

Blatt 4

Hannah Rotgeri Lena Olbrich

25. Mai 2020

Aufgabe 1

Aufgabenteile b)-f) wurden wegen Unklarheiten nicht bearbeitet.

Aufgabe 6: Gleichverteilung

Zur Erzeugung der Zufallszahlen, die der entsprechenden Verteilung folgen, wird die Methode der Transformation der Gleichverteilung aus der Vorlesung verwendet. Dazu wird analog des Beispiels auf Folie 23 vorgegangen.

a) Exponentialverteilung

Normieren: $1 = N \cdot \int_0^\infty \exp(-t/\tau) dt = [-N\tau \exp(-t/\tau)]_0^\infty = N\tau \rightarrow N = 1/\tau$

Fläche bis Zufallsvariable: $A(t) = \int_0^t \exp(-t/\tau) dt = -\tau \cdot \exp(-t/\tau) + \tau$

Normierte Fläche: $r(t) = A(t) \cdot N = 1 - \exp(-t/\tau)$

Invertierung: $t(r) = -\tau \cdot \ln(1-r) \rightarrow$ Formel zu Erzeugung der gesuchten Zufallszahlen \rightarrow im Code implementiert

b) Potenzverteilung mit negativem Index

Normieren: $1 = N \cdot \int_{x_{min}}^{x_{max}} x^{-n} dx = [N \cdot \frac{x^{1-n}}{1-n}]_{x_{min}}^{x_{max}} = \frac{N}{1-n} (x_{max}^{1-n} - x_{min}^{1-n}) \rightarrow N = \frac{1-n}{x_{max}^{1-n} - x_{min}^{1-n}}$

Fläche bis Zufallsvariable: $A(x) = \int_{x_{min}}^x x^{-n} dx = \frac{x^{1-n} - x_{min}^{1-n}}{1-n}$

Normierte Fläche: $r(x) = A(x) \cdot N = \frac{x^{1-n} - x_{min}^{1-n}}{x_{max}^{1-n} - x_{min}^{1-n}}$

Invertierung: $x(r) = (r \cdot (x_{max}^{1-n} - x_{min}^{1-n}) + x_{min}^{1-n})^{1/(1-n)} \rightarrow$ Formel zu Erzeugung der gesuchten Zufallszahlen \rightarrow im Code implementiert (Da $n \geq 2$ kann es zu keinen Problemen beim "äußeren Exponenten" kommen.)

c) Cauchy-Verteilung

Normieren: $1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi \cdot (1+x^2)} dx = \left[\frac{\arctan(x)}{\pi} \right]_{-\infty}^{\infty} = 1 \rightarrow \text{Normiert}$

Fläche bis Zufallsvariable: $r(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\pi \cdot (1+x^2)} dx = \left[\frac{\arctan(x)}{\pi} \right]_{-\infty}^x = \frac{\arctan(x)}{\pi} + \frac{1}{2}$

Invertierung: $x(r) = \tan(\pi \cdot (r - 0.5)) \rightarrow \text{Formel zu Erzeugung der gesuchten Zufallszahlen} \rightarrow \text{im Code implementiert}$

Führt man die auf dem Blatt angegebene Testdatei aus, gibt es keine Fehlermeldung und die in Abbildung 1 dargestellten Plots werden erstellt. Es zeigt sich, dass die Zufallszahlen den vorgegebenen Verteilungen entsprechen und dass die Laufzeiten in der Größenordnung der Referenzzeiten liegen.

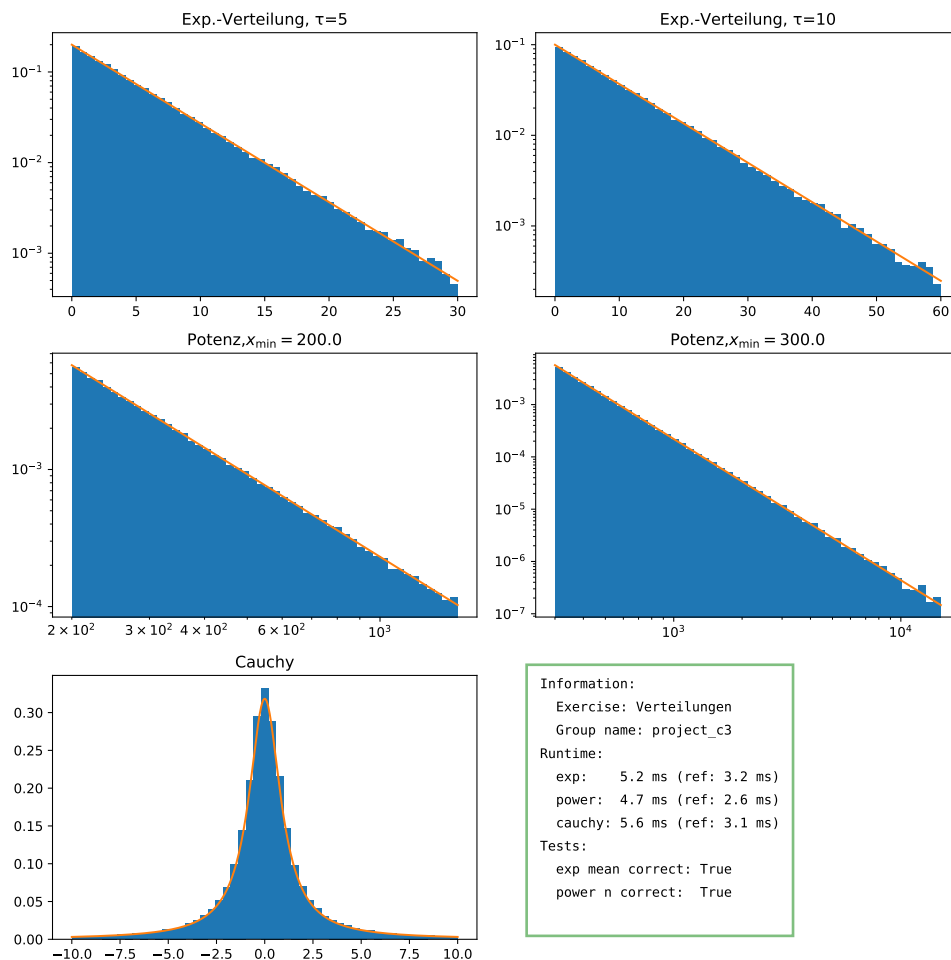


Abbildung 1: Ergebnis der Testdatei.