1. 一根木棒，截成三截，组成三角形的概率是多少?

假设整体长度为1，第一段的长度是x，第二段为y，第三段为1-x-y。

x,y值要想成为木棍切出来的长度必须要满足的条件为 $0<x<1$, $0<y<1$, $0<x+y<1$，这些点构成了下图1中红色的部分。

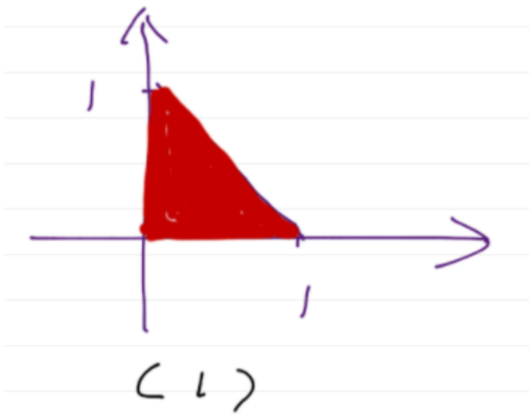
而这三段要构成三角形还必须满足:

$x+y>1-x-y \Rightarrow x+y>0.5$

$x+1-x-y>y \Rightarrow y<0.5$;

$y+1-x-y>y \Rightarrow x<0.5$

这些点构成图2中黄色区域。黄色区域与红色区域面积的比值就是，所有切割中能构成三角形的切割方式和所有切割方式的比值。也就是题目的答案。



2. 抛一个六面的色子，连续抛直到抛到6为止，问期望的抛的次数是多少?

因为每次抛到6的概率相等，都是1/6，于是期望的次数就是1/(1/6)=6

次

3. 一个木桶里面有M个白球，每分钟从桶中随机取出一个球涂成红色（无论白或红都涂红）再放回，问将桶中球全部涂红的期望时间是多少?

这题目和上面的用到了同样的概率模型。

在M个球中取到第1个未着色的取得次数期望是：1

在M个球中取到第2个未着色的取得次数期望是：1/(M-1/M） ---- 这就是用题目2的模型得出的期望，就像抛色子(只有两色)，第一个着色的点数为1，其它所有未着色的是点数为2。

在M个球中取到第3个未着色的取得次数期望是：1/(M-2/M)

...

在M个球中取到第M个未作色的求所需要的取得次数的期望是：1/(1/M)

整体次数的期望就是 1+ 1/(M-1/M)+1/(M-2/M)+...+M

4，你有一把宝剑。每使用一个宝石，有50%的概率会成功让宝剑升一级，50%的概率会失败。如果宝剑的级数大于等于5的话，那么失败会使得宝剑降1级。如果宝剑的级数小于5的话，失败没有效果。问题是：期望用多少个宝石可以让一把1级的宝剑升到9级?

用a[i]表示从第i-1级升到第i级期望使用的宝石数量。

当i<=5时，因为不会降级，则期望的数量均为2，即a[2] = a[3] = a[4] = a[5] = 2

当i>5时，因为会降级，成功时一个宝石就够了，不成功时需要倒退一级，需要先使用a[i-1]个宝石先回到i-1级，再使用a[i]个宝石升到第i级，即

a[i] = 1 * 1/2 + (1 + a[i-1] + a[i]) * 1/2

即 a[i] = a[i-1] + 2

可知，a[6]= 4, a[7] = 6, a[8] = 8, a[9] = 10

则1级到9级需要的宝石数为 a[2]+...+a[9] = 36。

5. 54张牌，平均分成三堆，大小王在同一堆的概率?

