財團法人中華民國
證券暨期貨市場發展基金會
SECURITIES & FUTURES INSTITUTE

債券市場理論與實務(五版)

丁紹曾 簡忠陵 合著

第三章 債券評價分析

2008/06

第一節 債券評價之基本觀念

貨幣的時間價值—複利與年金

1.單利與複利

2.終值與現值: 一項投資在未來的價值，稱爲終值(Future Value, FV)；若知道某項投資的未來價值，目前要投資多少金額，該投資金額稱爲現值(Present Value, PV)。

3.普通年金與到期年金: 年金(Annuity)係指連續定期收受(或支付)定額之給付，普通年金(Ordinary Annuity)係指每期期末收受(或支付)之年金，到期年金(Due Annuity)則指每期期初收受(或支付)之年金。

單利終值

到期之利息爲 $P \times i \times n$

到期之本利和爲 $FV = P + P \times i \times n = (1 + i \times n)$

其中 P 爲本金，i 爲利率，n 爲期數，FV 爲終值

複利終值

n年後複利計算之本利和爲 $FV = P \times (1+i)^n$

複利計算之利息爲 $P \times (1+i)^n - P = P \times [(1+i)^n - 1]$

若每年付息次數不止一次，則其未來價值的公式需要調整利率(i)與期數(n)，利率需要除以每年付息次數(m)，期數則需乘以每年付息次數。

複利終值

到期本利和爲$P \times (1+\frac{i}{m})^{m \times n}$

到期利息爲 $P \times (1+\frac{i}{m})^{m \times n} - P = P \times \left[(1+\frac{i}{m})^{m \times n} - 1\right]$

其中 P 爲本金，i 爲利率，n 爲期數，m 爲每一年付息次數

- 複利現值

複利現值之公式 $P = \dfrac{FV}{(1+i)^n}$

- 普通年金終值

$$FV = \frac{A \times [(1+i)^n - 1]}{i}$$

FV爲終值，A爲年金，i爲利率，n爲期數

到期年金終值

$$FV = \frac{A \times (1+i) \times [(1+i)^n - 1]}{i}$$

普通年金現值

$$PV = \frac{A \times [(1+i)^n - 1]}{i \times (1+i)^n}$$

到期年金現值

$$PV = \frac{A \times [(1+i)^n - 1]}{i \times (1+i)^{n-1}}$$

第二節 債券評價方法

普通債券評價方法

$$P = \sum_{t=1}^{n} \frac{C}{(1+YTM)^{t}} + \frac{F}{(1+YTM)^{n}}$$

P：債券價格

C：每期之票面利息

F：債券到期之面額

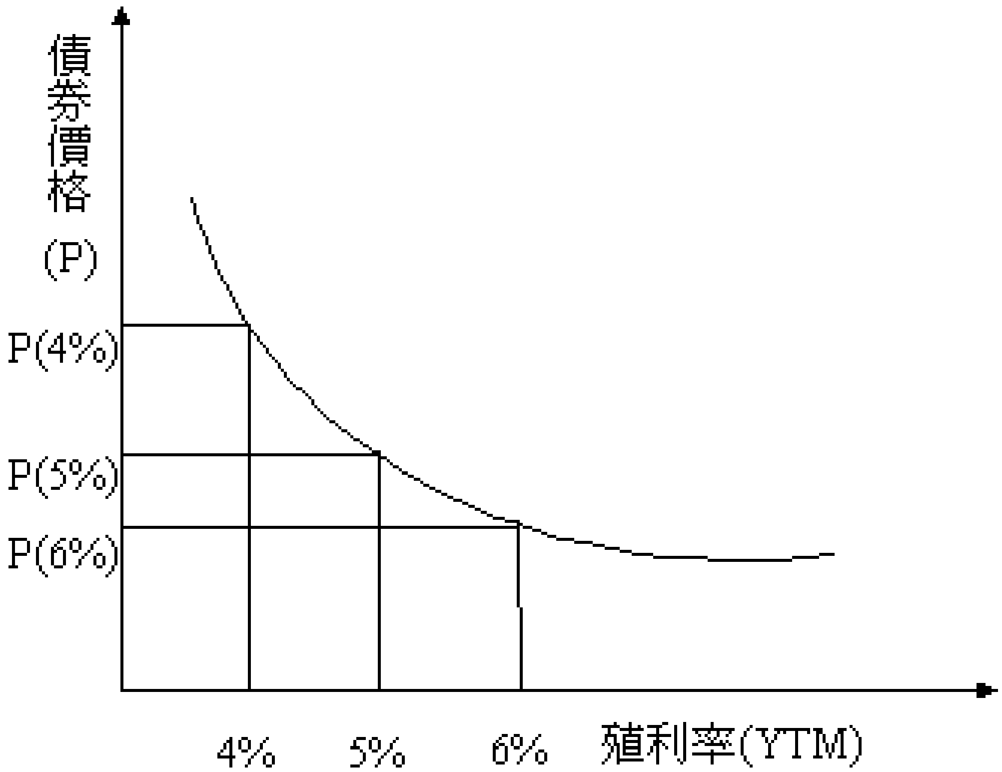
n：期數

YTM(Yield to Maturity)：到期殖利率

到期殖利率(YTM)與票面利率(Coupon Rate)關係

債券價格	關係
平價	票面利率=當期殖利率=到期殖利率
折價	票面利率<當期殖利率<到期殖利率
溢價	票面利率>當期殖利率>到期殖利率

債券價格與到期殖利率之關係



溢價攤銷-利息法

溢價攤銷表─利息法

	A	B=面額x5%	C=Ax4%	D=B-C	E=A-D	F=C/A
年度	期初餘額	借：現金	貸：利息收入	貸：溢價攤銷	期末餘額	報酬率
97	102,775,091	5,000,000	4,111,004	888,996	101,886,095	4.000%
98	101,886,095	5,000,000	4,075,444	924,556	100,961,539	4.000%
99	100,961,539	5,000,000	4,038,462	961,539	100,000,000	4.000%

