Projektarbeit

Auslegung eines alternativen Modellflügels für das Flugzeug „Zaunkönig“ in Glasfaserverbund-Holm-Bauweise

Hannes Golombek
Ole Scholz
Henri Kammler
Tristan Brack

Betreut von Malte Woidt

10.01.2020

Technische Universität Braunschweig

Institut für Flugzeugbau und Leichtbau

IFL

Projektarbeit auf dem Gebiet des Flugzeugbaus und Leichtbaus

Bearbeitungsdauer: 13 Wochen

Brack	Tristan	Matr.-Nr.
Golombek	Hannes	Matr.-Nr.
Kammler	Hendrik	Matr.-Nr.
Scholz	Ole	Matr.-Nr.

Ausgegeben am: 15.10.2020 Abgegeben am:

Auslegung eines alternativen Modellflügels für das Flugzeug „Zaunkönig“ in Glasfaserverbund -Holm-Bauweise

1. Einleitung

Im Rahmen dieser Projektarbeit soll der Flügel des LF1 „Zaunkönig“ (siehe Abbildung 1) im Modellmaßstab 1:4,7, d.h. die Halbspannweite beträgt ca. 848 mm, ausgelegt werden. Aus der Auslegung des Gesamtflugzeuges resultieren entsprechende Anforderungen an den Flügel, welche im Zuge der Auslegung und Fertigung berücksichtigt werden müssen. Sowohl die konstruktiven als auch die strukturmechanischen Maßnahmen sollen mit Hilfe geeigneter Ingenieursmethoden erfolgen und begründet werden.

Zur Überprüfung der Auslegung sollen die Ergebnisse der Berechnungen mit Messergebnissen aus vorangegangenen Tests verglichen werden.

Abbildung 1: Seitenansicht LF1 "Zaunkönig"

2. Anforderungen/Vorgaben

2.1. Geometrische Vorgaben des Flügels

Bei dem Flügel des Zaunkönigs handelt es sich um einen Rechteckflügel (Zuspitzung $\tau = 0$, Pfeilung $\phi = 0°$). Vorflügel und Hochauftriebsklappen erstrecken sich über die gesamte Spannweite und sind jeweils an der Flügelwurzel, -mitte und -spitze mit dem Hauptflügel verbunden (bei $\eta = \{0{,}0; 0{,}5; 1{,}0\}$). Darüber hinaus ist der Hauptflügel gegenüber dem Rumpf mit Verstrebungen am Punkt ($\eta = 0{,}50$; $\xi = 0{,}25$) abgestützt. Die Maße des Gesamtflügels sind Abbildung 2 sowie den beigefügten Anlagen zu entnehmen. Im Gegensatz zu dem originalen, abgestrebten Flügel des Zaunkönigs soll eine alternative Bauweise ohne Streben umgesetzt werden.

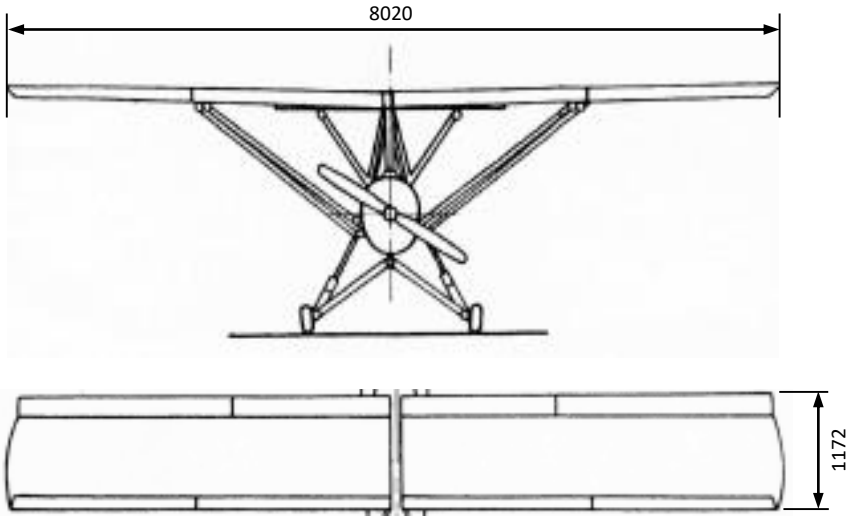


Abbildung 2: Bemaßte Front- und Draufsicht des LF1 "Zaunkönig"

2.2. Strukturmechanische Anforderungen

Für die strukturmechanischen Tests soll das Modell eines Halbflügels in Glasfaserverbund-Holm-Bauweise gebaut werden, der bei einer möglichst geringen Eigenmasse eine Prüfkraft von 500 N ohne Bruch erträgt. Dabei soll der Flügel sowohl auf Festigkeit als auch auf Steifigkeit ausgelegt werden. Eine hinreichende Steifigkeit ist gegeben, wenn sich der Flügel bei einer senkrechten Belastung von $F_{Prüf} = 100$ N an der Flügelspitze (L/4-Punkt) um nicht mehr als $z_{100N} = 22$ mm durchbiegt. Um die Hautdicke ausschließlich auf Festigkeit zu dimensionieren, aber frühzeitiges Beulen der Haut zu vermeiden, kann ein Sandwich-Aufbau an kritischen Bereichen und/oder Rippen gewählt werden. Es sind geeignete konstruktive Mittel zu überlegen um diese Vorgaben zu erreichen. Die Einhaltung der Anforderungen ist rechnerisch nachzuweisen.

Darüber hinaus soll der Torsionswinkel der Flügelaußenkante in Abhängigkeit einer exzentrischen, senkrechten Prüflast mit Hilfe der Theorie nach St. Venant berechnet werden.

2.3. Konstruktive Anforderungen

Der Hauptflügel des Zaunkönigs ist als Modellflügel in Glasfaserverbund-Holm-Bauweise umzusetzen. Vorflügel und Hochauftriebsklappen sind nicht auszuführen. Das aerodynamische Profil des Hauptflügels ist zu bewahren. Die V-Stellung des Flügels ist zu vernachlässigen. Als Kernmaterial steht Styrodur und Depron zur Verfügung. Die Faserorientierung der Gewebe ist im Einklang mit den durchgeführten Rechnungen belastungsgerecht zu wählen.

Die rumpfseitigen Einspannverhältnisse sind wie in Anlage C ausgeführt. Diese sehen eine wie bei Klein- und Segelflugzeugen übliche Konstruktion vor: Der Holm wird dabei im Rumpf mit der anderen Flügelhälfte verstiftet und jede Flügelhälfte stützt sich gegen den Rumpf wobei die Torsion mit Querkraftbolzen aufgenommen wird. Für den Flügelbau bedeutet dies, dass der Holm entsprechend Anlage C aus dem Flügel herausgezogen werden muss. Es sollte außerdem berücksichtigt werden, dass der Holm geeignet getapert wird, um Versagen im Einspannungsbereich zu vermeiden. An der freien Flügelspitze ist zur Lasteinleitung eine Endrippe vorzusehen, die die lösbare Montage der Endscheibe aus Anlage D erlaubt.

Der Flügel darf ein maximales Gewicht von 0,750 kg nicht überschreiten. Auf eine fertigungsgerechte Konstruktion ist zu achten.

3. Bewertungskriterien

Das Hauptaugenmerk der Konstruktion sollte, unter Einhaltung der zuvor genannten Randbedingungen, auf einem möglichst geringen Eigengewicht des Flügels liegen. Ein Vergleich der Ergebnisse der einzelnen Gruppen untereinander soll anhand der Masse $m_{Flügel}$ entsprechend des gewichtsnormalisierten Festigkeitskriteriums $m_{Belastung,max}/m_{Flügel}$ erfolgen, welches die ertragene Bruchlast mit dem Eigengewicht der Konstruktion ins Verhältnis setzt.

4. Aufgabenstellung

Um die oben beschriebenen Anforderungen zu erfüllen, sind folgende Teilaufgaben zu bearbeiten:

1. Einarbeitung in die Fragen der Anforderungen
2. Entwicklung konstruktiver und strukturmechanischer Lösungsansätze für die Faserverbund-Bauweise
3. Festlegung einer konstruktiven Lösungsvariante
4. Dimensionierung und Nachweis der gewählten Lösungsvariante mittels
    a. Handbuchmethoden, sowie
    b. Numerischer Methoden
5. Detailentwurf der dimensionierten Lösungsvariante
6. Auswertung, Vergleich und Diskussion der berechneten Daten (Biegung, Torsion, max. Bruchlast, Schubmittelpunkt)
7. Vergleich mit im Strukturtest ermittelten Daten und denen anderer Gruppen
8. Diskussion der Ergebnisse
9. Bewertung der eigenen Konstruktion und Diskussion einer Optimierung

Arbeitsteilung und -ablauf ist durch die Gruppe selbstständig zu organisieren. Theoretische Hintergründe, erstellte Modelle, sowie Vorgehensweisen, Entscheidungskriterien und gewonnene Ergebnisse sind sorgfältig zu dokumentieren. Die Verfasser der einzelnen Abschnitte des Abschlussberichtes sind zu kennzeichnen.

5. Literatur

[A] Horst, P., (2013) ‘Leichtbau I – Ingenieurtheorien des Leichtbaus’ Vorlesungsskript. Braunschweig: Institut für Flugzeugbau und Leichtbau

[B] Ostermeyer, G.-P. (2010) 'Mechanik I' Vorlesungsskript. Braunschweig: Institut für Dynamik und Schwingungen

[C] Horst, P., (2013) ‘Finite Elemente Methoden I’ Vorlesungsskript. Braunschweig: Institut für Flugzeugbau und Leichtbau

[D] Schürmann, H., (2007) ‘Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden’ Springer-Verlag Berlin Heidelberg

6. Anlagen

[A] Merkblatt für die Anfertigung studentisch-wissenschaftlicher Arbeiten

[B] Flügelkontur, Technische Zeichnung

[C] Einspannung, Technische Zeichnung

[D] Endscheibe, Technische Zeichnung

(Ort, Datum)	(Prof. Dr.-Ing. P. Horst)

Inhaltsverzeichnis

1 Bezeichnungen **9**

2 Einleitung **10**
2.1 Projektbeschreibung . . . 10
2.2 Motivation (O.S.) . . . 10
2.3 Lösungsstrategie . . . 11

3 Grundlagen **12**
3.1 Glasfaser . . . 12
3.2 Matrix . . . 12
3.3 Netztheorie . . . 12
3.4 Klassische Laminattheorie . . . 12
3.5 Versagenskriterium nach Puck (O.S.) . . . 12
3.5.1 Definitionen . . . 13
3.5.2 Zwischenfaserbruch ohne Längsspannung . . . 13
3.5.3 Einfluss der Längsspannung . . . 14
3.5.4 Faserbruch . . . 15
3.6 Bauweise (O.S.) . . . 17

4 Auselgung des Holms nach Handbuchmethoden **18**
4.1 Modellierung des Holms . . . 18
4.1.1 Annahmen zur Modellierung (T.B.) . . . 18
4.1.2 Analytische Lösung der Modellierung (T.B.) . . . 19
4.1.3 Analyse der Modellierung (T.B.) . . . 22
4.2 Auslegung des Holms nach VDI 2013 (H.K.) . . . 25
4.2.1 Dimensionierung der Gurte mit rechteckigem Querschnitt . . . 25
4.2.2 Nachrechnung der angepassten Gurte . . . 27
4.2.3 Bestimmung der Lagenanzahl des Steges . . . 28
4.3 Auslegung des Holms nach Klassischer Laminattheorie . . . 31
4.3.1 eLamX (T.B.) . . . 31
4.4 Beulabschätzung des Holms . . . 33
4.4.1 Beulsicherheit der Gurte (T.B.) . . . 33
4.4.2 Beulsicherheit des Steges (T.B.) . . . 34
4.5 Auslegung der Klebeverbindung (T.B.) . . . 38
4.5.1 Klebeverbindung Steg - Gurt (T.B.) . . . 38
4.5.2 Klebeverbindung Holm - Rippen (T.B.) . . . 38
4.6 Bolzenauslegung . . . 39
4.6.1 Bolzenberechnung . . . 39

5 Auslegung der Flügelschale nach Handbuchmethoden **40**
5.1 Schubfluss . . . 40
5.1.1 Theorie (O.S.) . . . 40
5.1.2 Idealisierung . . . 41
5.1.3 Schwerpunktkoordinaten . . . 42
5.1.4 Schubmittelpunkt . . . 44
5.1.5 Torsion (O.S.) . . . 46
5.1.6 Schubspannung (O.S.) . . . 47
5.2 Auslegung der Flügelschale nach Klassischer Laminattheorie . . . 49
5.2.1 eLamX (T.B.) . . . 49
5.3 Beulabschätzung der Flügelschale (T.B.) . . . 50

6 Numerische Berechnung **52**
6.1 Warum FEM? (O.S.) . . . 52
6.2 Wie funktioniert FEM? (O.S.) . . . 52
6.2.1 Schwache Lösung der Elastostatik . . . 52
6.2.2 Diskretisierung . . . 53
6.3 ABAQUS Analyse (H.G.) . . . 54
6.3.1 Modell . . . 54
6.3.2 Analyse . . . 57
6.3.3 Beulanalyse . . . 59

7 CAD-Konstruktion des Flügels (H.K.) **60**
7.1 Konstruktion der Gurte . . . 60
7.2 Konstruktion des Stegs . . . 61
7.3 Konstruktion der Haut und der Rippen . . . 62
7.4 Holzkonstruktion an der Aufnahme der Hauptbolzen . . . 63
7.5 Querkraftbolzen und Montage auf dem Teststand . . . 64

8 Massenabschätzung (H.K.) **65**
8.1 Masse der Gurte . . . 65
8.2 Masse des Stegs . . . 65
8.3 Masse der Haut . . . 66
8.4 Masse der Holzklötze und Rippen . . . 67
8.5 Abschätzung der Verklebungen und der Gesamtmasse . . . 67

9 Bauanleitung für Flügelbau (T.B.) **69**

10 Zusammenfassung **71**

11 Quellenverzeichnis **72**

12 Abbildungsverzeichnis **73**

13 Tabellenverzeichnis **74**

14 Anhang **75**
14.1 Berechnung: Analytischen Lösung der Modellierung 75
14.2 Abbildungen 77

1 Bezeichnungen

Bezeichnungen

A	Festlager
B	Loslager
C	Krafteinleitung der Querkraftbolzen
E	Elastizitätsmodul (allgemein)
F	Kraft (allgemein)
FKV	Faser-Kunststoff-Verbund
G	Schubmodul (allgemein)
I	Flächenträgheitsmoment (allgemein)
K	Dimensionierungskennwert nach [QUELLE VDI einfügen]
Q	Querkraft (allgemein)
R	Integrationskonstante (allgemein)
UD	unidirektional
Zb	Faserbruch
Zfb	Zwischenfaserbruch

a	Lange Seite des Streifens nach [1]
b	Kurze Seite des Streifens nach [1]
h	Höhenabmessung des Holmes (allgemein)
j	Sicherheitsfaktor
l	Längenabmessung des Holmes (allgemein)
n	Lagenanzahl
q	Schubfluss
$\bar{q}$	Flächengewicht nach [Quelle VDI einfügen]
s	Dicke des Streifens nach [1]
t	Dicke des Verbunds nach [3]
w	Absenkung des Balkens unter Prüfkraft
x	x-Koordinate in Flugzeuglängsrichtung
y	y-Koordinate in Holmrichtung, positiv Richtung Endrippe
z	z-Koordinate der Rechtssystems

ϵ	Dehnung (allgemein)
φ	Faservolumengehalt
κ	Steifigkeitserhöhung des Sandwich nach [1]
ρ	Dichte (allgemein)
σ	Zug-/Druckspannung (allgemein)
τ	Schubspannung (allgemein)

11	Faserhauptrichtung
22	Fasernebenrichtung
12	Wie heißt diese Richtung ?????
$\parallel$	Parallel zur Faser
$\perp$	Senkrecht zur Faser
#	Unter 45° zur Faserrichtung
+	Bei Zugbeanspruchung
−	Bei Druckbeanspruchung
I	Holmbereich zwischen A und B
II	Holmbereich zwischen B und C
III	Holmbereich von C bis Flügelspitze
1 bis 10?	Bereiche Schubmittelpunktberechnung????

2 Einleitung

2.1 Projektbeschreibung

Der Zaunkönig ist ein in den frühen 1940er Jahren entstandenes Flugzeug, das unter der Leitung von Hermann Winter an der Technischen Hochschule Braunschweig konstruiert wurde. Da der Zaunkönig vornehmlich aus Holz gebaut wurde, soll jetzt ein neuer Flügel im Maßstab 1:4,7 aus Glasfaser-Kunststoffverbund (GFK) konstruiert werden. Der Flügel muss gewisse Anforderungen erfüllen, die im Folgenden definiert werden. Bei der Tragfläche handelt es sich um einen Rechteckflügel, der im Original über Verstrebungen mit dem Rumpf verbunden ist. Diese Streben sollen in der neuen Konstruktion nicht vorhanden sein. Der Flügel soll im Rumpf verstiftet werden, wobei die Torsionsbelastung durch Querkraftbolzen aufgenommen wird. Insgesamt darf der Flügel das Gewicht von 0,750 kg nicht überschreiten. Um die strukturmechanischen Anforderungen zu erfüllen wird der Flügel auf seine Steifigkeit und Festigkeit geprüft. Die Steifigkeit ist hinreichend, wenn der Flügel bei einer senkrechten Belastung von $F_{pruef} = 100N$ an der Endrippe eine Durchbiegung von $w = 22mm$ nicht überschreitet. Außerdem darf der Flügel bei einer Prüfkraft von $F_{pruef} = 500N$ nicht brechen. Der Flügel muss so auf Stabilität ausgelegt sein, dass kein Beulen auftritt. Zusätzlich sollen der Torsionswinkel und Schubmittelpunkt berechnet werden.