17/53

不妨记三份为A、B、C份。大小王之一肯定在某一份中，不妨假定在A份中，概率为1/3。然后A份只有17张牌中可能含有另一张王，而B份、C份则各有18张牌可能含有另一张王，因此A份中含有另一张王的概率是17/(17+18+18)=17/53

6. 已知有个rand7()的函数，返回1到7随机自然数，怎样利用这个rand7()构造rand10()，随机1~10。

因为rand7()可以等可能的产生 1～7 之间的数字，因此 （rand7() - 1) 等可能随机产生 0～6 的数，那么(rand7() - 1) * 7 + rand7() 可以等可能的产生 1～49 之间的数，因为上式中两个rand7()的组合数是唯一的。

可以将1～49分成 1～40 和 41～49两个区间，选择 1～40这个区间平均划分成10段，每一个分段被随机到的概率相等，每个分段的长度为40/10 = 4，每个分段分别对应1～10。

具体过程为：按公式 (rand7() - 1) * 7 + rand7() 随机一个数，若随机数落入41～49这个区间则丢弃，若随机数落入1～40这个区间，进一步确定分段对应的数值 (x-1)/4 + 1。

7. 已知有个randM()的函数，返回1到M随机自然数，怎样利用这个randM()构造randN()，随机1~N。

前一题的推广。分两种情况：

[1] 当 N <= M 时，可以直接使用 randM() 获取随机数，>N的随机数丢弃，<=N 的随机数输出即可。

[2] 当 N > M 时候，需要构造 randM2 = (randM() - 1) * M + randM() 随机 1 ～ M2 的数值，

[3] 如果randM2仍然小于N，那么对 randM2 继续重复[2] 操作，如果randM2大于 N 则停止跳到 [1]

8. 已知一随机发生器，产生0的概率是p，产生1的概率是1-

p，现在要你构造一个发生器，使得它产生0和1的概率均为1/2

由题目有：

0：p

1：1-p

连续产生两个数，其组合以及概率如下：

00：p^2

01: p(1-p)

10: (1-p)p

11: (1-p)^2

可以发现01和10的概率是相等的，只需要将其分别映射到0和1.即每次随机产生两个数，如果组合为00或11则丢弃，若为01则映射到0，若为10映射到1，这样产生0,1的概率均为1/2.

4. 已知一随机发生器，产生的数字的分布不清楚，现在要你构造一个发生器，使得它产生0和1的概率均为1/2。

使用该随机发生器产生随机数a,b，有以下三种情况：(1)a<b,(2)a==b,(3)a>b，其中情况(1)和(3)是对称的，发生的概率相等，只需要将这两种情况分别映射到0和1即可，其中遇到a==b时忽略。

9. **有一苹果，两个人抛硬币来决定谁吃这个苹果，先抛到正面者吃。问先抛这吃到苹果的概率是多少?**

无限抛是2/3

只抛一轮是1/2

无穷等比求和： 求序列a,aq,aq^2……aq^n的和，其中n趋近于正无穷，|q|<1，则和S=a/(1-q)。

无穷等比级数累加，因为先抛得人吃苹果只能是在第1次、第3次、第5次。。。。1/4为等比，轮流制: 先抛的人吃到苹果的概率: 1/2 + 1/2^3 + 1/2^5 + ... 求得结果为 2/3.。

10. **你有两个罐子以及*50*个红色弹球和*50*个蓝色弹球，随机**

选出一个罐子然后从里面随机选出一个弹球，怎么给出红色弹球最大的选中机会?在你的计划里，得到红球的几率是多少?

一个罐子：1个红球

另一个罐子：49个红球，50个篮球

几率=1/2+(49/99)*(1/2)=74.7%

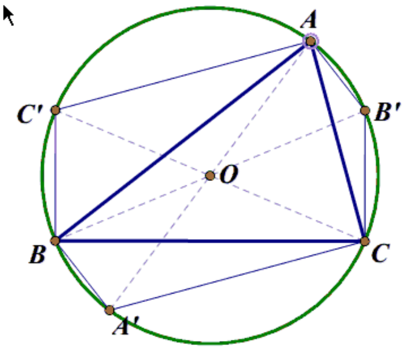
11. 在一个圆周上，任意选3点构成锐角三角形，直角三角形，钝角三角形的概率

锐角三角形的概率：1/4

直角三角形：0

钝角三角形：3/4

一种思路是每个锐角三角形对应三个钝角三角形，因此是四分之一



12. 一列女生排成长队手里拿着长短不一的玫瑰花，无序排列，男生从头走向尾，试图拿到尽可能长的玫瑰花，规则是一旦他拿了一朵后面就不能再拿了，如果错过了某朵花也不能再回头了，问最好的策略是什么?