溢價攤銷-直線法

溢價攤銷表－直線法

	A	B=面額x5%	C=B-D	D=溢價金額/3	E=A-D	F=C/A
年度	期初餘額	借：現金	貸：利息收入	貸：溢價攤銷	期末餘額	報酬率
97	102,775,091	5,000,000	4,074,970	925,030	101,850,061	3.965%
98	101,850,061	5,000,000	4,074,970	925,030	100,925,031	4.001%
99	100,925,031	5,000,000	4,074,969	925,031*	100,000,000	4.038%

*尾差調整

折價攤銷-利息法

折價攤銷表－利息法

	A	B=面額x5%	C=Ax6%	D=B-C	E=A＋D	F=C/A
年度	期初餘額	借：現金	貸：利息收入	借：折價攤銷	期末餘額	報酬率
97	97,326,988	5,000,000	5,839,619	839,619	98,166,607	6.000%
98	98,166,607	5,000,000	5,889,996	889,996	99,056,603	6.000%
99	99,056,603	5,000,000	5,943,397*	943,397	100,000,000	6.000%

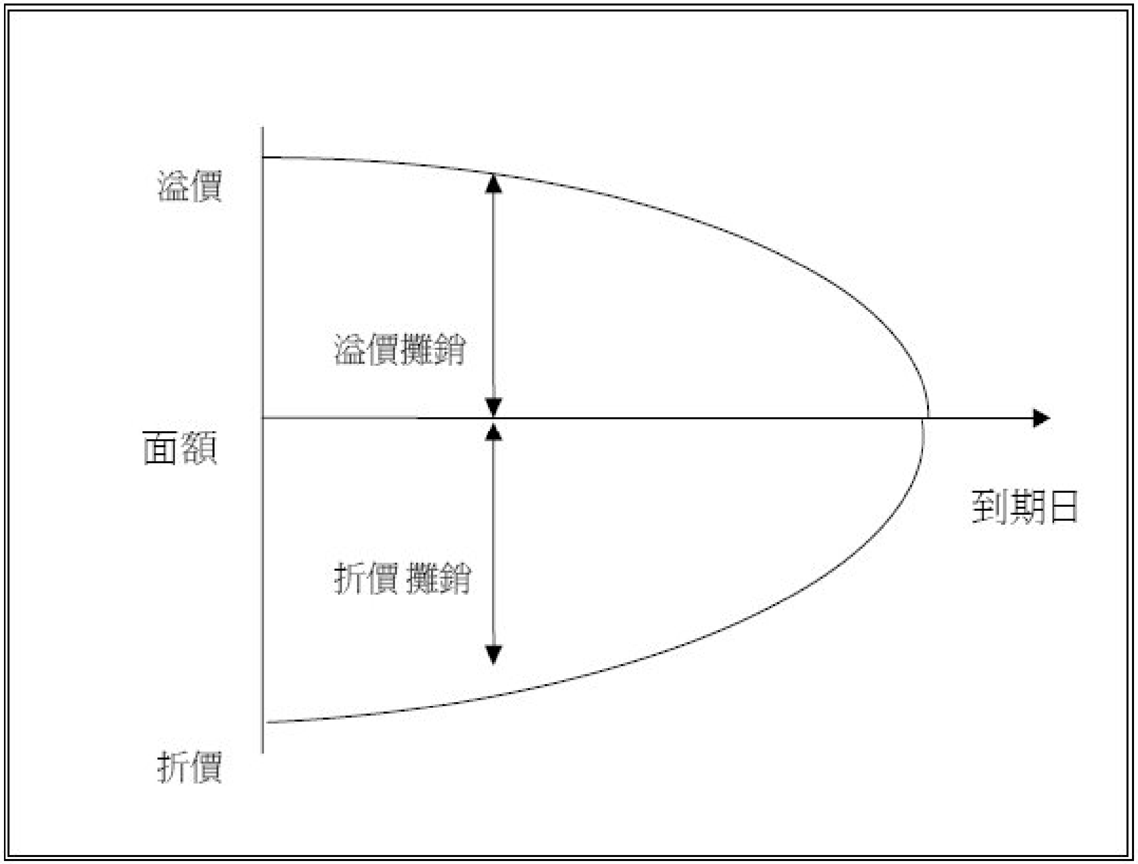
*尾差調整

折價攤銷-直線法

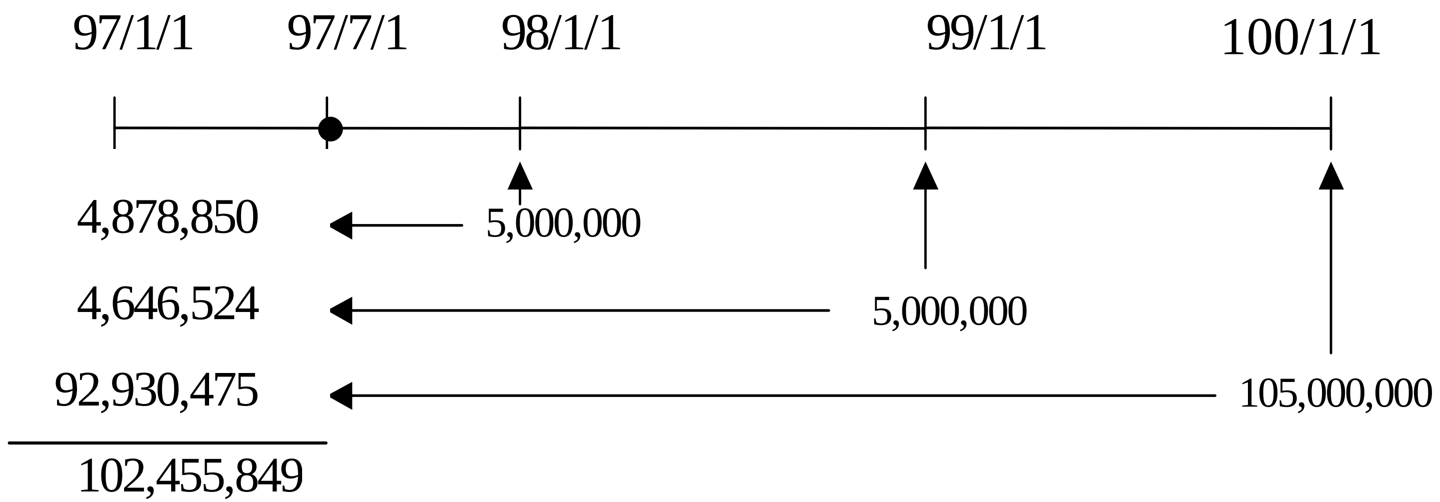
折價攤銷表－直線法

	A	B=面額x5%	C=B+D	D=溢價金額/3	E=A+D	F=C/A
年度	期初餘額	借：現金	貸：利息收入	借：折價攤銷	期末餘額	報酬率
97	97,326,988	5,000,000	5,891,004	891,004	98,217,992	6.053%
98	98,217,992	5,000,000	5,891,004	891,004	99,108,996	5.998%
99	99,108,996	5,000,000	5,891,004	891,004	100,000,000	5.944%

債券折、溢價與到期日關係



債券次級市場價格計算


97/1/1
97/7/1
98/1/1
99/1/1
100/1/1
4,878,850
5,000,000
4,646,524
5,000,000
92,930,475
105,000,000
102,455,849

債券次級市場價格之計算

- **含息價格(交割金額)**

$$102{,}455{,}849=\frac{5{,}000{,}000}{(1+5.0\%)^{\frac{184}{366}}}+\frac{5{,}000{,}000}{(1+5.0\%)^{1\frac{184}{366}}}+\frac{105{,}000{,}000}{(1+5.0\%)^{2\frac{184}{366}}}$$

- **除息價格(扣除應計利息價格)**
  - 前半年之應計債息

$$100{,}000{,}000\times 5\%\times\frac{182}{366}=2{,}486{,}339$$

  - 債券之除息價格爲含息價格扣除前半年之應計債息
    102,455,849－2,486,339=99,969,510
    （約當平價，因殖利率＝票面利率）

債券投資收益

- 債券之票面利息收入
- 資本利得(損失)
- 再投資收益

