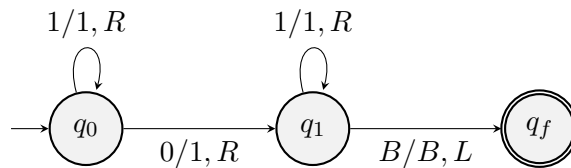


## 1. úloha

Je dán Turingův stroj  $M = (\{q_0, q_1, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, \delta, q_0, B, \{q_f\})$  tabulkou

	0	1	B
$q_0$	$(q_1, 1, R)$	$(q_0, 1, R)$	-
$q_1$	-	$(q_1, 1, R)$	$(q_f, B, L)$
$q_f$	-	-	-



**1a)**  $w = 1010$

$q_0 1010 \vdash 1q_0 010 \vdash 11q_1 10 \vdash 111q_1 0$ , TM neúspěšně zastaví,  $\delta$  není definována.

**2a)**  $u = 1101$

$q_0 1101 \vdash 1q_0 101 \vdash 11q_0 01 \vdash 111q_1 1 \vdash 1111q_1 B \vdash 111q_f 1$ , TM úspěšně zastaví.

**b)**

Turingův stroj přijímá jazyk  $L(M)$ , který má právě jednu 0, tedy:

$$L(M) = \{w \mid |w|_0 = 1\}. \quad (1)$$

Kdyby totiž přijímal více 0, pak se neúspěšně zastaví v  $q_1$  po načtení druhé 0. Kdyby ovšem nepřijímal žádnou 0, tak se zacyklí v  $q_0$ , přijme  $B$  a neúspěšně se zastaví. TM také tento jazyk rozhoduje, protože se pro slovo z  $L(M)$  nikdy nezacyklí a hlava se vždy posouvá ve směru R.

**c)**

Po skončení v akceptujícím stavu vypadá obsah pásky následně:

$$L'(M) = \{1^n \mid n = |w|\}.$$

Tedy, v koncovém stavu má pouze samé 1.

## 2. úloha

Navrhněte Turingův stroj s jednou páskou, který rozhoduje zadaný jazyk  $L$  nad abecedou  $\{0, 1, 2\}$ , kde

$$L = \{0^i 1^j 2^k \mid i, j, k \geq 1\}.$$

a)

TM přijímá nejméně jednu 0, poté nejméně jednu 1 a pak nejméně jednu 2.

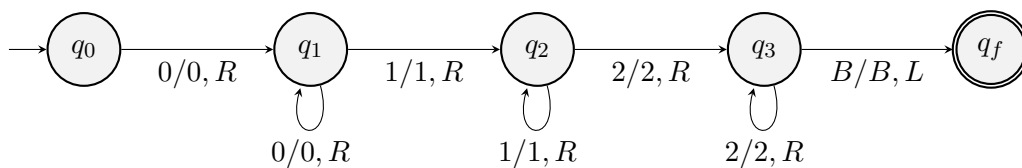
$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_f\},$$

$$\Sigma = \{0, 1, 2\},$$

$$\Gamma = \{0, 1, 2, B\},$$

$\delta$  je popsána stavovým diagramem.

$$F = \{q_f\},$$

1b)  $w = 001222$ 

$q_0 001222 \vdash 0q_1 01222 \vdash 00q_1 1222 \vdash 001q_2 222 \vdash 0012q_3 22 \vdash 00122q_3 2 \vdash 001222q_3 B \vdash 001222q_f 2$ , TM úspěšně skončil.

2b)  $u = 01022$ 

$q_0 01022 \vdash 0q_1 1022 \vdash 01q_2 022$ , TM skončil neúspěšně,  $\delta$  není definována.

c)

Počet kroků, který udělá se rovná právě  $n + 1$ , kde  $n$  je délka slova  $|w|$  tedy  $T(n)$  je  $O(n)$ . Počet navštívených políček je  $n + 2$ , tedy je  $S(n)$  je  $O(n)$ .

### 3. úloha

1)

TM projde celé slovo, až narazí na blank B. Tam B nahradí symbolem X. Pak půjde doleva a čte slovo pozpátku – v tomto případě kouká na symbol, který je na konci slova, neboli poslední symbol před X. Tento symbol ve slově nahradíme symbolem Y, abychom měli přehled, co jsme zpracovali. Podle toho, zda zpracoval 0 nebo 1 pak přejde do příslušné větve. Dále přejde celou pásku doprava, než narazí na B, které nahradí 0 nebo 1 (podle toho co zpracoval). Pak jde zpět doleva, dokud nenarazí na nezpracovaný symbol a ten opět "přesune" doprava. Toto dělá, dokud nenahradí všechny nezpracované symboly za Y. Jestliže je s tímto hotov, všechny Y nahradí za B a skončí. Na pásce jsou pak pouze reverze slova  $w$ .