答: 1/e = 37%，如果你预计求爱者有 n 个人，你应该先拒绝掉前 n/e 个人，静候下一个比这些人都好的人。

13. 抛硬币2n+1次,求正面出现次数多与反面的概率

答：因为2n+1是奇数，不存在正/反面出现次数相同的情况，因此，正面出现次数多于反面 与 反面反面出现的次数多于正面的概率相等

所以p=1/2

14. **抛硬币2n次,求正面出现次数多与反面的概率**

设A：正面多于反面，B：反面多于正面，C：正面等于反面

所以A，B，C两两互斥

P(A) = (1-P(C))/2

P(C) =C(2n,n)*（1/2^n*(1/2)^n

所以P(A)=[1-C(2n,n)*（1/2^n*(1/2)^n]/2

15.有8只球队,采用抽签的方式随机配对,组成4场比赛。假设其中有4只强队,那么出现强强对话 (任意两只强队相遇)的概率是_____。

第一个人选择对手有7种可能，第二人选择对手有5种，第三个人选择有3种，剩余两个人为一组对手，共7*5*3 。 全部可能性是C8 2C6 2C4 2/A4 4 = 105 种。

强弱搭配，因为恰好都是4个，共有A4 4 = 24 种，有4*3*2*1种

故有1-4*3*2*1/(7*5*3)=27/35

16. 一个机器人玩抛硬币的游戏，一直不停的抛一枚不均匀的硬币，硬币有A,B两面，A面的概率为3/4，B面的概率为1/4。问第一次出现连续的两个A年的时候，机器人抛硬币的次数的期望是多少?

答：假设T为扔的次数（期望）。那么如果扔到B，则重新开始扔，即再扔T次。

第一次扔到B，则重新扔，即1/4*(1+T)；这时1+T是结束游戏所扔次数；

第一次扔到A，第二次扔到B，重新扔，即3/4*1/4*(2+T)；2+T是结束游戏所仍次数；

第一次扔到A，第二次扔到A，结束游戏。3/4*3/4*2；2为结束游戏所仍次数；

所以T=1/4*(1+T)+3/4 *1/4*(2+T)+3/4 *3/4 *2；算得T为28/9

17. 三个骰子摇到的点数之和为（）的概率最大?

答：有一个很快地思路就是，摇到3和18的概率是一样的，都最小，然后是摇到4和17的概率。这样肯定摇到10和11的概率是最大的。

18. 有三个黑气球，其中只有一个黑气球中有金币，你可以任意选择任何一个气球，而主持人在剩下的气球中打破一个气球，然后告诉你里边没有金币:你还有一次机会，既可以坚持选择，也可以换另外一个未打破的气球。如果你选择换的话获得金币的概率为()

答：如果你第一次选择有金币的气球（1/3的概率），那么你换了之后肯定得不到金币，所以这种情况下得到金币的概率是1/3*0=0。如果你第一次选择没有金币的气球（2/3的概率），那么你换了之后，剩下的那个没有破的气球里面就是金币，所以这种情况下得到金币的概率是2/3*1=2/3。总概率0+2/3=2/3。

18. 两个人轮流抛硬币，规定第一个抛出正面的人可以吃到苹果，请问先抛的人能吃到苹果的概率多大?

答：轮流制: 先抛的人吃到苹果的概率: 1/2 + 1/2^3 + 1/2^5 + ... 求得结果为 2/3.

等比数列通项公式：Sn=a1(1-q^n)/1-q

19. 甲乙两个人比试射箭，两人射术水平一样(假设射中水平都为1/2)。如果甲射了101箭，而乙射了100箭，求甲射中次数比乙射中次数多的概率是?

