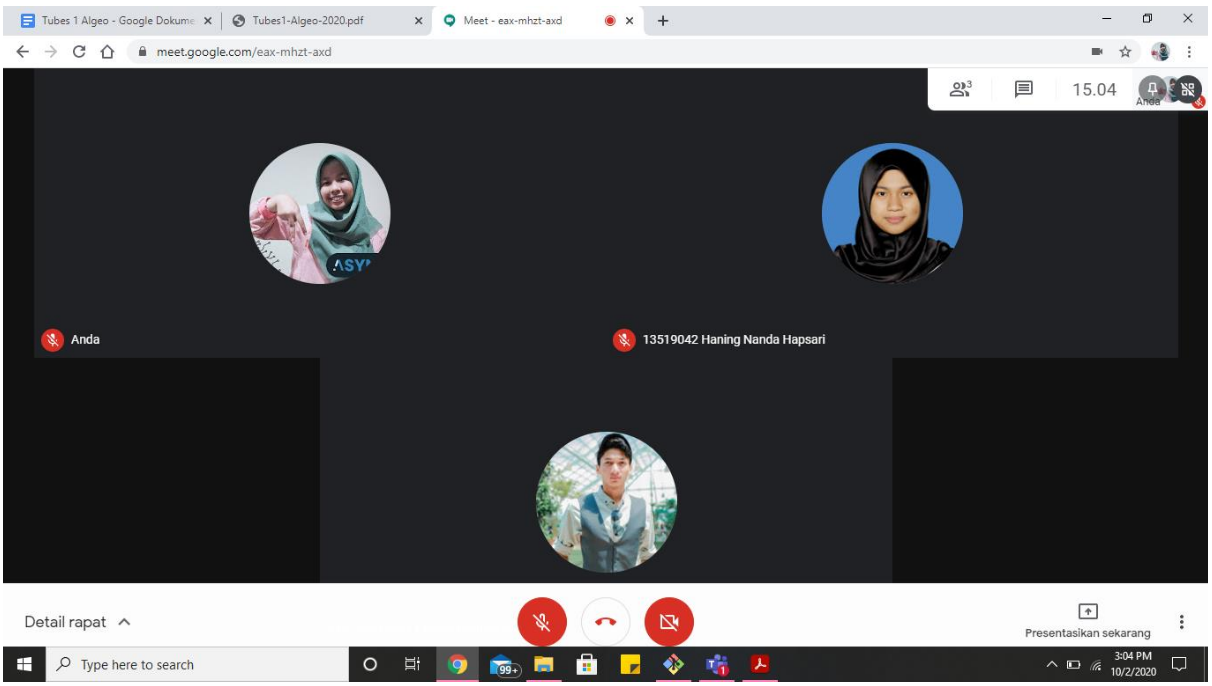
TUGAS BESAR 1
IF 2123 ALJABAR LINIER DAN GEOMETRI
SISTEM PERSAMAAN LINIER, DETERMINAN, DAN APLIKASINYA
SEMESTER 1 TAHUN AJARAN 2020/2021



OLEH
Kelompok 33
13519042 Haning Nanda Hapsari
13519204 Farhan Fadillah Rafi
13519208 Awwala Nisa Kamila

SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO DAN INFORMATIKA
INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

BAB I

DESKRIPSI MASALAH

I.Sistem Persamaan Linier

Sistem persamaan linier (SPL) $Ax = b$ dengan n peubah (*variable*) dan m persamaan adalah berbentuk

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + ... + a_{1n} x_n = b_1 \; a_{21} x_1 +$$
$$a_{22} x_2 + ... + a_{2n} x_n = b_2$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + ... + a_{mn} x_n = b_m$$

yang dalam hal ini x_i adalah peubah, a_{ij} dan b_i adalah koefisien R. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan ($x = A^{-1}b$), dan kaidah *Cramer* (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak, atau hanya satu (unik/tunggal).

Sebuah matriks M berukuran $n \times n$

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \end{bmatrix}$$

determinannya adalah

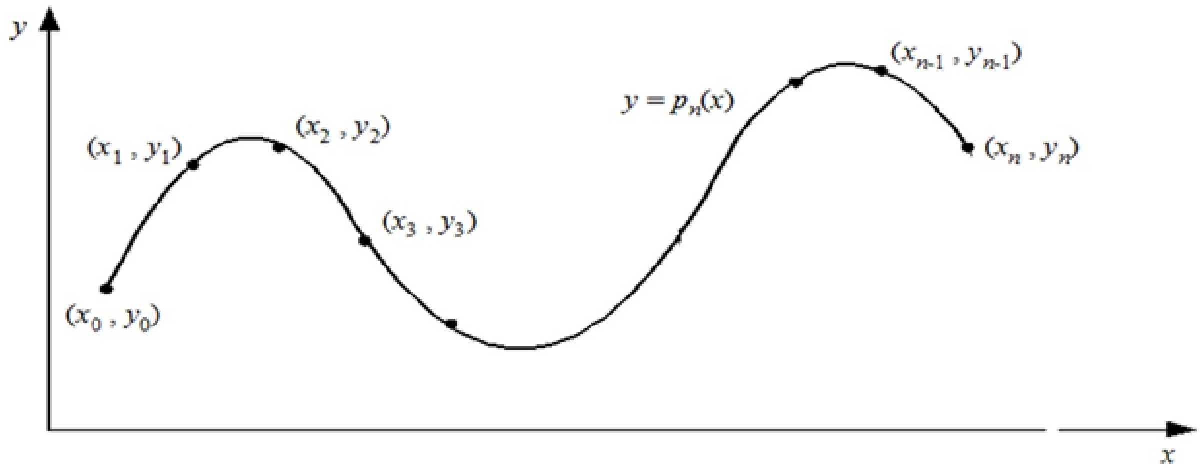
$$\det(M) = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \end{vmatrix}$$

Determinan matriks M berukuran $n \times n$ dapat dihitung dengan beberapa cara: reduksi baris dan ekspansi kofaktor.

SPL memiliki banyak aplikasi dalam bidang sains dan rekayasa, dua diantaranya diterapkan pada tugas besar ini, yaitu interpolasi polinom dan regresi linier.

II. Sistem Persamaan Linier

Persoalan interpolasi polinom adalah sebagai berikut: Diberikan n+1 buah titik berbeda, $(x_0, y_0), (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n)$. Tentukan polinom $p_n(x)$ yang menginterpolasi (melewati) semua titik-titik tersebut sedemikian rupa sehingga $y_i = p_n(x_i)$ untuk i = 0, 1, 2, …, n.



Setelah polinom interpolasi $p_n(x)$ ditemukan, $p_n(x)$ dapat digunakan untuk menghitung perkiraan nilai y di sembarang titik di dalam selang $[x_0, x_n]$.

Polinom interpolasi derajat n yang menginterpolasi titik-titik $(x_0, y_0), (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n)$. adalah berbentuk $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$. Jika hanya ada dua titik, (x_0, y_0) dan (x_1, y_1), maka polinom yang menginterpolasi kedua titik tersebut adalah $p_1(x) = a_0 + a_1x$ yaitu berupa persamaan garis lurus. Jika tersedia tiga titik, (x_0, y_0), (x_1, y_1), dan (x_2, y_2), maka polinom yang menginterpolasi ketiga titik tersebut adalah $p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ atau persaman kuadrat dan kurvanya berupa parabola. Jika tersedia empat titik, (x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), dan (x_3, y_3), polinom yang menginterpolasi keempat titik tersebut adalah $p_3(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, demikian seterusnya. Dengan cara yang sama kita dapat membuat polinom interpolasi berderajat n untuk n yang lebih tinggi asalkan tersedia (n+1) buah titik data. Dengan menyulihkan (x_i, y_i) ke dalam persamaan polinom $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$ untuk i = 0, 1, 2, …, n, akan diperoleh n buah sistem persamaan lanjar dalam $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$,

$$a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \ldots + a_n x_0^n = y_0$$
$$a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \ldots + a_n x_1^n = y_1$$
$$\ldots \qquad\qquad \ldots$$
$$a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_n x_n^n = y_n$$

Solusi sistem persamaan lanjar ini, yaitu nilai $a_0, a_1, \ldots, a_n$, diperoleh dengan menggunakan metode eliminasi Gauss yang sudah anda pelajari. Sebagai contoh, misalkan diberikan tiga buah titik yaitu (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513).