2.2 Motivation (O.S.)

Zunächst ist zu klären, warum es sinnvoll ist für diesen Flügel GFK zu verwenden. In der Luftfahrt wird immer nach Wegen gesucht das Gewicht zu minimieren, um die Wirtschaftlichkeit von Flugobjekten zu maximieren. Faser-Kunststoffverbunde (FKV) mit ihrer hohen spezifischen

Festigkeit stellen hierbei einen idealen Kandidaten dar. Zusätzlich bieten FKV einfache Formgebungsmöglichkeiten für komplexe aerodynamische Profile und auch die Korrosionsbeständigkeit ist höher als bei konventionellen Werkstoffen. Als ein großer Nachteil ist der hohe Preis zu nennen, der in diesem Fall jedoch keine große Rolle spielt, da nur ein Modell entworfen wird und der Flügel nicht für hohe Stückzahlen optimiert wird. Glasfasern sind im Vergleich zu Kohlenstofffasern die günstigere Variante, auf sie wird in Kapitel 3.1 noch mal genauer eingegangen.

2.3 Lösungsstrategie

Text folgt

3 Grundlagen

3.1 Glasfaser

Glasfasern gelten als älteste synthetische Faserart und wurden schon vor 3500 Jahren verwendet. Heute werden Glasfasern überwiegend aus SiO2 und Metalloxiden hergestellt. Die Bestandteile werden bei ca. 1400°C aufgeschmolzen und durch kleine Düsen im Boden des Kessels als dünne Fäden ausgelassen. Die Fäden werden aufgewickelt und zu größeren Fasern versponnen (vgl. [3]) Die hohe Festigkeit der Glasfaser beruht auf den kovalenten Bindungen von Silizium- und Sauerstoff-Atomen. Zugesetzte Metalloxide verhindern eine Ausbildung eines geordneten Gefüges und erhöhen somit zusätzlich die Festigkeit. Die Fasern können in Längsrichtung sehr hohe Kräfte aufnehmen, jedoch nicht in Querrichtung. Deshalb werden sie in eine Matrix integriert, die die Querkräfte aufnimmt und die Faser vor dem Knicken schützt. Glasfasern lassen sich auch um enge Radien sehr gut drapieren und sind durch ihre einfache Herstellungsweise sehr preiswert [4]. Durch die zuvor erläuterten Eigenschaften sind Glasfasern sehr gut für dieses Projekt geeignet, für einen größeren Flügel wäre jedoch der Elastizitätsmodul zu gering und es müsste auf andere Fasern, wie zum Beispiel Kohlefasern zurückgegriffen werden. Für die Konstruktion des Flügels stehen die Glasfasern Interglas 90070 (Bidirektional) und Interglas 92145 (Unidirektional) des Herstellers Interglas Technologies zur Verfügung.

3.2 Matrix

Unter der Matrix versteht man den die Fasern umgebenden Teil des Faserverbundstoffs. Dabei werden im Bereich des Faser-Kunststoff-Verbunds Polymere wie z.B. Epoxidharz verwendet. Die Matrix ist meist der schwache Teil des FKV und ist dafür da um die Fasern gegen Knicken bei Druckbelastung zu schützen und eine gleichmäßige Krafteinleitung in die Fasern zu ermöglichen. Zusätzlich hält sie die Fasern in Position und verhindert Reibung zwischen den einzelnen Fasern. Weiterer Text folgt.

3.3 Netztheorie

Text folgt noch, hiermit soll jedoch nicht gerechnet werden. Hinweis auf VDI 2013 herstellen !

3.4 Klassische Laminattheorie

Text folgt noch

3.5 Versagenskriterium nach Puck (O.S.)

Da für einen anisotropen FKV nicht das Versagen mittels einer allgemeinen resultierenden Spannung für jeden Lastfall ermittelt werden kann, müssen Versagenskriterien für die speziellen Beanspruchungsmodi definiert werden. Für die in dieser Projektarbeit durchgeführten Auslegungen wurden die Festigkeitskriterien von Puck verwendet. Hierbei werden die einzelnen UD-Schichten des Laminats getrennt betrachtet. Auch wenn diese Betrachtungen physikalisch begründet sind (vgl. [9]), hat dies zur Folge, dass Effekte wie Delamination nicht berücksichtigt werden.

3.5.1 Definitionen

Zunächst sind einige Begriffe zu definieren. An einer UD-Schicht können zwei verschiedene Normalspannungen wirken, die sich je nachdem, ob es sich um Druck- oder Zugbelastung handelt, unterschiedlich auf das Versagen auswirken: Die Längsbeanspruchung $\sigma_{\parallel}$ parallel zur und die Querbeanspruchung $\sigma_{\perp}$ orthogonal zur Faserrichtung. Auch bei der Schubspannung muss zwischen der Quer-/Quer-Schubbeanspruchung $\tau_{\perp\perp}$ und der Längs-/Quer-Schubbeanspruchung $\tau_{\parallel\perp}$ unterschieden werden. Wegen des durch die Fasern bedingten stark anisotropen Aufbau muss zwischen zwei grundlegenden Versagensarten unterschieden werden: Den Faserbruch (Fb) und den Zwischenfaserbruch (Zfb). Der Begriff Bruch ist hier bewusst als Schadensbezeichnung gewählt, da bei beiden Fällen kein plastisches Verhalten auftritt und es sich um einen Sprödbruch ohne nennenswertes Fließen handelt. Für das Versagenskriterium wird die genaue Definition der Anstrengung f_E gesucht. Er ist abhängig vom Spannungszustand und immer so definiert, dass bei $f_E = 1$ das Versagen eintritt, er also bei Belastungen, die das Material aushält, Werte kleiner als 1 und bei überkritischen Lasten größer 1 annimmt.

Beim Zfb stimmt die Bruchebene nicht unbedingt mit der Wirkebene, der Ebene mit der höchsten Beanspruchung, überein. Auf anderen Ebenen können andere Festigkeiten herrschen, die früher überschritten werden. Generell gilt für sie, dass die Bruchebene immer parallel zu den Fasern sein muss. Puck führt analog zur Festigkeit den Bruchwiderstand der Wirkebene R^A der als "derjenige Widerstand [definiert ist], den eine Schnittebene ihrem Bruch infolge einer einzelnen in ihr wirkenden Beanspruchung (bei Zfb: $\sigma_{\perp}^{+}$ oder $\tau_{\perp\perp}$ oder $\tau_{\parallel\perp}$) entgegensetzt"[3].

3.5.2 Zwischenfaserbruch ohne Längsspannung

Ignoriert man die Längsspannung σ_1, da diese erst bei sehr hohen Werten Einfluss auf einen Zfb hat, ergibt sich ein Spannungszustand aus den beiden übrigen Normalspannungen σ_2 und σ_3 orthogonal zu den Fasern und den Schubspannungen τ_{12}, τ_{23} und τ_{31}. Um nun die Bruchebene bestimmen zu können, muss der Spannungszustand in den dieser Ebene mittels der Matrix aus Gleichung 1 transformiert werden. Aus der Bedingung, dass die Bruchebene parallel zu den Fasern liegen muss, ergibt sich eine Drehung um die x_1-Achse, die in Faserrichtung zeigt, mit dem Winkel θ. In der Bruchebene liegen dann nur noch die beiden Schubspannungen τ_{nt} normal und tangential zur Ebene, τ_{n1} normal und in Faserrichtung und die Normalspannung σ_n senkrecht auf der Bruchebene.

$$\begin{pmatrix} \sigma_n \\ \tau_{nt} \\ \tau_{n1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^2 & s^2 & 2cs & 0 & 0 \\ -cs & sc & (c^2 - s^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \tag{1}$$

Mit

$$c = cos\theta \tag{2}$$

und

$$s = sin\theta. \tag{3}$$

Mit diesen Werten definiert Puck seine Bruchbedingungen aus der Mohrschen Bruchhypothese[3], wobei er zwischen $\sigma_n < 0$:

$$f_{E,\mathrm{Zfb}} = \sqrt{\left[\left(\frac{1}{R_\perp^+} - \frac{p_{\perp\psi}^+}{R_{\perp\psi}^A}\right)\sigma_n\right]^2 + \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}}{R_{\perp\parallel}}\right)^2} + \frac{p_{\perp\psi}^+}{R_{\perp\psi}^A}\sigma_n \tag{4}$$

und $\sigma_n \geq 0$

$$f_{E,\mathrm{Zfb}} = \sqrt{\left(\frac{p_{\perp\psi}^-}{R_{\perp\psi}^A}\sigma_n\right)^2 + \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}}{R_{\perp\parallel}}\right)^2} + \frac{p_{\perp\psi}^-}{R_{\perp\psi}^A}\sigma_n \tag{5}$$

unterscheidet. Mit den experimentell ermittelten Bruchwiderständen R und Steigungsparametern $p_{\perp\perp}^{\pm}$ lassen sich aus der Bedingung, dass der Bruchkörper, der sich aus $f_{E,\mathrm{Zfb}} = 1$ ergibt, sprung- und knickfrei sein müssen, die Neigungsparapameter $p_{\perp\psi}^{\pm}$ bestimmen. Nun lässt sich die Anstrengung in Abhängigkeit des Drehwinkels θ errechnen. Für die meisten Fälle ist dies jedoch nicht analytisch möglich, sodass die Werte numerisch bestimmt werden müssen. In Ebene mit der höchsten Anstrengung kann es am ehesten zum Bruch kommen. Der Reservefaktor ist als der Kehrwert der Anstrengung definiert und gibt ein Maß für die Sicherheit gegen das Versagen. Falls die Anstrengung den Wert von 1 überschreitet, wird die Ebene der UD-Schicht zur Bruchebene, wo der Reservefaktor zuerst null wird. Es kommt zum Zwischenfaserbruch.

3.5.3 Einfluss der Längsspannung

In diesen Betrachtungen wurde bisher der Einfluss der Spannung in Faserrichtung σ_1 vernachlässigt. Jedoch treten bei höheren Spannung Effekte auf die sich auch auf den Zfb auswirken und die Bruchwiderstände gesenkt werden. Zum einen wird durch starke Dehnung in Faserrichtung die Matrix überproportional beansprucht und Poren werden verstärkt geöffnet, zum anderen kann es auch, bevor Faserbruch eintritt, zum Bruch einzelner Filamente kommen, die Risse in der Matrix begünstigen. Außerdem können sich durch Druckspannungen in Faserrichtung diese leicht wellen, was zusätzliche $\tau_{\perp\parallel}$-Beanspruchung in das Material einträgt.

Puck berücksichtigt diese Senkung der Bruchwiderstände durch einen Schwächungsfaktor $\eta_\mathrm{w} < 1$. Um die Einbeziehung dieses Faktors besser handhabbar zu machen, wir er für alle Bruchwiderstände gleich gewählt. Somit lässt er sich wohl aus Gleichung 4 als auch 5 ausklammern. Es lässt sich also die Bruchbedingung unter Einbezug der Längsspannung $f_{E1} = 1$ als

$$f_{E1} = \frac{f_{E0}}{\eta_\mathrm{W}} = 1 \tag{6}$$

schreiben, wobei der Index 0 für die Anstrengung ohne σ_1 steht. Durch die gleich starke Absenkung aller Bruchwiderstände bleibt auch der Bruchwinkel erhalten. Für die Abhängigkeit des Schwächungsfaktors von σ_1 wird eine Ellipsenbeziehung gewählt, wobei wieder Druck- und Zugspannung unterschieden wird, da die Zugspannung einen stärkeren Einfluss auf den Zfb hat. Dadurch ergibt sich für den Bruchkörper eine Zigarrenform.

Auch wenn Zwischenfaserbrüche nicht unbedingt zum Totalversagen des Laminats führen, sind sie hier trotzdem als Auslegungskriterium zu sehen, da sie negative Auswirkungen auf die

Festigkeiten, Lebensdauer und Sicherheit haben. Die Risse in der Matrix können Delamination auslösen oder auch durch Kerbwirkung anliegende Schichten schwächen. Sowohl der Quer-Längs-Schubmodul, als auch die Bruchfestigkeit $R_{\|}^{-}$ nehmen ab. Des Weiteren können durch die Risse korrosive Medien an die Fasern gelangen und diese schädigen.

3.5.4 Faserbruch

Ein viel kritischer Fall tritt ein, wenn beim Faserbruch die Fasern reißen oder brechen. Als Versagen gilt hier nicht der Bruch einzelner Fasern, sondern ganzer Bündel. Dies ist unter allen Umständen zu vermeiden, da die hohen Spannungen, bei denen das Material versagt, meist nicht über andere Lastpfade kompensiert werden kann. Während die Spannung in Faserrichtung $\sigma_{\|}$ für den Zfb nur eine zweitrangige Rolle spielt, ist sie für den Fb maßgebend.

Zugspannung $\sigma_{\|}^{+}$

Die Bruchwiderstand in Faserrichtung bei Zugbeanspruchung $R_{\|}^{+}$ wird in der Regel rechnerisch und nicht experimentell bestimmt. Der genaue Wert für die Festigkeit wird meistens nicht benötigt, weil bei FKV viel schneller durchs Versagen der Matrix ein Zfb auftreten kann und die Konstruktionen bei schwingender Beanspruchung durch Ermüdung versagen. Außerdem ist die Bestimmung des Wertes im Versuch möglich, weil die wegen der hohen Bruchspannungen an den Einspannungen zu mehrachsigen Spannungszuständen kommt. Da die Fasern quasi die gesamte Spannung aufnehmen und die Matrix dem gegenüber vernachlässigbar ist, lässt sich die Festigkeit des Laminats rein aus der der Fasern $R_{f\|}^{+}$ und des Faservolumenanteils φ bestimmen:

$$R_{\|}^{+} = R_{f\|}^{+}\varphi \tag{7}$$

Hieran lässt sich auch erkennen, dass die Spannungen, die in den Fasern herrschen antiproportional mit dem Faservolumenanteil steigen. Jedoch kann man diesen Wert nicht ohne weiteres verwenden, sondern muss ihn durch einen Abminderungsfaktor korrigieren, da die wahre Festigkeit durch einige Effekte gesenkt wird.

Schon in der Fertigung und Verarbeitung können Schädigungen an einzelnen Filamenten entstehen, sodass diese früher versagen und benachbarte Fasern einer erhöhten Belastung ausgesetzt sind. Auch eine leicht unterschiedliche Ausrichtung oder Vorspannung kann zu einer unterschiedlichen Spannungsverteilung führen, die das vorzeitige Versagen bewirkt. Die örtliche Streuung der Festigkeit sorgt dafür, dass einige Fasern zuerst brechen und anliegende ihr Last zusätzlich tragen müssen. Auch wenn dadurch die Gesamtfestigkeit des VFKs gesenkt wird, ermöglicht dies das vorzeitige Erkennen des Versagens, was erwünscht ist.

Druckspannung $\sigma_{\|}^{-}$

Bei hohen Druckspannungen, besonders bei dünnen Bauteilen des Leichtbaus, muss es nicht zum Versagen des Materials in Folge vom Erreichen der Fließgrenze oder Schubbelastung spröder Werkstoffe. Es handelt sich stattdessen um ein Stabilitätsproblem, bei dem die Fasern einer UD-Schicht knicken. Jedoch kommt es nur in einem nie wirklich erreichbaren idealen Laminat zu einem Verzweigungsproblem, wie es beim Eulerknicken zu beobachten ist. Bei realen Laminaten

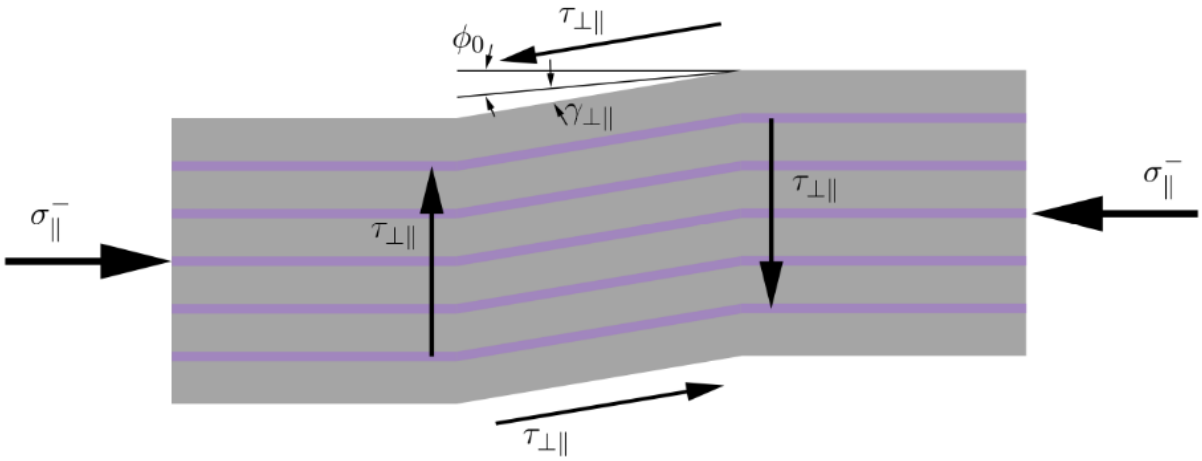


Abbildung 1: Schubknicken

gibt es immer Imperfektionen, bei denen die Fasern durch Welligkeiten lokal eine variierende Orientierung haben, die das sogenannte Schubknicken auslösen. Schon ohne Lastangriff liegt also eine Orientierungsabweichung mit dem Winkel ϕ_0 vor. Da trotzdem an jeder Stelle das Momentengleichgewicht herrschen muss, aber es an diesem Ort nicht mehr nur durch die Druckspannungen erfüllt ist, entstehen Schubspannungen $\tau_{\perp\parallel}$. Aus dem Momentengleichgewicht in Abbildung 1 lässt sich der Zusammenhang

$$\sigma_{\parallel}^{-} = \frac{\tau_{\perp\parallel}}{\phi_0 + \gamma_{\perp\parallel}} \tag{8}$$

erkennen. Mit steigender Druckspannung steigt auch der Schiebewinkel $\gamma_{\perp\parallel}$. Bei dieser Betrachtung wurde aber noch die Biegesteifigkeit der Fasern außer Acht gelassen, die dem Schubknicken entgegenwirken. Auch die benachbarten Fasern stützen die knickenden Schichten und tragen somit zu einer erhöhten Stabilität bei. Des Weiteren ist zu beachten, dass die Schubspannung $\tau_{\perp\parallel}$ stark nichtlinear von dem Schubwinkel $\gamma_{\perp\parallel}$ abhängt. Die Längs-Druckfestigkeit $R_{\parallel}^{-}$ lässt sich aus der Extremwertbetrachtung von Gleichung 8 als der Maximalwert von $\sigma_{\parallel}^{-}$ zu

$$R_{\parallel}^{-} = \frac{\mathrm{d}\tau_{\perp\parallel}}{\mathrm{d}\gamma_{\perp\parallel}} = G_{\perp\parallel,\mathrm{T}}(\gamma_{\perp\parallel}) \tag{9}$$

bestimmen. $G_{\perp\parallel,\mathrm{T}}(\gamma_{\perp\parallel})$ ist der Tangenten-Schubmodul beim Schubknicken. Wird dieser Wert überschritten, wächst der Schiebewinkel unkontrolliert an und es kommt zum lokalen Knicken, was nicht selten zum Gesamtversagen führen kann.