答：然后前一百次可以分为三种情况：甲多、乙多、一样多；因为水平一样，所以甲多、乙多的概率相等；

因为射中概率为0.5，所以前一百次一样多并且最后一次甲射中的概率就是前一百次一样多的概率/2；

最后甲多的概率=前一百次甲多的概率 + 前一百次一样多并且最后一次

甲射中的概率

=前一百次（甲多+乙多）的概率/2 + 前一百次一样多的概率/2

=前一百次（甲多+乙多+一样多）的概率/2

=1/2

20. 杀人游戏，6个人互相投票，有一个人被其他5个人一起投死的概率是多少（）？假设每个人都不会投自己，投其他每个人是等概率的。

答：6*5）/（5^6）

分母：每个人都有5种选择，即总的投票情况有5^6种

分子：被投死的人可以是6人中任一个，被投死的人有5种投票的情况

21.在一冒险游戏里，你见到一个宝箱，身上有N把钥匙，其中一把可以打开宝箱，假如没有任何提示，随机尝试，问：

（1）恰好第K次（1=<K<=N）打开宝箱的概率是多少。

（2）平均需要尝试多少次

答：1）恰好第K次（1=<K<=N）打开宝箱的概率是多少。

(1-1/n)*(1-1/(n-1))*(1-1/(n-2))***(1/(n-k+1)) = 1/n

（2）平均需要尝试多少次。

这个就是求期望值　由于每次打开宝箱的概率都是1/n，则期望值为：　1*(1/n)+2*(1/n)+3*(1/n)+......+n*(1/n) = （n+1）/2

22. a和b两个人每天都会在7点-8点之间到同一个车站乘坐公交车，a坐101路公交车，每5分钟一班【7:00,7:05......】，b坐102路公交车，每10分钟一班【7:03,7:13...】，问a和b碰面的概率是多少？（ ）

23. 一次期末考试，“学弱”面对两道单选题(四个选项)，完全不知所云，只得靠随机猜测。考后对答案，学霸告诉他那两道选择题至少对了一题，那么请问聪明的你，在知道至少对一题的前提下，他两道单选题全对的概率是?

答：至少答对一道的概率是a: 1-（3/4)^2 = 7/16
两道全对的概率是b:（1/4）^2 = 1/16
至少对一题的前提下，他两道单选题全对的概率是: p=b/a=1/7

24. 老王有两个孩子，已知至少有一个孩子是在星期二出生的男孩。问：两个孩子都是男孩的概率是多大?
答：姐妹俩：不用看了，不满足至少有一个周二男孩的条件。
兄妹俩：那哥哥一定是周二出生的了，妹妹出生的星期数有7种可能。
姐弟俩：弟弟一定是周二出生，姐姐出生的星期数有7种可能。
兄弟俩：兄弟二人出生的星期数总共有7 * 7 = 49种可能，但其中有6 * 6 = 36种都不满足至少有一个人是周二出生的条件，因此实际上有49 - 36 = 13种可能。
而其中有13中可能对应于两个孩子都是男孩。因此题目所求概率是13 / 27。

25. 某国家非常重男轻女，若一户人家生了一个女孩，便再要一个，直到生下男孩为止，假设生男生女概率相等，请问平均每户人家有_______个女孩。

从数学角度分析：假设所有家庭总数为1，那么所有家庭出生的孩子情况如下表所示

1/2 的家庭	男
1/4 的家庭	女，男
1/8 的家庭	女，女，男
1/16 的家庭	女，女，女，男
...	...

