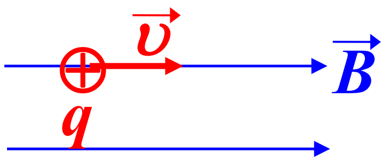
第十八章　磁力

18.1 带电粒子在磁场中的运动

1. 带电粒子在均匀磁场中的运动

均匀磁场$\vec{B}$，带电粒子(质量m、电荷q)以速度$\vec{\upsilon}$进入磁场运动(分三种情况)，

$$\boxed{\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}}$$



(1) $\vec{v}\,//\,\vec{B}$

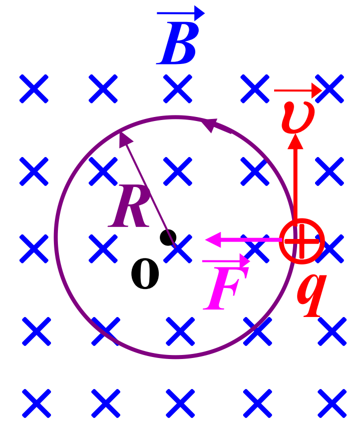
粒子

不受洛仑兹力；

作匀速直线运动

(2) $\vec{v} \perp \vec{B}$

粒子作匀速圆周运动

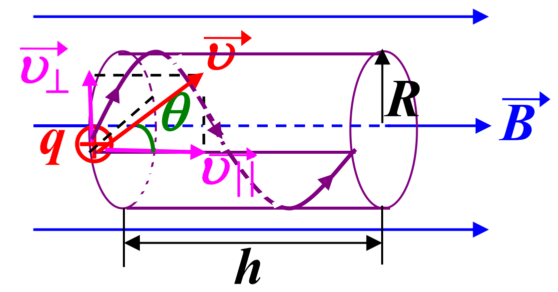


由 $qvB = m\dfrac{v^2}{R}$

得圆周半径 $R = \dfrac{mv}{qB}$

周期 $T = \dfrac{2\pi R}{v} = \dfrac{2\pi m}{qB}$ 周期和速度无关

(3) $\vec{v}$与$\vec{B}$有夹角θ



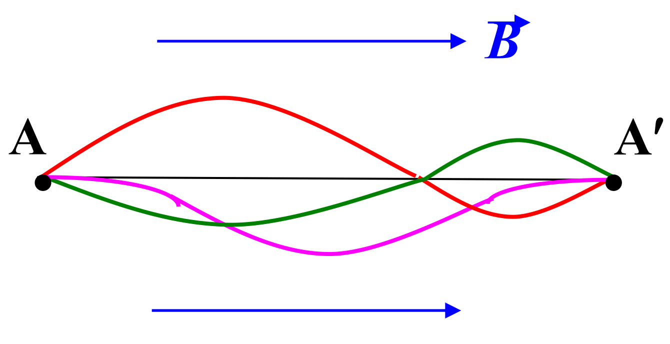
粒子作螺旋运动

螺旋半径

$$R=\frac{mv_\perp}{qB}=\frac{mv\sin\theta}{qB}$$

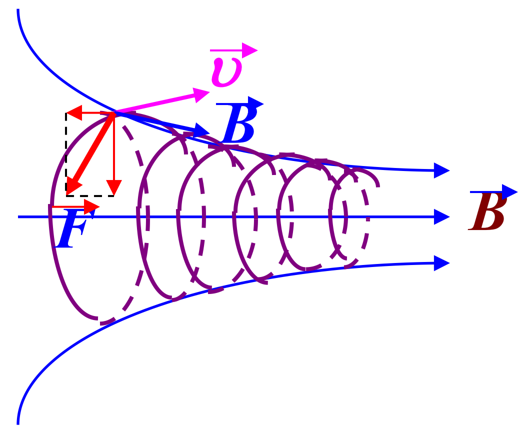
螺距 $$h=v_{//}T=\frac{2\pi mv\cos\theta}{qB}$$

