

## Blatt 6

Hannah Rotgeri

Lena Olbrich

13. Juni 2020

### Aufgabe 12

#### Aufgabenteil a

Population 0: (1;1) (2;1) (1,5; 2) (2;2) (2;3) (3;3)

Population 1: (1.5; 1) (2.5; 1) (3.5; 1) (2.5; 2) (3.5; 2) (4.5; 2)

a) Berechnen Sie die Mittelwerte und Streumatrizen, sowie die kombinierte Streumatrix.

$$\text{Mittelwerte: } \vec{\mu} = \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{pmatrix} = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N x_i \\ \sum_{i=1}^N y_i \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \vec{\mu}_0 = \begin{pmatrix} \frac{23}{12} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}, \vec{\mu}_1 = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$$\text{Streumatrix: } S_i = \sum_{j=1}^{N_i} (\vec{x}_j - \vec{\mu}_j)(\vec{x}_j - \vec{\mu}_j)^T$$

$$\begin{aligned} S_0 &= \begin{pmatrix} -\frac{11}{12} \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{11}{12} \\ -1 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} \frac{1}{12} \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{12} \\ -1 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} -\frac{5}{12} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{5}{12} \\ 0 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} \frac{1}{12} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{12} \\ 0 \end{pmatrix}^T + \\ &\quad \begin{pmatrix} \frac{1}{12} \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{12} \\ 1 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} \frac{13}{12} \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{13}{12} \\ 1 \end{pmatrix}^T \\ &= \begin{pmatrix} \frac{121}{144} & \frac{11}{12} \\ \frac{11}{12} & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{144} & -\frac{1}{12} \\ -\frac{1}{12} & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{25}{144} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{144} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{144} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{169}{144} & \frac{13}{12} \\ \frac{13}{12} & 1 \end{pmatrix} = \\ &\quad \begin{pmatrix} \frac{53}{24} & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \\ S_1 &= \begin{pmatrix} \frac{9}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{9}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{11}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{13}{2} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Gesamtstreuung: } S_W = \sum_i S_i = S_0 + S_1 \rightarrow S_W = \begin{pmatrix} \frac{185}{24} & \frac{7}{2} \\ \frac{7}{2} & \frac{11}{2} \end{pmatrix}$$

#### Aufgabenteil b

(b) Wie lautet  $\vec{\lambda}$ ?

$$\vec{\lambda} = S_W^{-1}(\vec{\mu}_0 - \vec{\mu}_1) \text{ Mit } S_W^{-1} = \frac{1}{\text{Det}S_W} \begin{pmatrix} \frac{11}{2} & -\frac{7}{2} \\ -\frac{7}{2} & \frac{185}{24} \end{pmatrix} = \frac{48}{1447} \begin{pmatrix} \frac{11}{2} & -\frac{7}{2} \\ -\frac{7}{2} & \frac{185}{24} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0,182 & -0,116 \\ -0,116 & 0,256 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{\lambda} = \begin{pmatrix} -0,256 \\ 0,254 \end{pmatrix}$$

$$\vec{\lambda} = \lambda \vec{e}_\lambda = 0,360 \begin{pmatrix} -0,710 \\ 0,704 \end{pmatrix}$$

### Aufgabenteil c

Zeichnen Sie die Punkte der beiden Populationen in einen Graphen ein, zusammen mit der Projektionsgeraden

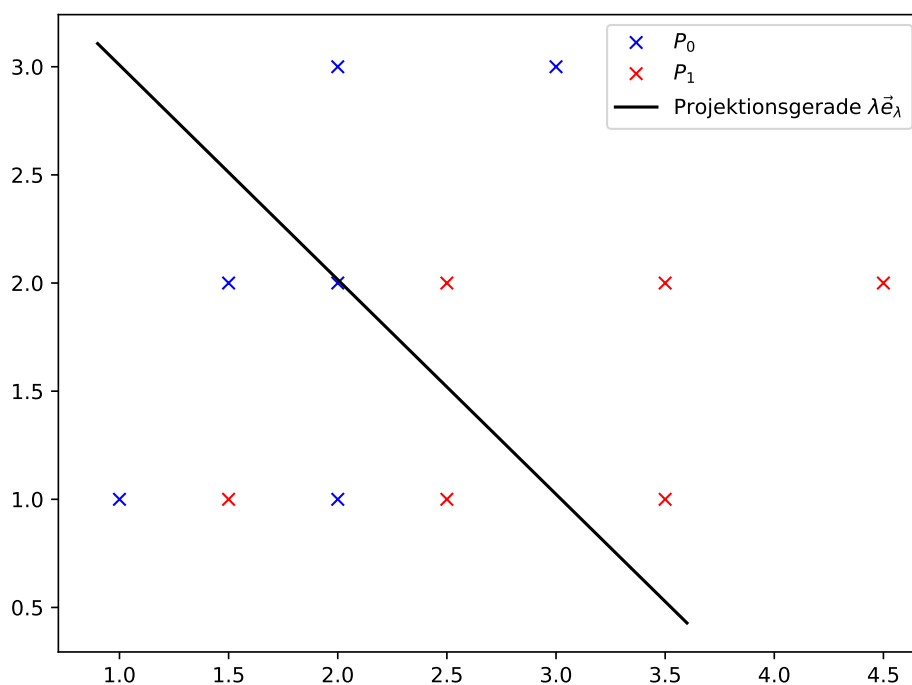


Abbildung 1: Ergebnis der Testdatei von Aufgabe 2

### Aufgabenteil d

Projektion =  $\vec{\lambda}^T \cdot x$

Population 0: -0.006; -0.716; 0.343; -0.012; 0.693; -0.017  
Population 1: -0.361; -1.071; -1.781; -0.367; -1.076; -1.786

### Aufgabenteil e

$\lambda_{cut} = -0.360$  sinnvoll, da hierbei 5/6 von Population 0 und 6/6 von Population 1 richtig zugeordnet werden.

$$\rightarrow t_p = 6, t_n = 5, f_p = 1, f_n = 0 \rightarrow \text{Reinheit} = \frac{tp}{tp + fp} = \frac{6}{7}$$

$$\text{Effizienz} = \frac{tp}{tp + fn} = \frac{6}{6} = 1$$