TM je specifikován následovně:

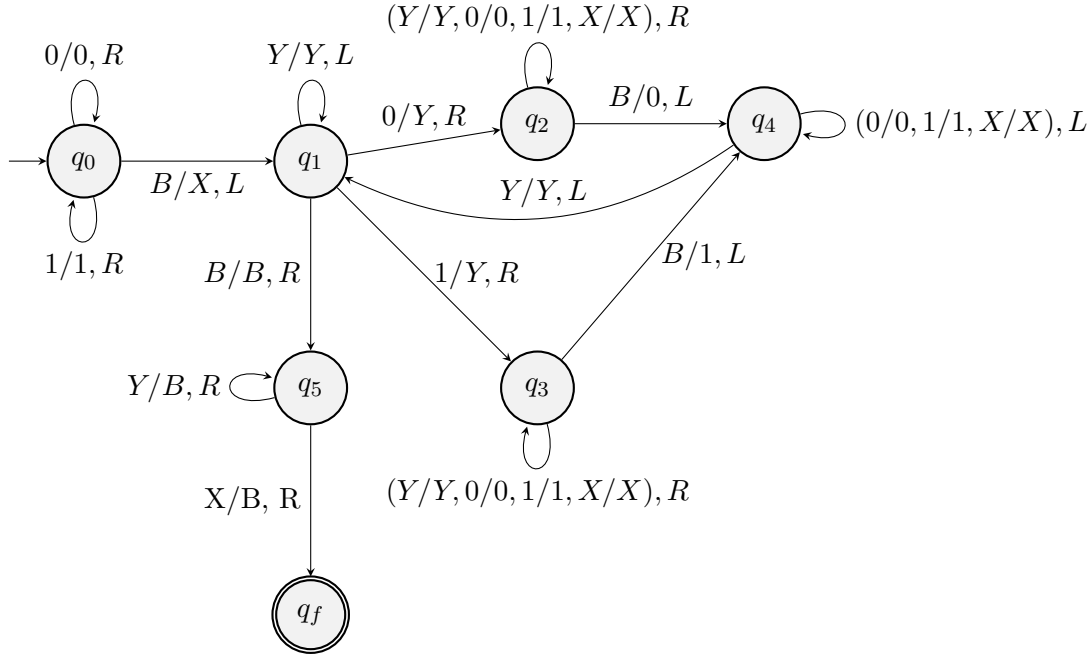
$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\},$$

$$\Sigma = \{0, 1\},$$

$$\Gamma = \{0, 1, B, X, Y\},$$

$\delta$  je popsána stavovým diagramem.

$F = \{q_f\}$ ,



b)  $w = 011$

$q_0 011 \vdash^* 011 q_0 B \vdash 01 q_1 1 X \vdash 01 Y q_3 X \vdash 01 Y X q_3 B \vdash 01 Y q_4 X 1 \vdash 01 q_4 Y X 1 \vdash 0 q_1 1 Y X 1 \vdash$   
 $0 Y q_3 Y X 1 \vdash 0 Y Y X 1 q_3 B \vdash 0 Y Y X q_4 1 1 \vdash 0 Y Y q_4 X 1 1 \vdash 0 Y q_4 Y X 1 1 \vdash 0 q_1 Y Y X 1 1 \vdash$   
 $q_1 0 Y Y X 1 1 \vdash Y q_2 Y Y X 1 1 \vdash^* Y Y Y X 1 1 q_2 B \vdash Y Y Y X 1 q_4 1 0 \vdash^* Y Y q_4 Y X 1 1 0 \vdash Y q_1 Y Y X 1 1 0 \vdash^*$   
 $q_1 B Y Y Y X 1 1 0 \vdash q_5 Y Y Y X 1 1 0 \vdash^* B B B q_5 X 1 1 0 \vdash B B B B q_f 1 1 0$

c)

Jestliže  $n$  je  $|w|$ , pak jeho reverze má taktéž tedy  $T(n)$  je  $O(n)$ .

Označme  $n$  jako délku slova  $|w|$  a víme, že reverze slova  $|w|^R$  bude taktéž mít délku  $n$ ,  $|w| = |w|^R$ . Největší vzdálenost je taková, kdy se přenáší první symbol na poslední místo reverze, což činí  $2 * n$ . Potom tedy  $T(n)$  je  $O(n^2)$ .

Označme  $n$  jako délku slova  $|w|$  a reverze slova  $|w|^R$  bude taktéž mít délku  $n$ ,  $|w| = |w|^R$ . Levý a pravý  $B$  zabírají 2 políčka a  $X$  zabírá jedno. Tím pádem bude počet navštívených políček  $n + n + 2 + 1$ , takže  $S(n)$  je  $O(n)$ .