債券投資收益： 再投資收益＝到期殖利率

債券之票面利息收入	$	15,000,000*
資本利得		2,673,012**
再投資收入		918,000***
合　　計	$	18,591,012

* 債券之票面利息收入=100,000,000×5%×3(年)=15,000,000

** 資本利得=100,000,000－97,326,988=2,673,012

***再投資收入，依普通年金計算

$$=\frac{5{,}000{,}000\times[(1+6\%)^3-1]}{0.06}-15{,}000{,}000=918{,}000$$

驗算持有期間之年度報酬率= $\sqrt[3]{1+\dfrac{18{,}591{,}000}{97{,}326{,}988}}-1=6\%$

【例】：97年1月1日按殖利率6%買進甲公司債(成本97,326,988元)，並持有至到期日為例，其到期之總收益為何？

債券投資收益:
再投資收益≠到期殖利率且到期前處分債券

債券之票面利息收入	$	10,000,000*
資本利得		2,673,012**
再投資收入		200,000***
合　計	$	12,873,012

* 債券之票面利息收入=100,000,000×5%×2(年)=10,000,000

** 資本利得

$$=\frac{105{,}000{,}000}{1+5.0\%}-97{,}326{,}988$$

$$=100{,}000{,}000-97{,}326{,}988=2{,}673{,}012$$

***再投資收入爲5,000,000×4%=200,000

持有期間之年度報酬率 $\sqrt{1+\frac{12{,}873{,}012}{97{,}326{,}988}}-1=6.41\%$

【例】：以殖利率6%買進甲公司債(成本97,326,988元)於二年後(99年1月1日)出售，出售時殖利率為5%，且再投資報酬率為4%，則該段期間之總報酬及年度收益率為何？

特殊債券評價

- 永續債券

係指債券並沒有到期日，每期只有領取利息 。

$$P = \frac{F \times c}{YTM}$$

P爲債券價格，F爲面額，c爲票面利率，

YTM爲要求報酬率

附買回權債券(Callable Bond)

$$P=\sum_{t=1}^{c}\frac{C}{(1+YTC)^{t}}+\frac{P_{c}}{(1+YTC)^{c}}$$

P爲債券價格，Pc爲債券買回金額，c爲距買回期數，C爲票面利息，YTC爲買回收益率。

附賣回權債券(Puttable Bond)

$$P = \sum_{t=1}^{P} \frac{C}{(1+YTP)^t} + \frac{P_P}{(1+YTP)^P}$$

P爲債券價格，PP爲債券賣回金額，p爲距賣回期數，C爲票面利息，YTP爲賣回收益率。

浮動利率債券

發行條件

發行日: 97/6/10

到期日: 102/6/10

票面利率: 80天CP rate(利率)+0.2%

票面利率重設: 每期之起息日重設該債券之票面利率

計、付息方式: 每半年單利計、付息一次(6/10,12/10)

還本方式: 到期一次還本

反浮動利率債券

發行條件

發行日: 97/6/10

到期日: 102/6/10

票面利率: Max (7.25%-180天次級CP rate , 0%)

票面利率重設: 每期之起息日重設該債券之票面利率

計、付息方式: 每半年單利計、付息一次(6/10,12/10)