应用：磁聚焦



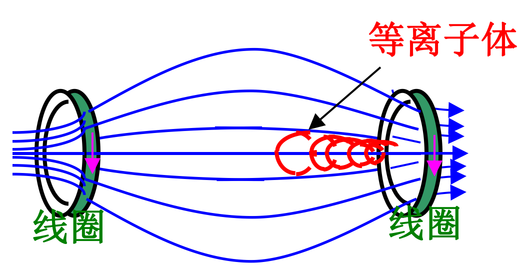
*2. 带电粒子在非均匀磁场中的运动

(1) 带电粒子向磁场较强的方向运动时，螺旋的半径不断减小(由前已知，螺旋半径$\propto 1/B$)；

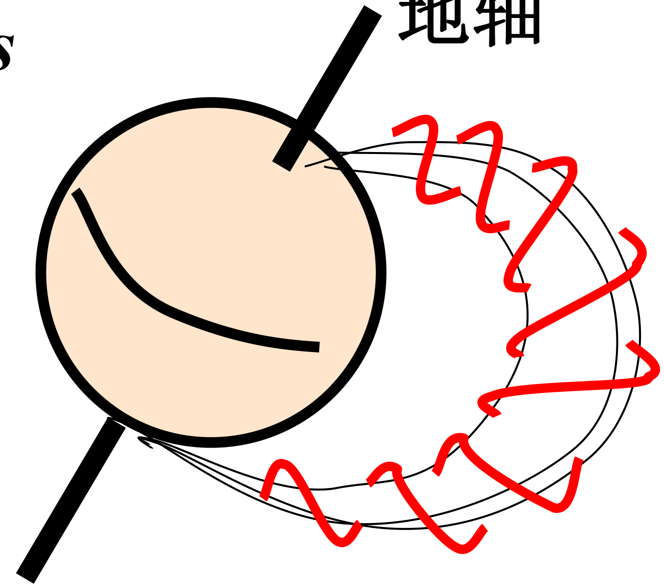


(2) 洛仑兹力恒有一指向磁场较弱方向的分力，此分力阻止带电粒子向磁场较强的方向运动。这可使粒子沿磁场方向的速度减小到零，然后向反方向运动。

应用：磁镜



* 范阿仑辐射带*Van Allen belts*



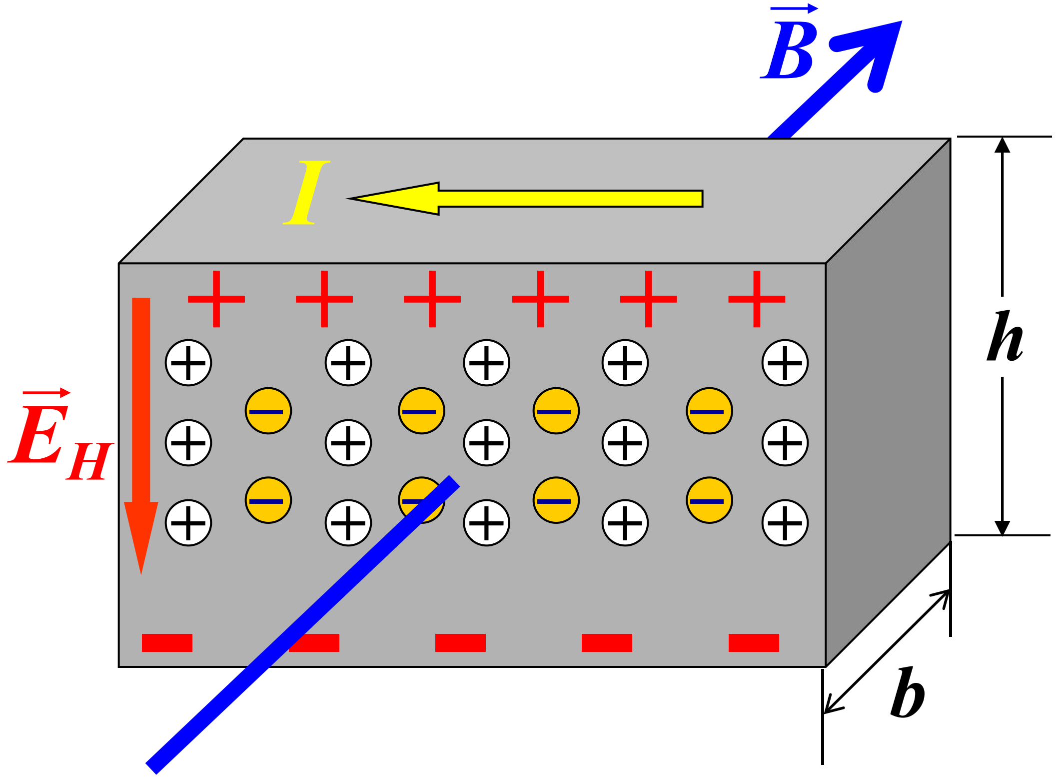
带电粒子（如宇宙射线的带电粒子）被地磁场捕获，绕地磁感应线作螺旋线运动，在近两极处地磁场增强，作螺旋运动的粒子被折回，结果沿磁力线来回振荡形成范阿仑辐射带。

当太阳黑子活动引起空间磁场的变化，使粒子在两极处的磁力线引导下，在两极附近进入大气层，能引起美妙的北极光。

绚丽多彩的极光

在地磁两极附近，由于磁感线与地面垂直，外层空间入射的带电粒子可直接射入高空大气层内，它们和空气分子的碰撞产生的辐射就形成了极光。

18.2　霍尔效应



霍尔效应：在磁场中，载流导体或半导体上出现横向电势差的现象

产生根源：载流子因漂移运动在磁场中受力

$$U_{\mathrm{H}} = \frac{IB}{nqb} = \frac{1}{nq}\frac{IB}{b}$$

具体效应反映出导电机理：

1）由电势何高何低→→载流子正负

2）由电压大小→→载流子浓度

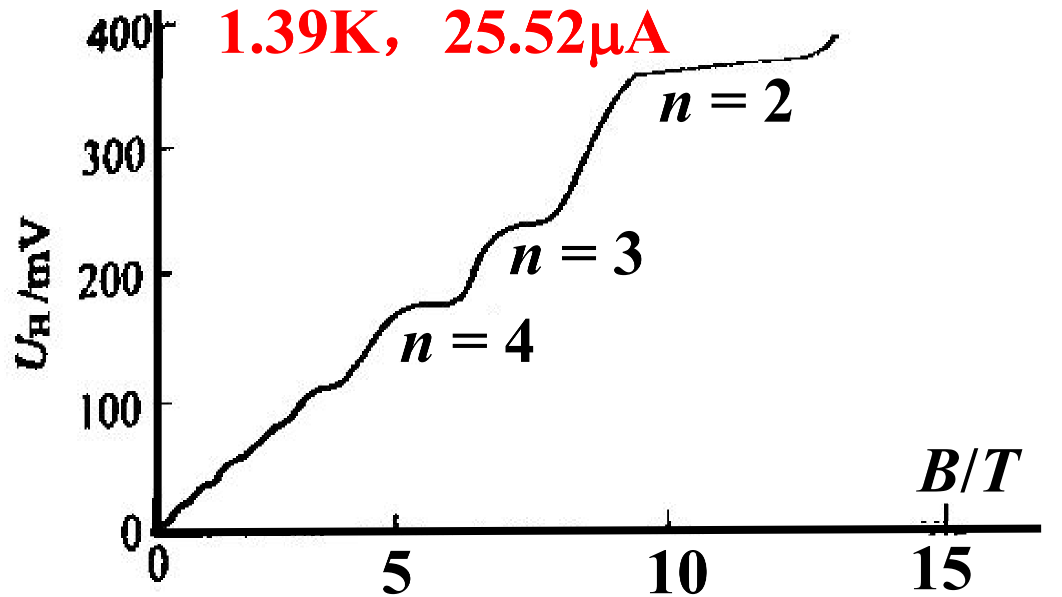
霍耳电阻 $R_H = \dfrac{U_H}{I} = \dfrac{B}{nqb} \propto B$

