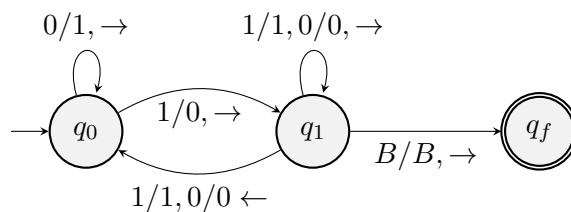


## 1. úloha

Je dán nedeterministický Turingův stroj  $M = (\{q_0, q_1, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, \delta, q_0, B, \{q_f\})$  tabulkou

	0	1	B
$q_0$	$\{(q_1, 1, R)\}$	$\{(q_1, 0, R)\}$	-
$q_1$	$\{(q_1, 0, R), (q_0, 0, L)\}$	$\{(q_1, 1, R), (q_0, 1, L)\}$	$\{(q_f, B, R)\}$
$q_f$	-	-	-



**1a)**  $w = 01$

$q_0 0 1 \vdash 1 q_0 1 \vdash 10 q_1 B \vdash 10 B q_f$  TM úspěšně zastaví.

**2a)**  $u = 011$

$q_0 0 1 1 \vdash 1 q_0 1 1 \vdash 10 q_1 1 \vdash 10 1 q_1 B \vdash 10 1 B q_f$ , TM úspěšně zastaví.

$q_0 0 1 1 \vdash 1 q_0 1 1 \vdash 10 q_1 1 \vdash 1 q_0 0 1 \vdash 1 1 q_0 1 \vdash 1 1 0 q_1 B \vdash 1 1 0 B q_f$ , TM úspěšně zastaví.

**b)**

Turingův stroj přijímá slova, která mají alespoň jednu 1. Kdyby totiž TM nepřijímal žádnou jedničku, tak se zacyklí na  $q_0$  a nikdy se nedostane do stavu  $q_1$ . Když přijme alespoň jednu 1, pak se ze stavu  $q_1$  dostane do koncového stavu tím, že přejde všechny hrany a pak blankem do  $q_f$ .

TM se nikdy nezacyklí a tudíž jazyk  $L(M)$  rozhoduje. TM se doleva posouvá jen po hraně  $q_1$  do  $q_0$ . TM se ale ve zbytku stavů vždy posouvá doprava a z  $q_1$  se přes B vždy dostane do koncového stavu.

## 2. úloha

Navrhněte Turingův stroj s jednou páskou, který rozhoduje zadaný jazyk  $L$  nad abecedou  $\{a, b, c\}$ , kde

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i, j \geq 1, k = i + j\}.$$

a)

TM přijímá nejméně jedno a, poté nejméně jedno b a tolik c, jaký je součet  $a + b$ .

TM maže dvojice symbolů a, c takovým způsobem, že smaže na začátku symbol a, pak se přesune na konec a tam smaže symbol c. Poté, co takto smaže všechny symboly a, se přesune na mazání symbolů b stejným způsobem.

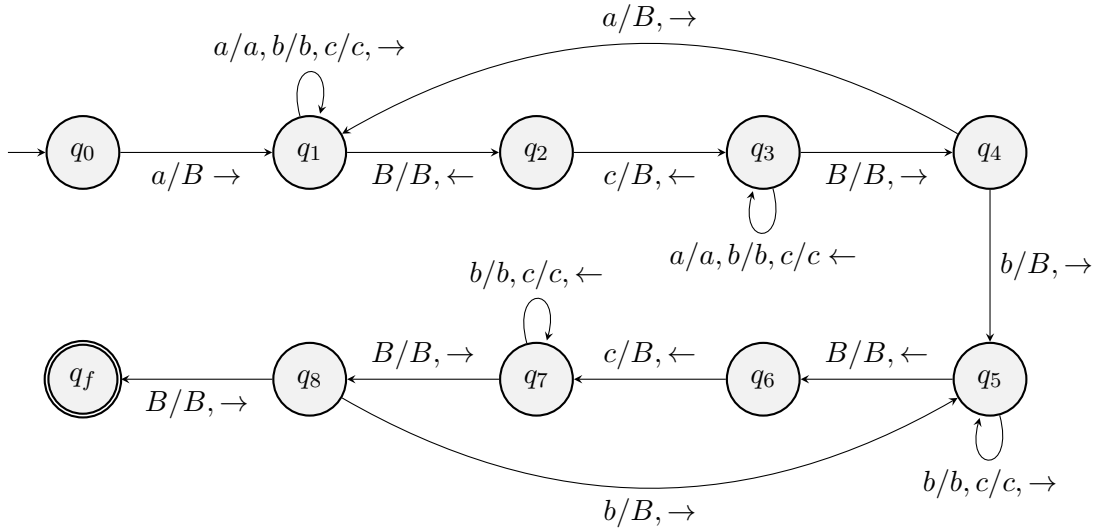
$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_f\},$$

$$\Sigma = \{a, b, c\},$$

$$\Gamma = \{a, b, c, B\},$$

$\delta$  je popsána stavovým diagramem.

$$F = \{q_f\},$$



1b)  $w = abbccc$

$q_0abbccc \vdash q_1bbccc \vdash^* bbcccq_1B \vdash bbccq_2c \vdash bbcq_3c \vdash^* q_3Bbbcc \vdash q_4bbcc \vdash q_5bcc \vdash^* bccq_5B \vdash bcq_6c \vdash bq_7c \vdash^* q_7Bbc \vdash q_8bc \vdash q_5c \vdash cq_5B \vdash q_6c \vdash q_7B \vdash q_8B \vdash q_fB$ , TM úspěšně skončil.

