מבודדים טופולוגיים הם פאזה חדשה של חומר המאופיינת בנפח מבודד ובקצוות מוליכים לחלוטין. הם היו בחזית הפיזיקה של חומר מעובה בעשור האחרון ובזמן האחרון עוררו השראה להופעת פאזות טופולוגיות במערכות גלים קלאסיות רבות, כגון מיקרוגלים, פוטוניקה, אקוסטיקה ועוד. פוטוניקה במיוחד הפכה לפלטפורמה מתקדמת לחקר כל סוגי הפאזות הטופולוגיות, החל מאפקט הול ספין קוונטי, מבודדים טופולוגיים של פלוקה, מבודדים טופולוגיים גבישיים ואפקט הול בעמק; ועד למערכות טופולוגיות שחסרות מחזוריות, כגון קוואזי-גבישים טופולוגיים ואפילו מבודדים טופולוגיים של אנדרסון, שבהם הטופולוגיה נגרמת על ידי אי-סדר. עד כה, כל המחקרים על מבודדים טופולוגיים חקרו מערכות בממדים שלמים (פיזית, 2D או 3D) עם נפח וקצוות מוגדרים היטב. עם זאת, הממדים הפיזיים לא תמיד מגדירים את הממדים שבהם מערכת מתפתחת: חלק מהמבנים הם בעלי ממד לא שלם (פרקטלי), למרות שהם נמצאים בתחום 2D או 3D. קיומן של מערכות עם ממדים פרקטליים מעלה סדרה של שאלות מרתקות בהקשר של פיזיקה טופולוגית. לדוגמה, האם אפשר לממש מצבי קצה טופולוגיים בממדים פרקטליים? יתר על כן, מבנים פרקטליים נוטים לכלול חורים, אז האם ניתן למצוא מצבי קצה טופולוגיים סביב כל חור במערכת או רק בגבול החיצוני? באופן אינטואיטיבי, אפשר לחשוב שאין מצבי קצה טופולוגיים כי הסריגים הפרקטליים שלנו לעיתים קרובות אינם מכילים נפח כלל, ולכן אי אפשר להסתמך על הקורלציה בין הנפח לקצה כדי לחזות מצבי קצה טופולוגיים בסריגים פרקטליים. זה מעלה שאלה עמוקה יותר: האם יש קורלציה בין הנפח לקצה כאשר המבנה הפרקטלי למעשה מורכב מחורים בתוך הנפח.

כאן, אנו חוקרים את הפאזה הטופולוגית של פלוקה הפוטונית בסריג פרקטלי המונע באופן מחזורי. סריג זה מתבסס על גביש פוטוני פרקטלי [הגסקה של סרפינסקי (SG)] המורכב ממדריכי גל הליקליים המחוברים באופן מתפשט, שניתן לממש בטכנולוגיית כתיבה בלייזר פמטושנייה. אנו מחשבים את הספקטרום הטופולוגי של פלוקה ומראים את קיומם של מצבי קצה טופולוגיים התואמים למספר צ'רן במרחב ממשי 1, שניתן לשלוט בהם על ידי הנעה מחזורית. אנו חוקרים את הדינמיקה של מצבי הקצה ואת החוסן שלהם בסימולציות בסריג SG הפרקטלי ומוצאים שחבילות גלים המורכבות ממצבי קצה טופולוגיים מתפשטות לאורך הקצה החיצוני ללא חדירה לנפח וללא החזרה לאחור אפילו בנוכחות אי-סדר ופינות חדות. באופן דומה, מצבי הקצה הטופולוגיים הקשורים לקצוות פנימיים בסריג הפרקטלי מציגים תחבורה חסונה בכל פעם שהקצה הפנימי כולל שטח גדול מספיק. תוצאות אלו מרמזות שמבנים פרקטליים יכולים לפעול כמבודדים טופולוגיים, למרות היעדר מחזוריות והמבנים המורכבים בעיקר מחורים. לאחר מכן, אנו חוקרים תחבורה בסריג היברידי המשלב את הסריג הפרקטלי עם סריג חלת דבש ומוצאים שמצבי קצה טופולוגיים יכולים לעבור מסריג חלת הדבש לקצה של הסריג הפרקטלי ולהיפך, שם הם מציגים תחבורה מוגנת טופולוגית. תצפית זו מדגימה עוד שמצבי הקצה בסריג הפרקטלי תואמים ישירות לאותו מספר צ'רן כמו זה של סריג חלת דבש המונע על ידי אותה הנעה מחזורית. לבסוף, ניתן להשיג תוצאות דומות עם פלטפורמות פרקטליות אחרות: השטיח של סרפינסקי תחת סידור לא מחזורי, ואנו משערים שהמימושים התלת-ממדיים של גם ה-SG וגם השטיח של סרפינסקי גם הם יוצרים מצבי קצה טופולוגיים, וכך גם קוביות קנטור ואבק קנטור. לכן, התוצאות שלנו מציעות עושר של סוגים חדשים של מערכות טופולוגיות ויישומים חדשים, כגון שימוש בחוסן טופולוגי בשילוב עם הרגישות המוגברת של מערכות פרקטליות לחישה ובסביבות לא-הרמיטיות, לייזרים של מבודדים טופולוגיים בממדים פרקטליים.