還本方式: 到期一次還本

常用之殖利率與收益率

- 當期殖利率

$$當期殖利率=\frac{面額\times票面利率}{債券價格}$$

- 到期殖利率

依債券價格計算公式：$P=\sum_{t=1}^{n}\frac{C}{(1+YTM)^t}+\frac{F}{(1+YTM)^n}$

即可求出YTM

買回收益率

$$P = \sum_{t=1}^{c} \frac{C}{(1+YTC)^t} + \frac{P_c}{(1+YTC)^c}$$

賣回收益率

$$P = \sum_{t=1}^{P} \frac{C}{(1+YTP)^t} + \frac{P_c}{(1+YTP)^c}$$

投資組合收益率

債券別	票面利率	到期年數	面額	收益率	成本
A	3.0%	2	20,000	2.5%	20,193
B	4.0%	3	5,000	4.0%	5,000
C	7.0%	5	2,000	7.5%	1,960
合計					27,153

	0	1	2	3	4	5
A券	20,193	600	20,600			
B券	5,000	200	200	5,200		
C券	1,960	140	140	140	140	2,140
投資組合	27,153	940	20,940	5,340	140	2,140

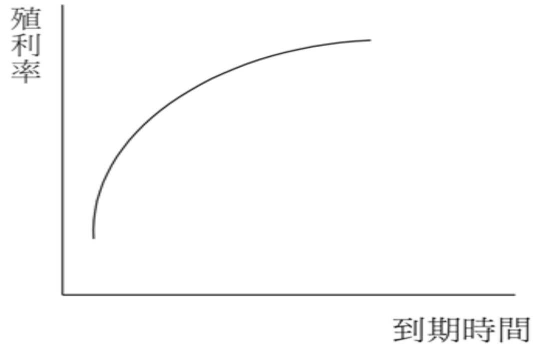
投資組合收益率

$$27{,}153=\frac{940}{(1+YTM)^{1}}+\frac{20{,}940}{(1+YTM)^{2}}+\frac{5{,}340}{(1+YTM)^{3}}$$

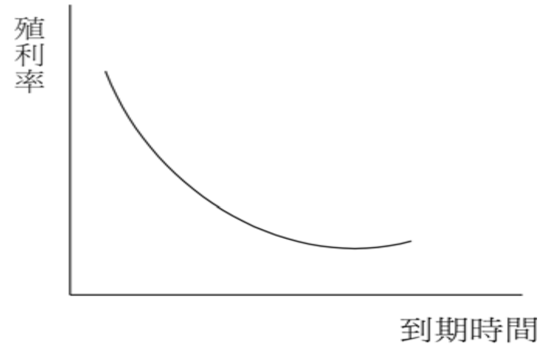
$$+\frac{140}{(1+YTM)^{4}}+\frac{2{,}140}{(1+YTM)^{5}}$$

