Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Mathematische Modellierung des Zufalls

1.1 Zufallsexperimente

1.1.1 Das Würfeln

Vorlesung vom 14.4.2010
$\Omega = \{1, ..., n\}, n \in \mathbb{N}$ Wir möchten zufällig genau eine Zahl aus Ω ziehen. Eine Möglichkeit: n-seitiger Würfel
Ansatz: $Pr[i] = \frac{1}{n} \forall i \in \Omega$
$Pr \mathrel{\widehat{=}}$ "$Probability''$
Sei $A = \{a_1, ..., a_k\} \subset \Omega$, dann ist $Pr[A] = \frac{|A|}{n} = \frac{k}{n}$ die Wahrscheinlichkeit, dass $a_1, ..., a_{k-1}$ oder a_k ausgewählt werden.
A nennt man *Ergeignis* — Ergeignis
Wenn alle $Pr[i]$ gleich sind so spricht man von einer *Gleichverteilung* . — Gleichverteilung
Bei Spielen: n=6 Es herrscht Unabhängigkeit der Würfe, d.h. Ergebnisse beeinflussen sich nicht.

1.1.2 Das Lottospiel

Es werden 6 Zahlen aus 49 gezogen, sagen wir $a_1, ..a_6$. Wir nehmen an, dass wir diese schon geordnet haben: $a_1 < ... < a_6$. Eine Ziehung ist ein Vektor $(a_1, ..., a_6)$ mit $a_1 < ... < a_6$. Ergebnisse sind diese Vektoren. Man fasst die Ergebnisse zu einem *Grundraum* zusammen, den wir üblicherweise Ω nennen. — Grundraum

$$\Omega = \{\{a_1, ..., a_6\} \mid a_i \in \{1, ..., 49\} \forall i = 1...6\}$$

$$|\Omega| = \binom{49}{6} = 13983816$$

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Tipp 6 Richtige hat? Allgemeiner: k Richtige? Welche $\{a_1, ..., a_6\} \in \Omega$ haben k Stellen gemeinsam mit dem Tipp? Die bezeichnen wir als *günstige Ereignisse* . — günstige Ereignisse

$$A = \{\{a_1, ..., a_6\} \in \Omega \mid \left|\{a_1, ..., a_6\} \bigcup \{b_1, ..., b_6\}\right| = k\}$$

Wenn ein Element aus A gezogen wird haben wir k Richtige.

$$Pr[k\text{Richtige}] = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{\binom{6}{k} \cdot \binom{43}{6-k}}{\binom{49}{6}}$$

$$\Rightarrow Pr[6\text{Richtige}] = \frac{\binom{6}{6}\binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 49 \end{pmatrix}$$