נקודת ההתחלה שלנו היא ה-SG עם ממד האוסדורף df = ln 3 / ln 2 = 1.585. שקול סריג פוטוני של מדריכי גל הליקליים המחוברים באופן מתפשט, דומה ל-ref x Fig[1] מראה את הדורות האיטרטיביים של ה-SG. כפי שניתן לראות, הדור הראשון G(1) של ה-SG כולל תשעה מעגלים כחולים, המציינים את מיקומי מדריכי הגל ההליקליים. דור G(2) מורכב משלושה עותקים של G(1), החולקים שלושה קודקודים. בהתאם לכך, לסריג מדריכי הגל של G(2) יש 24 מדריכי גל המאורגנים כדור השני של ה-SG. באופן דומה, ל-(G(n יש שלושה עותקים של G(n − 1), החולקים שלושה אתרי פינה. מכאן ואילך, אנו מתמקדים בסריגים פרקטליים של דורות G(4) ו-G(5), ואנו משערים שהמסקנות שאנו מסיקים ממחקר זה תקפות לסריג ה-SG בכל דור. בחינת Fig[1] מגלה שכל האתרים בסריג הפרקטלי של ה-SG נמצאים על הגבולות, ואין אפילו אתר אחד שאינו נמצא על גבול—חיצוני או פנימי. לבסוף, כמו ב- ref x. , סריג זה מורכב ממדריכי גל הליקליים, שהוא שווה ערך לפוטנציאל מונע מחזורית שמציג שדה מד גאוסי מלאכותי A.

