

傅里叶变换与信号频谱图

本实验将简要介绍如何利用 FFT 函数描绘指定信号的频谱图像。

一、相关函数

1、FFT 函数

离散傅里叶（Fourier）变换函数。

【语法】

```
Y = fft(X)
```

```
Y = fft(X,n)
```

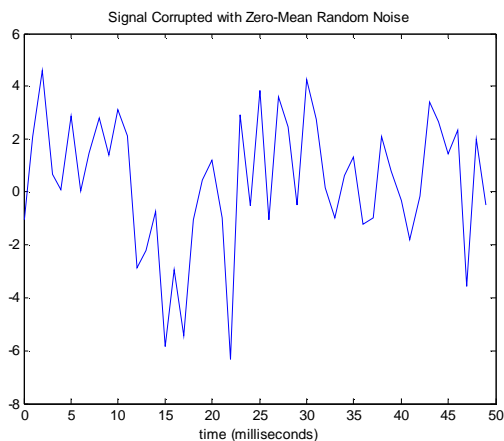
```
Y = fft(X,[],dim)
```

```
Y = fft(X,n,dim)
```

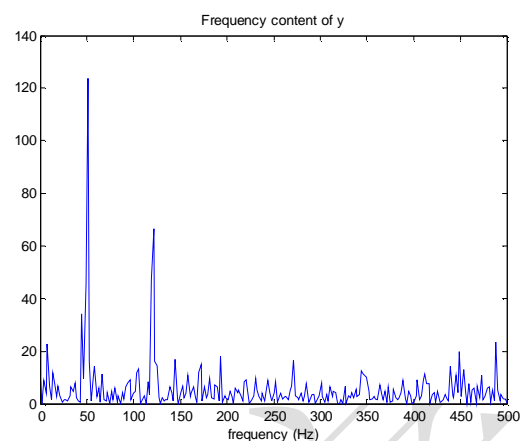
相关函数：IFFT(x)逆傅里叶变换。

【例 1】画出函数 $y(t)$ 的图像。

```
t = 0:0.001:0.6;  
x = sin(2*pi*50*t)+sin(2*pi*120*t);  
y = x + 2*randn(size(t));  
plot(1000*t(1:50),y(1:50))  
title('Signal Corrupted with Zero-Mean Random Noise')  
xlabel('time (milliseconds)')
```



例 1 图像



例 2 图像

【例 2】画出函数 $y(t)$ 的傅里叶变换图像。

```
Y = fft(y,512);
Pyy = Y.* conj(Y) / 512;
f = 1000*(0:256)/512;
plot(f,Pyy(1:257))
title('Frequency content of y')
xlabel('frequency (Hz)')
```

2、CONJ 函数

复数的共轭。如果 Z 是一个复数（组），则

$$\text{conj}(Z) = \text{real}(Z) - i \cdot \text{imag}(Z)$$

其中 $\text{real}(Z)$ 、 $\text{imag}(Z)$ 分别代表 Z 的实部和虚部。

二、频谱图像生成程序

1、 $f(t) = \sin(100\pi t)$ 的频谱图

【程序】

```
t = 0:.001:.25;
x = sin(2*pi*50*t)
y = x;
Y = fft(y,256);
Pyy = Y.*conj(Y)/256;
f = 1000/256*(0:127);
plot(f,Pyy(1:128));
title('Power spectral density');
xlabel('Frequency (Hz)');
```