Tentukan polinom interpolasi kuadratik lalu estimasi nilai fungsi pada $x = 9.2$. Polinom kuadratik berbentuk $p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$. Dengan menyulihkan ketiga buah titik data ke dalam polinom tersebut, diperoleh sisten persamaan lanjar yang terbentuk adalah

$$a_0 + 8.0a_1 + 64.00a_2 = 2.0794$$
$$a_0 + 9.0a_1 + 81.00a_2 = 2.1972$$
$$a_0 + 9.5a_1 + 90.25a_2 = 2.2513$$

Penyelesaian sistem persamaan dengan metode eliminasi Gauss menghasilkan $a_0 = 0.6762$, $a_1 = 0.2266$, dan $a_2 = -0.0064$. Polinom interpolasi yang melalui ketiga buah titik tersebut adalah $p_2(x) = 0.6762 + 0.2266x - 0.0064x^2$. Dengan menggunakan polinom ini, maka nilai fungsi pada $x = 9.2$ dapat ditaksir sebagai berikut: $p_2(9.2) = 0.6762 + 0.2266(9.2) - 0.0064(9.2)^2 = 2.2192$.

III. Regresi Linear Berganda

Regresi Linear (akan dipelajari lebih lanjut di Probabilitas dan Statistika) merupakan salah satu metode untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Meskipun sudah ada rumus jadi untuk menghitung regresi linear sederhana, terdapat rumus umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda, yaitu.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

Untuk mendapatkan nilai dari setiap β_i dapat digunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* sebagai berikut:

$$\begin{array}{lllllll}
nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} & + & \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{2i} & + & \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} x_{1i}y_i \\
\vdots \qquad \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{2i} & + & \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki}^2 & = \sum_{i=1}^{n} x_{ki}y_i
\end{array}$$

Sistem persamaan linier tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss.

BAB II
DASAR TEORI

1. Eliminasi Gauss

   Eliminasi gauss adalah sebuah algoritma yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier. Pada metode eliminasi gauss, matriks *augmented* diubah menjadi matriks eselon baris dengan memanfaatkan operasi baris elementer atau sering disebut OBE.

   OBE terdiri dari tiga macam operasi. Adapun operasi tersebut adalah sebagai berikut.

   1. Kalikan sebuah baris dengan konstanta tidak nol.
   2. Pertukaran 2 buah baris
   3. Tambahkan sebuah baris dengan kelipatan baris lainnya.

   Matriks eselon baris merupakan matriks yang memiliki satu utama pada setiap baris kecuali jika seluruh angka pada baris adalah nol.

$$\begin{bmatrix} 1 & * & * \\ 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & * & * \\ 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 1 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

   Matriks ini yang kemudian akan diubah menjadi sistem persamaan linier yang solusinya dapat dihasilkan dengan metode subtitusi.

2. Eliminasi Gauss-Jordan

   Eliminasi Gauss-Jordan merupakan prosedur pemecahan sistem persamaan linear dengan mengubahnya menjadi matriks eselon baris tereduksi menggunakan operasi baris elementer. Matriks eselon baris tereduksi yaitu sama seperti matriks eselon baris yang membedakan adalah jika ada satu utama maka di kolom tersebut di atas atau di bawah satu utamanya bernilai 0.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix} \sim\text{OBE}\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 & * \end{bmatrix}$$

3. Determinan

   Determinan adalah suatu nilai yang diperoleh dari proses tertentu terhadap matriks bujur sangkar. Determinan dapat dianggap sebagai faktor penskalaan transformasi yang digambarkan oleh matriks.

4. Matriks Balikan

   Jika ada suatu matriks bujur sangkar sedemikin sehiangga A B = B A = I, maka B adalah matriks balikan dari A atau B = A^{-1} . Jika Sebuah matriks tidak mempunyai invers atau balikannya, maka matriks tersebut dikatakan matriks singular.

   Untuk mencari matriks balikan ada dua cara yaitu,

   1. Dengan eliminasi gauss jordan sedemikian sehingga [A | I] ~ [I | A^{-1}]
   2. Menggunakan rumus :

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \operatorname{adj}(A)$$

5. Matriks Kofaktor
   Matriks kofaktor adalah sebuah matriks yang berisi kumpulan kofaktor dari matriks tertentu.
   kofaktor merupakan determinan dari minor (M_{ij}) atau submatriks dari matiks A yang elemen-elemennya tidak berada di baris i dan kolom j.
   kofaktor memiliki rumus sebagai berikut, $C_{ij} = (-1)^{ij}$ |Mij|

6. Matriks Adjoin
   Matriks Adjoin adalah transpose dari suatu matriks kofaktor. Transpos sendiri adalah mengubah urutan baris menjadi kolom dan urutan kolom menjadi baris. Jika ingin mengetahui adjoin dari suatu matriks, maka akan dipelukan suatu kofaktor, setelah memiliki kofaktor, lalu ditranspose untuk mendapatkan matriks adjoin. Secara umum, matriks adjoin digambarkan sebagai berikut :


ilmuhitung.com/menentukan-kofaktor-dan-adjoin-suatu-matriks/

Jadi, kofaktor dari matriks A adalah

$$K_A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

Sekarang bagaimana dengan Adjoinnya?. Kita langsung saja ya cari adjoin matriks A di atas. Tetapi terlebih dulu kita bahas secara singkat apa sih yang dimaksud dengan adjoin?. Adjoin merupakan transfus dari kofaktor matriks A. secara matematis dirumuskan sebagai :

$$Adj A = K_A^T$$

Dimana :

K_A^T

= Transfus kofaktor dari matriks A

Adj A = adjoin matriks A

jadi rinciannya seperti ini. Jika kita mau mencari adjoin sebuah matriks, maka terlebih dulu kita cari minornya dulu, setelah itu dari minor ini kita akan mendapatkan matriks kofaktor. Kemudian kofaktor ini kita transfuskan itulah adjoin sebuah matriks. Gampang ya. Oh ya, dalam kalimat di tadi ada kata transfus, apa sih yang dimaksud dengan matriks transfuse?. Matriks transfus maksudnya matriks yang urutan baris diubah menjadi kolom dan kolom menjadi baris.

dimana


Jadi, kofaktor dari matriks A adalah

$$K_A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

Sekarang bagaimana dengan Adjoinnya?. Kita langsung saja ya cari adjoin matriks A di atas. Tetapi terlebih dulu kita bahas secara singkat apa sih yang dimaksud dengan adjoin?. Adjoin merupakan transfus dari kofaktor matriks A. secara matematis dirumuskan sebagai :

$$Adj A = K_A^T$$

Dimana :

K_A^T

= Transfus kofaktor dari matriks A

Adj A = adjoin matriks A

jadi rinciannya seperti ini. Jika kita mau mencari adjoin sebuah matriks, maka terlebih dulu kita cari minornya dulu, setelah itu dari minor ini kita akan mendapatkan matriks kofaktor. Kemudian kofaktor ini kita transfuskan itulah adjoin sebuah matriks. Gampang ya. Oh ya, dalam kalimat di tadi ada kata transfus, apa sih yang dimaksud dengan matriks transfuse?. Matriks transfus maksudnya matriks yang urutan baris diubah menjadi kolom dan kolom menjadi baris.

merupakan transpos kofaktor dari matriks A.