量子霍耳效应：

1980年克里青发现，在极低温、强磁场下

$R_H \not\propto B$

$R_H = \dfrac{R_K}{n}, \quad n = 1,2,3,\cdots$



克里青（Klitzing）常量 $R_K = \dfrac{h}{e^2} = 25812.80\Omega$

R_K 的测量准确到10^{-10}

1990年定义 $1\Omega = \dfrac{R_K}{25812.80}$

分数量子霍耳效应：

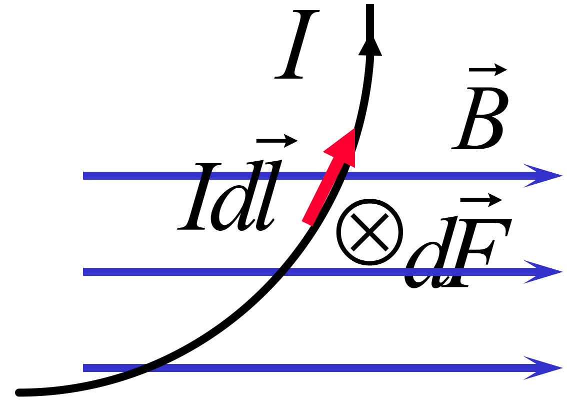
崔琦和施特默（**Störmer**）发现在更强的磁场下（$B > 20$ T），n 可以是分数，如1/3、1/5、1/2、1/4等，这称为分数量子霍耳效应。

劳克林（**Laughlin**）成功地给出了理论解释。该效应表明，有携带分数电荷的准粒子存在。

整数和分数量子霍耳效应及其理论解释是我们认识宏观量子现象的一次重要突破。

克里青获得了1985年诺贝尔物理学奖。劳克林、施特默和崔琦获得了1998年诺贝尔物理学奖。

18.3　载流导线在磁场中受力



1. 安培力公式

任意电流元受力为

$$\boxed{d\vec{F} = nSdlq\vec{v} \times \vec{B} = nSvqd\vec{l} \times \vec{B}}$$

$$\boxed{d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}}$$

安培力公式

整个电流受力

$$\boxed{\vec{F} = \int_{(l)} Id\vec{l} \times \vec{B}}$$

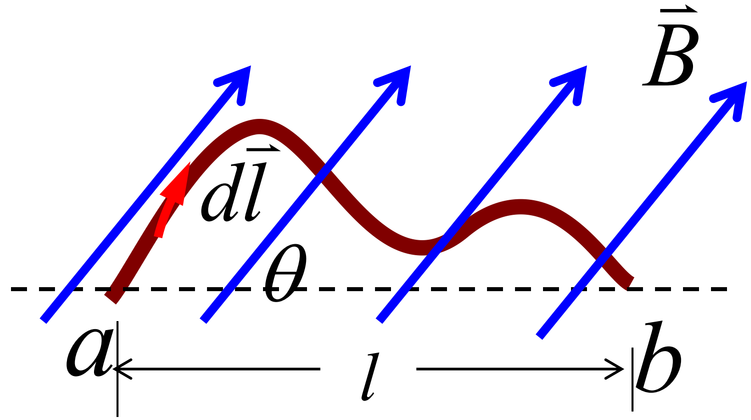
2. 从电流元受力定义磁感应强度

$$\boxed{B = \frac{\left(dF_{安}\right)_{\max}}{Idl}}$$

单位电流元在该处所受的最大安培力。

例1：有一段弯曲导线 ab 通有电流I，求此导线在如图所示均匀磁场中受的力？

$$\vec{F} = \int_a^b I d\vec{l} \times \vec{B}$$



$$\vec{F} = I\left(\int_a^b d\vec{l}\,\right) \times \vec{B} = I\vec{l} \times \vec{B}$$

矢量和$\int_a^b d\vec{l} = \vec{l}$

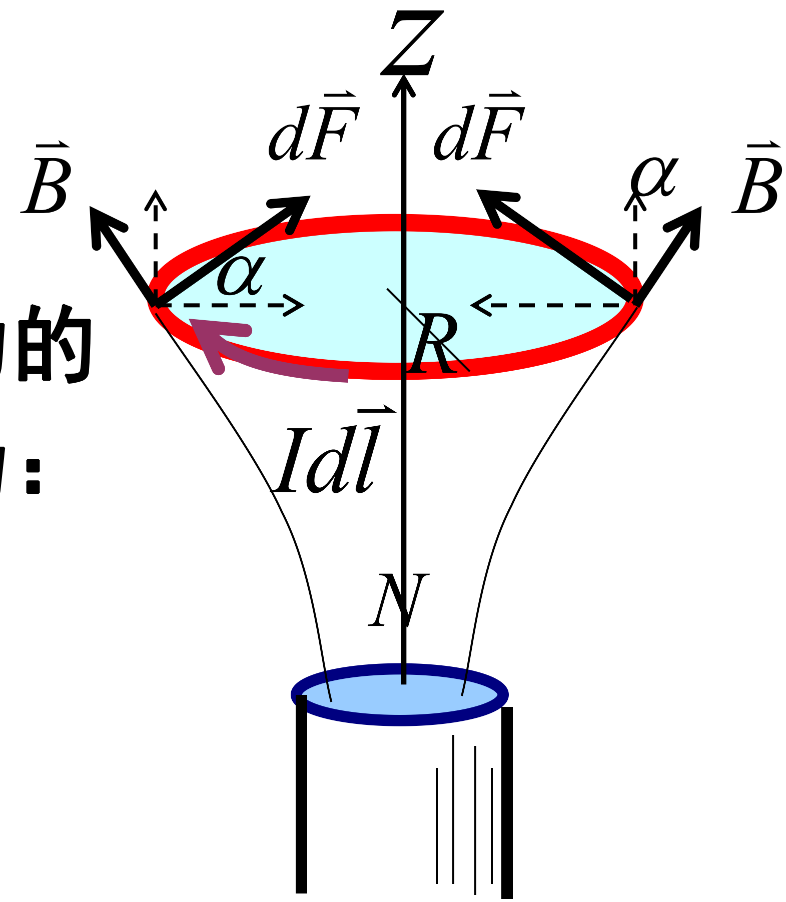
$$\therefore F = IlB\sin\theta$$

$\vec{l}$ **磁感应强度** $\vec{B}$ **在同一平面内**

所以，该力方向垂直于纸面向外。

例2：圆柱形磁铁 N 极上方水平放置一个载流导线环，求其受力。

已知在导线所在处磁场B的方向与竖直方向成α角



由图可知：圆环受的总磁力的方向在铅直方向，其大小为：

$$F = F_z = \int dF \sin\alpha$$

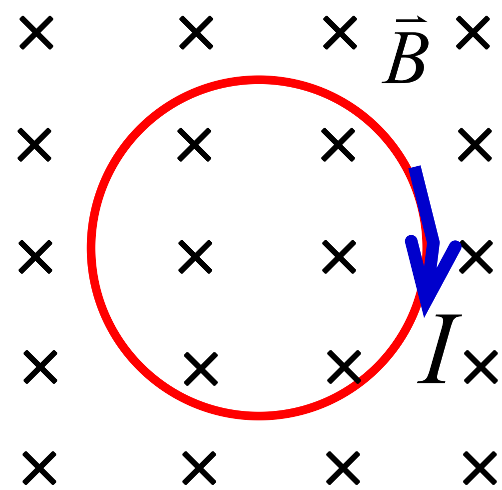
$$= \int_o^{2\pi R} IB\sin\alpha \cdot dl$$