$YTM=3.57\%$

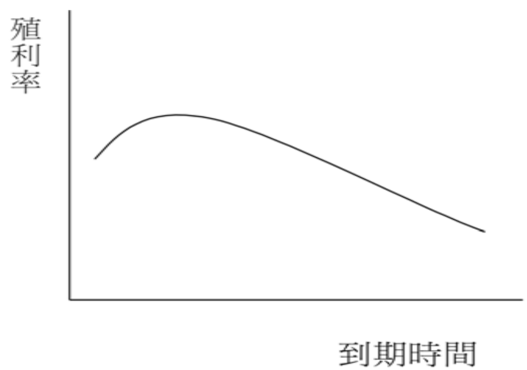
第三節 債券殖利率曲線



1 .向上傾斜



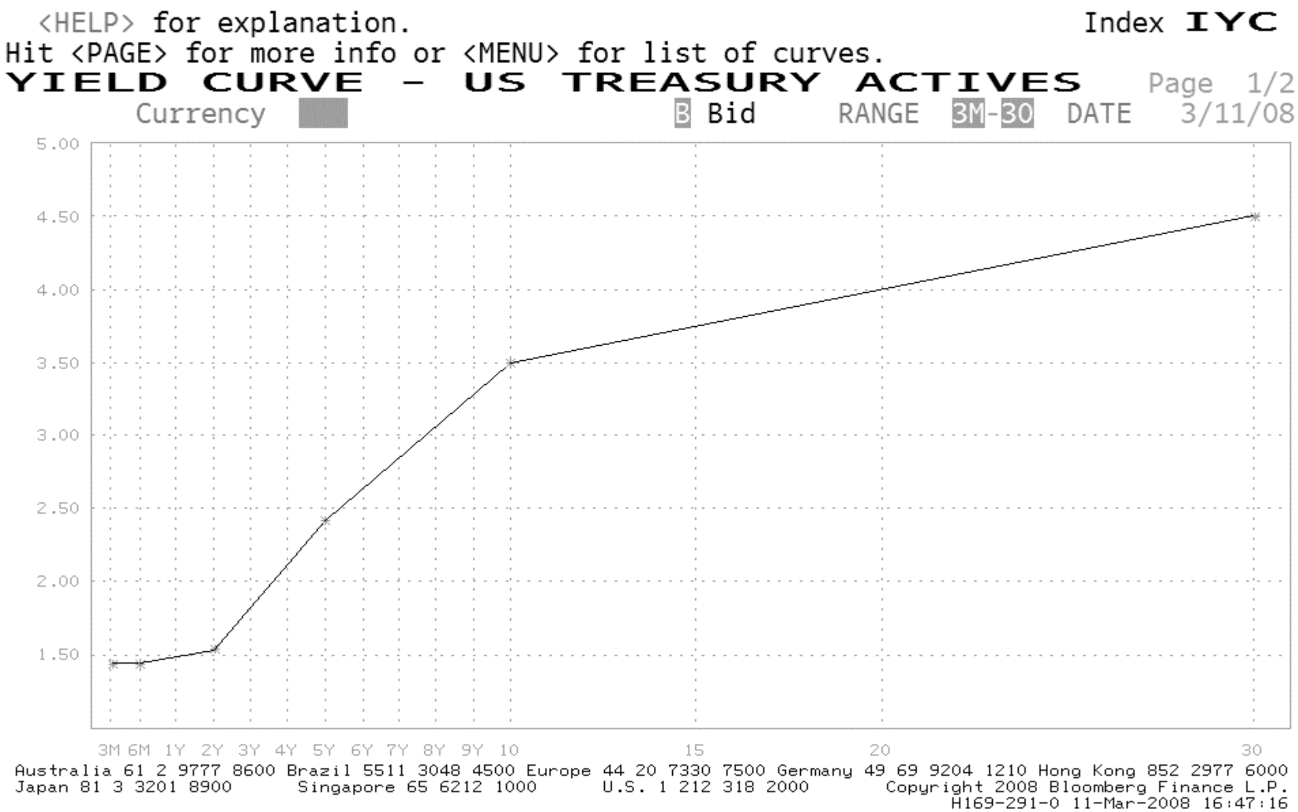
2 .向下傾斜



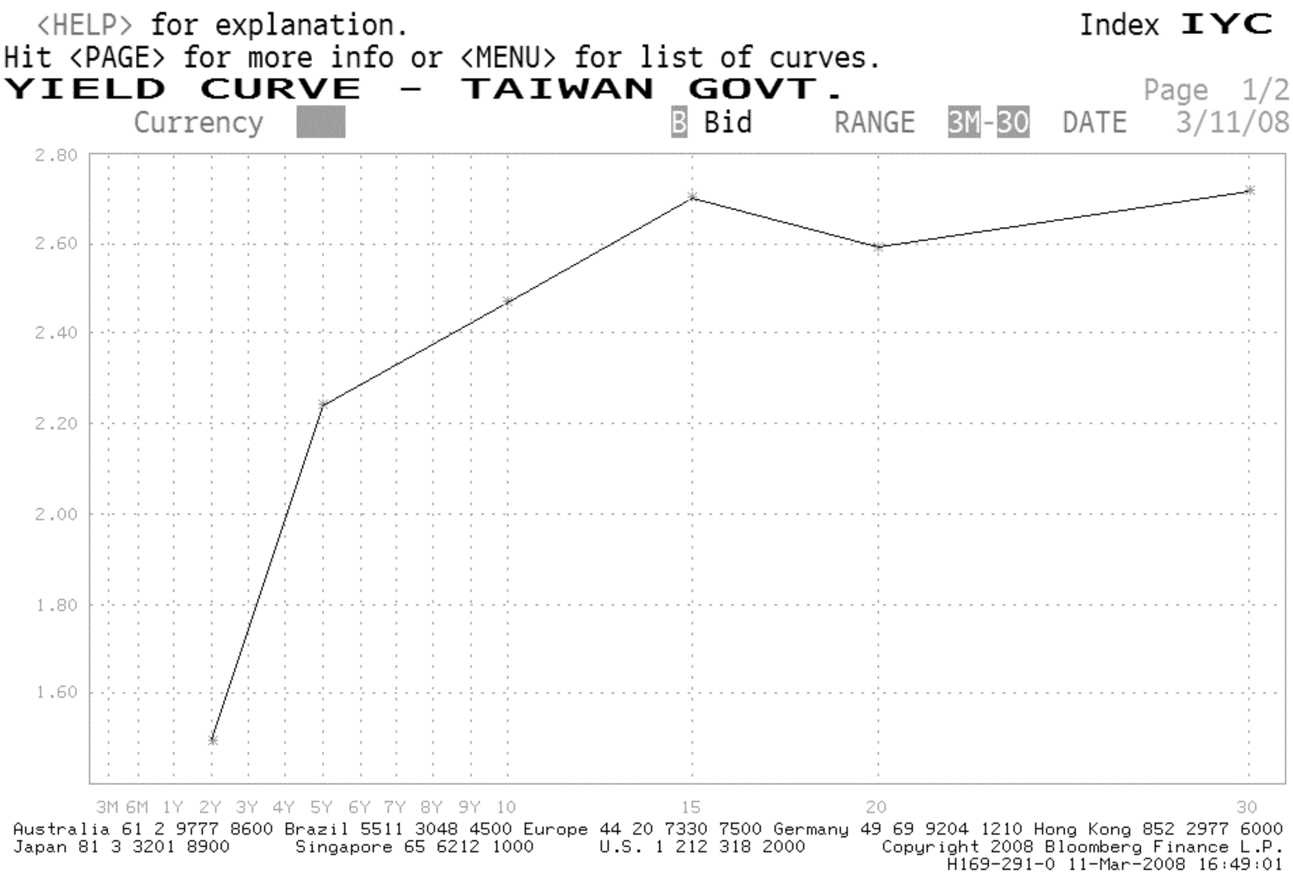
3.起伏狀

4.水平狀

美國公債殖利率曲線型態