Häufig kommt es aber gar nicht zur Überschreitung dieser Festigkeit. Lokale Spannungsmaxima können schon vorher zum Versagen durch Zfb führen, bevor es zum Schubknicken kommt. In dem zu konstruierenden Flügel soll sich ein Holm befinden, in dessen Gurte es durch ihre relativ hohe Dicke jedoch trotzdem vorkommen kann. Somit ist dieser Fall für diese Projektarbeit nicht vernachlässigbar.

Sowohl die Längs-Druckfestigkeit $R_{\parallel}^{-}$ als auch die Längs-Zugfestigkeit $R_{\parallel}^{+}$ sind als Materialkennwerte der UD-Schicht im Rahmen der Aufgabenstellung gegeben und ergänzen die Pucksche

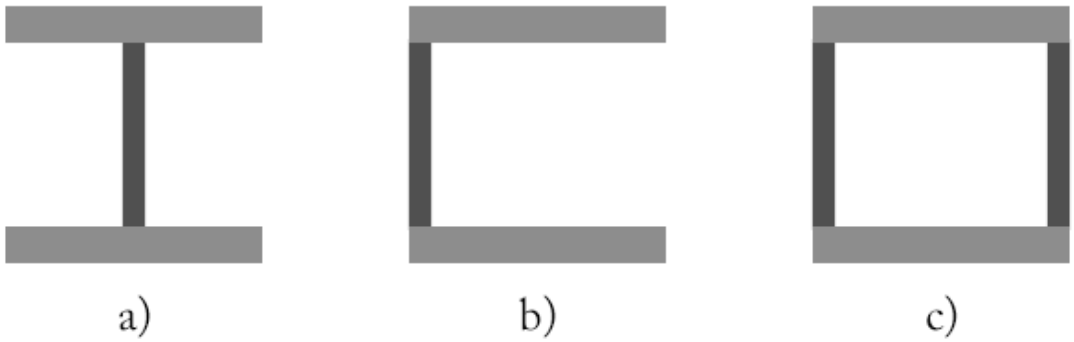


Abbildung 2: a) I-Holm b) C-Holm c) Kastenholm

Zigarre indem der Bruchkörper durch diese beiden Festigkeiten in die σ_1-Richtung beschränkt wird.

3.6 Bauweise (O.S.)

In der Aufgabenstellung wird gefordert, dass der Flügel in der Holm-Bauweise konstruiert wird. Ein Holm besteht aus zwei parallelen Gurten, die durch einen oder mehrere Stege miteinander verbunden werden. Dabei sind verschiedene Varianten möglich. Abbildung 2 veranschaulicht Konstruktionsmöglichkeiten. Neben der Festigkeit ist die Steifigkeit die einzige strukturmechanische Anforderung. Somit lässt sich das Problem als Biegebalken betrachten, der bei der vorgegebenen Prüflast $F_{pruef} = 100\text{N}$ am freien Ende die vorgegebene Durchbiegung $w(100\text{N}) = 22\text{mm}$ einhält. Das entstehende Biegemoment wird hauptsächlich von den Gurten getragen, weswegen man sich bei der Wahl des Steges auf andere Kriterien konzentrieren kann. Da kein maximaler Drillwinkel vorgegeben ist und die Torsionssteifigkeit fast ausschließlich von der Haut bewirkt wird, führen mehrere Stege, wie man sie bei einem geschlossenen Profil hat, nur zu unerwünschter Gewichtszunahme. Nach diesen Überlegungen wurde der I-Holm ausgewählt, da dieser bei einfacher Fertigung die gewünschten Eigenschaften mit sich bringt. Das aerodynamische Profil des Flügels wird durch die Schale erreicht. Hierbei wird eine dünne Haut nur an kritischen Stellen mit der Sandwichbauweise oder Rippen verstärkt, um Beulen zu verhindern. Die Schale trägt dabei so gut wie gar nicht die Last des Flügels, jedoch ist sie für die Torsionssteifigkeit entscheidend.

4 Auselgung des Holms nach Handbuchmethoden

4.1 Modellierung des Holms

4.1.1 Annahmen zur Modellierung (T.B.)

Das Koordinatensystem des Flügels entspricht dem linkshändigem Flugzeugkoordinatensystem, sodass die
Flügellängskoordinate durch y definiert ist. Der Koordinatenursprung ist im Lager A positioniert.

Der Holm inklusive des Holmstummels wird für die Belastung durch eine Prüfkraft F_{pruef} in negative z-Richtung als Biegebalken ausgelegt. Dafür ist er an zwei Stellen gelagert, am Lager A und am Lager B. Die Lager entsprechen den Verstiftungen (siehe Bauteil U-Profil). Um eine Überbestimmung des Systems zu vermeiden, wird das Lager B als Loslager angenommen. Die Querkraftbolzen werden nicht durch ein Lager, sondern durch eine zusätzlich angreifende Kraft F_Q simuliert, da die biegeweiche Wurzelrippe eine nicht definierbare, unbekannte Absenkung erlaubt.

Als Randbedingungen der Modellierung sind die Halbspannweite s und die Absenkung w gegeben. Für die Absenkung w soll eine Sicherheit $j = 1,1$ gesetzt werden. Zwischen Lager A und B wird die Länge l_1 angenommen, zwischen Lager B und der Wurzelrippe C die Länge l_2. Die verbleibende Länge bis zur Flügelspitze, an der die Prüfkraft F_{pruef} wirkt, wird l_3 bezeichnet. Die Halbspannweite s wird, beginnend in der Mitte der Verstiftungen, bis zur Flügelspitze gemessen. Ausgehend von dem Holmstummelende bis zum Lager A wird l_0 als Länge definiert. Diese Länge ist jedoch unerheblich für die Modellierung, sie wird erst für die Massenbestimmung benötigt.

Anhand der Randbedingungen und der Einspannvorrichtung für den Versuchsaufbau ergeben sich folgende Längen (ebenfalls in Abb. 3 dargestellt):

$$s = 0,848m \tag{10}$$

$$l_0 = 0,03m \tag{11}$$

$$l_1 = 0,076m \tag{12}$$

$$l_2 = 0,037m \tag{13}$$

$$l_3 = s - \frac{l_1}{2} - l_2 = 0,773m \tag{14}$$

$$w_{j=1,1} = \frac{1}{j} * w = \frac{1}{1,1} * 0,022m = 0,02m \tag{15}$$

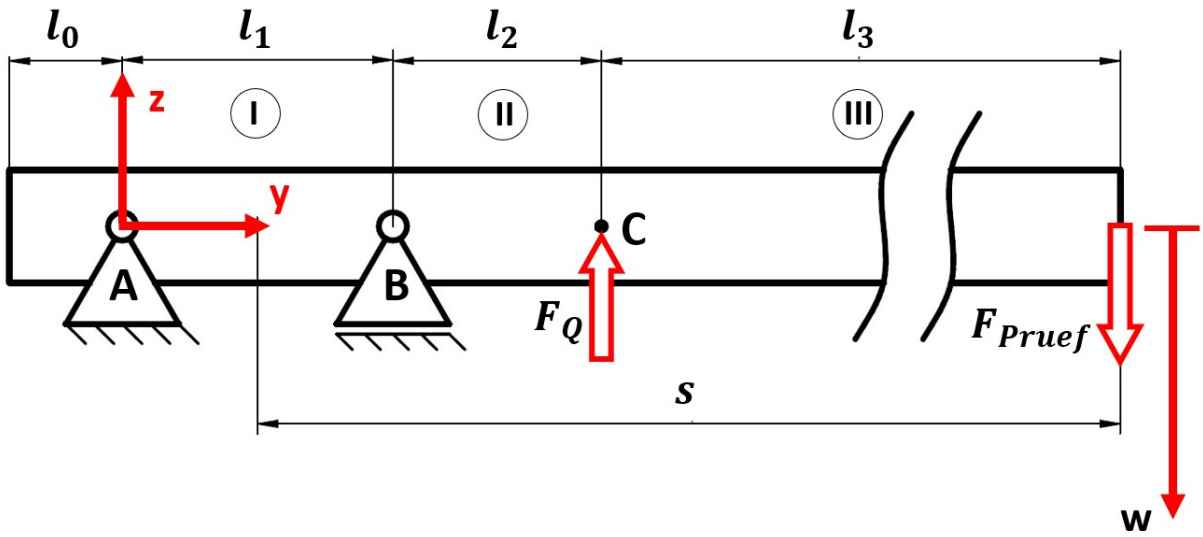


Abbildung 3: Modellierung des Holms

4.1.2 Analytische Lösung der Modellierung (T.B.)

Um die Differentialgleichungen der Balkenbiegung lösen zu können, wird das System vorerst in drei Teilbereiche I, II und III aufgeteilt, die sich von Lager A zu B, von Lager B zur Wurzelrippe C und von dort aus bis zur Flügelspitze erstrecken.

Dadurch ergeben sich folgende zwölf Differentialgleichungen:

$$EI_x \cdot w_I''''(y) = q_I(y) \tag{16}$$

$$EI_x \cdot w_I'''(y) = q_I(y) \cdot y + R_1 = -Q_I(y) \tag{17}$$

$$EI_x \cdot w_I''(y) = \frac{q_I(y)}{2} \cdot y^2 + R_1 \cdot y + R_2 = -M_I(y) \tag{18}$$

$$EI_x \cdot w_I'(y) = \frac{q_I(y)}{6} \cdot y^3 + \frac{R_1}{2} \cdot y^2 + R_2 \cdot y + R_3 \tag{19}$$

$$EI_x \cdot w_I(y) = \frac{q_I(y)}{24} \cdot y^4 + \frac{R_1}{6} \cdot y^3 + \frac{R_2}{2} \cdot y^2 + R_3 \cdot y + R_4 \tag{20}$$

$$EI_x \cdot w_{II}''''(y) = q_{II}(y) \tag{21}$$

$$EI_x \cdot w_{II}'''(y) = q_{II}(y) \cdot y + R_5 = -Q_{II}(y) \tag{22}$$

$$EI_x \cdot w_{II}''(y) = \frac{q_{II}(y)}{2} \cdot y^2 + R_5 \cdot y + R_6 = -M_{II}(y) \tag{23}$$

$$EI_x \cdot w_{II}'(y) = \frac{q_{II}(y)}{6} \cdot y^3 + \frac{R_5}{2} \cdot y^2 + R_6 \cdot y + R_7 \tag{24}$$

$$EI_x \cdot w_{II}(y) = \frac{q_{II}(y)}{24} \cdot y^4 + \frac{R_5}{6} \cdot y^3 + \frac{R_6}{2} \cdot y^2 + R_7 \cdot y + R_8 \tag{25}$$

$$EI_x \cdot w_{III}^{''''}(y) = q_{III}(y) \tag{26}$$

$$EI_x \cdot w_{III}^{'''}(y) = q_{III}(y) \cdot y + R_9 = -Q_I(y) \tag{27}$$

$$EI_x \cdot w_{III}^{''}(y) = \frac{q_{III}(y)}{2} \cdot y^2 + R_9 \cdot y + R_{10} = -M_I(y) \tag{28}$$

$$EI_x \cdot w_{III}^{'}(y) = \frac{q_{III}(y)}{6} \cdot y^3 + \frac{R_9}{2} \cdot y^2 + R_{10} \cdot y + R_{11} \tag{29}$$

$$EI_x \cdot w_{III}(y) = \frac{q_{III}(y)}{24} \cdot y^4 + \frac{R_9}{6} \cdot y^3 + \frac{R_{10}}{2} \cdot y^2 + R_{11} \cdot y + R_{12} \tag{30}$$

Die Randbedingungen der Modellierung ergeben sich folgend:

$$w_I(y = 0) = 0 \tag{31}$$

$$M_I(y = 0) = 0 \tag{32}$$

$$w_I(y = l_1) = 0 \tag{33}$$

$$w_{II}(y = l_1) = 0 \tag{34}$$

$$w_I^{'}(y = l_1) = w_{II}^{'}(y = l_1) \tag{35}$$

$$M_I(y = l_1) = M_{II}(y = l_1) \tag{36}$$

$$w_{II}(y = l_1 + l_2) = w_{III}(y = l_1 + l_2) \tag{37}$$

$$w_{II}^{'}(y = l_1 + l_2) = w_{III}^{'}(y = l_1 + l_2) \tag{38}$$

$$M_{II}(y = l_1 + l_2) = M_{III}(y = l_1 + l_2) \tag{39}$$

$$Q_{II}(y = l_1 + l_2) = Q_{III}(y = l_1 + l_2) + F_Q \tag{40}$$

$$M_{III}(y = l_1 + l_2 + l_3) = 0 \tag{41}$$

$$Q_{III}(y = l_1 + l_2 + l_3) = F_{pruef} \tag{42}$$

Zusätzlich wird angenommen, dass $q_I(y) = q_{II}(y) = q_{III}(y) = 0$ gilt, da keine Streckenlast angreift.

Als Lösung dieser Differentialgleichungen lässt sich die Querkraft $Q(y)$, das Moment $M(y)$ und die Biegelinie $w(y)$ ermitteln:

$$Q(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x) = \begin{cases} F_{pruef} \cdot \frac{l_2+l_3}{l_1} - F_Q \cdot \frac{l_2}{l_1} & , y\epsilon(0, l_1) \\ F_{pruef} + F_Q & , y\epsilon(l_1, l_1 + l_2) \\ F_{pruef} & , y\epsilon(l_1 + l_2, l_1 + l_2 + l_3) \end{cases} \tag{43}$$

$$M(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x) = \begin{cases} (-F_{pruef} \cdot \frac{l_2+l_3}{l_1} - F_Q \cdot \frac{l_2}{l_1}) \cdot y & , y\epsilon(0, l_1) \\ F_{pruef} \cdot (y - l_1 + l_2 + l_3) + F_Q \cdot (y - l_1 + l_2) & , y\epsilon(l_1, l_1 + l_2) \\ F_{pruef} \cdot (y - l_1 + l_2 + l_3) & , y\epsilon(l_1 + l_2, l_1 + l_2 + l_3) \end{cases} \tag{44}$$

$$w(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x) = \begin{cases} \frac{1}{EI_x} \cdot \frac{1}{6} \cdot \Big((F_{pruef} \cdot \frac{l_2+l_3}{l_1} - F_Q \cdot \frac{l_2}{l_1}) \cdot y^3 - \Big((l_2 + l_3) \cdot l_1 \cdot F_{pruef} - l_1 \cdot l_2 \cdot F_Q \Big) \cdot y \Big) \\ , y\epsilon(0, l_1) \\ \frac{1}{EI_x} \cdot \Big(\frac{(-F_{pruef} - F_Q)}{6} \cdot y^3 + \frac{F_{pruef} \cdot (l_1+l_2+l_3) + F_Q \cdot (l_1+L_2)}{2} \cdot y^2 \\ + \Big(F_{pruef} \cdot (-\frac{1}{2} \cdot l_1^2 - \frac{2}{3} \cdot l_1 \cdot l_2 - \frac{2}{3} \cdot l_1 \cdot l_3) + F_Q \cdot (-\frac{1}{2} l_1^2 - \frac{2}{3} \cdot l_1 \cdot l_2) \Big) \cdot y \\ + F_{pruef} \cdot \frac{1}{6} \cdot (l_1^3 + l_1^2 \cdot l_2 + l_1^2 \cdot l_3) + F_Q \cdot \frac{1}{6} \cdot (l_1^3 + l_1^2 \cdot l_2) \Big) \\ , y\epsilon(l_1, l_1 + l_2) \\ \frac{1}{EI_x} \cdot \Big(-\frac{F_{pruef}}{6} \cdot y^3 + \frac{F_{pruef} \cdot (l_1+l_2+l_3)}{2} \cdot y^2 + \Big(F_{pruef} \\ \cdot (-\frac{1}{2} \cdot l_1^2 - \frac{2}{3} \cdot l_1 \cdot l_2 - \frac{2}{3} \cdot l_1 \cdot l_3) + F_Q \cdot (\frac{1}{2} \cdot l_2^2 + \frac{1}{2} \cdot l_1 \cdot l_2) \Big) \cdot y \\ + F_{pruef} \cdot \frac{1}{6} \cdot (l_1^3 + l_1^2 \cdot l_2 + l_1^2 \cdot l_3) + F_Q \cdot (-\frac{1}{6} \cdot l_2^3 - \frac{1}{3} \cdot l_1^2 \cdot l_2 - \frac{1}{2} \cdot l_2^2 \cdot l_1) \Big) \\ , y\epsilon(l_1 + l_2, l_1 + l_2 + l_3) \end{cases} \tag{45}$$

Die Herleitung der Lösung kann im Kapitel 14.1 nachvollzogen werden beigefügt.