7. Kaidah Cramer

Kaidah cramer atau aturan cramer adalah sebuah metode untuk mencari solusi dari sebuah persamaan linier yang menggunakan determinan sebagai sarananya. Karena menggunakan determinan, aturan ini memiliki syarat jika banyaknya persamaan sama dengan banyaknya variabel. Hal ini dikarenakan determinan hanya dapat dicari apabila sebuah matriks adalah simetris.

$$\begin{bmatrix} a & d & g & j \\ b & e & h & k \\ c & f & i & l \end{bmatrix}$$

Penjelasan dari gambar di atas adalah seperti di bawah ini.

ax + dy +gz = j

bx + ey +hz = k

cx + fy +iz = l

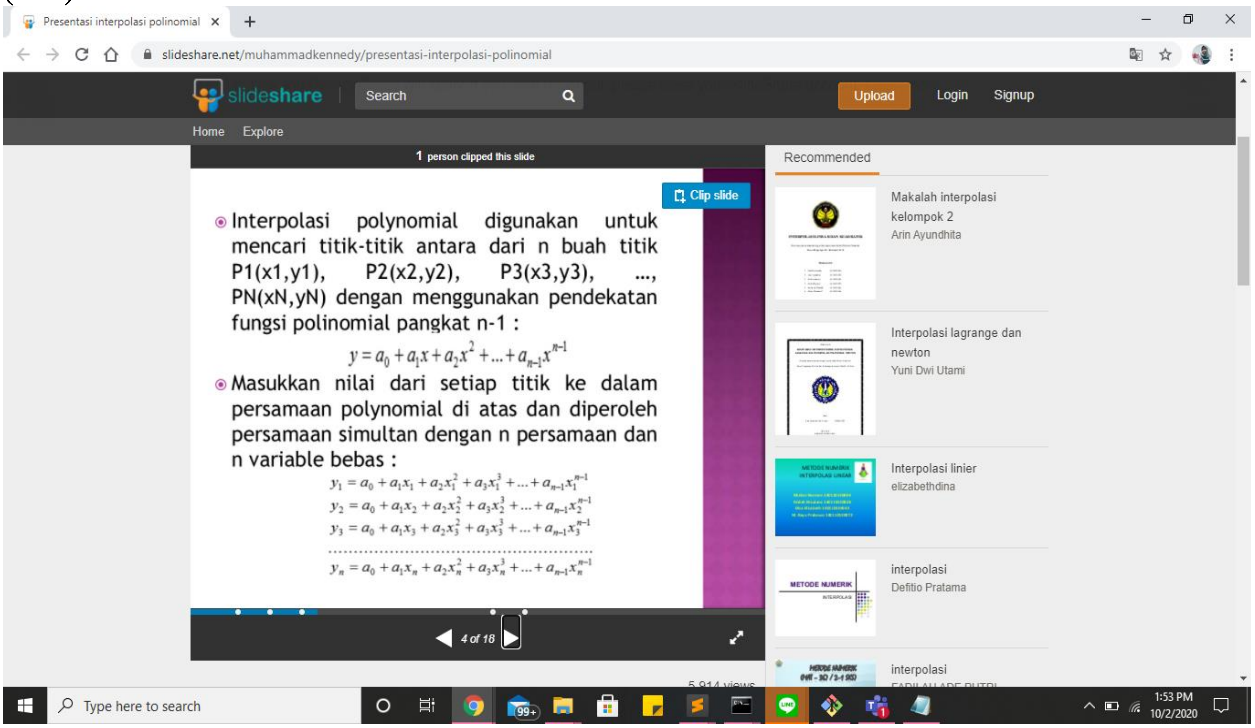
Langkah-langkah dari kaidah cramer adalah sebagai berikut.

1. Mencari determinan dari konstanta variabel matriks.
2. Menukarkan kolom hasil persamaan linier dengan salah satu kolom konstanta variabel dan mencari determinannya.
3. Membagi determinan hasil penukaran dengan determinan konstanta variabel.

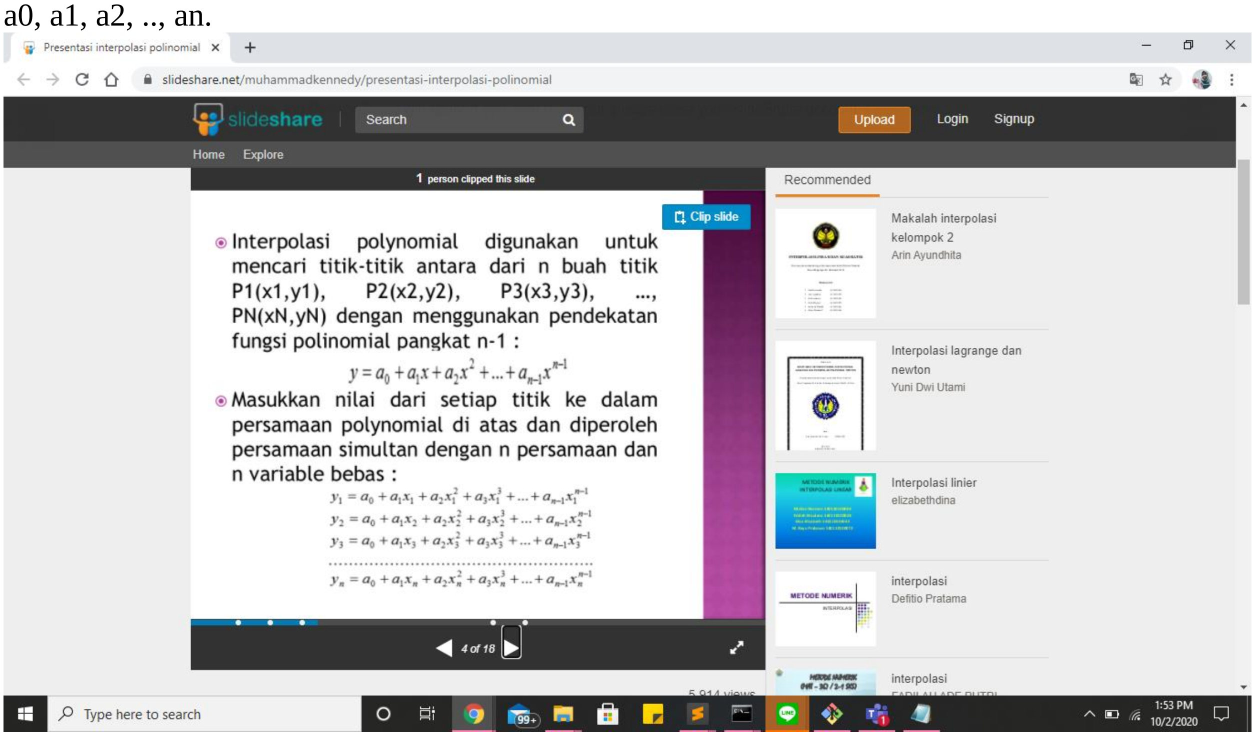
8. Interpolasi Polinom

Interpolasi adalah suatu pendekatan numerik ketika kita memerlukan nilai suatu fungsi y = f(x) yang tidak diketahui perumusannya secara tepat. Biasanya metode ini untuk menaksir suatu titik melalui suatu garis lurus pada beberapa titik masukkan yang berurutan.

Dapat dibuat polinom interpolasi berderajat n untuk n yang lebih tinggi, dengan syarat (n+1) terdefinisi :



Dengan memasukkan i = 0, 1, 2, .., n akan diperoleh n buah sistem persamaan lanjar dalam a0, a1, a2, .., an.



Solusi persamaan lanjar akan ditemukan dengan cara melakukan metode eliminasi gauss.

9. Regresi Linier Berganda

Regresi Linier juga merupakan suatu metode pendekatan numerik untuk memprediksi suatu nilai yang tidak diketahui perumusannya secara tepat. Terdapat rumus umum untuk mendapatkan persamaan ini, yaitu :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

Dimana, untuk mendapatkan nilai dari setiap β_i dapat digunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* sebagai berikut:

$$\begin{array}{lllll}
nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} x_{1i} y_i \\
\vdots \quad \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki}^2 & = \sum_{i=1}^{n} x_{ki} y_i
\end{array}$$

Sistem persamaan linier tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss.