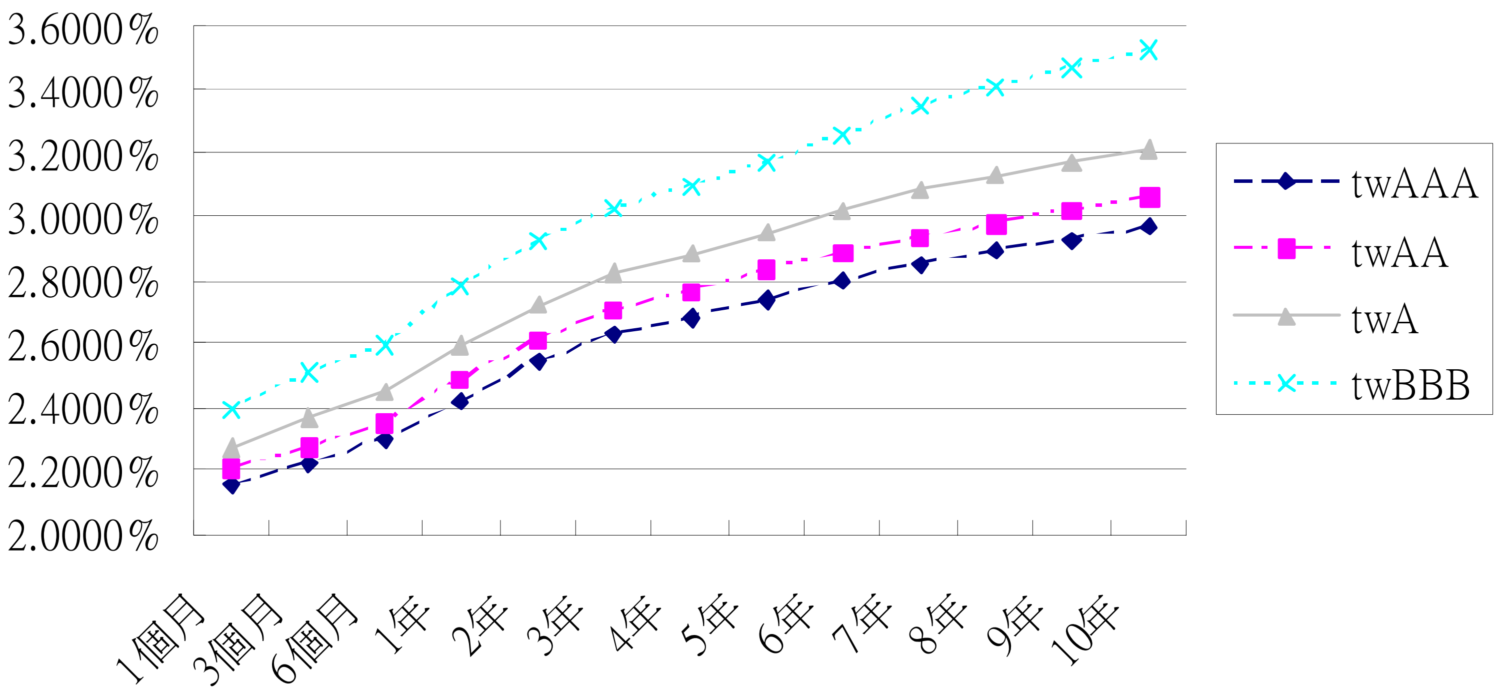
我國公債殖利率曲線型態



即期(零息)殖利率曲線

- 說明到期日與零息債券殖利率的關係。
- 拔靴法(Bootstrapping)

不同信用等級之公司債參考殖利率曲線



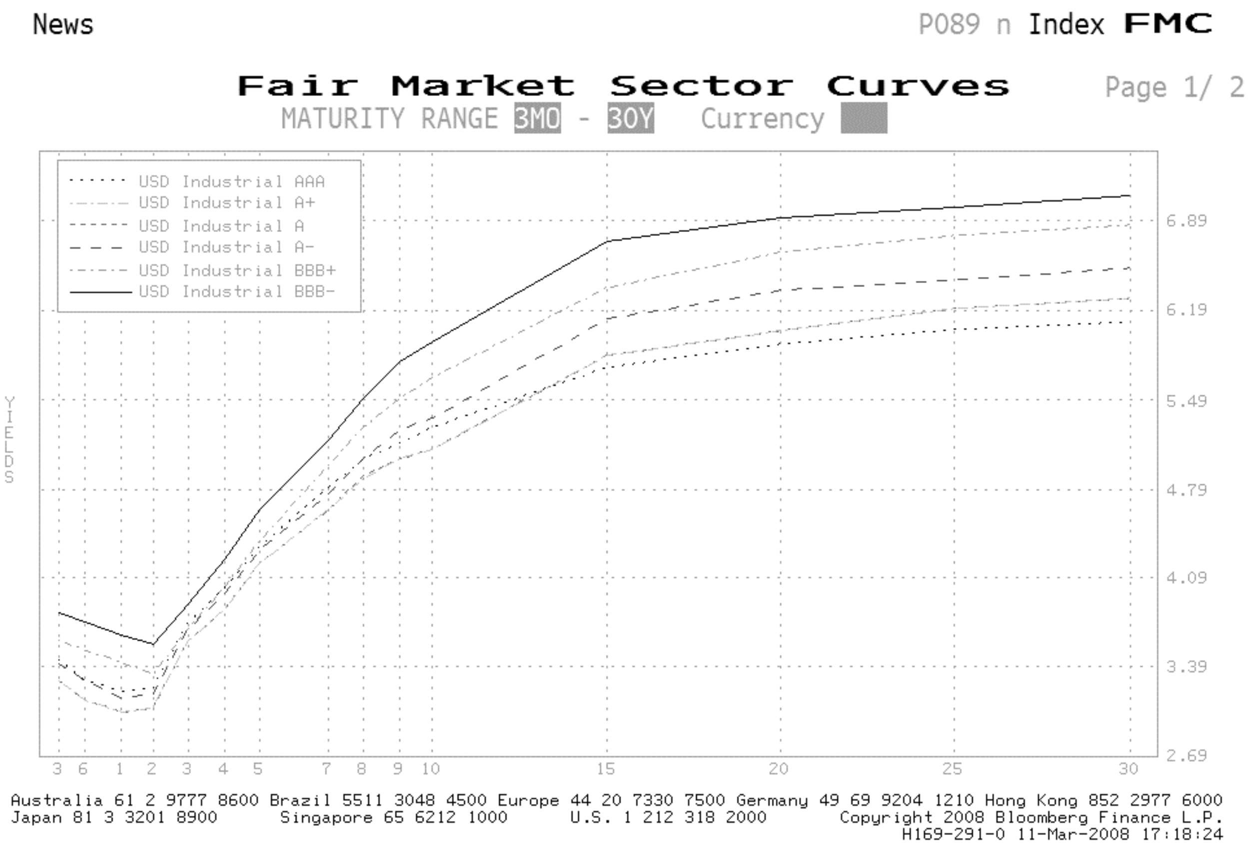
利率期間理論

- 市場區隔理論
(Market Segmentation Theory, MST)