【图像】

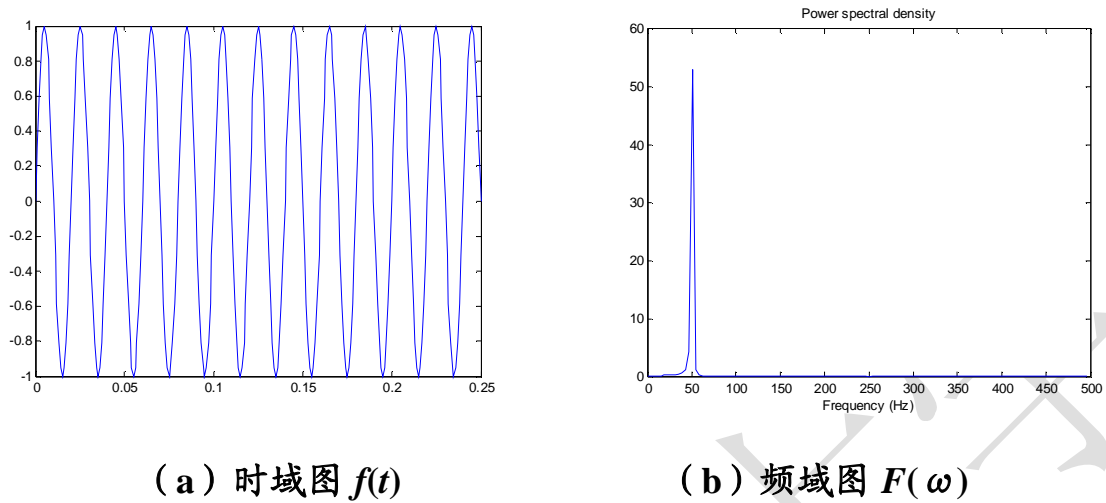


图 1 $\sin(100\pi t)$ 的频谱图

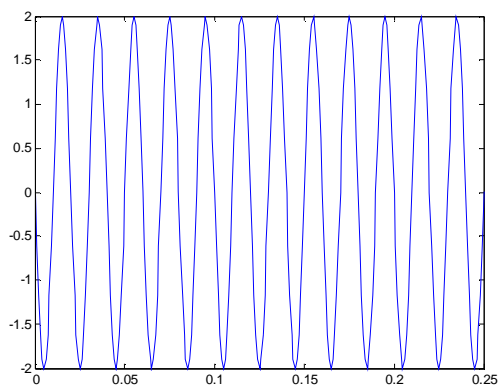
为便于处理，这里只画出信号频谱的正实部，虚部隐去。

2、 $f(t) = 2\sin(100\pi t + p)$ 的频谱图

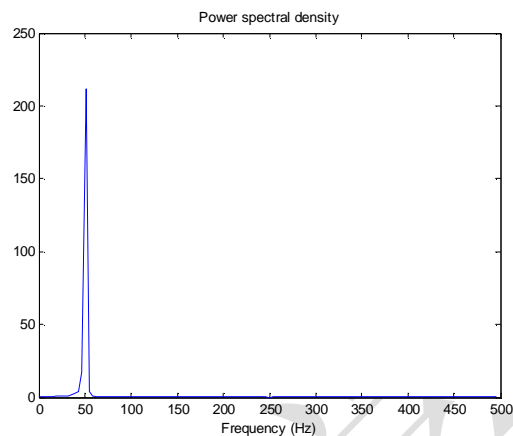
【程序】

```
t = 0:.001:.25;
x = 2*sin(2*pi*50*t+pi)
y = x;
Y = fft(y,256);
Pyy = Y.*conj(Y)/256;
f = 1000/256*(0:127);
plot(f,Pyy(1:128));
title('Power spectral density');
xlabel('Frequency (Hz)');
```