Um nun für die Biegesteifigkeit EI_x ein Ergebnis zu erhalten, wird die Gleichung $w(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x)$ nach $EI_x(y, F_{pruef}, F_Q, w)$ umgestellt. Die eingesetzten Werte ergeben sich aus der Auslegung auf Steifigkeit. Über die Wurzelrippe werden Kräfte des Holms in die Querkraftbolzen abgesetzt. Aufgrund der biegeweichen Wurzelrippe darf die Absenkung des Holms dort nicht mit null angenommen werden. Vereinfacht wird definiert, dass die eingeleitete Prüfkraft F_{pruef} an den Querkraftbolzen um ihren Betrag abgesetzt wird, wie es tatsächlich an einem Flugzeugrumpf geschehen würde. Dieses entspricht sehr wahrscheinlich jedoch nicht der tatsächlichen Kraftauf-

nahme im Versuchsaufbau.

$$
\begin{aligned}
&EI_x(0.961m, 100N, -100N, 0.022m) = \\
&\tfrac{1}{w} \cdot \Bigg(-\tfrac{F_{pruef}}{6} \cdot y^3 + \tfrac{F_{pruef} \cdot (l_1+l_2+l_3)}{2} \cdot y^2 + \Big(F_{pruef} \cdot (-\tfrac{1}{2} \cdot l_1^2 - \tfrac{2}{3} \cdot l_1 \cdot l_2 - \tfrac{2}{3} \cdot l_1 \cdot l_3) \\
&+ F_Q \cdot (\tfrac{1}{2} \cdot l_2^2 + \tfrac{1}{2} \cdot l_1 \cdot l_2) \Big) \cdot y + F_{pruef} \cdot \tfrac{1}{6} \cdot (l_1^3 + l_1^2 \cdot l_2 + l_1^2 \cdot l_3) + F_Q \cdot (-\tfrac{1}{6} \cdot l_2^3 - \tfrac{1}{3} \cdot l_1^2 \cdot l_2 - \tfrac{1}{2} \cdot l_2^2 \cdot l_1) \Bigg) \\
&= 962,552 Nm^2
\end{aligned}
\tag{46}
$$

4.1.3 Analyse der Modellierung (T.B.)

In Abb. 4 werden der Querkraftverläufe $Q(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x)$ als innere Schnittkraft, der Momentenverlauf $M(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x)$ als inneres Schnittmoment und die Biegelinie $w(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x)$ für den Nachweis der Steifigkeit graphisch dargestellt, über die gesamte Holmlänge und in einem vergrößerten Ausschnitt im Bereich der Lager.

Jedoch werden nicht bei dem Nachweis der Steifigkeit, sondern bei dem Nachweis der Festigkeit das maximale Schnittmoment und die maximale Schnittkraft erreicht. Bei diesem Nachweis beträgt die Prüfkraft $F_{pruef} = 500N$ und somit auch $F_Q = 500N$. Diese Kraft wird bei der Berechnung von EI_x nicht beachtet, da bei dem Nachweis der Festigkeit die Absenkung w kein Rolle spielt. In Abb. 5 werden die genannten Verläufe nun für den Festigkeitsnachweis dargestellt.

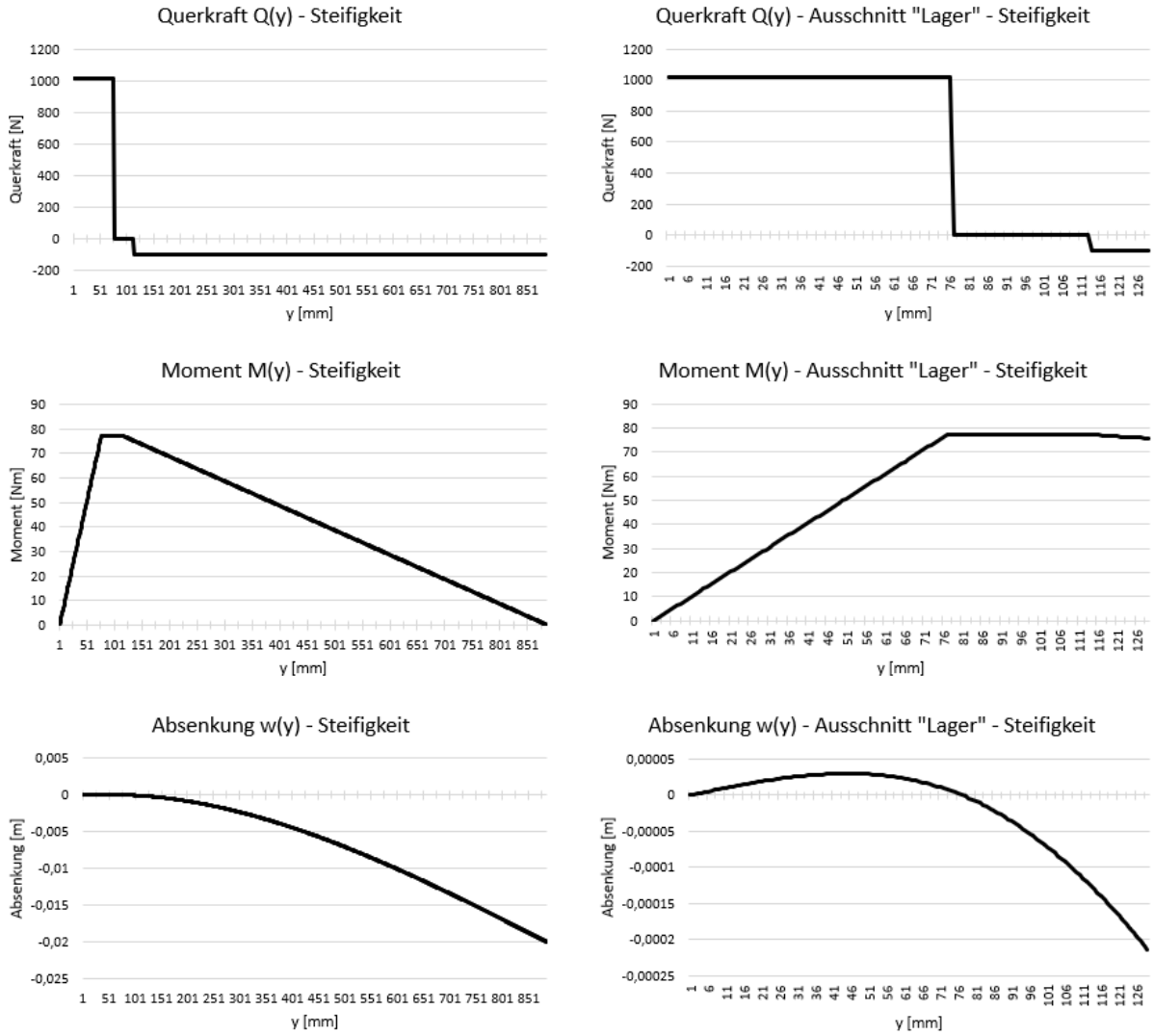


Abbildung 4: Steifigkeitsauslegung

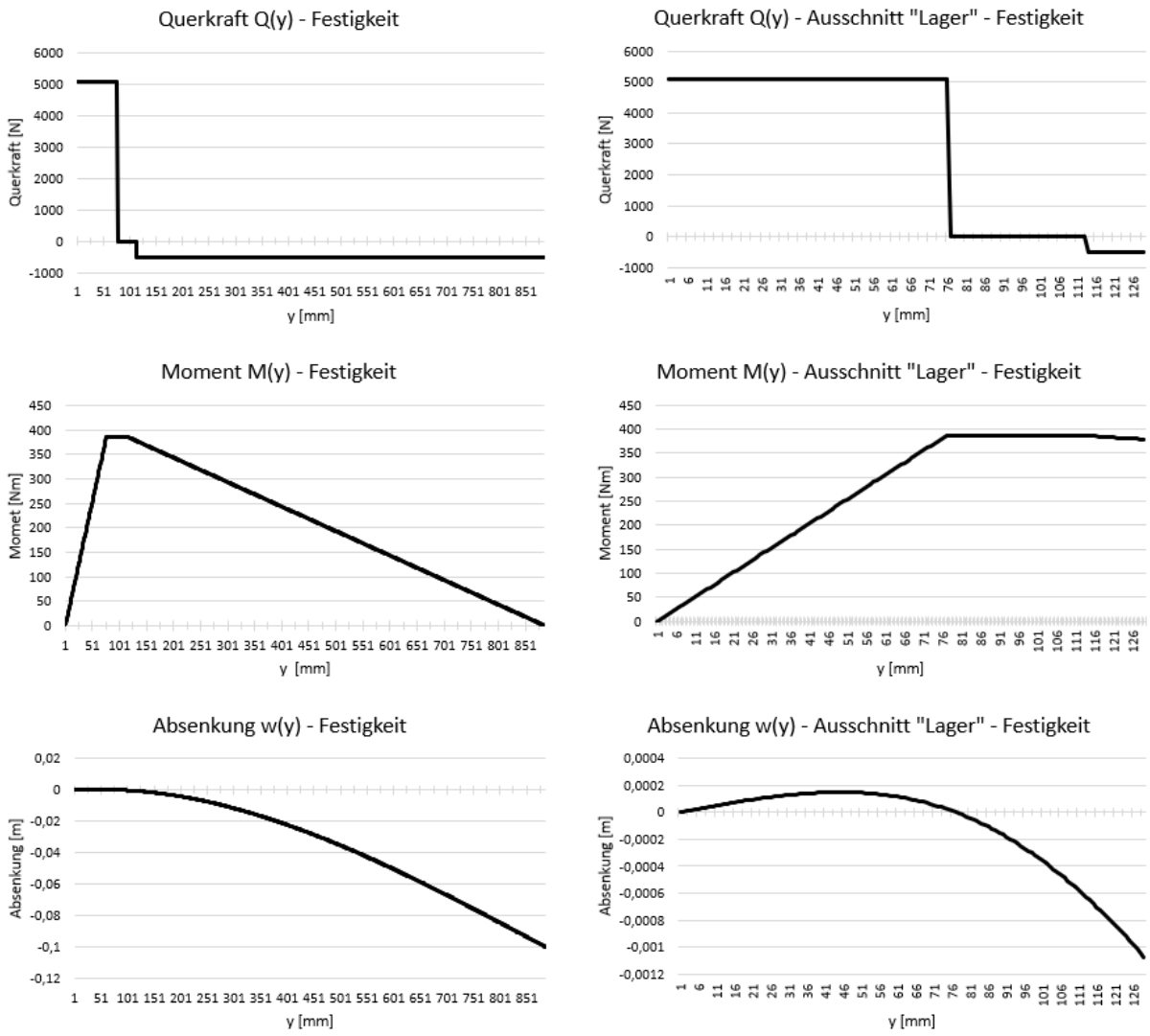


Abbildung 5: Festigkeitsauslegung

4.2 Auslegung des Holms nach VDI 2013 (H.K.)

Auf Basis der in der Balkenberechnung bestimmten Parameter Biegesteifigkeit, maximales Biegemoment und der maximalen Querkraft, sollen die Gurte und der Steg dimensioniert werden. Die Vorauslegung erfolgt dabei anhand der VDI-Richtlinie 2013, diese enthält in einem Unterkapitel Informationen speziell zur Auslegung eines I-Trägers. Dabei ist zu beachten, dass für die Auslegung vorgeschlagene Kennwerte verwendet werden, die im Allgemeinen nicht exakt den tatsächlichen Materialkennwerten des gewählten Verbundes entsprechen. Zusätzlich sei angemerkt, dass die erste Auslegung nur an ausgewählten Stellen Sicherheitsfaktoren ungleich eins berücksichtigt. Grund dafür ist die Annahme, dass in den bereitgestellten Materialkennwerten ausreichende Sicherheiten verrechnet worden sind. Die grobe Vorauslegung hat den Anspruch die Grundlage für die aufbauende Berechnung mithilfe eines Laminatrechners zu legen.

4.2.1 Dimensionierung der Gurte mit rechteckigem Querschnitt

Bei der Auslegung der Gurte auf Steifigkeit wird angenommen, dass der Steg des I-Trägers keine Längskräfte aufnimmt und der Biegung nicht entgegenwirken kann. Die in der Balkenberechnung ermittelte Biegesteifigkeit $EI_x = 962,552Nm^2$, die erforderlich ist, damit bei einer Kraft $F_{pruef} = 100N$ die Flügelspitze eine Absenkung von $w_{j=1,1} = 20mm$ erfährt, muss allein durch die Gurte aufgebracht werden. Im Sinne der kraftflussgerechten Gestaltung sollen die Glasfasern unidirektional in Längsrichtung des Gurtes angeordnet werden. Die Bezeichnungen der Längenangaben des Holmes orientieren sich an Abb. 6 .

Die Gurtquerschnitte werden zur Bestimmung der notwendigen Lagenanzahl als rechteckig angenommen, erst in einem späteren Schritt soll die Form der Kontur der vorgegebenen Haut angepasst werden. Die Maße sind über die gesamte Länge des Holms als konstant anzusehen.
Zur Bestimmung des Flächenträgheitsmomentes I_x wird der E-Modul in Längsrichtung der Fasern gemäß der Mischungsregel nach [3] berechnet.

$$E_{11} = \varphi \cdot E_{f,11} + (1 - \varphi) \cdot E_M \tag{47}$$

Mit den gegebenen Materialkennwerten $E_{f,11} = 74000MPa$, $E_m = 3300MPa$ und $\varphi = 0,4$ bestimmt sich $E_{11} = 31580MPa$. Damit ergibt sich ein benötigtes Flächenträgheitsmoment von

$$I_{x,min} = \frac{962,552Nm^2}{31580 \cdot 10^6 Pa} = 3,0479 \cdot 10^{-8} m^4 \tag{48}$$

Das Flächenträgheitsmoment der Gurte bestimmt sich aus den Flächenträgheitsmomenten der beiden Rechteckquerschnitte und ihren zugehörigen Steiner-Anteilen, die aus der Verschiebung der Gurte um jeweils $\frac{h_m}{2}$ in z-Richtung resultieren.

$$I_x = 2 \cdot \left(\frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h_m}{2} \right)^2 \right) \tag{49}$$

Es wird nach einer Kombination aus Gurtbreite b und Gurthöhe h gesucht, die die Anforderungen an das Flächenträgheitsmoment erfüllt, aber dennoch zu einer möglichst geringen Gurtquer-

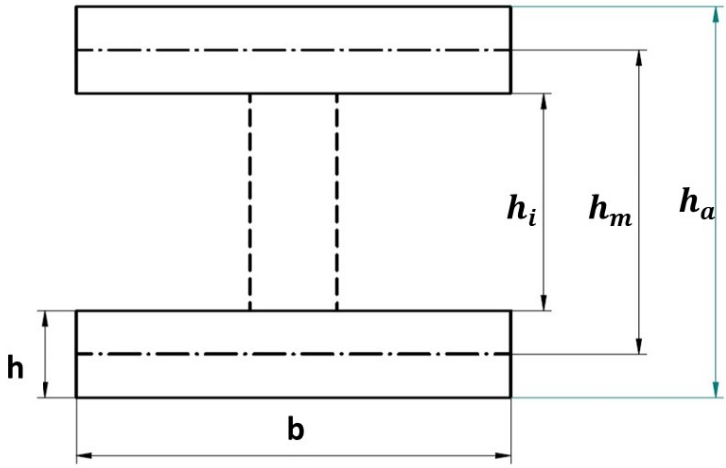


Abbildung 6: Bezeichnungen des I-Holms

schnittsfläche und damit zu einer möglichst geringen Masse der Gurte führt. Um die Steiner-Anteile der Gurte zu maximieren, sollen die Gurte in einem möglichst großen Abstand zur neutralen Faser angeordnet werden. Gemäß der gegebenen technischen Zeichnung der Profilkontur, lässt sich das Profil von einem Rechteck der Höhe $37,5mm$ umrahmen. Dies entspricht jedoch nicht der Profildicke, da die Punkte mit dem größten Abstand zur Profilsehne auf der Ober- und Unterseite bei verschiedenen Flügeltiefen vorliegen. Zusätzlich muss oberhalb und unterhalb der Gurte ein Freiraum für die umliegenden Haut berücksichtigt werden. Deshalb wird die gesamte Gurthöhe auf $h_a = 36mm$ abgeschätzt. Die dadurch begrenzte Anzahl der Lagen in der Haut wird im Kapitel 7 weiter erläutert.

Tabelle 1 enthält Werte der Gurtquerschnittsfläche bei verschiedenen Kombinationen von b und h, die zum erforderlichen gesamten Flächenträgheitsmoment von $I_{x,min} = 3,04722 \cdot 10^{-8} m^4$ führen.

Den Daten ist zu entnehmen, dass breite Gurte geringer Dicke bei gleichem Flächenträgheitsmoment geringere Querschnittsflächen aufweisen. Aus diesem Grund sollen die Gurte möglichst breit gewählt werden. Die Breite der Gurte ist durch die vorgegebene Konstruktion der Platte zur Aufnahme der Tragfläche am Teststand begrenzt. Die vorgesehene Aussparung weist eine Breite von $30mm$ auf. Für die weitere Berechnung soll $b = 28mm$ gelten. Diese Annahme wird dadurch begründet, dass die Fertigung des Holms im Bereich des Modellbaus von Hand erfolgen würde, womit nur grobe Toleranzen einhaltbar sind.

Tabelle 1: Verschiedene Kombinationsmöglichkeiten von b und h

h	b	$2 \cdot b \cdot h$
$1mm$	$38,3mm$	$76,6mm^2$
$1,25mm$	$31,1mm$	$77,7mm^2$
$1,5mm$	$26,3mm$	$78,8mm^2$
$2,25mm$	$18,3mm$	$82,3mm^2$

Mithilfe eines Solvers bestimmt sich aus dem Flächenträgheitsmoment und der Gurtbreite die Gurthöhe $h = 1,866mm$.
Im nächsten Schritt wird die zu stapelnde Lagenanzahl ermittelt. Als vorwiegend unidirektionales Material steht das Glasgewebe Interglas 92145 mit einem Flächengewicht von $220\frac{g}{m^2}$ zur Verfügung. Nach [3] berechnet sich die Lagenanzahl n für eine Dicke des Verbundes t_{soll} zu:

$$n = t_{soll} \cdot \frac{\varphi \cdot \rho_f}{\left(\frac{m_f}{L \cdot b}\right)} \tag{50}$$

Mit $\left(\frac{m_f}{L \cdot b}\right) = 220\frac{g}{m^2}$, $t_{soll} = h$ und $\rho_f = 2550\frac{kg}{m^3}$ ergibt sich $n = 8,653$. Es sind also 9 Lagen des Gewebes 92145 für jeden Gurt vorzusehen.Die sich aus 9 Lagen ergebende Gurthöhe kann durch Umstellen von Gleichung 50 zu $\tilde{h} = 1,941mm$ bestimmt werden. Für den zunächst angenommenen Fall von Gurten mit rechteckigen Querschnitten ist die Auslegung zur Einhaltung der Anforderungen an die Steifigkeit damit abgeschlossen.