- 不偏預期理論
(Unbiased Expectations Theory, UET)

- 流動性偏好理論
(Liquidity Preference Theory, LPT)

- 公司債殖利率之決定
  - 由圖可看出信用等級越差者，其殖利率曲線越陡峭，即其信用利差(Credit Spread)越大。


News
P089 n Index FMC
Fair Market Sector Curves
Page 1/ 2
MATURITY RANGE 3MO - 30Y
Currency
USD Industrial AAA
USD Industrial A+
USD Industrial A
USD Industrial A-
USD Industrial BBB+
USD Industrial BBB-
YIELDS
6.89
6.19
5.49
4.79
4.09
3.39
2.69
3 6 1 2 3 4 5 7 8 9 10 15 20 25 30
Australia 61 2 9777 8600 Brazil 5511 3048 4500 Europe 44 20 7330 7500 Germany 49 69 9204 1210 Hong Kong 852 2977 6000
Japan 81 3 3201 8900 Singapore 65 6212 1000 U.S. 1 212 318 2000 Copyright 2008 Bloomberg Finance L.P.
H169-291-0 11-Mar-2008 17:18:24

遠期利率之預測

- 假設投資於一年期零息公債的即期利率是5%，而目前市場上二年期零息公債的即期利率是5.5%，則一年後之一年期利率是多少？

$$P\times(1+5\%)\times(1+f_{1,2})=P\times(1+5.5\%)^2$$

$$f_{1,2}=\frac{(1+5.5\%)^2}{1+5\%}-1$$

$$f_{1,2}=6.00\%$$

第四節 債券價格敏感度分析

存續期間(Duration)

$$D_{mac}=\frac{\sum_{t=1}^{n} CF_t \times DF_t \times t}{\sum_{t=1}^{n} CF_t \times DF_t}=\frac{\sum_{t=1}^{n} PV_t \times t}{\sum_{t=1}^{n} PV_t}$$

CF：各期現金流量; DF：各期現金流量之折現因子

N ：現金流量發生之期數

以年爲基礎之存續期間

$$\frac{\text{按期數計算之存續期間 }(D_{mac})}{\text{每年的付息次數}}$$

附息債券之存續期間

- 假設3年期債券面額1,000元，票面利率8%，殖利率10%，每年付息一次，到期還本，則此債券存續期間爲多少？

期數(t)	現金流量	現值(PV)	$\frac{PV_t}{\sum_{t=1}^{n} PV_t}$ 權數	$\frac{PV_t \times t}{\sum_{t=1}^{n} PV_t}$
(A)			(B)	$(=A \times B)$
1	80	72.73	7.65%	0.0765
2	80	66.12	6.96%	0.1392
3	1,080	811.42	85.39%	2.5617
合計		950.27	100.00%	2.7774

附息債券之存續期間

若付息方式改為半年付息一次，其存續期間？

期數(t)	現金流量	現值(PV)	$\frac{PV_t}{\sum_{t=1}^{n} PV_t}$ 權數	$\frac{PV_t \times t}{\sum_{t=1}^{n} PV_t}$
(A)			(B)	$(=A \times B)$
1	40	38.10	4.01%	0.0401
2	40	36.28	3.82%	0.0764
3	40	34.55	3.64%	0.1092
4	40	32.91	3.47%	0.1388
5	40	31.34	3.30%	0.1650
6	1,040	776.06	81.76%	4.9056
合計		949.24	100.00%	5.4351

換算年之存續期間=5.4351/2=2.7176

附息債券之存續期間

由上例可看出:

1. 在相同條件之債券，半年付息一次之債券，存續期間較一年付息一次之債券短，即同一期間付息次數越多，則其存續期間越短。
2. 票面利率越高，存續期間越短。

零息債券的存續期間

設有一零息債券面額1,000元，3年後到期還本付息，殖利率為10%，則其存續期間為何？

期數(t)	現金流量	現值(PV)	$\frac{PV_t}{\sum_{t=1}^{n} PV_t}$ 權數	$\frac{PV_t \times t}{\sum_{t=1}^{n} PV_t}$
(A)			(B)	$(=A \times B)$
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	1,000	751.31	100.00%	3.00
合計		751.31	100.00%	3.00

零息債券的存續期間

零息債券存續期間恰爲其到期日，由於零息債券之到期前並不付息，到期前之權數爲0，故零息債券的存續期間必等於到期期間。

修正的存續期間(Modified Duration)

$$MD = \frac{D_{mac}}{1 + r}$$

r：債券殖利率

$$債券價格變動比例 = -\frac{D_{mac}}{1+r} \times 殖利率變動量$$

$$= -MD \times 殖利率變動量$$

修正的存續期間(Modified Duration)

【例】

假設持有一債券面額100,000,000元，5年後到期，票面利率爲10%，持有收益率爲8%(買入價格爲107,985,420)，現因利率下跌至7.9%，則目前債券價格爲多少？若利率上揚至8.1%時，則目前債券價格變動及其價格是多少？

修正的存續期間(Modified Duration)

利率	依債券評價方法計算之價格	與利率 8%之價格差異(A)	依修正存續期間估計之差異(B)	實際與估計之差異(A)-(B)
7.9%	108,406,837	421,417	420,312	1,105
8.0%	107,985,420	0	0	0
8.1%	107,566,197	-419,223	-420,312	1,089

⇒在利率變動相同幅度下(0.1%)，似乎利率下跌時對債券價格影響(421,417元)大於利率上揚時對債券價格影響(419,223元)，此乃債券凸性因素所造成。

金額的存續期間(Dollar Duration)