【图像】



(a) 时域图 $f(t)$



(b) 频域图 $F(\omega)$

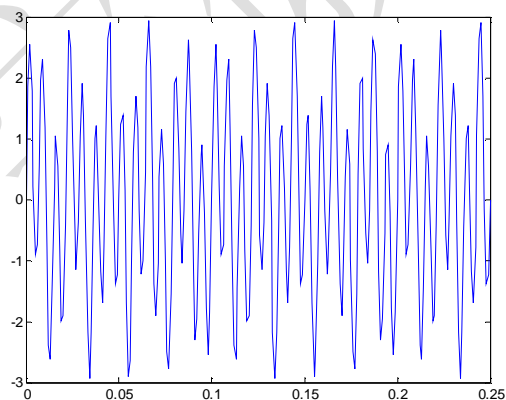
图 2 $2\sin(100\pi t + \pi)$ 的频谱图

3、 $f(t) = \sin(100\pi t) + 2\sin(280\pi t)$ 的频谱图

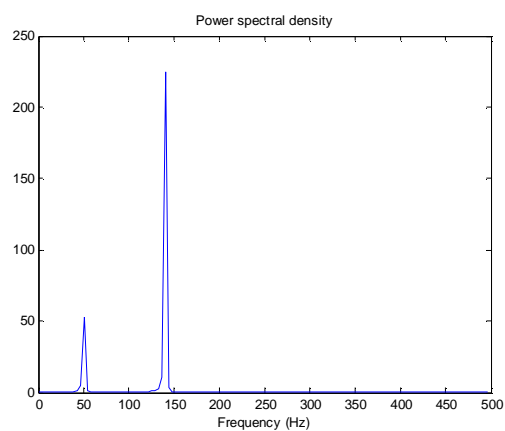
【程序】

```
t = 0:.001:.25;
x = sin(2*pi*50*t) + 2 * sin(2*pi*140*t)
y = x;
Y = fft(y,256);
Pyy = Y.*conj(Y)/256;
f = 1000/256*(0:127);
plot(f,Pyy(1:128));
title('Power spectral density');
xlabel('Frequency (Hz)');
```

【图像】



(a) 时域图 $f(t)$



(b) 频域图 $F(\omega)$

图 3 $\sin(100\pi t) + 2\sin(280\pi t)$ 的频谱图

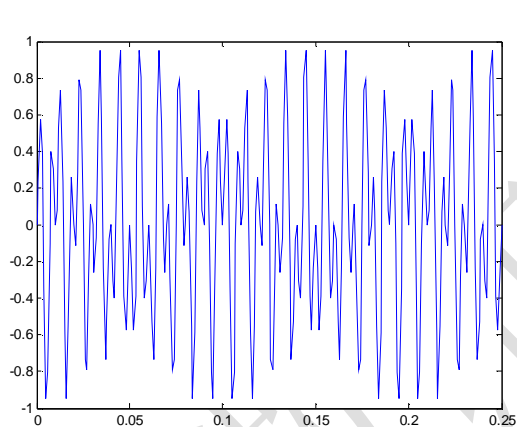
4、 $f(t) = \sin(100\pi t)\cos(280\pi t)$ 的频谱图

调制信号 $\sin(100\pi t)$ ，载波 $\cos(280\pi t)$ 。

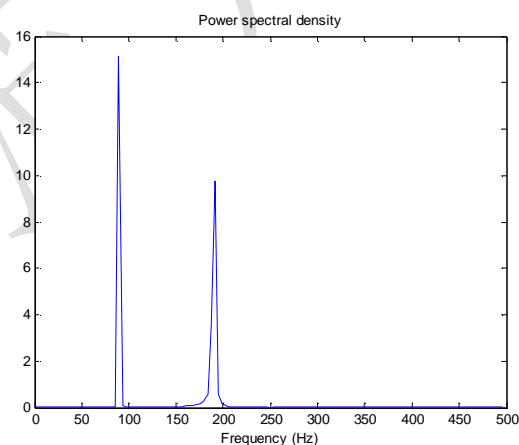
【程序】

```
t = 0:.001:.25;  
x = sin(2*pi*50*t).*cos(2*pi*140*t)  
y = x;  
Y = fft(y,256);  
Pyy = Y.*conj(Y)/256;  
f = 1000/256*(0:127);  
plot(f,Pyy(1:128));  
title('Power spectral density');  
xlabel('Frequency (Hz)');
```

【图像】



(a) 时域图 $f(t)$



(b) 频域图 $F(\omega)$

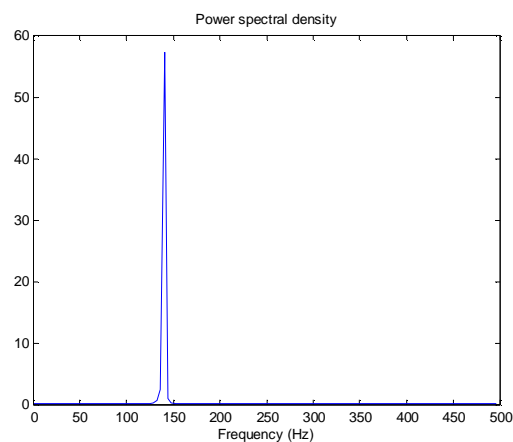
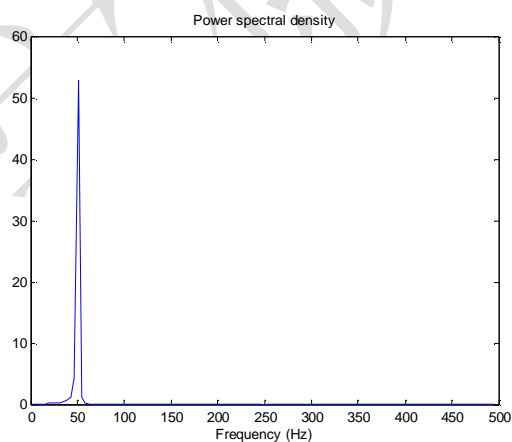