4.2.2 Nachrechnung der angepassten Gurte

Die Modellierung der Haut und der Holmgurte in einem CAD-Programm zeigt, dass die Gurte mit den berechneten Bemaßungen nicht innerhalb des Profils mit der als $0,75mm$ dick angenommenen Haut liegen. Die Anpassung der Konstruktion der Gurte erfolgt so, dass die Gurtoberseite an der Innenseite der Haut anliegt.Die Gesamtbreite von $28mm$, sowie die Gurtdicke h bleiben dabei erhalten. Die Gesamthöhe h_a muss auf $\tilde{h_a} = 35,8mm$ leicht verringert werden. Abbildung 7 veranschaulicht die gekrümmte Form des oberen Holmgurtes.
Die angepasste Krümmung der Gurte führt zu einem veränderten Flächenträgheitsmoment $\tilde{I_x}$ des Balkens, dass mithilfe des CAD-Programms exakt zu $\tilde{I_x} = 3,075406 \cdot 10^{-8}m^4$ bestimmt werden kann. Da

$$\tilde{I_x} = 3,075406 \cdot 10^{-8}m^4 > I_{x,min} = 3,04722 \cdot 10^{-8}m^4 \tag{51}$$

gilt, genügen auch die veränderten Gurte der Steifigkeitsanforderung.

Abschließend wird gezeigt, dass die Festigkeit der Gurte einer Belastung der Flügelspitze durch $F_{pruef} = 500N$ standhält. Die aus der Biegung resultierenden und betragsmäßig gleichen Zug-

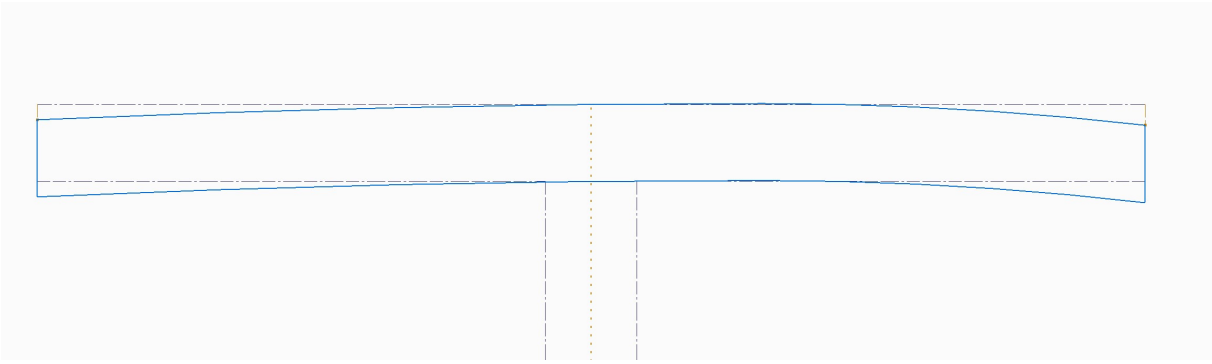


Abbildung 7: Angepasste gekrümmte Gurtkontur

und Druckspannungen werden dazu mit den vorhandenen UD-Festigkeitskennwerten des Handlaminats verglichen. Die Resultate der Balkenberechnungen zeigen, dass das maximale Biegemoment im Holm an Punkt C auftritt und $M_b = 500N \cdot 0,773m = 386,5Nm$ beträgt.In den Randfasern der Gurte resultieren Spannungen, die sich nach

$$\sigma_b = \frac{M_b \cdot \tilde{h_a}}{\tilde{I_x} \cdot 2} \tag{52}$$

zu $\sigma_b = 224,96MPa$ berechnen. Da

$$\sigma_b < R_{||}^{(+)} = 597,9MPa < |R_{||}^{(-)}| = 650,0MPa \tag{53}$$

gilt, ist der Festigkeitsnachweis erbracht. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Gurte bei einer Prüfkraft von $F_{pruef} = 500N$ nicht versagen.

4.2.3 Bestimmung der Lagenanzahl des Steges

Die Auslegung des Steges erfolgt auch anhand der VDI 2013. Dabei muss beachtet werden, dass der Steg sowohl durch Schubkräfte als auch durch Normalkräfte senkrecht und parallel zu den Gurten Belastungen erfährt. Die Dehnungen der Innenseiten der Gurte werden dem Steg aufgeprägt, da beide Bauteile stoffschlüssig miteinander verbunden sind. Anders als in der VDI 2013 wird jedoch nicht die Bruchdehnung der Gurte betrachtet, sondern die Dehnungen der Innenseiten bei einer Prüfkraft von 500N. So soll die Dimensionierung des Steges auf die Anforderungen an die Festigkeit angepasst werden, um Leichtbaupotentiale bestmöglich auszuschöpfen.

Die größte Längsdehnung der Gurte tritt an der Stelle C auf, da dort das größte Biegemoment wirkt. Sie lässt sich für die Innenseite der Gurte durch

$$\epsilon_{Gurt} = \frac{\sigma_{innen}}{E_{11}} = \frac{\frac{F_{pruef} \cdot l_3 \cdot h_i}{\tilde{I_x} \cdot 2}}{E_{11}} \tag{54}$$

zu $\epsilon_{Gurt} = 6,351 \cdot 10^{-3}$ berechnen. Auf der Zugseite ist die Dehnung positiv, auf der Druckseite negativ. Die dem Steg aufgeprägte Dehnung führt in Längsrichtung des Steges zu einem Normalkraftfluss, der sich nach VDI 2013 mit

$$p_\epsilon = n \cdot \bar{q} \cdot K_{E\#} \cdot \epsilon_{Gurt} \tag{55}$$

ermitteln lässt. $K_{E\#}$ ist dabei ein verallgemeinerter Dimensionierungskennwert, der Tafel 3 der VDI 2013 zu $K_{E\#} = 1150 \cdot 10^3 m$ entnommen wird. Die Dimensionierungskennwerte der VDI sind nur für bestimmte Verbunde als exakt anzusehen, dennoch liefern sie für die Vorauslegung hinreichend genaue Werte, die in einem späteren Schritt mithilfe eines Laminatrechners überprüft werden können.Es ist zu beachten, dass in der VDI mit veralteten Einheiten, wie dem Kilopond, gerechnet wird. Flächengewichte $\bar{q}$ sind durch Multiplikation der auf die Fläche bezogene Masse $\frac{m_f}{L \cdot b}$ mit der Norm der Erdbeschleunigung $\vec{g}$ zu ermitteln. n kennzeichnet erneut die Lagenanzahl.

Zur kraftflussgerechten Gestaltung des Steges werden die Gewebelagen unter einem Winkel von 45° zu den Holmgurten angeordnet. Deshalb muss die Belastung parallel zu den Fadenrichtungen mithilfe einer Transformationsformel nach VDI 2013 berechnet werden.

$$p_{\epsilon||} = p_\epsilon \cdot cos^2(45°) = p_\epsilon \cdot 0,5 \tag{56}$$

Die Normalkräfte in Längsrichtung an den Gurten bilden im Allgemeinen einen Winkel $\neq 180°$ zueinander, da der Holm eine Absenkung erfährt. Daraus resultiert eine Normalkraft auf den Steg, die senkrecht zu den Gurten steht. Diese Abtriebskraft berechnet sich zu:

$$p_A = \frac{2 \cdot F_{pruef} \cdot l_3 \cdot \epsilon_{Gurt}}{h_m^2} \tag{57}$$

Mit der oben genannten Transformationsformel ergibt sich die Belastung in Faserrichtung.

$$p_{A||} = p_A \cdot cos^2(45°) \tag{58}$$

Darüber hinaus erfährt der Steg einen Schubkraftfluss durch den Querkraftschub. Wegen der vernachlässigbaren Längskraftaufnahme des Steges im Vergleich zu den Gurten, kann der Querkraftschub über die Höhe des Steges als konstant angenommen werden. Es muss berücksichtigt werden, dass die Modellierung des Holmes als Balken, der an zwei Punkten gelagert ist und durch die Querkraftbolzen eine weitere Kraft erfährt, zu einem anderen Querkraftverlauf führt als dem konstanten, der in der Richtlinie für den Kragbalken angenommen wurde. Den Berechnungen des Holms als Biegealken kann für eine Kraft $F_{prue} = 500N$ eine maximale Querkraft von $5085,5N$ im Bereich 1 und eine betragsmäßig maximale Querkraft von $500N$ im Bereich 3 entnommen werden. Mit dem Ziel, im langen Bereich 3 Gewicht einzusparen, ist es vorteilhaft diesen Bereich geringer Querkraft getrennt von dem höher beanspruchten Bereich 1 auszulegen. Die resultierende Druckbeanspruchung berechnet sich mithilfe der folgenden Formel:

$$p_{s||} = p_s = \frac{Q}{h_i} \tag{59}$$

Der Kraftfluss, der durch den Steg aufgenommen werden muss, ergibt sich aus der Überlagerung der drei Kraftflüsse $p_{s||}, p_{A||}, p_{\epsilon||}$. Die Tragfähigkeit einer Schicht des Verbundes wird durch $K_{\sigma d}$

charakterisiert und kann ebenfalls Tafel 3 der VDI entnommen werden. Da ein Teil der Schubbeanspruchung durch die Matrix geleitet wird, besteht die Gefahr eines Zwischenfaserbruches. VDI 2013 schlägt deshalb die Verwendung von $K_{\sigma d} = 30 * 10^3 m$ vor. Zusätzlich muss der Anteil der Glasmengen in Kette und Schuß durch den Faktor $k_{||}$ berücksichtigt werden. Das zur Verfügung stehende Gewebe Interglas 90070 hat annähernd gleiche Fadenanzahlen in Kette- und Schußrichtung, damit ist $k_{||} = 0,5$.

$$n \cdot \bar{q} \cdot K_{\sigma d} \cdot k_{||} = p_{s||} + p_{A||} + p_{\epsilon||} \tag{60}$$

Die Anzahl der notwendigen Gewebelagen n im Steg lässt sich nun durch Umstellen der Gleichungen und Einsetzen der bekannten Werte ermitteln.

$$n = \frac{\frac{2 \cdot F_{Pruef} \cdot l_3 \cdot \epsilon_{Gurt}}{h_m^2 \cdot 2} + \frac{Q}{h_i}}{\bar{q} \cdot \left(k_{||} \cdot K_{\sigma d} - K_{E\#} \cdot \epsilon_{Gurt} \cdot 0,5\right)} \tag{61}$$

Damit ergibt sich die Lagenanzahl von $n\,(500N) = 1,99$ für den Bereich 3 und $n\,(5085,5N) = 18,13$ für die Bereiche 1. Um einen symmetrischen Lagenaufbau im Falle einer Sandwichkonstruktion zu ermöglichen, sind also 2 Lagen für den Bereich 3 und 20 Lagen für die Bereiche 1 und 2 vorzusehen.

Es ist zu betonen, dass diese Lagenanzahlen maßgeblich durch die Annahmen der Dimensionierungskennwerte $K_{E\#}$ und $K_{\sigma d}$ beeinflusst werden. Diese stimmen nicht exakt mit den Kennwerten des vorliegenden Laminats überein. Im Kapitel 4.3 wird die ermittelte Lagenanzahl überprüft und angepasst.

4.3 Auslegung des Holms nach Klassischer Laminattheorie

4.3.1 eLamX (T.B.)

eLamX ist ein Laminat-Berechnungsprogramm, das anhand der klassischen Laminattheorie mit unterschiedlichen Versagenskriterien berechnen kann, inwiefern ein gewählter Lagenaufbau den Festigkeitskriterien gerecht wird. Zusätzlich sind weitere Funktionen, wie zum Beispiel Beulberechnungen, Optimierungen etc. nutzbar, jedoch für diese Auslegung irrelevant.
Vorerst wurden die gegeben Materialeigenschaften der Aufgabenstellung als Fasermaterial, Matrixmaterial und Materialeigenschaften definiert.

Fasermaterial		Matrixmaterial		Materialeigenschaften	
ρ_f	$2,55\frac{g}{cm^3}$	ρ_m	$1,18\frac{g}{cm^3}$	$R_{\parallel}^{+}$	$597,9MPa$
$E_{f,11}$	$74000MPa$	E_M	$3300MPa$	$R_{\parallel}^{-}$	$650,0MPa$
$E_{f,22}$	$74000MPa$			$R_{\perp}^{+}$	$37,7MPa$
$G_{f,12}$	$30800MPa$	G_M	$1222MPa$	$R_{\perp}^{+-}$	$130,0MPa$
$\nu_{f,21}$	$0,2$	ν_M	$0,35$	$R_{\parallel\perp}$	$37,5MPa$

Mit einem Faservolumenanteil $\varphi = 0,4$ ergeben sich folgende weitere Materialeigenschaften:

ρ	$1,728\frac{g}{cm^3}$
$E_{\parallel}$	$31580MPa$
$E_{\perp}$	$5341,2MPa$
$\nu_{\parallel\perp}$	$0,29$
$G_{\parallel\perp}$	$1984,5MPa$

Anschließend werden die nach Kapitel 4.2 berechneten Laminate bzw. Lagenzusammensetzungen aus mehreren Gewebe-Lagen zusammengesetzt. Eine Gewebelage wird dabei durch zwei einzelne Materiallagen mit einem Winkel von 90° zueinander simuliert, sodass sich die doppelte Anzahl des Materials gegenüber der Gewebeanzahl ergibt. Für die Holmgurte ergibt sich ein Lagenaufbau nach Abbildung 20 und für den dünnen Steg nach Abbildung 21. Für den dicken Steg ergibt sich der gleiche Aufbau wie bei dem dünnen Steg, allerdings mit 24 Materiallagen (siehe Abb. 22). Weshalb sich die Anzahl der Gewebelagen gegenüber der Auslegung nach VDI 2013 unterscheidet, wird folgend beschrieben.

Anschließend werden die nach VDI 2013 im Kapitel 4.2 errechneten Normalkraft- und Schubflüsse bzw. Dehnungen eingegeben, sodass nun die Sicherheiten nach den Versagenskriterien von Puck ermittelt werden können. Zu beachten ist dabei, dass diese auf das allgemeine Koordinatensystem und nicht auf die der einzelnen Lagen bezogen werden. Es wird automatisch die niedrigste Sicherheit mit dem jeweiligen Versagenskriterium ausgegeben. Außerdem muss beachtet werden, dass für die komplette Überprüfung der Auslegung ebenfalls ϵ negativ angenommen werden muss, um den zweiten Gurt mit Druckbelastungen zu betrachten. Dabei ergeben sich jedoch stets höhere Sicherheiten.

Um immer eine Sicherheit von $j > 1$ zu garantieren, müssen im Steg noch weitere Lagen zu

der ursprünglich berechneten Anzahl hinzugefügt werden, sodass sich eine Gesamt-Lagenanzahl von 4 und 24 statt 2 und 20 ergibt. Diese Abweichung kann u.a. daran liegen, dass die VDI 2013 mit Konstanten rechnet, die nur beispielhaft an einem Gewebe ermittelt wurden und somit nicht exakt für die gegebenen Gewebe der Aufgabenstellung gelten können. Dargestellt sind die Rechnungen in Abb. 24, Abb. 25 und Abb. 26.

Als nächstes können die Ingenieurskonstanten (E-Moduln des gesamten Laminats in HAuptachsenrichtungen) ermittelt werden, welche für die spätere Beulabschätzung benötigt werden (siehe Abb. 28, Abb. 30 und Abb. 29).

Der Übersichtlichkeit halber werden die Abbildung im Kapitel 14.2 dargestellt.

4.4 Beulabschätzung des Holms

4.4.1 Beulsicherheit der Gurte (T.B.)

Nachdem die Holmgurte auf Festigkeit und Steifigkeit ausgelegt worden sind, muss überprüft werden, ob der Effekt des Beulens, ein Versagen aufgrund mangelnder Stabilität, auftritt.

Dazu werden folgende Annahmen getroffen:

1. Die Berechnung erfolgt nach [1]
2. Es wird angenommen, dass die orthotropen Gewebe hinreichend mit den Gleichungen für isotropes Material berechnet werden können. Diese Annahme wird mit erfolgten Zulassungen für Segelflugzeuge anhand dieser Formeln begründet.
3. Die Gurte werden als ebene, unendlich lange Streifen betrachtet. Die tatsächliche Krümmung dieser in x-Richtung beeinflusst die Beulsicherheit positiv.
4. Da die Mitte in x-Richtung der Holmgurte mit dem Holmsteg verklebt ist, kann diese Klebelinie als freie Lagerung gesehen werden. Somit halbiert sich die angenommene Holmgurtbreite.
5. Die äußeren Kanten in x-Richtung sind frei und nicht gelagert.
6. Die äußeren Kanten in y-Richtung werden an den jeweiligen Rippen gestützt.
7. Der Druckgurt wird nur durch Druckspannungen beansprucht. Die Schubspannungen werden durch das hohe Verhältnis von Länge zu Höhe vernachlässigt.
8. Als größtmögliche Länge bei höchster Biegespannung wird l_3 bestimmt.

Das Seitenverhältnis beträgt

$$\frac{b}{a} = \frac{\frac{28mm}{2}}{773mm} = 0,018 \approx 0 \tag{62}$$

Nach [Hertel, Abbildung 84] ergibt sich:

$$k_d = 0,4 \tag{63}$$

und somit die kritische Spannung mit $E_{xx} = 31580MPa$, $d = 1,941mm$ und $b = 14mm$:

$$\sigma_{krit,d} = k_d \cdot E_{xx} \cdot \left(\frac{d}{b}\right)^2 = 242,82MPa \tag{64}$$

Im Vergleich zu der tatsächlich maximal auftretenden Randfaserspannung der Gurte ergibt sich die Sicherheit gegen Beulen zu

$$j_{Gurt} = \frac{\sigma_{krit,d}}{\sigma_b} = \frac{242,81MPa}{224,96MPa} = 1,08 \tag{65}$$

4.4.2 Beulsicherheit des Steges (T.B.)

Ebenfalls muss der Holmsteg nach der Auslegung hinsichtlich der Sicherheit gegen Beulen überprüft werden. Folgende Annahmen werden dafür getroffen:

1. Die Berechnung erfolgt, wie bei der Berechnung der Holmgurte, nach [1].
2. Es wird angenommen, dass die orthotropen Gewebe hinreichend mit den Gleichnugen für isotropes Material berechnet werden können, Diese Entscheidung wir ebenfalls mit erfolgten Zulassungen für Segelflugzeuge begründet.
3. Der Steg wird als ebener, unendlich langer Streifen betrachtet.
4. Die Verklebung des Steges wird als gestützte, gelenkige Lagerung an allen vier Kanten angenommen.
5. Der Steg wird durch Biegung und Schubspannung beansprucht.