$= MD \times$債券成本

DV01(PVBP)

- DV01(Dollar Value of a Basis Point)或PVBP(Price Value of a Basis Point):

  皆指利率變動一個基本點(1bp，0.01%)時，對債券價格之變動金額。

- 金額的存續期間×0.01%＝*MD*×債券成本×0.01%

債券投資組合的存續期間 (Duration of Portfolio)

$$D_p = \sum_{i=1}^{n} w_i \times D_i$$

D_p ：投資組合修正之存續期間

w_i ：第 i 種證券之權數

D_i ：第 i 種證券之修正存續期間

債券免疫

$$w_1 + w_2 + w_3 + \ldots\ldots + w_n = 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i \times D_i = D$$

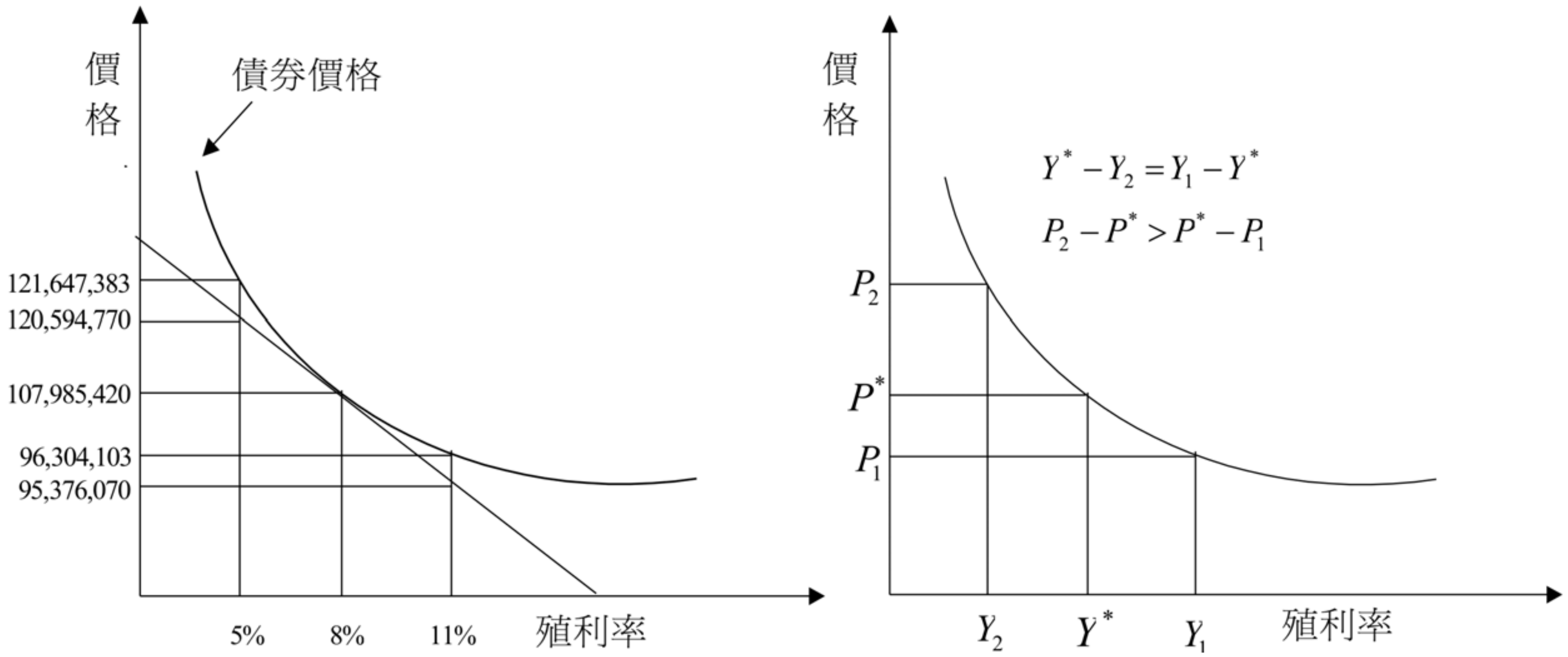
其中wi爲第i種證券之權數，Di爲第i種證券之存續期間，D爲投資者所需之存續期間。

持有非零息債券時，若利率上揚時，則債券價格會下跌，但再投資之報酬會上升；反之，當利率下跌時，債券價格會上升，但再投資報酬會下降。因此債券免疫操作乃是利用利率波動對債券價格與再投資間之有相互抵銷補償之關係來規避利率風險。

債券免疫的假設

- 利率之變動會使得殖利率曲線平行移動：
  即利率之變動對長短券所造成之影響是一致的。
- 沒有違約與贖回之風險：
  即債券發行者不會有倒閉風險或提前贖回之風險。
- 債券可以無限制分割：
  即債券可分割至所需之購買單位。

債券的凸性 (Convexity)



債券的凸性

在不考慮債券凸性因素的影響下，利率上漲或下跌對債券價格影響的幅度將是一樣的，但考慮債券凸性因素後，利率下跌使債券價格上漲的幅度，將高於利率上漲使債券價格下跌的幅度。

凸性係數

$$Convexity = \frac{\sum_{t=1}^{n} CF_t \times DF_t \times t \times (t+1)}{(1+r)^2 \times \sum_{t=1}^{n} CF_t \times DF_t}$$

凸性係數

$$\text{以年爲基礎之債券凸性係數} = \frac{\text{以期爲基礎之凸性係數}}{\text{每年付息次數}^2}$$

第五節 債券五大定理

- 債券價格與收益率呈反向變動
- 長期債券對價格的敏感度高於短期債券
- 收益率下降對債券價格變動的影響幅度大於收益率上揚的影響幅度
- 債券價格變動的敏感度隨到期日趨近而遞減
- 低票面利率之債券價格對收益率的敏感度高於高票面利率