2b)  $u = aabccccc$

$q_0aabccccc \vdash q_1abccccc \vdash^* abcccccq_1B \vdash abcccccq_2c \vdash abccq_3c \vdash^* q_3Babccc \vdash q_4abccc \vdash q_1bccc \vdash^* bccq_1B \vdash bccq_2c \vdash bcq_3c \vdash^* q_3Bbcc \vdash q_4bcc \vdash q_5cc \vdash^* ccq_5B \vdash cq_6c \vdash q_7c \vdash q_7Bc \vdash q_8c$ , TM skončil neúspěšně.

c)

TM smaže symbol na začátku slova, poté projede slovo a smaže symbol na konci. To znamená, že po smazání prvního symbolu musí projít  $n - 1$  symbolů, na konci smaže symbol a vrátí se v  $n - 2$  krocích (a to opakuje, dokud neskončí). Tedy  $T(n)$  je  $\Theta(n^2)$ .

Počet navštívených políček je  $n$ , tedy je  $S(n)$  je  $\Theta(n)$ .

### 3. úloha

1)

TM si označí první symbol (0/X, 1/Y) a prochází slovo až na konec. Tam smaže poslední symbol a vrátí se k označenému symbolu X nebo Y. Označený symbol přemění na originální symbol (X/0, Y/1) a pokračuje na další symbol, které opět označí (0/X, 1/Y) a projde slovo až na konec.

Pokud je délka slova sudá, pak TM ke konci smaže poslední symbol, který má být smazán vrátí X na 0 či Y na 1 a skončí. Tím získá slovo o délce  $n/2$ .

Pokud je délka slova lichá, pak TM symbol nejdříve přejmenuje na X nebo Y a posune se doprava. Tam narazí na blank B a posune se doprava. Pak narazí opět na Y, které smaže, posune se doprava a skončí. Tím smaže polovinu slova + 1.

TM je specifikován následovně:

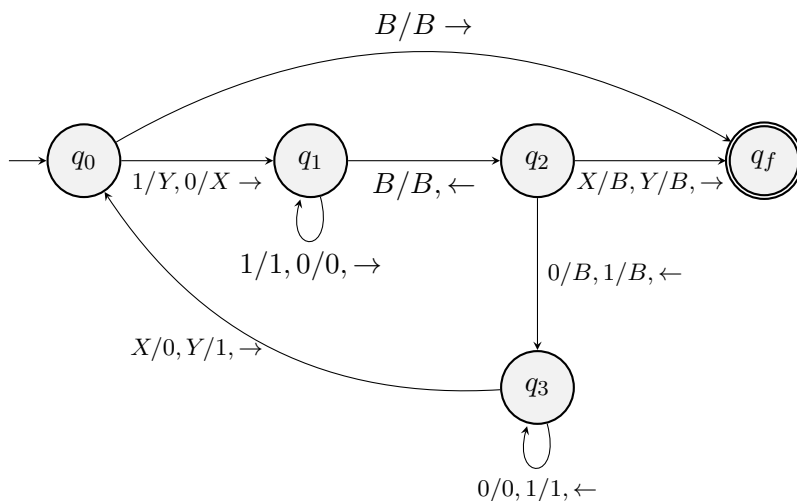
$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_f\},$$

$$\Sigma = \{0, 1\},$$

$$\Gamma = \{0, 1, B, X, Y\},$$

$\delta$  je popsána stavovým diagramem.

$$F = \{q_f\},$$



b)  $w = 01101$

$q_0 01101 \vdash X q_1 1101 \vdash^* X 1101 q_1 B \vdash X 110 q_2 1 \vdash X 11 q_3 0 \vdash^* q_3 X 110 \vdash 0 q_0 110 \vdash 0 Y q_1 10 \vdash 0 Y 10 q_1 B \vdash 0 Y 1 q_2 0 \vdash 0 Y q_3 1 \vdash^* 0 q_3 Y 1 \vdash 01 q_0 1 \vdash 01 Y q_1 B \vdash 01 q_2 Y \vdash 01 q_f$ , TM úspěšně zastavil.

c)

Označme  $n$  jako délku slova  $|w|$ . TM prochází slovo, smaže poslední symbol a pak se vrací k poslednímu symbolu, který označil X nebo Y.  $T(n)$  je tedy  $O(n^2)$ .

Označme  $n$  jako délku slova  $|w|$ . TM používá  $n$  políček, pak  $S(n)$  je  $\Theta(n)$ .