BAB III
IMPLEMENTASI PROGRAM

Kode program yang kami buat terdiri atas Main.java sebagai program utama kami dan program kecil yang menunjang program utama, yaitu Splgauss.java, Splcramer.java, Regresi.java, matriks.java, Invers.java, determinan2.java, Determinan.java, dan Balikan.java. Program Main.java sebagai program utama kami mengandung main() sehingga program-program kecil akan dijalankan melalui program Main.java. File selain Main.java, adalah program penunjang yang memuat fungsi-fungsi untuk menjalankan Main.java.

Pada program selain Main.java, didefinisikan beberapa metode dan fungsi, yaitu :

a. Splgauss.java
   pada class ini terdapat beberapa fungsi dan prosedur berupa penghitungan baris, pengurutan matriks, penginputan file, dan pengeluaran output.
b. Splcramer.java
   pada class ini terdapat beberapa fungsi berupa determinan. program ini hanya dapat mengeksekusi matriks simetris karena memerlukan determinan sebagai eksekusinya. Selain itu, juga terdapat fungsi input file karena selain dapat menerima input dari keyboard, juga dapat menerima input dari file.
c. Regresi.java
   Pada class ini terdapat fungsi berupa penambahan kolom dan perkalian kolom, serta sebagian besar fungsi dan prosedur Splgauss.java. Hal ini dikarenakan dalam menghitung solusi diperlukan metode gauss yang kemudian diimplementasikan dengan input yang ingin dimasukkan.
d. matriks.java
   di class matriks terdapat beberapa fungsi dan prosedur, diantaranya membuat konstruktor matriks yang akan digunakan untuk membaca matriks gauss jordan dan juga interpolasi. Disini terdapat fungsi untuk membaca interpolasi, membaca matriks dari user, membaca matriks dari file, membuat gauss jordan, dan membuat interpolasi
e. Invers.java
   Pada class Invers terdapat beberapa fungsi dan procedure. Fungsi intinya adalah mencari matriks invers menggunakan OBE, fungsi penunjang lainnya yaitu ada procedure input yang artinya menerima inputan baik dari keyboard atau file, procedure save untuk menyimpan file, procedure run untuk menjalankan fungsi fungsi yang bertujuan untuk mencari matriks invers.
f. determinan2.java
   Pada class determinan2 ini, digunakan untuk membaca determinan dengan pendekatan reduksi baris. Beberapa fungsi yang ada pada class ini diantaranya adalah konstruktor untuk determinan, membaca masukkan determinan dari user, membaca masukkan determinan dari file, mencetak determinan ke layar, dan juga fungsi determinan itu sendiri.
g. Determinan.java
   Di class Determinan ini terdapat beberapa fungsi dan prosedur diantaranya mencari determinan dengan metode kofaktor, procedure input terdiri dari input keyboard dan input dari file, procedure print untuk menampilkan output matriks, procedure save untuk menyimpan hasil ke dalam file “Determinan.txt”, dan procedure run untuk menjalankan program di Main program
h. Balikan.java

Di class ini juga terdapat beberapa fungsi dan procedure. class ini tujuannya mencari spl dengan metode matriks balikan. fungsi yang ada di class ini yaitu input untuk menerima inputan matriks augmented bauk dari keyboard maupun file, procedure save untuk menyimpan hasil ke file berbentuk txt, fungsi untuk memisahkan aij dan bij, fungsi run untuk menjalankan program, fungsi kali untuk mengalikan matriks invers dengan bij.