Für den Steg müssen alle drei Bereiche der Holmauslegung auf die Beulsicherheit geprüft werden. Im Folgenden wir die Beulsicherheit des Bereichs I berechnet:
Das Seitenverhältnis ergibt sich zu

$$\frac{b}{a} = \frac{35,8mm - 2 \cdot 1,941mm}{76mm} = 0,042 \tag{66}$$

Dadurch lässt sich mit

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} = -1 \tag{67}$$

(symmetrisch) nach [Hertel, Abbildung 85] der Beulfaktor ermitteln zu

$$k_b = 21,8 \tag{68}$$

Da das Dickenverhältnis von Steglagen zu Schaumkern sehr klein ausgelegt werden soll, wird

$$\kappa = 1 \tag{69}$$

definiert. Dadurch ergibt sich die kritische Biegespannung mit $E_{xx} = 6639,8MPa$, $d = 1,882mm$ und $b = 35,8mm - 2 \cdot 1,941mm$ zu

$$\sigma_{krit,B} = \kappa \cdot \ k_b \cdot E_{xx} \cdot \left(\frac{d}{b}\right)^2 = 503,24MPa \tag{70}$$

Das Verhältnis der Biegespannung zur kritischen Biegespannung ist

$$j_1 = \frac{200,56Mpa}{503,24MPa} = 0,398 \tag{71}$$

. Für den Schub wird nach Hertel der Beulfaktor zu

$$k_s = 5,5 \tag{72}$$

Damit wir die kritische Schubspannung mit $G_{xy} = 8577,8MPa$zu

$$\tau_{krit} = \kappa \cdot k \cdot G_{xy} \cdot \left(\frac{1,882mm}{35,8mm - 2 \cdot 1,941mm}\right)^2 = 164,02MPa \tag{73}$$

Die tatsächlich auftretende Schubspannung beträgt

$$\tau = \frac{3}{2} \cdot \frac{5085,5N}{1,882mm \cdot (35,8mm - 2 \cdot 1,941mm)} = 126,99MPa \tag{74}$$

sodass das Verhältnis der Schubspannung zur kritischen

$$j_2 = \frac{126,99MPa}{164,02MPa} = 0,774 \tag{75}$$

ergibt. Die Gesamtsicherheit beträgt nach [Hertel einfügen]

$$j = \sqrt{\frac{1}{j_1^2 + j_2^2}} = 1,148 \tag{76}$$

Somit kann rückgeschlossen werden, dass dieser Bereich des Holmsteges schon ohne Schaumkern sicher gegen Beulen ist.

Nun wird der Bereich II betrachtet:
Da keine innere Querkraft herrscht, kann die Sicherheit durch Biegung außer Acht gelassen werden. Die Sicherheit gegen Beulen ist demnach nur von dem Schub abhängig. Das Seitenverhältnis beträgt

$$\frac{b}{a} = \frac{35,8mm - 2 \cdot 1,941mm}{37mm} = 0,863 \tag{77}$$

Damit ergibt sich der Beulfaktor zu

$$k_s = 6,8 \tag{78}$$

und weiterhin wird mit

$$\kappa = 1 \tag{79}$$

gerechnet. Damit lässt sich

$$\tau_{krit} = k_s \cdot \kappa \cdot G_{xy} \cdot \left(\frac{1,882mm}{35,8mm - 2 \cdot 1,941mm}\right)^2 = 202,79MPa \tag{80}$$

berechnen. Mit dem gleichen maximalen Schub

$$\tau = 126,99MPa \tag{81}$$

wie in Bereich I kann somit die Sicherheit zu

$$j = \frac{202,79MPa}{126,99MPa} = 1,59 \tag{82}$$

bestimmt werden. Auch dieser Stegbereich II ist gegen Beulen sicher.

Abschließend wird der verbliebene Bereich III überprüft:
Erneut wird das Seitenverhältnis ermittelt zu

$$\frac{b}{a} = \frac{35,8mm - 2 \cdot 1,941mm}{773mm} = 0,041 \approx 0 \tag{83}$$

Dadurch ist

$$k_d = 21,8 \tag{84}$$

nach [1] für

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} = -1 \tag{85}$$

(symmetrisch) und

$$k_s = 4,8 \tag{86}$$

Für die Belastung auf Druck durch Biegung wirkt maximal die Schubspannung

$$\sigma_b = \frac{500N \cdot 0,773m}{3,075406 \cdot 10^{-8}m^4} \cdot \frac{0,0358m - 2 \cdot 1,941 \cdot 10^{-3}m}{2} = 200,56MPa \tag{87}$$

für den Schub wirkt die maximale Schubspannung von

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{500N}{0,313mm \cdot (35,8mm - 2 \cdot 1,941mm)} = 75,07MPa \tag{88}$$

Die Sicherheit gegen Beulen berechnet sich nun zu

$$j = \sqrt{\frac{1}{(\frac{\sigma_v}{\sigma_{krit}})^2 + (\frac{\tau}{\tau_{krit}})^2}} \tag{89}$$

mit

$$\sigma_{krit} = k \cdot k \cdot E_{xx} \cdot \left(\frac{0,313mm + x}{35,8mm - 2 \cdot 1,941mm}\right)^2 \tag{90}$$

und

$$\tau_{krit} = \kappa \cdot k_s \cdot G_{xy} \cdot \left(\frac{0,313mm + x}{35,8mm - 2 \cdot 1,941mm}\right)^2 \tag{91}$$

Dieses mal kann $\kappa = 3$ genutzt werden, sofern eine ausreichende Schaumstoff-Dicke x auftritt, dessen Lösung analytisch herausgefunden wird. Dabei wird eine Mindestdicke von

$$x = 0,569mm \tag{92}$$

ermittelt, allerdings soll ein Schaum der Dicke $x = 2mm$ verbaut werden, um das exakte Anpassen der Bauteilmaße während der Fertigung zu vereinfachen. Damit ergibt sich eine Beulsicherheit im Bereich III von

$$j = 6,88 \tag{93}$$

Damit die äußeren Steglagen eine konstante Stegdicke bilden, soll in den Bereichen I und II eine Schaumdicke von $x = 0,431mm$ verbaut werden. Der geschliffene Schaum erhöht zudem in diesen Bereichen die Beulsicherheit, obwohl kein zusätzlicher Schaum benötigt wäre. Der Übergang der beiden Schaumdicken soll zudem nicht direkt an der Wurzelrippe beginnen, sondern erst $23mm$ zur Flügelspitze versetzt erfolgen, um direkt an dem Kraftangriffspunk C die Sicherheit ebenfalls zu erhöhen.

4.5 Auslegung der Klebeverbindung (T.B.)

Als letzte analytische Auslegung sollen die Klebeflächen berechnet werden.

4.5.1 Klebeverbindung Steg - Gurt (T.B.)

Die Klebverbindung wird ähnlich der [VDI 2013] ausgelegt, sodass nur die Abtriebskraft des Holms und die übertragene Querkraft den Schubfluss für die Belastung definieren:

$$p = \sqrt{p_A^2 + p_s^2} \tag{94}$$

Die Länge ergibt sich aus

$$l = \frac{p}{\tau_{zul}} \tag{95}$$

wobei

$$\tau_{zul} = 10Pa \tag{96}$$

nach Angaben der Aufgabenstellung für Mumpe beträgt.

Bereich I und II werden, ähnlich der Beulberechnung, zusammen ausgelegt mit den kritischsten Werten, sodass

$$l = \frac{\sqrt{(4282,26\frac{N}{m})^2 + (159330,16\frac{N}{m})^2}}{10^7\frac{N}{m^2}} = 15,9mm \tag{97}$$

als Klebebreite benötigt werden. Für den Bereich III ergibt sich

$$l = \frac{\sqrt{(4282,26\frac{N}{m})^2 + (15665,14\frac{N}{m})^2}}{10^7\frac{N}{m^2}} = 1,62mm \tag{98}$$

Beide Klebebreiten passen auf die verbleibende innere Holmgurtflächen und sollen durch Mumpe ohne zusätzliche Gewebelagen realisiert werden.

4.5.2 Klebeverbindung Holm - Rippen (T.B.)

Die vergrößerten Klebeflächen der Rippen gegenüber dem Holm sollen durch Holzklötze ermöglicht werden, die auf beide Seiten des Stegs zwischen die Holmgurte geklebt werden. Die Breite dieser Klötze errechnet sich aus

$$A = \frac{F}{\tau_{zul}} \tag{99}$$

mit der maximal abgesetzten Kraft von $F = 500N$. Somit haben die Holzklötze eine Breite von

$$b = 1,56mm \tag{100}$$

bei einer Höhe von $35,8mm - 2 \cdot 1,941mm$.

4.6 Bolzenauslegung

4.6.1 Bolzenberechnung

Zunächst muss eine Auslegung für die Flächenpressung erfolgen. Dabei ist für die Buche $\sigma_{p,zul} = 60\frac{N}{mm^2}$ Die projizierte Fläche ist $A = a * d$, d ist hierbei der Durchmesser des Bolzens und a die Länge des Lochs im Steg.
Die Flächenpressung ist nun:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{5085,5\text{N}}{a * 8mm} \tag{101}$$

Mit der zulässigen Flächenpressung für Buchenholz lässt sich die Gleichung nun nach a auflösen:

$$a = \frac{F}{\sigma_{p,zul} * d} = \frac{5085,5\text{N}}{60\frac{N}{mm^2} * 8mm} = 10,59mm \tag{102}$$

Somit muss die Holzverstärkung des Stegs an der Stelle der Lager mindestens eine Breite von 10,59mm aufweisen. Im Weiteren wird eine Breite von 11mm angenommen.

Nun werden die Bolzen, die den Holm im für den Versuchsaufbau vorgegebenen U-Profil fixieren, ausgelegt. Die Bolzen sind auf Biegung belastet, wodurch sich die Gleichung:

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} \tag{103}$$

, ergibt.
Mit:

$$W_{Kreis} = \frac{\pi * d^3}{32} \tag{104}$$

und

$$M_b = F * l \tag{105}$$

ergibt sich die Biegespannung zu

$$\sigma_b = F * \frac{32 * l}{\pi * d^3} \tag{106}$$

Die zu ertragende Kraft ist $5085,5$N. Diese lässt sich jetzt noch halbieren, da mit der oben genannten Annahme nur die Hälfte des Bolzens betrachtet wird. Damit ergibt sich:

$$F_{bel} = \frac{F}{2} = 2542,75\text{N} \tag{107}$$

Nun kann mit $d = 8mm$ und $l = 8,559mm$ ein passendes Material gesucht werden. Für Stahl gilt $\sigma_{b,F} \approx 1,2 * R_e$, somit muss

$$F * \frac{32 * l}{1,2 * \pi * d^3} = 360,8\text{MPa} \leq R_e \tag{108}$$

sein.

Mit den getroffenden Annahmen ist S620Q (anderer) mit einer Streckgrenze von $R_e = 620\frac{N}{mm^2}$ ein geeigneter Stahl. [6]

5 Auslegung der Flügelschale nach Handbuchmethoden

5.1 Schubfluss

5.1.1 Theorie (O.S.)

Im Leichtbau ist es wichtig geeignete Konstruktionen zu entwerfen, um Eigenschaften der Werkstoffe ideal nutzen zu können. Das Gesamtbauteil ist dann meist so kompliziert, dass sich die für das Bauteil zu lösenden Differenzialgleichungen, wie zum Beispiel die der Elastostatik, keine geschlossenen Lösungen finden lassen. Das Ziel ist es nun durch Annahmen und Vereinfachungen ein sinnvolles und lösbares Ingenieursmodell zu finden. Alternativ könnten auch Lösungen mittels numerischer Methoden ermittelt werde, hierzu mehr in Kapitel 6.

Zylindrische, dünnwandige Profile
Häufig werden zylindrische, dünnwandige Profil genutzt, da sie bei vergleichsweiser niedriger Masse noch immer gut Werte bei zum Beispiel der Biegesteifigkeit liefern. Sie kennzeichnen sich dadurch aus, dass deutlich höhere Ausmaße in x-Richtung haben, als in jede andere (zylindrisch). Eine Laufvariable s verläuft in der y-z-Ebene durch die Mitte der Profildicke $t(s)$. Die Dicke ist nicht zwangsläufig über s nicht konstant, muss aber deutlich kleiner als alle anderen Abmessungen sein (dünnwandig). Man kann vereinfacht annehmen

$$\iint dA = \int t(s)ds. \tag{109}$$

Der Querschnitt muss in x-Richtung konstant sein und auch bei Belastung seine Gestalt beibehalten. Der Schubfluss im Profil ist als

$$q = \tau t(s) \tag{110}$$

und der Normalkraftfluss als

$$n_x = \sigma_x t(s) \tag{111}$$

definiert. Für diese Kraftflüsse gilt das hydrodynamische Analogon. Das heißt mit einer Änderung der Dicke muss der Kraftfluss antiproportional ab- bzw. zunehmen, damit das Kräftegleichgewicht erfüllt bleibt. Für Knotenpunkte muss auch gelten, dass der Betrag der Kraftflüsse in den Knoten hinein denen aus ihm heraus gleichen. Des Weiteren lässt sich noch zwischen offenen und geschlossenen Profilen unterscheiden, wobei es sich bei zweiterem um Ein- oder Mehrzeller handeln kann.[15]

Koordinatensysteme
Bei den Berechnungen kann viel Arbeit gespart werden, indem das Koordinatensystem mit Ursprung und Achsenausrichtung klug gewählt wird. Das allgemeine Koordinatensystem, das unabhängig vom betrachteten Profil ist, bietet hierbei die wenigstem um nicht zu sagen keine Vorteile. Verschiebt man seinen Ursprung in den Schwerpunkt erhält man das Schwerpunkt-Koordinatensystem. Es wird mit einem Querstrich über den Koordinaten gekennzeichnet $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$. Hier ergibt sich das Flächenmoment 1. Ordnung S (siehe Gleichungen 115, 116), auch statisches Moment genannt, über das gesamte Profil zu null.

Aus dem Kräftegleichgewicht an einem infinitesimalen Volumen des dünnwandigen Profils ergibt sich der Zusammenhang zwischen den Kraftflüssen zu

$$q(s) = -\int \frac{\partial n_x(x,s)}{\partial x} ds + q_0. \tag{112}$$

Wird nun der Normalkraftfluss in Abhängigkeit von der Querkraft Q gesetzt, ergibt sich die Q-SInen-Formel:

$$q(s) = -(Q_{\bar{z}} \frac{S_{\bar{y}}(s) I_{\bar{z}} - S_{\bar{z}}(s) I_{\bar{y}\bar{z}}}{I_{\bar{y}} I_{\bar{z}} - I_{\bar{y}\bar{z}}^2} + Q_{\bar{y}} \frac{S_{\bar{z}}(s) I_{\bar{y}} - S_{\bar{y}}(s) I_{\bar{y}\bar{z}}}{I_{\bar{z}} I_{\bar{y}} - I_{\bar{y}\bar{z}}^2}) + q_0 \tag{113}$$

Mit den Flächenträgheitsmomenten I (siehe Gleichungen 121-123). Spätestens hier zeigt sich, dass für dieses Modell das Superpositionsprinzip anwendbar ist und man die Kräfte Q_y und Q_z getrennt betrachten kann. Hier lässt sich direkt erkennen, wie diese Formel durch die Wahl eines besseren Koordinatensystems vereinfacht werden kann. Für das Hauptachsen-Koordinatensystem bleibt der Schwerpunkt weiterhin der Ursprung, jedoch werden die Achsen so um die x-Achse gedreht, dass die Deviationsmomente I_{yz} verschwinden. Es wird mit einem Dach über den Koordinaten gekennzeichnet $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$. Die Integrationskonstante

$$q_0 = q_{0b} + q_{0T} \tag{114}$$

ist nur bei geschlossenen Profilen ungleich null. Sie sich aus einem Teil, der aus der Biegung entsteht q_{0b} und einem aus der Torsion q_{0T} zusammen. Es gibt einen Punkt in der y-z-Ebene für jedes Profil, wo eine angreifende Kraft keine Torsion verursacht. Dieser Punkt ist von hoher Bedeutung und wir Schubmittelpunkt genannt.

5.1.2 Idealisierung

Für die Berechnung des Schubmittelpunkts wird das Flügelprofil als vereinfachter Mehrzeller angenommen. Dabei wird der Ursprung des Koordinatensystems am unteren rechten Rand gesetzt. Das Modell wird in 10 Teilstrecken s_i aufgeteilt. Die Dicke t wird über die Schale konstant angenommen. Der Schaum wird in allen Abschnitten der Schale und im Holm vernachlässigt, da seine Hauptaufgabe der Beulsteifigkeit gilt und er bei der Schubaufnahme im Vergleich zum Laminat nur eine unbedeutende Rolle spielt. Der Steg ist in 2 Abschnitte unterteilt. Für die maximale Belastung und somit auch die Auslegung relevant ist nur der Teil mit dem dünneren Gewebe, sodass hier für die Dicke des Stegs $t_1 = 0,314$mm angenommen wird. Für die Gurte gilt, dass alle Fasern parallel in x-Richtung ausgerichtet sind. Sie werden in dieser Rechnung ignoriert, da sie folglich im Gegensatz zum $\pm 45°$-Gewebe vernachlässigbare Schubkräfte aufnehmen können. Außerdem würde ein über die Dicke variabler Schubmodul die Rechnung unnötig verkomplizieren, da die uns bekannten Methoden zur Schubflussberechnung nur für homogene Werkstoffe gültig sind. Diese Annahmen bezüglich des Schaums und der Gurte sind unproblematisch, da sie so getroffen wurden, dass der Flügel sogar noch höheren Belastungen als errechnet standhalten könnte. Als einziges ist zu betrachten, dass durch das Wegfallen des Schaums in der Schale die GFK-Schichten des Sandwichs aufeinander fallen und ihre Position somit um wenige Millimeter ungenau ist. Da die genau errechnete Dicke auf eine Lagenschicht aufgerundet werden muss, ist dies vermutlich kompensierbar, sollte jedoch im Hinterkopf behalten werden.

