

Opt HW01

Otázka č. 1:

Jaká je hodnota odhadu $M_{2009/2}$ hrubé průměrné mzdy pro druhý kvartál roku 2009 (pro funkci odhadnutou z dat mzdy.txt)?

Hodnota je:

23 525,–

Otázka č. 2:

Z grafu v obr. 2 je vidět, že závislost naměřených teplot zhruba odpovídá sinusoidě superponované na lineární funkci $G(t) = y_0 + y_1 t + A \sin(\omega t + \phi)$.
Lineární funkce $y_0 + y_1 t$ modeluje sklon sinusoidy daný např. globálním oteplováním. Perioda sinusoidy odpovídá 365 dnům. Amplituda A a fáze ϕ sinusoidy jsou neznámé. Neznámé parametry jsou tedy čísla $y_0, y_1, A \in \mathbb{R}$ a $\phi \in (0, 2\pi]$. Metodu lineárních nejmenších čtverců nelze pro takto definovanou funkci použít, protože hodnota odhadované funkce závisí na parametru ϕ nelineárně. My jsme namísto funkce $G(t)$, použili funkci $T(t)$ v rovnici (4), která závisí na všech svých parametrech lineárně. Fitování funkce $T(t)$ lze ospravedlnit tím, že pro každou čtveřici (y_0, y_1, A, ϕ) existuje čtveřice (x_0, x_1, x_2, x_3) taková, že obě funkce jsou shodné, tj. že platí $T(t) = G(t)$, $\forall t \in \mathbb{R}$. Vaším úkolem je toto tvrzení dokázat.

Důkaz:

$$\begin{aligned} y_0 + y_1 t + A \sin(\omega t + \phi) &= \\ = y_0 + y_1 t + A(\sin(\omega t) \cos(\phi) + \cos(\omega t) \sin(\phi)) &= \\ = y_0 + y_1 t + A \cos(\phi) \sin(\omega t) + A \sin(\phi) \cos(\omega t) \end{aligned}$$

Z čehož máme čtveřici (x_0, x_1, x_2, x_3) určenou jako čtveřici $(y_0, y_1, A \cos(\phi), A \sin(\phi))$.

Dokázali jsme tedy, že pro každou čtveřici (y_0, y_1, A, ϕ) existuje čtveřice (x_0, x_1, x_2, x_3) a ta je určena předpisem výše.