לבסוף, אנו חוקרים סריג היברידי המשלב את הסריגים הפרקטלי וחלת הדבש המחוברים יחד, כפי שמוצג ב-.Fig [5]. אנו משגרים חבילת גלים המורכבת ממצבי קצה טופולוגיים בצד חלת הדבש ומדמים את התפשטותה לתוך הצד הפרקטלי של הסריג. אם הסריג שלנו היה חלת דבש בלבד, חבילת גלים זו הייתה מתפשטת ללא פיזור לתוך הנפח וללא פיזור לאחור אפילו בנוכחות הפרעות (או פגמים)—כל עוד עוצמת ההפרעה (הפגם) אינה סוגרת את הפער הטופולוגי. עם זאת, הסריג שלנו כאן הוא היברידי: חצי חלת דבש, חצי פרקטל. לכן, ניסוי מספרי זה ישמש להראות האם (או לא) מצבי הקצה שמצאנו תומכים בהעברה מוגנת טופולוגית מחלת דבש לסריגים פרקטליים המודולרים על ידי אותה הליקיות. חבילת הגלים המשוגרת המוצגת ב-[5a] .Fig בנויה מסופרפוזיציה של מצבי קצה של סריג חלת הדבש. [5b–d] .Fig מציג את ההתפתחות, מציג את התפלגות עוצמת האור במרחקי התפשטות שונים Z =5, 10, 15 ס"מ. חבילת הגלים נעה לאורך הקצה של סריג חלת הדבש, עוברת את הפינה ללא פיזור, נכנסת לסריג הפרקטלי וממשיכה לנוע לאורך הקצה של הסריג הפרקטלי. לאורך כל ההתפשטות בסריג ההיברידי, חבילת הגלים נשארת מוגבלת לקצה, לא חודרת לתוך הנפח ולא מציגה פיזור לאחור. יתר על כן, הסימולציה ב-[5e–h] .Fig מראה שחבילת הגלים יכולה לעבור פגם בסריג הפרקטלי (מיקומו ניתן על ידי הנקודה הכחולה)—אתר עם הפרעה באתר בעוצמה 0.1 c0. סרטונים משלימים[#2]ו-[3]מראים התפשטות לטווח ארוך בסריג ההיברידי הזה, עם חבילת הגלים המקיפה את הסריג מספר פעמים. סרטון משלים[#4]מראה את התובלה עם חבילת הגלים המשוגרת בתחילה בסריג הפרקטלי. לבסוף, [S3] .Fig מראה את התפשטות חבילת הגלים בסריג היברידי שבו לשני הרכיבים יש מספרי צ'רן במרחב ממשי שונים שאינם אפס. בסריג חצי-פרקטלי לא תואם זה, הגל נע חלקית לאורך הקצה וחודר חלקית לתוך "הנפח" של הסריג הפרקטלי, מה שמצביע על כך שלמערכת זו אין הגנה טופולוגית. כלומר, כדי שמערכת חצי-פרקטלית היברידית תהיה טופולוגית, על הרכיבים שלה להיות בעלי אותו מספר צ'רן במרחב ממשי.

כפי שנאמר קודם, הממצאים שלנו כאן הם למעשה הקדמה לניסויים הקרובים בפלטפורמה פוטונית, אשר יספקו הוכחה ניסויית לכך שסריגים פרקטליים יכולים אכן להתנהג כמבודדים טופולוגיים. לכן, חיוני לבצע סימולציות דינמיקת גלים עם הפרמטרים הניסויים האמיתיים ולבחון את ההתפתחות. כפי שמוצג במידע משלים [S4] .Fig, אנו מדמים את דינמיקת הגלים של הדוגמה של הקישור ההדוק ב-[5] .Fig. סימולציות דינמיקת הגלים שלנו מראות התאמה טובה עם הסימולציות של הקישור ההדוק, מה שמרמז על כך שמה שאנו מציעים כאן נגיש ניסויית עם הטכנולוגיה הנוכחית.

לסיכום, הצענו מבודדים טופולוגיים פוטוניים של פלוקה בסריג פרקטלי והדגמנו תובלה חסינה לאורך הקצוות החיצוניים והפנימיים של הנוף הפרקטלי. הדגשנו את ההבדל בין סריגים פרקטליים מונעים (הליקליים) לבין סריגים עם אתרים חסרים באופן אקראי והראינו שסימטריות פרקטליות הן קריטיות לקיום תכונות טופולוגיות. לבסוף, הראינו שמצבי קצה טופולוגיים יכולים לעבור מקצה סריג חלת הדבש לקצה החיצוני של המבנה הפרקטלי (באותה כיווניות) כמעט ללא פיזור, למרות המעבר משני ממדים לממד פרקטלי. הפרמטרים ששימשו בעבודה זו נגישים בקלות לניסויים עם סריגים פוטוניים המיוצרים באמצעות כתיבה בלייזר ישיר. ניסויים אלה יכולים להיות המימוש הניסויי הראשון של מבודדים פרקטליים טופולוגיים.