图 (c) $\cos(280\pi t)$ 频谱图

图 4 $\sin(100\pi t)\cos(280\pi t)$ 的频谱图

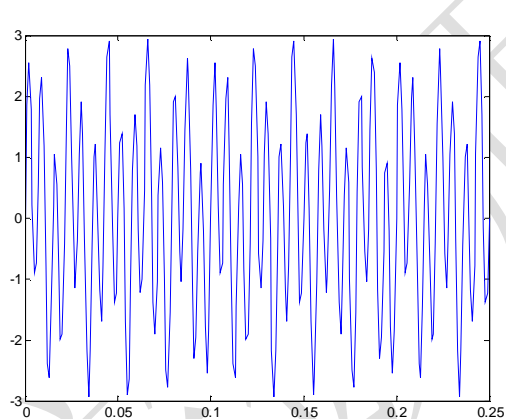
4、带有随机噪声的信号频谱

若传输信号为 $f(t) = \sin(100\pi t) + \sin(280\pi t)$ ，在传输过程中由于信道噪声的干扰，波形变得杂乱无章。利用频域变换可以分辨出两种频率成份。

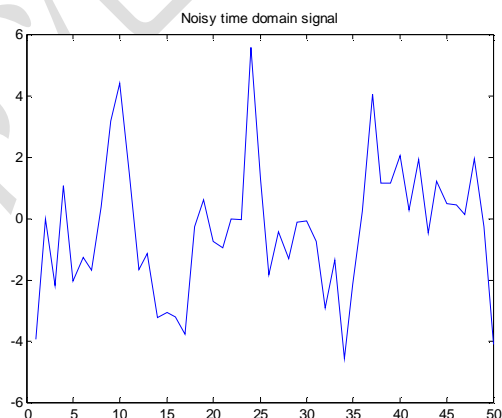
【程序】

```
t = 0:.001:.25;
x = sin(2*pi*50*t)+sin(2*pi*140*t)
y = x + 2*randn(size(t));
%plot(y(1:50))
%title('Noisy time domain signal')
Y = fft(y,256);
Pyy = Y.*conj(Y)/256;
f = 1000/256*(0:127);
plot(f,Pyy(1:128));
title('Power spectral density');
xlabel('Frequency (Hz)');
```

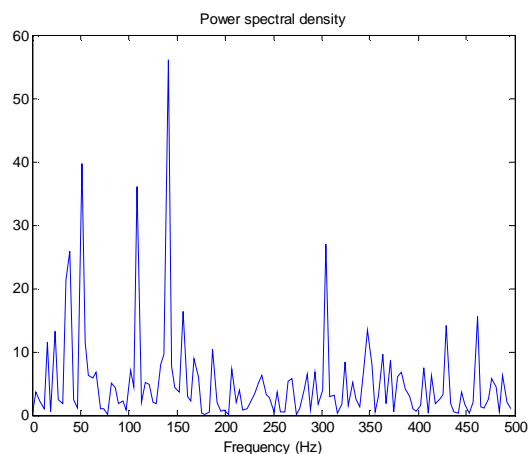
【图像】



(a) 时域图 $f(t)$ (无干扰)



(b) 时域图 (噪声干扰)



(c) 频谱图 $F(\omega)$

图 4 受噪声干扰的 $\sin(100\pi t) + \sin(280\pi t)$ 的频谱图

比较图 4 (b)(c) 两图可以看出, 由于受到噪声干扰, 图(b)几乎很难分辨出信号图像, 但是经过傅里叶变换后, 其频谱图中有两个频域分量 (50Hz、140Hz) 非常清晰。这说明, 频谱的确能够帮助我们分析信号的成份, 便于对信号进行处理。