$$= 2\pi RIB\sin\alpha$$

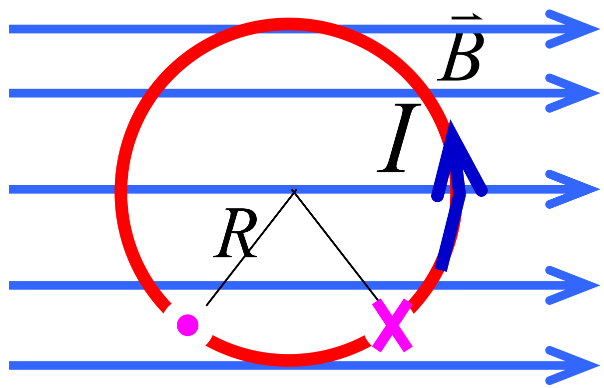
18.4 载流线圈在均匀磁场中受的磁力矩

1. 磁力矩

当平面载流线圈的法线方向与磁感应强度 $\vec{B}$ 的方向平行时，该线圈受力沿径向，合力为零。合力矩为零。



当平面载流线圈的法线方向与磁感应强度$\vec{B}$ 的方向垂直时，该线圈受合力为零。但力矩不为零。

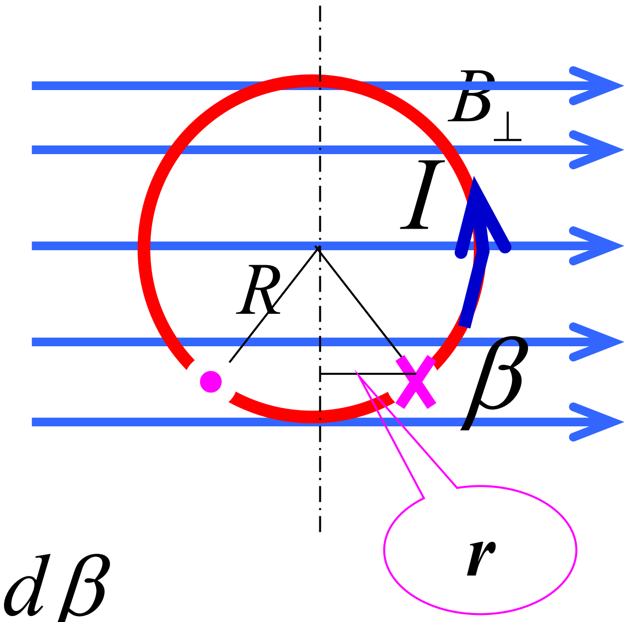


当平面载流线圈的法向与磁感应强度 $\vec{B}$ 的方向有夹角 θ 时，可分成两个分量 $B_{\perp}$，$B_{//}$

$$dF = IdlB_{\perp} \sin \beta$$

$$dl = Rd\beta$$

$$dM = rdF = IR^2 B_{\perp} \sin^2 \beta \cdot d\beta$$



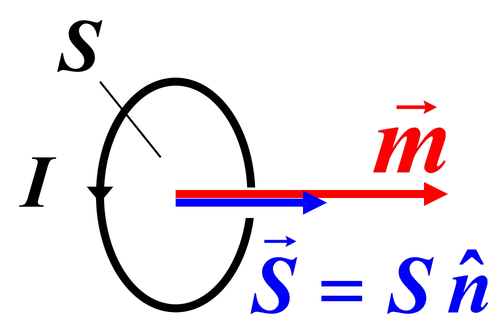
$$\therefore M = \int dM = \int_0^{2\pi} IR^2 B_{\perp} \sin^2 \beta \cdot d\beta$$

$$= I\pi R^2 B_{\perp} = ISB_{\perp} = ISB \sin \theta$$

$$\vec{M} = IS\hat{n} \times \vec{B}$$

磁矩 $\vec{m} = IS\hat{n}$

力矩 $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$



从力矩的角度来看 $$B = \frac{M_{\max}}{m}$$

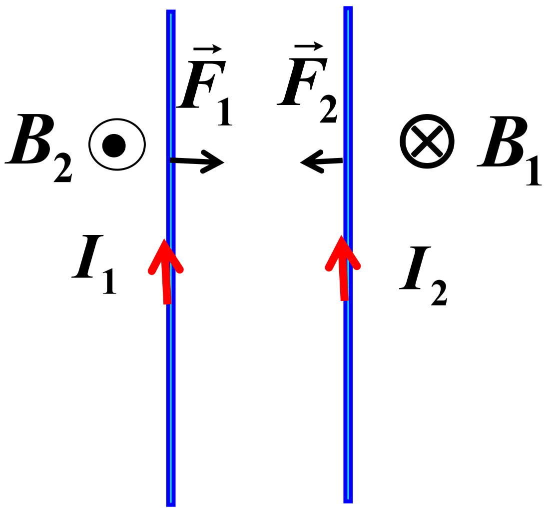
某点磁感应强度数值上等于单位磁矩（单位电流、单位面积）在该处所受的最大力矩。

2. 载流线圈在均匀磁场中得到的能量

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} mB \sin\theta d\theta$$

$$\boxed{W_m = -\vec{m} \cdot \vec{B}}$$

Δ18.5 平行载流导线间的相互作用力



实验

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

载流导线I_2单位长度受力

$$F_2 = I_2 B_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

同理 $$F_1 = I_1 B_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

两导线之间是否有电力?