所以，事件生下一个男孩的概率为：A = 1/2 + 1/4 + 1/8 + ... + 1/(2^n) + ... = 1；
出生女孩的个数：B=(1/4+1/8+1/16+1/32+...) + (1/8+1/16+1/32+...) + (1/16+1/32+...) + (...) = 1/2+1/4+1/8+... = 1。
或者如下计算：

$$
\begin{aligned}
E(X) &= 0\times\frac{1}{2}+1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{8}+\ldots=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n}{2^{n+1}} \\
&=2\left(\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n}{2^{n+1}}-\frac{1}{2}\left(\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n}{2^{n+2}}\right)\right) \\
&=2\left[\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{8}+\frac{3}{16}+\frac{4}{32}+\ldots\right)-\left(\frac{1}{8}+\frac{2}{16}+\frac{3}{32}+\ldots\right)\right] \\
&=2\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\ldots\right) \\
&=2\times\frac{1}{2}=1
\end{aligned}
$$

26. 错排

27. 每天有流量雨的概率是相等的，一个人每天晚上都去观察，发现一个月能够看到流星的概率是91%，请问半个月中能够看到流量的概率是多少?

答：假设每天晚上出来流星出来的概率为x

则一个月不出来流星的概率为（1-x)^30=1-0.91=0.09

半个月不出来流星的概率为（1-x)^15=(1-x)^30^0.5=0.3

半个月看得到流星的概率为70%

28. 有一个箱子，N把钥匙，只有一把钥匙能打开箱子，现在拿钥匙去看箱子。平均多少次能打开箱子?

答：第K次打开箱子的概率都为1/N，因此

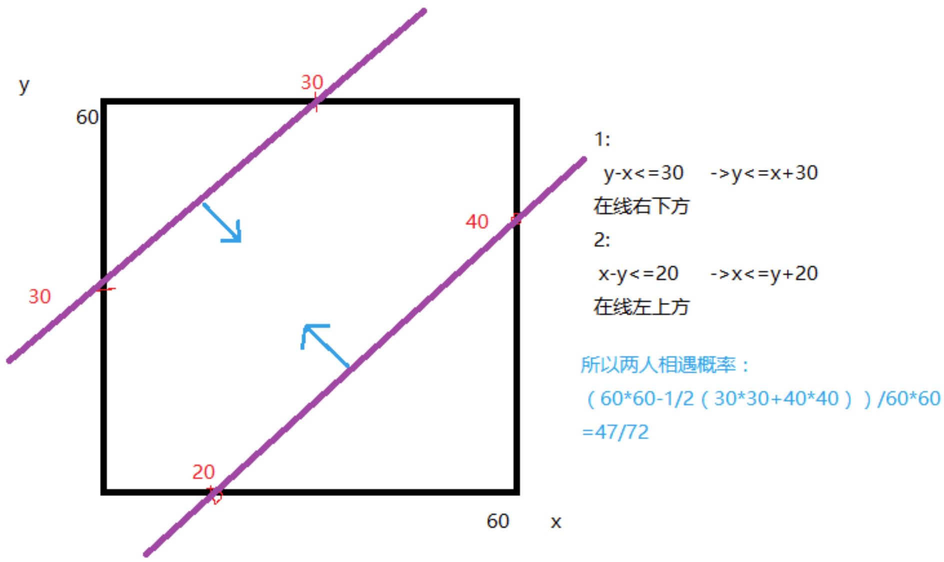
1* 1/N + 2* 1/N + N* 1/N = (1+2+..+N)/N = N*(N+1) /2 /N = (N+1)/2

29. 硬币游戏：连续扔硬币，直到某一人获胜。A获胜条件是先正后反，B获胜是出现连续两次反面，问AB游戏时A获胜概率是（）?