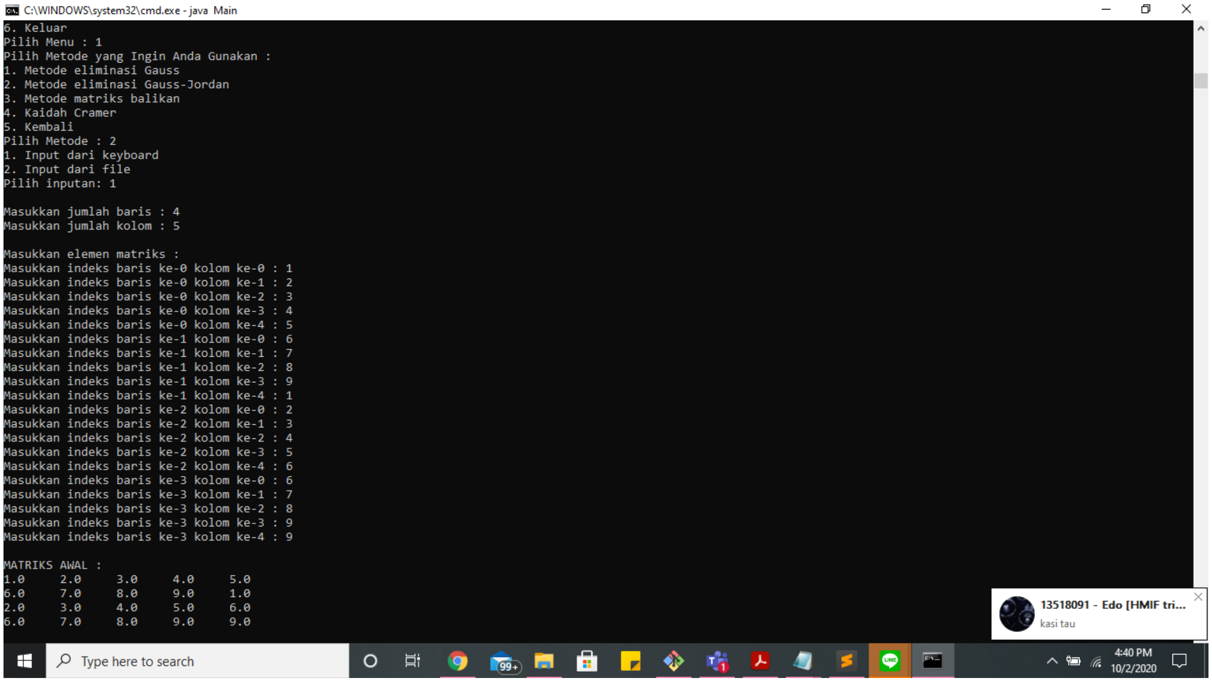
BAB IV
EKSPERIMEN

1. Eliminasi Gauss

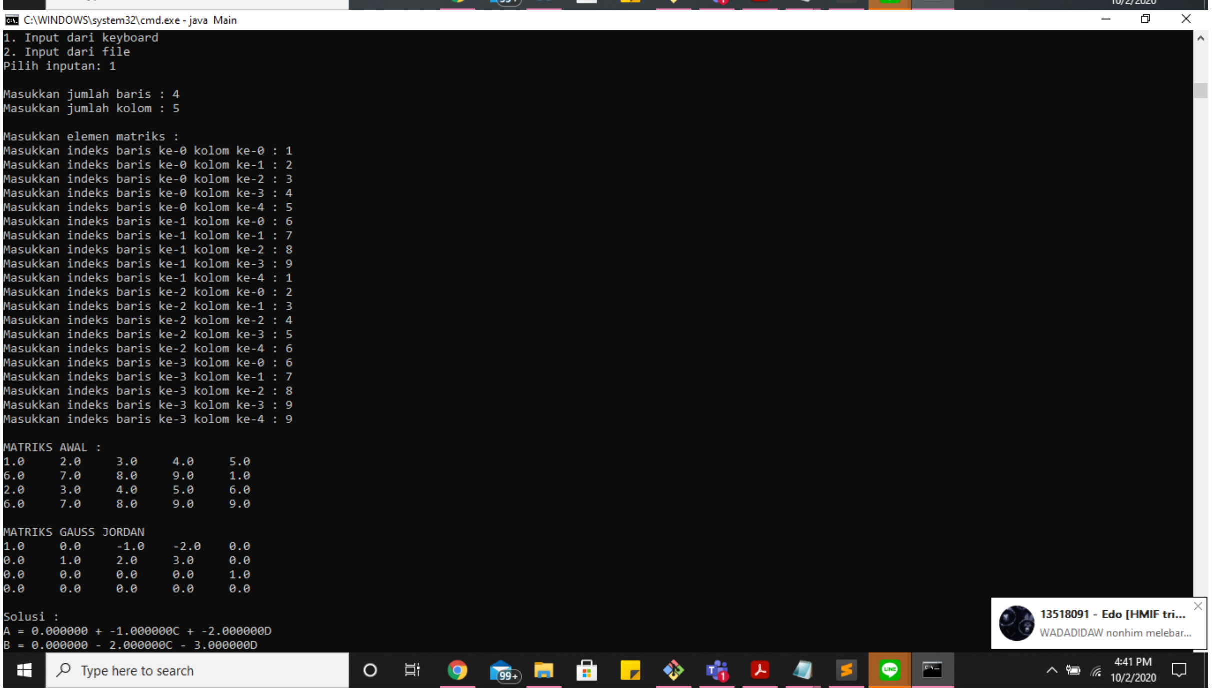
```
Windows PowerShell
Copyright (C) Microsoft Corporation. All rights reserved.

Try the new cross-platform PowerShell https://aka.ms/pscore6

PS D:\Kuliah Haning\Tahun 2\Aljabar Linier dan Geometri\TubesA
MENU
Pilih Program yang Ingin Anda Jalankan:
1. Sistem Persamaan Linear
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar
Pilih Menu : 1
Pilih Metode yang Ingin Anda Gunakan :
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali
Pilih Metode : 1
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilih inputan: 2
Masukkan nama file: test1a.txt
A = 1.666667 - 0.666667D

B = 0.333333 + -2.666667D

C = 1.000000 + -1.000000D
```

```
MENU
Pilih Program yang Ingin Anda Jalankan:
1. Sistem Persamaan Linear
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar
Pilih Menu : 1
Pilih Metode yang Ingin Anda Gunakan :
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali
Pilih Metode : 1
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilih inputan: 1
Masukkan jumlah baris :
3
Masukkan jumlah kolom :
4
1 2 3 4
0 1 2 3
0 0 1 2
A = 0.000000

B = -1.000000

C = 2.000000
```

2. Eliminasi Gauss-Jordan



```
C:\WINDOWS\system32\cmd.exe - java  Main
6. Keluar
Pilih Menu : 1
Pilih Metode yang Ingin Anda Gunakan :
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali
Pilih Metode : 2
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilih inputan: 1

Masukkan jumlah baris : 4
Masukkan jumlah kolom : 5

Masukkan elemen matriks :
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-0 : 1
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-1 : 2
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-2 : 3
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-3 : 4
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-4 : 5
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-0 : 6
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-1 : 7
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-2 : 8
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-3 : 9
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-4 : 1
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-0 : 2
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-1 : 3
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-2 : 4
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-3 : 5
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-4 : 6
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-0 : 6
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-1 : 7
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-2 : 8
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-3 : 9
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-4 : 9

MATRIKS AWAL :
1.0     2.0     3.0     4.0     5.0
6.0     7.0     8.0     9.0     1.0
2.0     3.0     4.0     5.0     6.0
6.0     7.0     8.0     9.0     9.0
```

```
C:\WINDOWS\system32\cmd.exe - java  Main
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilih inputan: 1

Masukkan jumlah baris : 4
Masukkan jumlah kolom : 5

Masukkan elemen matriks :
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-0 : 1
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-1 : 2
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-2 : 3
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-3 : 4
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-4 : 5
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-0 : 6
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-1 : 7
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-2 : 8
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-3 : 9
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-4 : 1
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-0 : 2
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-1 : 3
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-2 : 4
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-3 : 5
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-4 : 6
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-0 : 6
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-1 : 7
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-2 : 8
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-3 : 9
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-4 : 9

MATRIKS AWAL :
1.0     2.0     3.0     4.0     5.0
6.0     7.0     8.0     9.0     1.0
2.0     3.0     4.0     5.0     6.0
6.0     7.0     8.0     9.0     9.0

MATRIKS GAUSS JORDAN
1.0     0.0     -1.0    -2.0    0.0
0.0     1.0     2.0     3.0     0.0
0.0     0.0     0.0     0.0     1.0
0.0     0.0     0.0     0.0     0.0

Solusi :
A = 0.000000 + -1.000000C + -2.000000D
B = 0.000000 - 2.000000C - 3.000000D
```


test case 2

```
C:\WINDOWS\system32\cmd.exe - java Main
6. Keluar
Pilih Menu : 1
Pilih Metode yang Ingin Anda Gunakan :
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali
Pilih Metode : 2
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilih inputan: 1

Masukkan jumlah baris : 4
Masukkan jumlah kolom : 5

Masukkan elemen matriks :
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-0 : 1
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-1 : -1
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-2 : 2
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-3 : -1
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-4 : -1
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-0 : 2
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-1 : 1
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-2 : -2
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-3 : -2
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-4 : -2
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-0 : -1
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-1 : 2
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-2 : -4
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-3 : 1
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-4 : 1
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-0 : 3
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-1 : 0
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-2 : 0
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-3 : -3
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-4 : -3

MATRIKS AWAL :
1.0     -1.0    2.0     -1.0    -1.0
2.0     1.0     -2.0    -2.0    -2.0
-1.0    2.0     -4.0    1.0     1.0
3.0     0.0     0.0     -3.0    -3.0
```

Type here to search 4:42 PM 10/2/2020

```
C:\WINDOWS\system32\cmd.exe - java Main
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilih inputan: 1

Masukkan jumlah baris : 4
Masukkan jumlah kolom : 5

Masukkan elemen matriks :
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-0 : 1
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-1 : -1
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-2 : 2
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-3 : -1
Masukkan indeks baris ke-0 kolom ke-4 : -1
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-0 : 2
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-1 : 1
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-2 : -2
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-3 : -2
Masukkan indeks baris ke-1 kolom ke-4 : -2
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-0 : -1
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-1 : 2
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-2 : -4
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-3 : 1
Masukkan indeks baris ke-2 kolom ke-4 : 1
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-0 : 3
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-1 : 0
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-2 : 0
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-3 : -3
Masukkan indeks baris ke-3 kolom ke-4 : -3

MATRIKS AWAL :
1.0     -1.0    2.0     -1.0    -1.0
2.0     1.0     -2.0    -2.0    -2.0
-1.0    2.0     -4.0    1.0     1.0
3.0     0.0     0.0     -3.0    -3.0

MATRIKS GAUSS JORDAN
1.0     0.0     0.0     -1.0    -1.0
0.0     1.0     -2.0    0.0     0.0
0.0     0.0     0.0     0.0     0.0
0.0     0.0     0.0     0.0     0.0

Solusi :
A = -1.000000 + -1.000000D
B = 0.000000 + -2.000000C
```

Type here to search 4:43 PM 10/2/2020

3. Metode Matriks Balikan

```
Pilih Menu : 1
Pilih Metode yang Ingin Anda Gunakan :
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali
Pilih Metode : 3
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilih inputan: 1
Masukkan baris: 3
Masukkan kolom: 4
1 2 3 5
2 5 3 3
1 0 8 1
x1 = -143.0
x2 = 47.0
x3 = 18.0
```

4. Kaidah Cramer

```
MENU
Pilih Program yang Ingin Anda Jalankan:
1. Sistem Persamaan Linear
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar
Pilih Menu : 1
Pilih Metode yang Ingin Anda Gunakan :
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali
Pilih Metode : 4
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilih inputan: 1
Masukkan n :
3
1 2 3 4
0 1 2 3
0 0 1 2
x1 = 0.000000
x2 = -1.000000
x3 = 2.000000
```

