudah terurut atau acak.

b. Jumlah operasi pertukaran

Untuk setiap i dari 1 sampai $n - 1$, terjadi satu kali pertukaran elemen, sehingga jumlah operasi pertukaran seluruhnya adalah $T(n) = n - 1$.

Jadi, algoritma pengurutan maksimum membutuhkan $n(n - 1)/2$ buah operasi perbandingan elemen dan $n - 1$ buah operasi pertukaran.