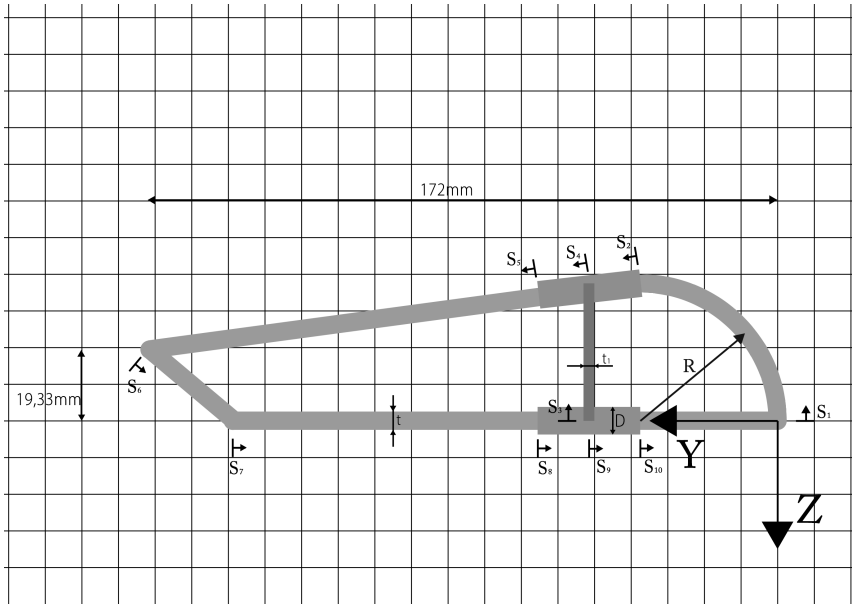


Abbildung 8: vereinfachtes Model

5.1.3 Schwerpunktkoordinaten

Zunächst werden die statischen Momente in den einzelnen Teilstücken berechnet.

$$S_z = \int_A y \mathrm{d}A = t \int_s y \mathrm{d}s \tag{115}$$

$$S_y = \int_A z \mathrm{d}A = t \int_s z \mathrm{d}s \tag{116}$$

Damit ergeben sich für die statischen Momente in mm^3:

Bauteilabschnitt	S_y/mm^3	S_z/mm^3
1	-281,25	160,54
2	-120,382	124,42
3	-220,78	605,24
4	-97,13	163,27
5	-571,91	2555,63
6	-58,13	965,14
7	0	1789,88
8	0	163,80
9	0	124,60
10	0	140,63

Nun kann aus den statischen Momenten der Schwerpunkt bestimmt werden, indem das Statische

Moment über alles Flächen zusammenaddiert wird:

$$y_0 = \frac{\int_s t(s) y \mathrm{d}s}{\int_s t(s) \mathrm{d}s} = \frac{S_z}{A} \tag{117}$$

$$z_0 = \frac{\int_s t(s) z \mathrm{d}s}{\int_s t(s) \mathrm{d}s} = \frac{S_y}{A} \tag{118}$$

Mit einer Dicke von $t = 0,2\mathrm{mm}$ ergeben sich Lagen der Schwerpunktkoordinaten zu:

$$y_0 = 78,53\mathrm{mm}$$

$$z_0 = -15,39\mathrm{mm}$$

Damit können nun mit

$$S_{\bar{y}} = S_y - z_0 A \tag{119}$$

$$S_{\bar{z}} = S_z - y_0 A \tag{120}$$

die Verläufe der statischen Momente in Bezug auf den Schwerpunkt ermittelt werden, wobei die Endwerte der vorherigen Verläufe nach dem hydrodynamischen Analogon den Anfangswert s_0 des folgenden Bereichs bestimmen. Dabei ergeben sich folgende Endwerte in mm^3:

Bauteilabschnitt	$S_{\bar{y}}/\mathrm{mm}^3$	$S_{\bar{z}}/\mathrm{mm}^3$
1	-99,91	-764,60
2	-159,18	-860,06
3	-39,53	-319,43
4	-252,75	-1236,10
5	-493,03	-372,27
6	-458,59	120,60
7	-201,65	599,69
8	-158,55	543,61
9	-155,45	448,34
10	0	0

Für ein offenes Profil muss gelten, dass an den freien Rändern das statische Moment 0 ist. Das Profil wird in diesem Fall an den Stellen 1 und 3 geschnitten. Für die nun freien Enden an den diesen Bereichen wird $s_0 = 0$ und auch die Endwerte des Bereichs 10 werden zu 0.

Nun werden die Flächenträgheitsmomente

$$I_y = \int_A z^2 dA \tag{121}$$

$$I_z = \int_A y^2 dA \tag{122}$$

$$I_{yz} = \int_A zy dA \tag{123}$$

zuerst aus ihrem eigenen Schwerpunkt aus errechnet, sodass die auf den Gesamtschwerpunkt bezogenen Flächenträgheitsmomente $I_{\bar{y}}$, $I_{\bar{z}}$ und $I_{\bar{y}\bar{z}}$ mit Hilfe des Steinerschen Satz

$$I_{\bar{y}} = I_y + z^2 A \tag{124}$$

$$I_{\bar{z}} = I_z + y^2 A \tag{125}$$

$$I_{\bar{y}\bar{z}} = I_{yz} + zyA \tag{126}$$

ermittelt werden können. Es ergibt sich:

Bauteilabschnitt	I_y/mm^4	I_z/mm^4	I_{zy}/mm^4	$I_{\bar{y}}/\text{mm}^4$	$I_{\bar{z}}/\text{mm}^4$	$I_{\bar{y}\bar{z}}/\text{mm}^4$
1WERTE	14288,06	14288,06	703,13	29254,35	86976,91	-32279,94
2	41,19	660,99	85,25	17553,77	33384,13	24024,05
3	8270,51	20,83	0	8827,87	31825,09	4210,30
4	41,19	660,99	85,25	14516,69	9101,00	11138,45
5	1873,93	102296,68	13811,66	13991,74	330186,63	-38738,58
6	937,64	1330,65	-1114,45	2121,31	233421,36	15460,20
7	6,96	48445,55	0	21212,10	148369,78	46031,60
8	29,68	672,51	0	10490,99	8891,32	-9272,51
9	29,68	672,51	0	10490,99	33249,65	-18460,76
10	3,13	4394,53	0	9530,96	113252,59	-32205,30
$\sum$	-	-	-	137990,78	1028658,46	-30092,48

Es kann sofort erkannt werden, dass $I_{\bar{y}\bar{z}} \neq 0$ ist und es sich somit nicht um ein Hauptachensystem handelt. Das Deviationsmoment $I_{\bar{y}\bar{z}}$ ist jedoch im Vergleich zu den anderen Flächenträgheitsmomenten sehr niedrig. Aus dem Zusammenhang

$$tan(\varphi) = \frac{2I_{\bar{y}\bar{z}}}{I_{\bar{z}} - I_{\bar{y}}} \tag{127}$$

lässt sich erkennen, dass der Winkel ($\varphi = -3,15°$) zwischen dem Hauptachsen- und Schwerpunktkoordinatensystem nur sehr gering ist. Im Folgenden finden alle Betrachtungen trotzdem weiterhin mit den Koordinatenachsen in dieser Ausrichtung statt.

5.1.4 Schubmittelpunkt

Nun ist es von Interesse, und im Rahmen der Aufgabenstellung auch gefordert, den Schubmittelpunkt, an dem eine angreifende Kraft reine Biegung ohne Torsion bewirkt, zu bestimmen. Zunächst wird der Schubmittelpunkt des wie in Abschnitt 5.1.3 aufgeschnittenen Profils betrachtet (siehe Abb. 9). Wir betrachten die Kraft Q, die im Schubmittelpunkt angreift und äquivalent zu $q(s)$ nach

$$Q = \int_s q(s)ds \tag{128}$$

ist. Gleichzeitig muss aus der Momentenäquivalenz gelten

$$Qr = \int_s q(s)r(s)ds \tag{129}$$

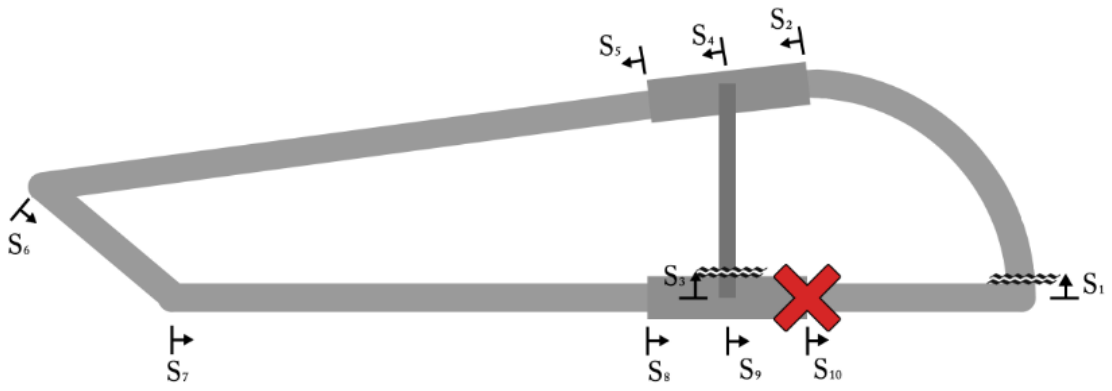


Abbildung 9: offenes Profil mit Pol

wobei r der jeweilige Hebelarm zu einem beliebigen Pol ist. Unter Anwendung des Superpositionsprinzips lässt sich die Querkraft Q in ihre Komponenten der Koordinatenrichtungen zerlegen und jeweils eine gleich null setzten. Zusammen mit Gleichung (113) erhält man dadurch die folgenden Gleichungen zur Bestimmung des Schubmittelpunkts beim offenen Profil:

$$y_M = \frac{-I_{\bar{z}} \int S_{\bar{y}}(s) r_t \mathrm{d}s + I_{\bar{y}\bar{z}} \int S_{\bar{z}}(s) r_t \mathrm{d}s}{I_{\bar{y}} I_{\bar{z}} - I_{\bar{y}\bar{z}}^2} \tag{130}$$

$$z_M = \frac{-I_{\bar{y}\bar{z}} \int S_{\bar{y}}(s) r_t \mathrm{d}s + I_{\bar{y}} \int S_{\bar{z}}(s) r_t \mathrm{d}s}{I_{\bar{y}} I_{\bar{z}} - I_{\bar{y}\bar{z}}^2} \tag{131}$$

Daraus folgt:

$$y_M = 174,74\mathrm{mm}$$

$$z_M = -37,62\mathrm{mm}$$

Im nächsten Schritt wird das Profil geschlossen, sodass ein Zweizeller entsteht. An den vorher noch geschnittenen Kanten kann nun Schubfluss herrschen. Dies wird durch die Konstanten $q_{0b,1}$ und $q_{0b,2}$ in der jeweiligen Zelle erreicht. Da die Verwindung ϑ für beide Zellen gleich und im Falle der weiterhin reinen Biegung null sein müssen, erhält man für jede Koordinatenrichtung zwei Gleichungen mit zwei unbekannten.

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = 0 \tag{132}$$

$$\vartheta_i = \frac{1}{2A_{0i}G} \oint \frac{q(s)}{t(s)} ds \tag{133}$$

$$\vartheta_i = \frac{1}{2A_{0i}G} \left(\oint \frac{q_{offen}(s)}{t(s)} ds + q_{0b,i} \oint \frac{1}{t(s)} ds - q_{0b,i\pm1} \int \frac{1}{t(s)} \right) \tag{134}$$

Mit den Werten für die umschlossenen Flächen

$$A_{01} = 3087,57\text{mm}^2$$

$$A_{02} = 1616,41\text{mm}^2$$

ergeben sich die Konstanten:

$$q_{0b,1\bar{z}} = -1,72 \cdot 10^{-2}\text{mm}Q_{\bar{z}}$$

$$q_{0b,2\bar{z}} = -4,47 \cdot 10^{-4}\text{mm}Q_{\bar{z}}$$

$$q_{0b,1\bar{y}} = -2,54 \cdot 10^{-3}\text{mm}Q_{\bar{y}}$$

$$q_{0b,2\bar{y}} = -4,53 \cdot 10^{-4}\text{mm}Q_{\bar{y}}$$

Mit den Schubfluss des geschlossenen Profils in die Momentenäquivalenz eingesetzt, ergibt sich der Schubmittelpunkt (y_{Mg}, z_{Mg}) zu:

$$Q_{\bar{z}}(y_{Mg} - y_M) = \sum_{i=0}^{2} q_{0b,i\bar{z}} 2A_{0,i} \tag{135}$$

$$Q_{\bar{y}}(z_{Mg} - z_M) = \sum_{i=0}^{2} q_{0b,i\bar{y}} 2A_{0,i} \tag{136}$$

$$y_{M_g} = 70,09\text{mm}$$

$$z_{M_g} = -20,46\text{mm}$$

5.1.5 Torsion (O.S.)

In den bisherigen Berechnungen wurde immer davon ausgegangen, dass die Kraft im Schubmittelpunkt angreift. Durch den Versuchsaufbau ist jedoch vorgegeben, dass eine Prüflast in z-Richtung an den $l/4$-Linie aufgebracht wird. Mit dem errechneten Schubmittelpunkt lässt sich erkennen, dass ein Torsionsmoment

$$M_{xT} = (y_{l/4} - y_0) \cdot F \tag{137}$$

entsteht, das noch zusätzlichen Schubfluss und eine Verdrillung ϑ bewirkt. Wieder können die konstanten Schubanteile $q_{0T,i}$ aus der Momentenäquivalenz und der Verdrillung bestimmt werden. Wobei zu beachten ist, dass der Drillwinkel hier nicht mehr wie bei der reinen Biegung null ist, aber über die Verträglichkeitsbedingung weiterhin gelten muss

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta. \tag{138}$$

Da die bisherigen Anteile des Schubflusses definitionsgemäß weder Verdrillung verursachen, noch bezüglich des Schubmittelpunkts ein Moment kompensieren, fallen sie aus den Gleichungen raus.

Es bleiben nur noch die Konstanten $q_{0T,i}$ übrig. Damit ergeben sich die vereinfachten Formeln für die Verdrillung und die Momentenäqivalenz:

$$\vartheta_i = \frac{1}{2A_{0i}G}(q_{0T,i} \oint \frac{1}{t(s)} ds - q_{0T,i\pm1} \int \frac{1}{t(s)} ds) \tag{139}$$

$$M_{xT} = 2 \sum q_{0T,i} \cdot A_{0i} \tag{140}$$

Für eine maximale Prüflast von $F = 500\text{N}$ die der Flügel aushalten muss, erhält man

$$q_{0T,1} = -1,45\text{N/mm}$$

$$q_{0T,2} = -1,51\text{N/mm}.$$

Setzt man nun diese Werte in Gleichung (139) erhält man für beide Zellen einen Drillwinkel von

$$\vartheta = -0,00195°.$$

5.1.6 Schubspannung (O.S.)

Das Ziel dieser Berechnung war nicht nur den Schubmittelpunkt und die Verdrillung zu bestimmen, sondern hauptsächlich die Schubspannung in der Haut zu erhalten, um diese auslegen zu können. Da die Hautdicke auf dem gesamten Umfang konstant bleiben soll, ist an dieser Stelle nur die maximale Schubspannung für alle Bereiche der Haut τ_{max}, die sich einfach aus Gleichung (110) ermitteln lässt, interessant. Die Dicke t ist jedoch nicht einfach aus den gesamten Rechnungen rausziehbar, weil es auch Anteile, wie zum Beispiel den Holm, gibt, die von t unabhängig sind. Deswegen wird iterativ vorgegangen, wobei zuerst mit einer zufällig gewählten Dicke die Rechenschritte durchgeführt werden, in dem in diesem Kapitel gezeigten Fall mit $t = 0,2\text{mm}$. Am Ende der Berechnung wird aus den maximalen Schubfluss die minimale Dicke

$$t_{min} = \frac{q_{max}}{R_\tau}. \tag{141}$$

bestimmt. Die Festigkeit bei reiner Schubbelastung $R_\tau = 166,67\text{N/mm}^2$ wurde mittels ELamX bestimmt. Diese Dicke kann jedoch nicht als einfach so als Ergebnis genommen werden, da sich der Schubfluss mit variabler Dicke mit verändert. Die Rechnung muss mit dem neuen Wert erneut durchgeführt werden. Somit nähert man sich Schritt für Schritt dem Idealwert, bei dem die vorliegende Dicke der minimalen Dicke entspricht.

Nach einigen Iterationen bildet sich der Wert $t = 0,03\text{mm}$ als Grenzwert heraus. Da dies ungefähr 0,4 Lagen bei einer Dicke $0,0783\text{mm}$ des $\pm45°$-Gewebes entspricht, muss für die Fertigung des Flügels auf eine ganzzahlige Lagenanzahl aufgerundet werden. Hier wurde eine Dicke von

$$t = 0,1566\text{mm} \tag{142}$$

gewählt, was 2 Lagen entspricht. Dies macht einen symmetrischen Aufbau der Haut möglich und gewährleistet die beste Beulsteifigkeit. Außerdem ist eine ausreichende Sicherheit in Folge der getroffenen Vereinfachungen gewährleistet.

Mit dieser Dicke verändern sich die Werte des endgültigen Flügels im Vergleich zu den bisher in diesem Kapitel mit $t = 0,2\text{mm}$ durchgeführten Berechnungen. Der Schubmittelpunkt verschiebt sich minimal zu

$$y_{M_g} = 69,29\text{mm}$$

$$z_{M_g} = -20,27\text{mm}.$$

Auch der Drillwinkel vergrößert sich leicht durch die gesenkte dünnere Haut Steifigkeit zu

$$\vartheta = -0,0024°.$$

Aus den Verläufen der Schubflüsse, wie sie in Abbildung 32-41 zu sehen, erkennt man, dass die betragsmäßig maximale Schubspannung am Endpunkt des Bereichs 8 auftritt.

$$|\tau_{max}| = |\tau(s_8 = 14)| = 42,35\text{N/mm}^2 \leq R_\tau$$

Im Steg (Bereich 3) tritt zwar ein deutlich höherer Schubfluss auf, jedoch ergibt sich durch die ebenfalls deutlich höhere Dicke eine geringere Spannung.

5.2 Auslegung der Flügelschale nach Klassischer Laminattheorie

5.2.1 eLamX (T.B.)

Auch hier wird die Rechnung nach Handbuch-Methoden mittels eLamX überprüft.

Der Lagenaufbau ähnelt dem des Steges, lediglich die Anzahl der Lagen wird auf Zwei reduziert. Auch hierbei ergibt sich eine Sicherheit > 1, wie dem Kapitel 14.2 zu entnehmen ist.

5.3 Beulabschätzung der Flügelschale (T.B.)

Nachdem die Flügelhaut auf Festigkeit ausgelegt worden ist, muss überprüft werden, ob der Effekt des Beulens auftritt.