与静电场对比

	磁场	电场
◆场源	运动电荷（电流）	电荷
◆场特性	对运动电荷有力；不作功！	对电荷有力
◆基本量	$\vec{B}$	$\vec{E}$
◆源与场（点电荷）	$\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}$	$\vec{E}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q\hat{r}}{r^2}$
（电流元）	$\mathrm{d}\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$	

场方程

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{\sum q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I_{in}$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0 \rightarrow U$$

注意
环流方程
适用条件

仅适用于稳恒电流（闭合）

仅适用于静电场

I_{in}：与环路相套链

场量
的计算

$$\vec{B}=\int d\vec{B};$$

$$\vec{E}=\int d\vec{E};$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I_{in}$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{\sum q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\rightarrow \vec{B}$$

$$\rightarrow \vec{E}$$

共性：矢量场的完备描述

通量（散度）；　　　环流（旋度）。

特性：1）　磁场：无散有旋；　电场：有散无旋。

2）磁力，源—磁场规律：均为矢量积。

磁力线（B线）方向非运动电荷受力方向！

磁场力对运动电荷的功恒为零！

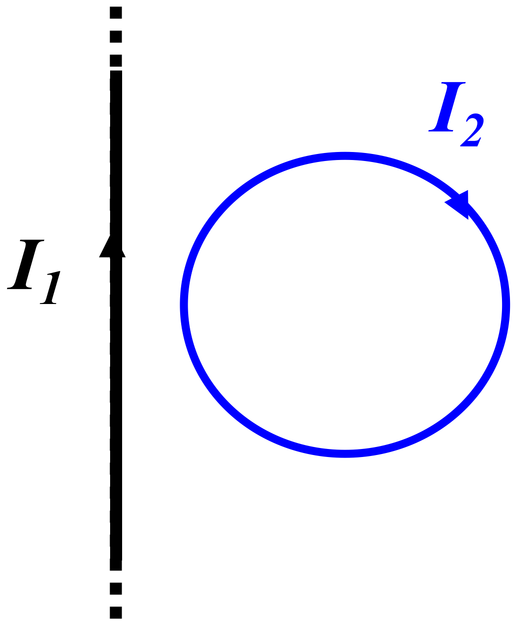
它只改变电荷的运动方向，不改变其运动的快慢。

作用力	稳恒磁场	静电场
1.点电荷(电流元)	$\vec{f}=q\vec{v}\times\vec{B}$ $\mathrm{d}\vec{f}=I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$	$\vec{f}=q\vec{E}$
2.带电体(载流导线)	$\vec{f}=\int_{(I)}I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}_{外}$	$\vec{f}=\int_{(Q)}\mathrm{d}q\cdot\vec{E}_{外}$
3.应用	小圆形电流 $\vec{m}$	电偶极子 $\vec{p}$
1)均匀场	$\sum_i \vec{f}_i=0$ $\vec{M}_f=\vec{m}\times\vec{B}$	$\sum_i \vec{f}_i=0$ $\vec{M}_f=\vec{p}\times\vec{E}$
在外场中的能量（相互作用能）	$W_m=-\vec{m}\cdot\vec{B}$	$W_e=-\vec{p}\cdot\vec{E}$