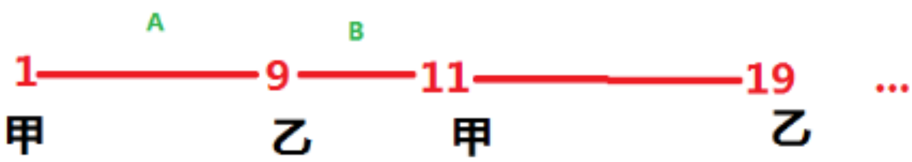
这个题目有挖坑，容易让人思维定式选错。首先，A赢的条件是先正后反，但没有说是连续两次投币先正后反，而B赢的条件是连续两次反面。

假设第一次是:正，概率是1/2
第二次如果是 反 则A赢，如果是正，则都不赢，继续抛，直道出现 反 也就是A赢为止。
也就是说在第一次结果为 正 的情况下A必赢
假设第一次是：反，概率是1/2
第二次如果是 反 则B赢，概率是1/2，如果是 正 则又出现A必赢的情况
所以A赢的概率是1/2+(1/2)*(1/2)=3/4
B赢的概率是(1/2)*(1/2)=1/4

30. 男女两人相亲，约定晚上19点至20点见面，但是两人并不情愿。男方的等待容忍时间为30分钟，女方的等待容忍时间为20分钟，请问两人有缘见面的概率为?



31. 甲乙两路发车间隔均为10分钟的公交车发车时刻分钟数个位分别为1和9，那么对于一个随机到达的乘客，ta乘坐甲车的概率为



答：一个随机出发的乘客，落在A段的概率为0.8，则他乘坐乙车，落在B段的概率为0.2

32. 设随机变量X，Y不相关，且EX=2，EY=1,DX=3，则E(X(X+Y-2))=()

答：1)当X,Y无关（协方差和相关系数为0），有E(XY)=E(X)E(Y);

2）D(X)=E(X^2)-(E(X))^2,→E(X^2)=D(X)+ (E(X))^2

E(X^2+XY-2X)=E(X^2)+E(XY)-2E(X)=DX+E(X)^2+E(X)*E(Y)-2E(X)=5

33. 圆内接三角形是锐角三角形概率是多少（）

答：三角形的三点在圆上的位置是等概率的。这种任意位置组成的三角形中，最大的那个角必定大于等于60度，因此满是三角形是锐角的变化范围是60-90度，钝角的范围是90-180度（90-60）/（180-60）=1/4

34. 黑白球各5000个，每次从其中取两个出来，若同色，则放回一个黑球，否则放回一个白球，问最后剩下的是黑球的概率是多少?