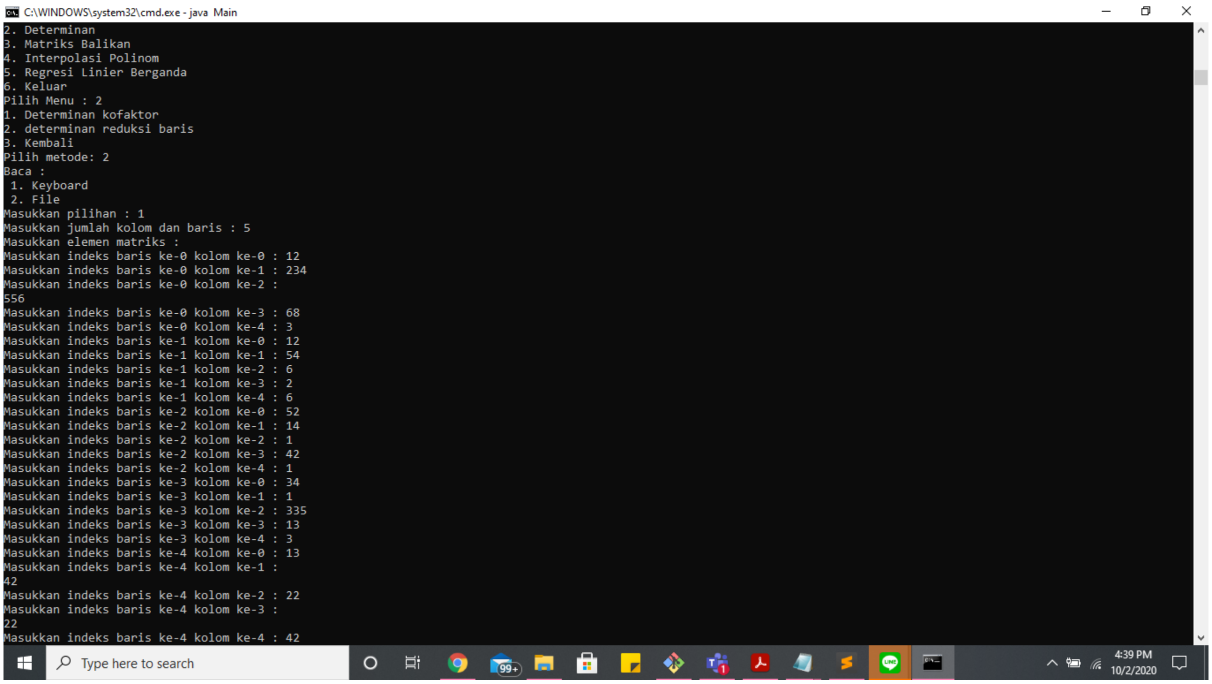
```
MENU
Pilih Program yang Ingin Anda Jalankan:
1. Sistem Persamaan Linear
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar
Pilih Menu : 1
Pilih Metode yang Ingin Anda Gunakan :
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali
Pilih Metode : 4
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilih inputan: 2
Masukkan nama file: test2a.txt
Tidak ada solusi
```

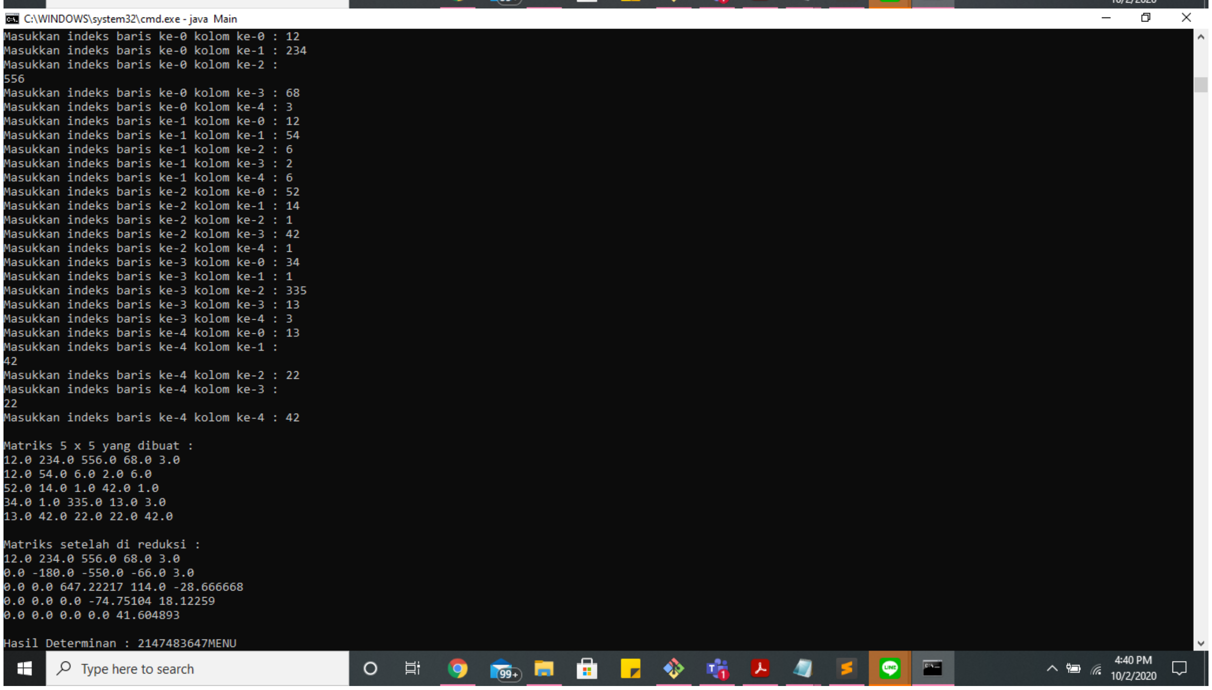
5. Determinan (Kofaktor)

```
Run:  Main
"C:\Program Files\Java\jdk-14.0.2\bin\java.exe" "-javaagent:C:\Program Files\JetBrair
MENU
Pilih Program yang Ingin Anda Jalankan:
1. Sistem Persamaan Linear
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar
Pilih Menu : 2
1. Determinan kofaktor
2. determinan reduksi baris
3. Kembali
Pilih metode: 1
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilih inputan: 1
Masukkan N (yaitu ukuran matriks dengan NxN): 4
1 1 -1 -1
2 5 -7 -5
2 -1 1 3
5 2 -4 2
Determinannya adalah: 0.0

MENU
Pilih Program yang Ingin Anda Jalankan:
1. Sistem Persamaan Linear
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar
Pilih Menu :
```

```
MENU
Pilih Program yang Ingin Anda Jalankan:
1. Sistem Persamaan Linear
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar
Pilih Menu : 2
1. Determinan kofaktor
2. determinan reduksi baris
3. Kembali
Pilih metode: 1
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilih inputan: 1
Masukkan N (yaitu ukuran matriks dengan NxN): 3
1 2 3
2 5 3
1 0 8
Determinannya adalah: -1.0
```

6. Determinan (Reduksi Baris)





7. Matriks Balikan(Inverse Matriks)

```
MENU
Pilih Program yang Ingin Anda Jalankan:
1. Sistem Persamaan Linear
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar
Pilih Menu : 3
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilih inputan: 1
Masukkan nilai N: 3
1 2 3
2 5 3
1 0 8
Hasil invers:
-40.0 16.0 9.0
13.0 -5.0 -3.0
5.0 -2.0 -1.0
```

```
MENU
Pilih Program yang Ingin Anda Jalankan:
1. Sistem Persamaan Linear
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar
Pilih Menu : 3
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilih inputan: 2
Masukkan nama file: testinvers.txt
Hasil invers:
matriks balikan tidak ada
```