习题辅导课

磁场、磁力

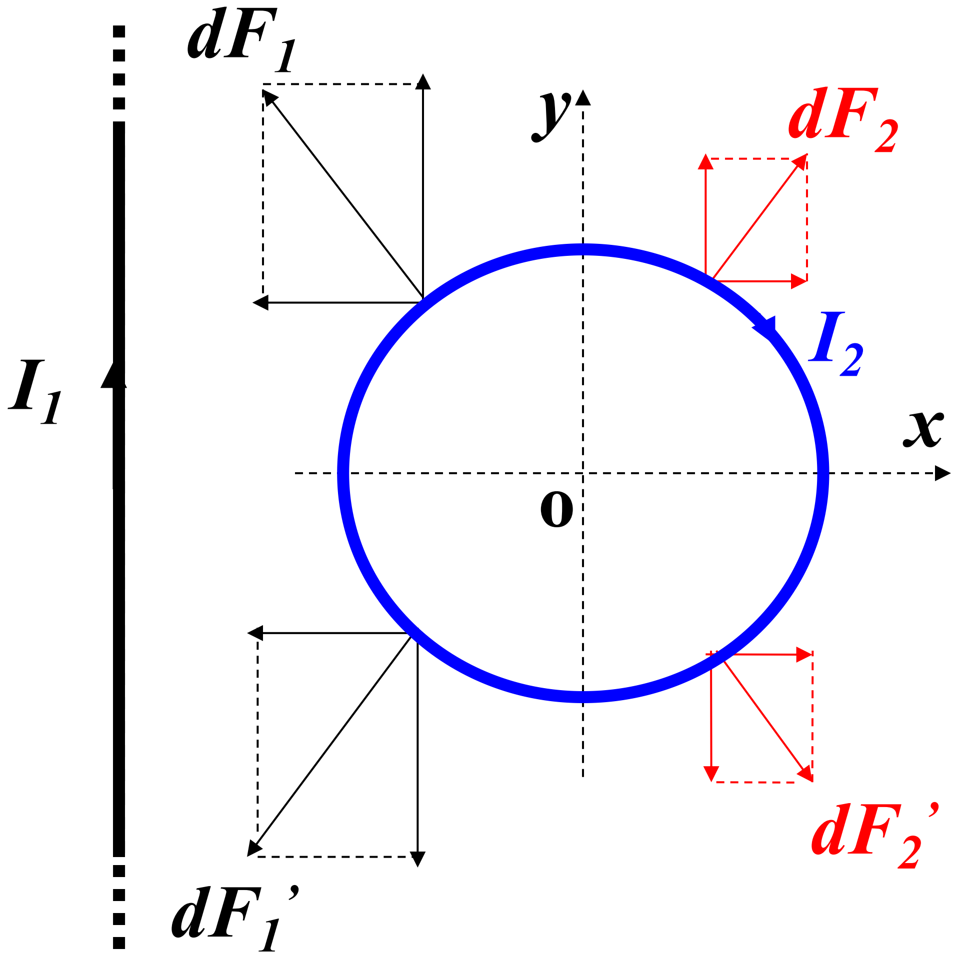
1. 试定性分析下图载流线圈所受的磁力及其运动。



解：I_1与I_2共面，I_1为竖直的无限长电流，I_2为圆电流。

首先要明确载流线圈所处的磁场

（非均匀）



再分析电流元受的安培力。

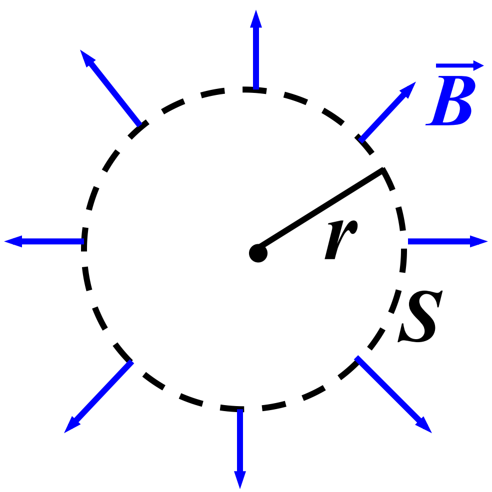
y方向的合力抵消，

x方向的合力不抵消，

∴圆电流向左平动。

2 是否存在球对称辐射状磁场：

解：选半径为 r 的球面为高斯面 S，



设： $\vec{B} = f(r)\vec{e}_r$

$$\oint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = f(r) \cdot 4\pi r^2 \neq 0$$

这与 $\oint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$ 矛盾。

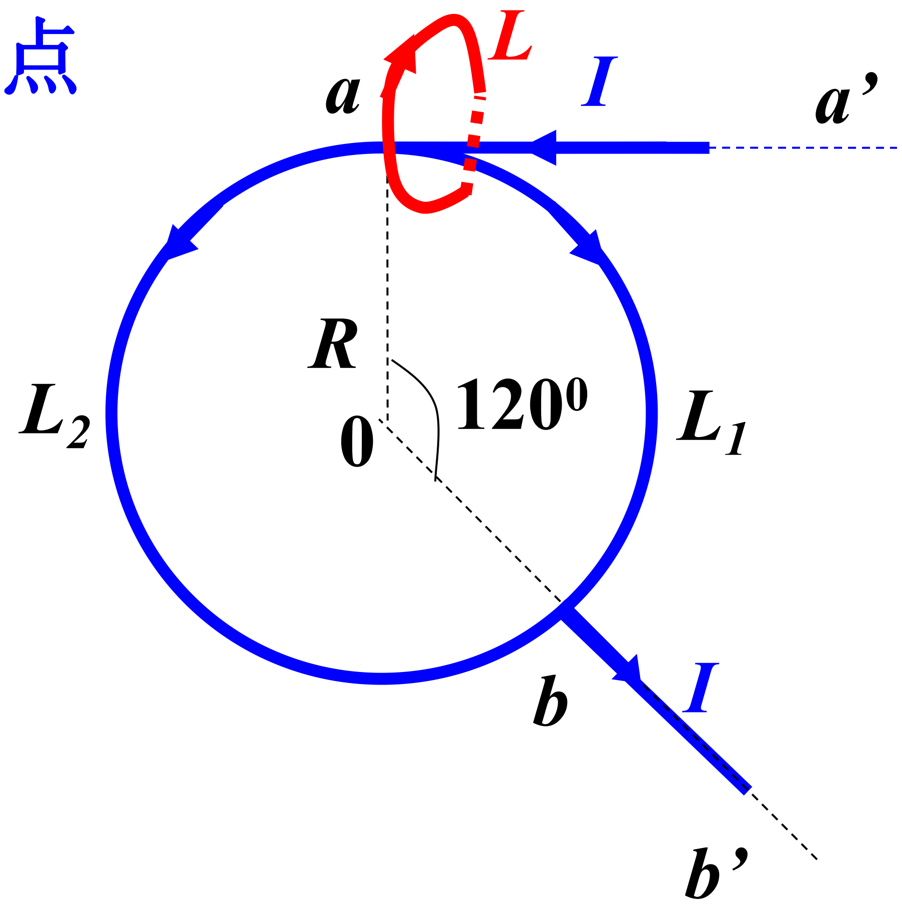
$\therefore$ 不存在 $\vec{B} = f(r)\vec{e}_r$ 形式的磁场。

3. 长直导线 *aa'* 与一半径为 *R* 的导体圆环相切于*a*点，另一长直导线 *bb'* 沿半径方向与圆环相接于*b*点，如图。

现有稳恒电流 *I* 从 *a* 点流入而从*b* 点流出。

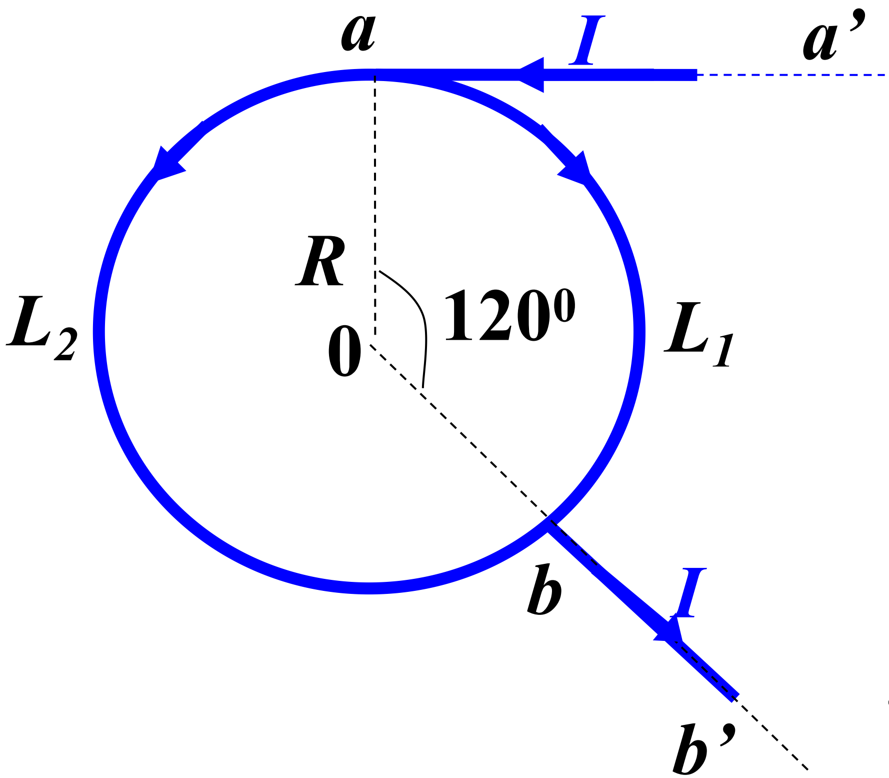
（1）求圆环中心 0点的 $\vec{B}$.