100%

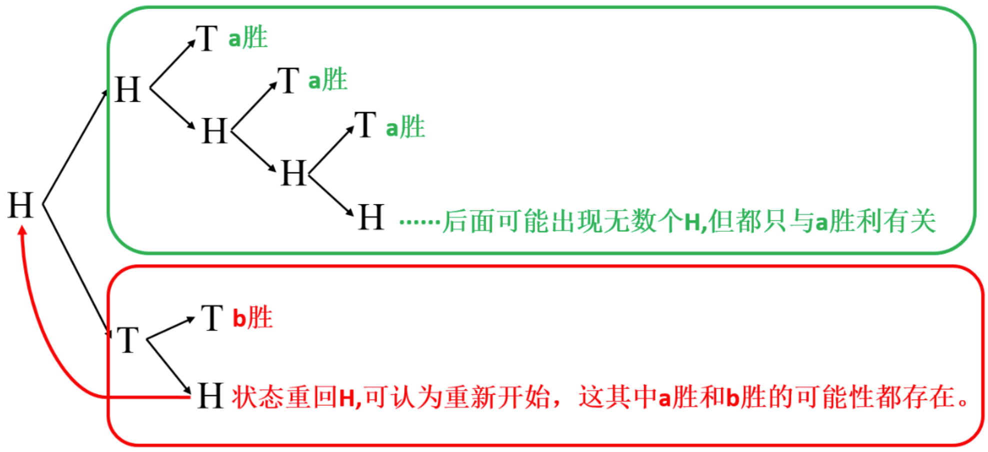
答：取出2个黑球：白球不变，黑球个数减1

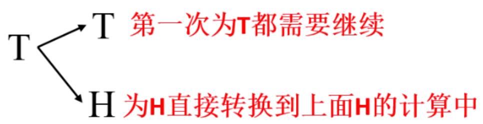
取出2个白球：白球个数减2，黑球个数加1

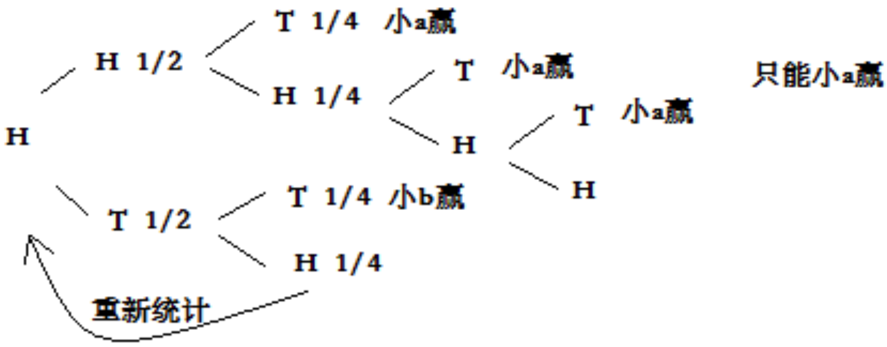
取出1黑1白：白球不变，黑球个数减1

也就是说，白球的个数 不是减2就是不变，所以白球的个数一直为偶数，5000，4998，.....2,0,也就是说，如果最后剩下了一个球，那么这个球绝对不可能是白球，只能是黑球，所以剩下的是黑球的概率是100%。

35. 小a和小b一起玩一个游戏，两个人一起抛掷一枚硬币，正面为H，反面为T。两个人把抛到的结果写成一个序列。如果出现HHT则小a获胜，游戏结束。如果HTT出现则小b获胜。小a想问一下他获胜的概率是多少?







因为游戏需要分出胜负，不存在平局，所以**p(a)+p(b)=1**，并且由上图知**b**胜利的状态更单一，故先计算**b**胜利的概率，再转换为**a**胜利的概率会简单一些。

$$p(\mathrm{b})=\sum_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}*\frac{1}{2}+(\frac{1}{2}*\frac{1}{2})*(\frac{1}{2}*\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}*\frac{1}{2})*(\frac{1}{2}*\frac{1}{2})*(\frac{1}{2}*\frac{1}{2})+\cdots+(\frac{1}{2}*\frac{1}{2})^{n}\right)$$

$$=\sum_{n\to\infty}\left(\frac{1}{4}+(\frac{1}{4})^{2}+(\frac{1}{4})^{3}+\cdots+(\frac{1}{4})^{n}\right)$$

$$=\left.\frac{\frac{1}{4}*(1-(\frac{1}{4})^{n})}{1-\frac{1}{4}}\right|_{n\to\infty}=\frac{1}{3}$$

$$p(\mathrm{a})=1-p_{b}=\frac{2}{3}$$

36. 有1,2,3,……无穷个格子，你从1号格子出发，每次1/2概率向前跳一格，1/2概率向前跳两格，走到格子编号为4的倍数时结束，结束时期望走的步数为____。

答： 还是设f(i)表示在第i号格子上时，期望再走多少步结束。

则从1号开始走，我们的目标是求f(1)

f(1) = 0.5 * (1 + f(2)) + 0.5 * (1 + f(3))　　　　即有0.5概率走一步到2号，0.5概率走两步到3号

f(2) = 0.5 * (1 + f(3)) + 0.5 * (1 + f(4))　　　　即有0.5概率走一步到3号，0.5概率走两步到4号(结束)

f(3) = 0.5 * (1 + f(4)) + 0.5 * (1 + f(1))　　　　即有0.5概率走一步到4号，0.5概率走两步到5号(5号即可看做1号)

f(4) = 0　　　　走到4号就结束了，故为0

可以解上述方程，得f(1) = 18/5.

37. 一个骰子，6面，1个面是 1， 2个面是2， 3个面是3，问平均掷多少次能使1、2、3都至少出现一次

https://blog.csdn.net/tianmohust/article/details/11714665