8. Interpolasi Polinom

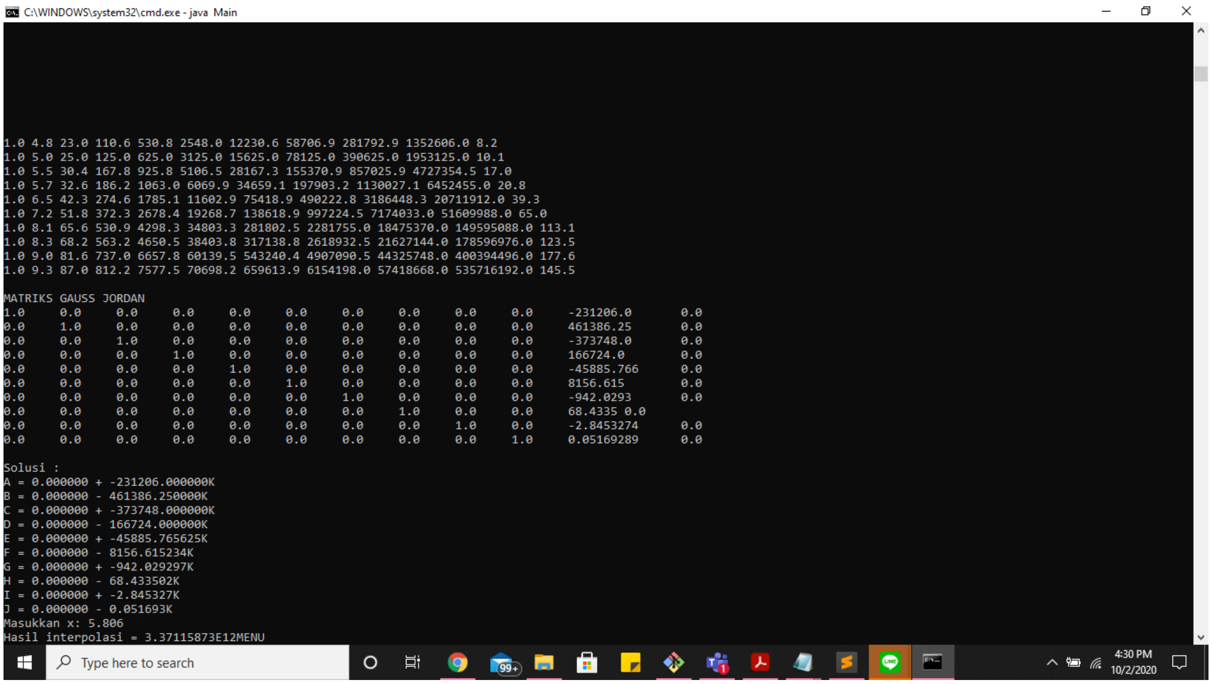
Test Case 6 untuk X = 5.806

C:\WINDOWS\system32\cmd.exe - java Main

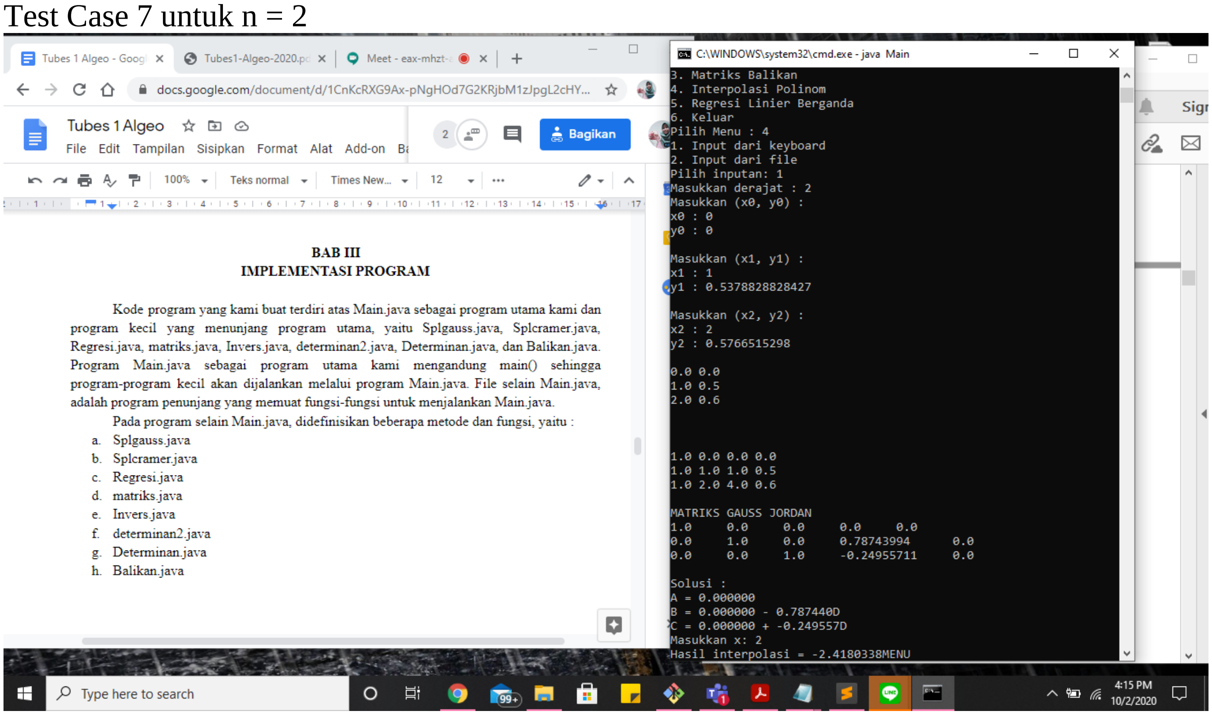
```
Pilih inputan: 1
Masukkan derajat : 9
Masukkan (x0, y0) :
x0 : 4.8
y0 : 8.211

Masukkan (x1, y1) :
x1 : 5
y1 : 10.118

Masukkan (x2, y2) :
x2 : 5.516
y2 : 17.025

Masukkan (x3, y3) :
x3 : 5.71
y3 : 20.796

Masukkan (x4, y4) :
x4 : 6.5
y4 : 39.294

Masukkan (x5, y5) :
x5 : 7.194
y5 : 64.958

Masukkan (x6, y6) :
x6 : 8.097
y6 : 113.134

Masukkan (x7, y7) :
x7 : 8.258
y7 : 123.503

Masukkan (x8, y8) :
x8 : 9.033
y8 : 177.571

Masukkan (x9, y9) :
x9 : 9.33
y9 : 145.510

4.8 8.2
5.0 10.1
```