（2）$\vec{B}$ 沿图中所示的闭合路径 *L* 的环路积分=?



（1）求圆环中心 0点的 B的大小和方向

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_{aa'} + \vec{B}_{bb'} + \vec{B}_{L_1} + \vec{B}_{L2}$$

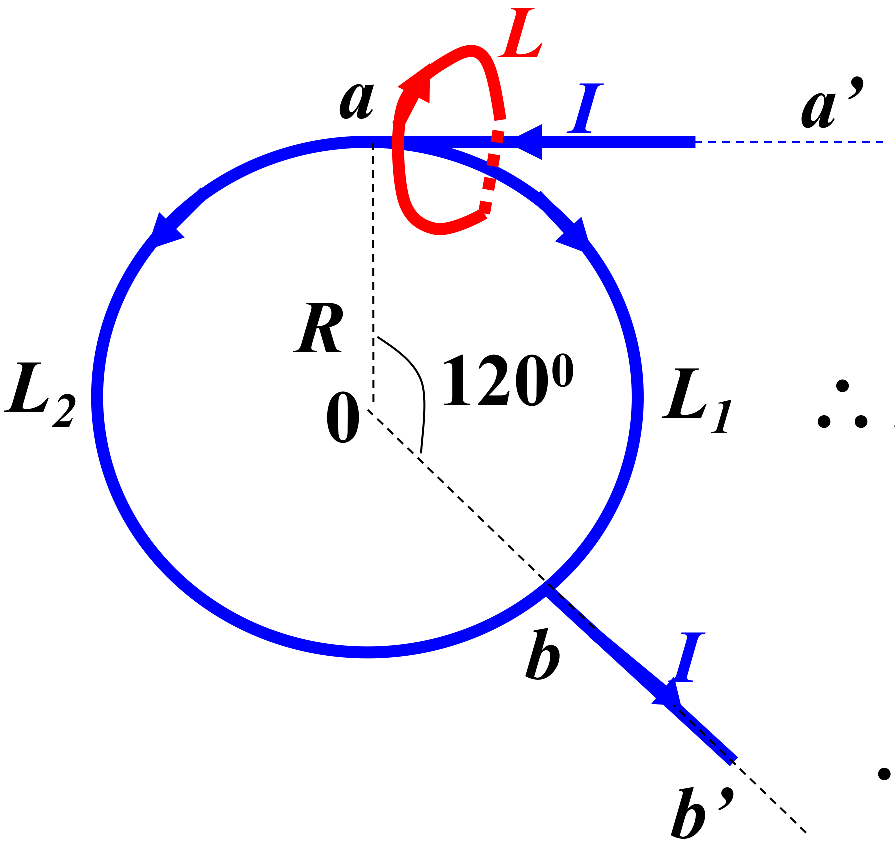


$$B_{aa'} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \odot$$

$$B_{bb'} = 0$$

$$\because I_{L_1} = \frac{2}{3} I$$

$$\therefore B_{L_1} = \frac{\mu_0 I_{L_1}}{2R} \frac{1}{3} = \frac{\mu_0 I}{9R} \otimes$$



$$\because I_{L_2} = \frac{1}{3} I$$

$$\therefore B_{L_2} = \frac{\mu_0 I_{L_2}}{2R}\frac{2}{3} = \frac{\mu_0 I}{9R} \quad \odot$$

$$\therefore B_{L_1}与B_{L_2}抵消$$

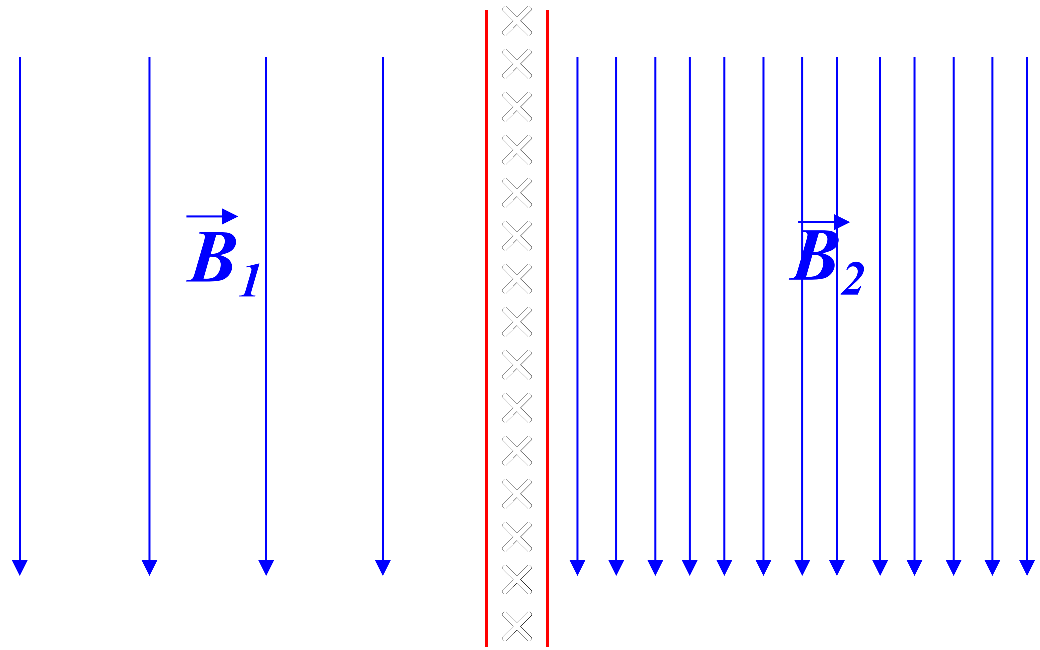
$$\therefore B_0 = B_{aa'} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \quad \odot$$

(2) $\vec{B}$ 沿闭合回路 L 的积分=?