C:\WINDOWS\system32\cmd.exe - java Main

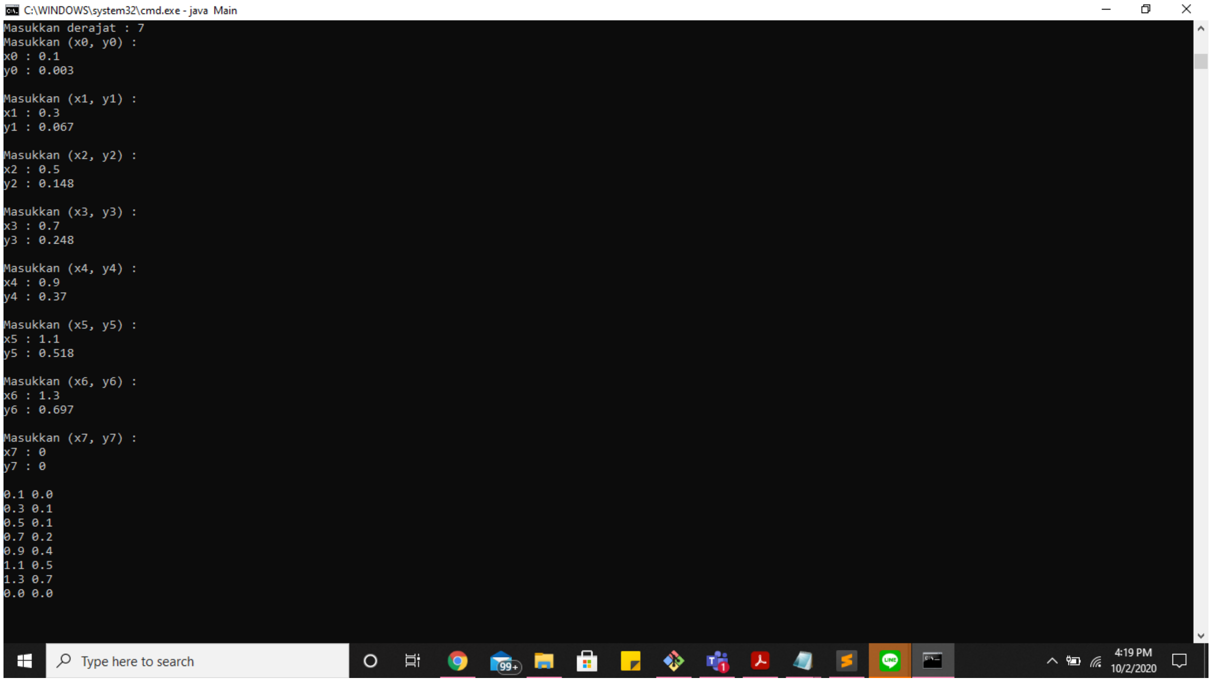
```
4.8 8.2
5.0 10.1
5.5 17.0
5.7 20.8
6.5 39.3
7.2 65.0
8.1 113.1
8.3 123.5
9.0 177.6
9.3 145.5

1.0 4.8 23.0 110.6 530.8 2548.0 12230.6 58706.9 281792.9 1352606.0 8.2
1.0 5.0 25.0 125.0 625.0 3125.0 15625.0 78125.0 390625.0 1953125.0 10.1
1.0 5.5 30.4 167.8 925.8 5106.5 28167.3 155370.9 857025.9 4727354.5 17.0
1.0 5.7 32.6 186.2 1063.0 6069.9 34659.1 197903.2 1130027.1 6452455.0 20.8
1.0 6.5 42.3 274.6 1785.1 11602.9 75418.9 490222.8 3186448.3 20711912.0 39.3
1.0 7.2 51.8 372.3 2678.4 19268.7 138618.9 997224.5 7174033.0 51609988.0 65.0
1.0 8.1 65.6 530.9 4298.3 34803.3 281802.5 2281755.0 18475370.0 149595088.0 113.1
1.0 8.3 68.2 563.2 4650.5 38403.8 317138.8 2618932.5 21627144.0 178596976.0 123.5
1.0 9.0 81.6 737.0 6657.8 60139.5 543240.4 4907090.5 44325748.0 400394496.0 177.6
1.0 9.3 87.0 812.2 7577.5 70698.2 659613.9 6154198.0 57418668.0 535716192.0 145.5

MATRIKS GAUSS JORDAN
1.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     -231206.0       0.0
0.0     1.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     461386.25       0.0
0.0     0.0     1.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     -373748.0       0.0
0.0     0.0     0.0     1.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     166724.0        0.0
0.0     0.0     0.0     0.0     1.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     -45885.766      0.0
0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     1.0     0.0     0.0     0.0     0.0     8156.615        0.0
0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     1.0     0.0     0.0     0.0     -942.0293       0.0
0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     1.0     0.0     0.0     68.4335 0.0
0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     1.0     0.0     -2.8453274      0.0
0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     0.0     1.0     0.05169289      0.0
```

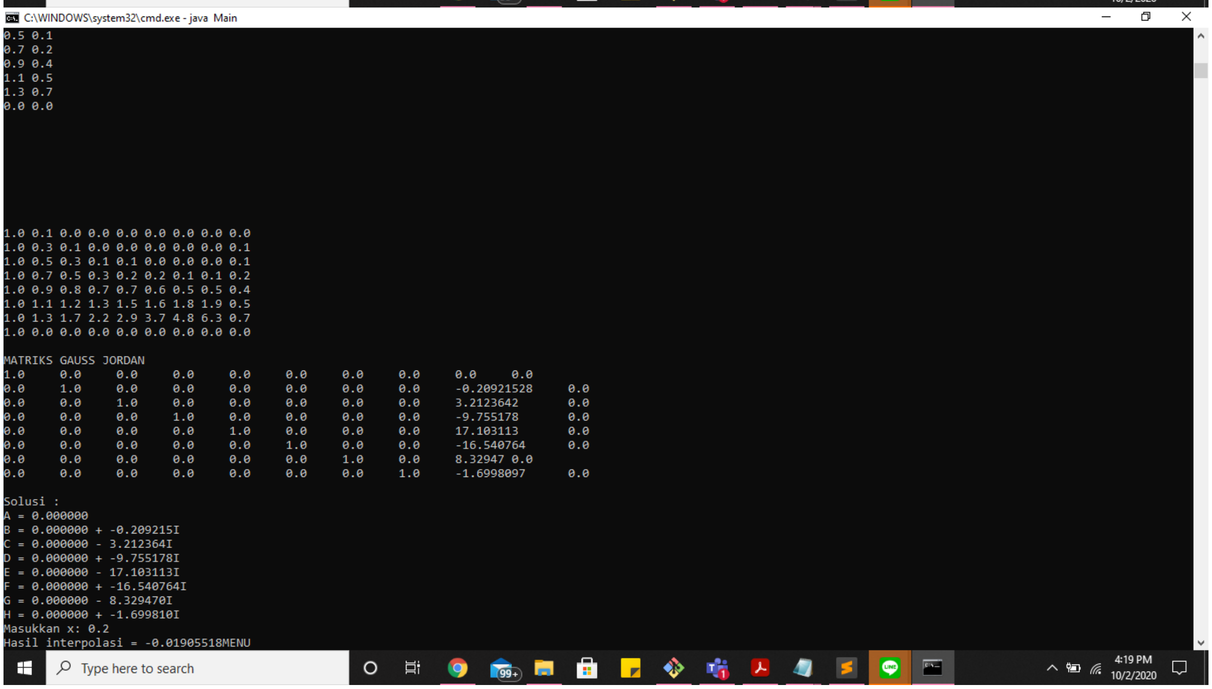


Test Case 7 untuk n = 2



Test Case 5





9. Regresi Linier Berganda

```
MENU
Pilih Program yang Ingin Anda Jalankan:
1. Sistem Persamaan Linear
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar
Pilih Menu : 5
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilih inputan: 2
Masukkan nama file: test8.txt
50
76
29.30
20.000000 863.200073 1530.400146 587.840027 19.420000

863.200073 54875.000000 66997.000000 25277.000000 770.000000

1530.400146 66997.000000 117904.000000 44968.000000 1474.000000

587.840027 25277.000000 44968.000000 17268.000000 561.000000

0.889868MENU
```

BAB V
KESIMPULAN, SARAN, DAN REFLEKSI

1. Kesimpulan

    Setelah membuat beberapa program terkait dengan aljabar linier, kami menjadi jauh lebih paham tentang teori-teori aljabar linier. Selain itu, dengan mengaplikasikan teori aljabar linier, ternyata dapat dibuat sebuah program berbahasa pemrograman java yang dapat membantu menyelesaikan permasalahan terkait dengan materi aljabar linier

2. Saran

    Beberapa saran dari kami untuk Tugas Besar 1 Aljabar Linier dan Geometri tentang Sistem Persamaan Linier ini, yaitu :

    - Alangkah baiknya jika program menggunakan GUI agar lebih mudah digunakan dan dipahami
    - Program akan lebih baik jika disertai beberapa komentar pendukung yang lebih banyak
    - Program akan lebih baik jika disusun dengan lebih rapih

3. Refleksi

Setelah membuat Tugas Besar 1 Aljabar Linier dan Geometri tentang Sistem Persamaan Linier, kami mendapatkan :

- Menjadi lebih paham dan mengerti tentang materi sistem persamaan liner
- Menjadi lebih paham tentang bahasa java

DAFTAR REFERENSI

Howard, A. (2013). Elementary Linear Algebra 11th Edition.