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 (I - \frac{2}{3} I) = \frac{1}{3}\mu_0 I$$

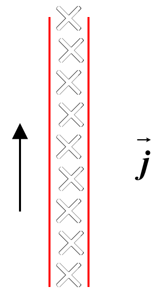
4. 将一个电流均匀分布的“无限大”载流平面放入一个均匀磁场中，放入后磁场如图。平面两侧的磁感应强度分别为$\vec{B}_1$和$\vec{B}_2$，它们都与载流平面平行，并与电流垂直。

求：载流平面上单位面积所受的磁力的大小



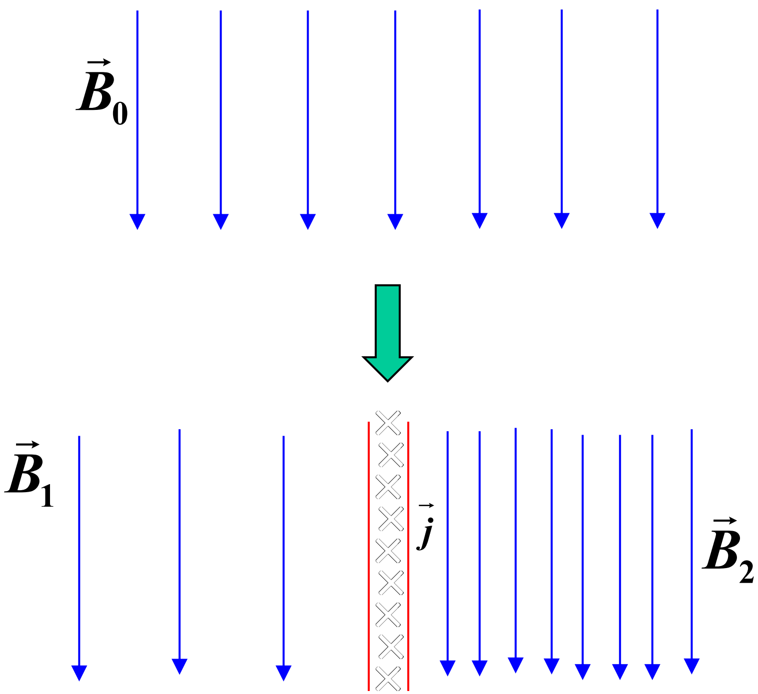
【解】要知磁力的大小，

须知原磁场$\vec{B}_0$和载流平面的面电流密度$\vec{j}$。



载流平面本身有磁场：

$$B_{左}（向上）= B_{右}（向下）= \frac{\mu_0 j}{2} \cdots\cdots(1)$$



载流平面放入后按题意有：

$$\vec{B}_1 = \vec{B}_0 + \vec{B}_{左}$$

$$\rightarrow B_1 = B_0 - B_{左} \cdots(2)$$

$$\vec{B}_2 = \vec{B}_0 + \vec{B}_{右}$$

$$\rightarrow B_2 = B_0 + B_{右}$$

$$B_2 = B_0 + B_{左} \cdots(3)$$

$$B_1 = B_0 - B_{左} \cdots (2)$$

$$B_2 = B_0 + B_{左} \cdots (3)$$

由（2）（3）得

$$\boxed{B_0 = \frac{B_1 + B_2}{2}}$$

$$B_{左} = \frac{B_2 - B_1}{2}$$

将$B_{左}$代入（1式）

$$B_{左}(\text{向上}) = B_{右}(\text{向下}) = \frac{\mu_0 j}{2} \cdots\cdots (1)$$

得 $\boxed{j = \frac{B_2 - B_1}{\mu_0}}$

下面求载流平面单位面积上受的磁力：

应注意:是求磁场 $\vec{B}_0$对载流平面 $\vec{j}$ 的作用力。

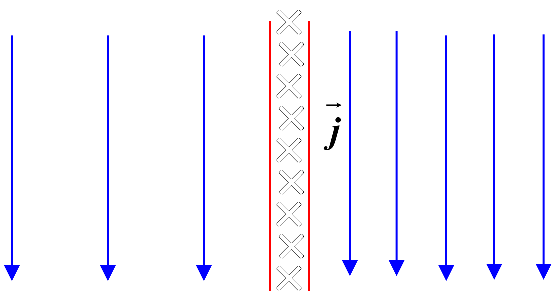
从左向右看载流平面（见下图）：

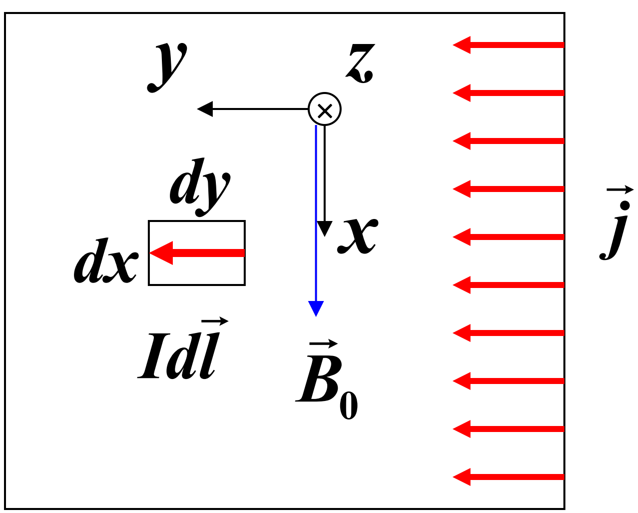
取载流平面上的面元dS，

$$dS = dxdy$$

$$I\,d\vec{l} = (j\,dx)\cdot dy\,\hat{y} = jdS\,\hat{y}$$

受力 $d\vec{F}$：$d\vec{F} = Id\vec{l}\times\vec{B}_0 = (jdS\,\hat{y})\times B_0\,\hat{x} = -jB_0dS\,\hat{z}$





单位面积上受力

$$\frac{d\vec{F}}{dS} = -jB_0\,\hat{z}$$

$$= -\left(\frac{B_2 - B_1}{\mu_0}\right)\left(\frac{B_2 + B_1}{2}\right)\hat{z}$$

$$= -\frac{B_2^2 - B_1^2}{2\mu_0}\,\hat{z}$$

（垂直载流平面向左）