Dazu werden folgende Annahmen getroffen:

1. Die Berechnung erfolgt nach [1]
2. Es wird angenommen, dass die orthotropen Gewebe hinreichend mit den Gleichungen für isotropes Material berechnet werden können. Diese Annahme wird mit erfolgten Zulassungen für Segelflugzeuge anhand dieser Formeln begründet.
3. Die Flügelschale wird als ebener, unendlicher Streifen betrachtet. Die tatsächliche Krümmung und die Knicke erhöhen die Stabilität deutlich, sodass durch diese konservative Rechnung die Sicherheit gewährleistet bleibt.
4. Es tritt lediglich die ermittelte Schubspannung auf. In der Realität auftretende Zug- und Druckspannungen, hervorgerufen durch aufgeprägte Dehnungen des Holms und durch die Prüfkraft, werden in der Rechnung vernachlässigt.
5. Die Flügelschale wird als an beiden Rippen fest gelagert betrachtet. Eine Verformung der Rippen wird außer Acht gelassen.
6. Die Flügelnase und Klappenkante werden als stützende Lager angenommen, da diese einen engen Krümmungsradius aufweisen, welcher stabile und steife Strukturen hervorbringt.
7. Der Holmsteg wird ebenfalls an seinen beiden Enden als freies Lager angenommen.
8. Dadurch ergibt sich die maximale Breite eines Streifens zu $124,5mm$ - von der Klappenkante zum oberen Steg-Lager.

Die Berechnung erfolgt nach den gleichen Formeln der Berechnung des Kapitels 4.4.2.

Das Seitenverhältnis beträgt für die maximale Streifenbreite

$$\frac{b}{a} = \frac{124,5mm}{773mm} = 0,16 \tag{143}$$

und somit wird der Beulfaktor für Schub zu

$$k = 0,5 \tag{144}$$

ermittelt. Auch hier beträgt die Steifigkeitserhöhung $\kappa = 3$ und der Schubmodul $G_{xy} = 8577,8MPa$. Dadurch lässt sich die zulässige Schubspannung ermitteln:

$$\tau_{krit} = 3 \cdot 5 \cdot 8577,8MPa \cdot \left(\frac{4 \cdot 0,078mm + 3mm}{124,5mm}\right)^2 = 91,06MPa \tag{145}$$

Die Schaumdicke wird durch konstruktive Vorgaben auf $3mm$ gesetzt. Dia maximal auftretende Schubspannung beträgt

$$\tau_{max} = 42,346MPa \tag{146}$$

(im Bereich der unteren Steg-Lagerung), sodass die Sicherheit gegen Beulen

$$j = 2,15 \tag{147}$$

beträgt. Zusätzlich wird die Sicherheit durch den gekrümmten Verlauf erhöht.

6 Numerische Berechnung

6.1 Warum FEM? (O.S.)

Nachdem der Flügel nun analytisch ausgelegt wurde, stellt sich die Frage, ob eine numerische Herangehensweise hier überhaupt noch sinnvoll ist. In den vorherigen Kapiteln wurde viele Vereinfachungen angenommen, um die Berechnungen mit verhältnismäßigen Aufwand zu bewältigen. Je komplexer ein Beiteil ist, desto unwirtschaftlicher wird es, dies in seiner Fülle analytisch zu berechnen oder gar unmöglich, wenn keine geschlossenen Lösungen bekannt sind. Im Leichtbau werden diese Details benutzt, um Beiteile an de Stellen zu verstärken, wo besonders große Lasten auftreten (z.B. Rippen). Wenn diese nun für eine einfachere Berechnung wegfallen, muss das Restliche Bauteil robuster ausgelegt werden, was zu einer vermeidbaren Gewichtszunahme führt. Auch wenn es sich bei numerischen Lösungen nur um Annäherungen an den wahren Zustand handelt, kann durch einen hohen Vernetzungsgrad ein präziseres Ergebnis erzielt werden als das vereinfachte Analytische. Somit übernimmt die nummerische Berechnung auch eine Kontrollfunktion.

6.2 Wie funktioniert FEM? (O.S.)

6.2.1 Schwache Lösung der Elastostatik

Für die Berechnung der Elastostatik sind die Gleichgewichtsbedingung (148), Verzerrungs-Verschiebungsbedin (149) und das Stoffgesetz (150) auch bei der Finiten Elemente Methode (FEM) ausschlaggebend.

$$\underline{0} = \underline{X} + \underline{\underline{E}}^T \sigma \tag{148}$$

$$\underline{\epsilon} = \underline{\underline{D}}\underline{u} \tag{149}$$

$$\underline{\sigma} = \underline{\underline{E}}\underline{\epsilon} \tag{150}$$

Wobei $\underline{X}$ der Vektor der Volumenkräfte, $\underline{\underline{E}}$ die Steifigkeitsmatrix, $\underline{\epsilon}$ der Verzerrungsvektor, $\underline{u}$ der Verschiebungsvektor und $\underline{\underline{D}}$ die Operatormatrix ist.
Um einer aufwendigen Bestimmung der analytischen Lösung zu entgehen, bedient sich die FEM an dem Prinzip der *schwachen Lösung*. Hierbei hat man eine Differenzialgleichung, die in dem betrachteten Gebiet gleich null ist. Für die Elastostatik kann man hierbei die Gleichgewichtsbedingung verwenden. Diese kann man mit $\delta\underline{u}$ multiplizieren und über das Gebiet integrieren, sodass man

$$\int_V \delta\underline{u}^T \underline{\underline{D}}^T \underline{\sigma}\, dV + \int_V \delta\underline{u}^T \underline{X}\, dV = 0 \tag{151}$$

erhält. Umgeformt ergibt sich das zu

$$\int_V \delta\underline{u}^T \underline{\underline{D}}^T \underline{\underline{E}}\underline{\underline{D}}\underline{u}\, dV = \int_{O_p} \delta\underline{u}^T \underline{p}\, dO_p + \int_V \delta\underline{u}^T \underline{X}\, dV \tag{152}$$

Wobei die Terme auf der rechten Seite den Lasten entsprechen, die auf das Volumen V und die mit p belastete Oberfläche O_p wirken. Die schwer zu lösende Differenzialgleichung hat sich nun

schon zu einem Integrationsproblem vereinfacht. Daraus kann die Verschiebung bestimmt werden, weswegen man dies auch die Weggrößenmethode nennt. Die Verzerrungen und Spannungen erhält man aus Nachrechnungen mit den Gleichungen (149) und (150) berechnet werden. Diese Gleichung ist noch ganz allgemein fürs Kontinuum gültig. Im nächsten Schritt wird das Gebiet in eine finite Menge von Elementen zerteilt.

6.2.2 Diskretisierung

Die Werte der Verschiebung $\underline{u}$ werden nur an Aufpunkten, den sogenannten Knoten, bestimmt. Mittels einer von Laufvariable $\underline{x}$ abhängigen Formfunktion $\underline{\underline{N}}$ wird der Verlauf von einem Knoten zu seinen Nachbarn definiert, um wieder einen kontinuierlichen Verlauf zu erhalten. Hierbei muss die Formfunktion an dem Knoten, von dem sie ausgeht, den Wert 1 und bei jedem anderen den Wert 0 annehmen. Allgemein ergibt sich somit

$$\underline{u}(\underline{x}) = \underline{\underline{N}}(\underline{x})\underline{u}^{(e)} \tag{153}$$

, wobei $\underline{u}^{(e)}$ der Vektor der Verschiebungen eines Elementes e ist. Wenn man nun diese Gleichung in die Gleichung der schwachen Lösung (152) einsetzt, lässt sich $\delta(\underline{u}^{(e)})^T$ aus den Integralen raus ziehen und kürzen, da es von $\underline{x}$ unabhängig sind.

$$\int_V \underline{\underline{N}}^T \underline{\underline{D}}^T \underline{\underline{EDN}}\, dV \underline{u}^{(e)} = \int_{O_p} \underline{\underline{N}}^T \underline{p}\, dO_p + \int_V \underline{\underline{N}}^T \underline{X}\, dV \tag{154}$$

Wobei sich das linke Integral zu der Elementsteifigkeitsmatrix $\underline{\underline{K}}^{(e)}$ ergibt.

$$\underline{\underline{K}}^{(e)} = \int_V \underline{\underline{N}}^T \underline{\underline{D}}^T \underline{\underline{EDN}}\, dV \tag{155}$$

Die einzelnen Elementsteifigkeitsmatrixen lassen sich zu einer Gesamtsteifigkeitsmatrix zusammenfassen, mit der dann die Lösung berechent wird. –> Beispiel einfügen?

6.3 ABAQUS Analyse (H.G.)

6.3.1 Modell

Die nummerische Analyse findet mit Hilfe des Programms ABAQUS des Anbieters Dassault Systemes statt. Das Programm ist für Studenten kostenlos erhältlich, jedoch ist diese Version auf eine Anzahl von 1000 Knoten beim Vernetzen des Bauteils beschränkt.
Das zuvor erstellte CAD-Modell wird zunächst in ABAQUS importiert. Da es sich nun zunächst noch um ein Vollmaterial handelt und für eine möglichst genaue Analyse ein Schalenmodell verwendet werden soll, muss das Modell zunächst umgewandelt werden.(siehe Abb. 6.3.1)

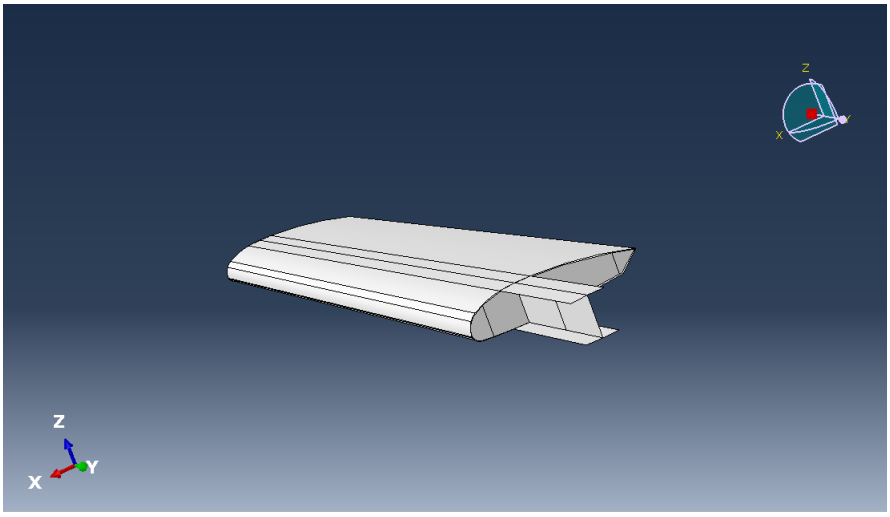


Abbildung 10: Schalenmodell

Daraufhin werden für die Materialien die Kennwerte in das Programm integriert. Hierbei werden die Werte für GFK, den Schaum und die Rippen eingetragen(siehe Abb.6.3.1).Diese wurden in Kapitel 4.3.1 mit Hilfe von elamX festgelegt.

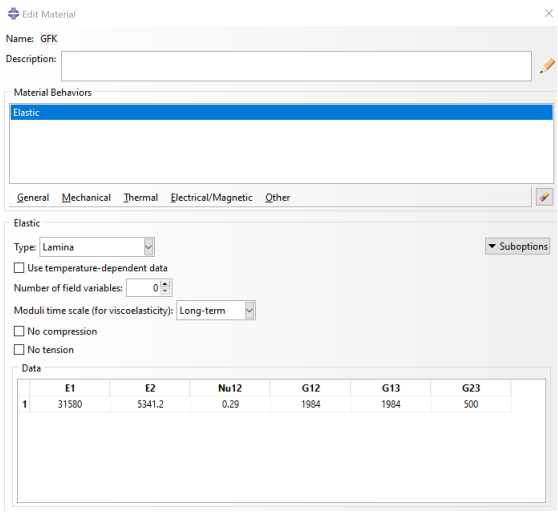
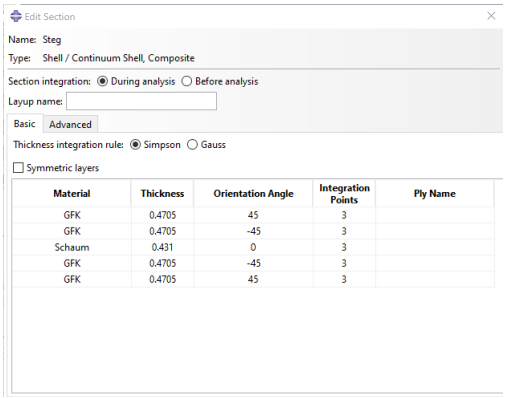


Abbildung 11: Beispiel GFK

Als nächstes wird das Schalenmodell in die Verschiedenen Segmente Unterteilt , denen dann Materialien und deren entsprechenden Dicken und Anzahl von Schichten zugeortnet. Hierbei wird das Bauteil in den Dicken und den dünnen Teil des Stegs,die Gurte,die Haut,sowie die Haut eingeteilt.(Materialdicken und Schichten nennen) Als nächstes werden die Randbedingungen und



Material	Thickness	Orientation Angle	Integration Points	Ply Name
GFK	0.4705	45	3	
GFK	0.4705	-45	3	
Schaum	0.431	0	3	
GFK	0.4705	-45	3	
GFK	0.4705	45	3	

Abbildung 12: Beispiel:Steg

Angreifenden Kräfte festgelegt. Der Holm ist in der Einspannung fest gelagert. Daher wird an der Stelle der Lager A und B eine feste Einspannung angenommen. Die Aufgenommenen Kräfte durch die Querkraftbolzen werden als Kräfte angebracht.Die Prüfkraft wird am L/4-Punkt eingeleitet.

Daraufhin wird das Bauteil vernetzt. Hierbei wird eine Anzahl an Knoten pro Längeneinheit eingegeben und das Programm verbindet diese zu einem Netz aus Vierecken. Durch die Begrenzung auf 1000 Knoten ist das Netz jedoch recht grob.

6.3.2 Analyse

Zunächst wird eine Prüfkraft von 100N angelegt, um die maximale Absenkung zu ermitteln. Hierbei ergibt sich für die Absenkung $z_{max} = 17,34mm$. Dies ist weniger als die geforderte Absenkung von $z_{max} = 22mm$ und somit kann dieses Aufgabenkriterium als erfüllt angesehen werden.

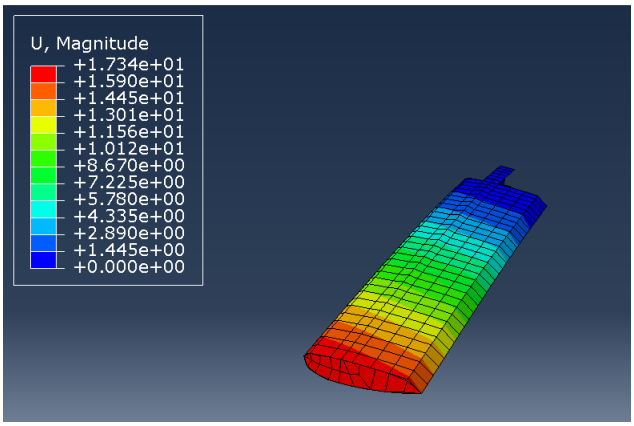


Abbildung 13: Absenkung bei einer Belastung von 100N

Um herauszufinden, ob der Flügel einer Beanspruchung von 500N standhält wird die Prüfkraft auf 500N erhöht. Nun müssen die maximalen Spannungen im Bauteil mit den Kennwerten verglichen werden. Das Modell zeigt nun maximale Spannungen an der Stelle des Lagers B an. Da sich dort allerdings noch eine nicht mit modellierte Verstärkung durch Holzblöcke befindet sind diese Werte deutlich höher als in der Realität. Daher werden die Werte angenommen, die sich ab der Rippe ergeben.
Die maximale Vergleichsspannung ergibt sich im Steg des Holms. Die Normalspannung in x_1-Richtung ist im vorderen Teil des Stegs am höchsten und beträgt beim Maximum $85,63\frac{N}{mm^2}$.
Die Normalspannung in x_2-Richtung ist im Gurt der Unterseite des Flügels (im Veruchsaufbau Oberseite) und beträgt maximal $14,25\frac{N}{mm^2}$.Die Spannung in x_3-Richtung ist überall 0.
Die Schubspannung ist in der Schale auf der Unterseite am höchsten. Hier ergibt sich ein Maximalwert von $16,72\frac{N}{mm^2}$.
Das Angenommene Koordinatensystem bezieht ich auf die oberste Schicht des Laminats. Daher sind x_1 und x_2 immer in Richtung der Faser oder orthogonal dazu.
Die Werte sind durch das Zusammenspiel aller Bauteile sehr viel kleiner als in den Vorherigen Berechnungen. Dadurch bestätigt das FEM- Modell die vorangegangenen Berechnungen.

6.3.3 Beulanalyse

Da der Holmstummel bis zum Lager C nicht ausreichend modelliert werden konnte wird für die Beulauslegung eine feste Einspannung am Lager C angenommen.
Nun können die Eigenwerte für die Belastung von 100N, 500N und 1000N abgelesen werden.

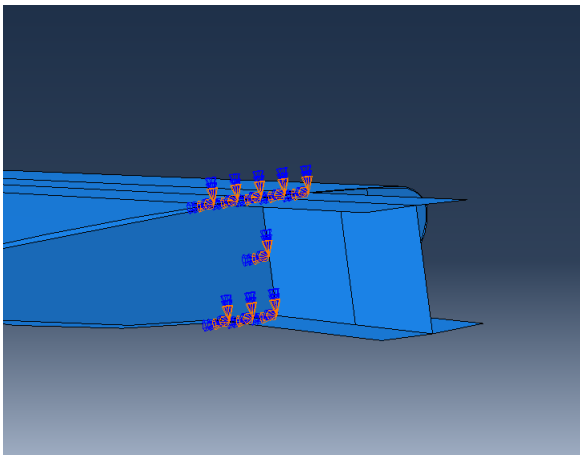


Abbildung 14: Einspannung am Lager C

Prüfkraft	Beulfaktor
100N	10,253
500N	2,0506
1000N	1,0253

Diese Werte sind alle größer als 1, damit ist der Flügel für alle drei Belastungsfällen ausreichend gegen das Beulen dimensioniert.

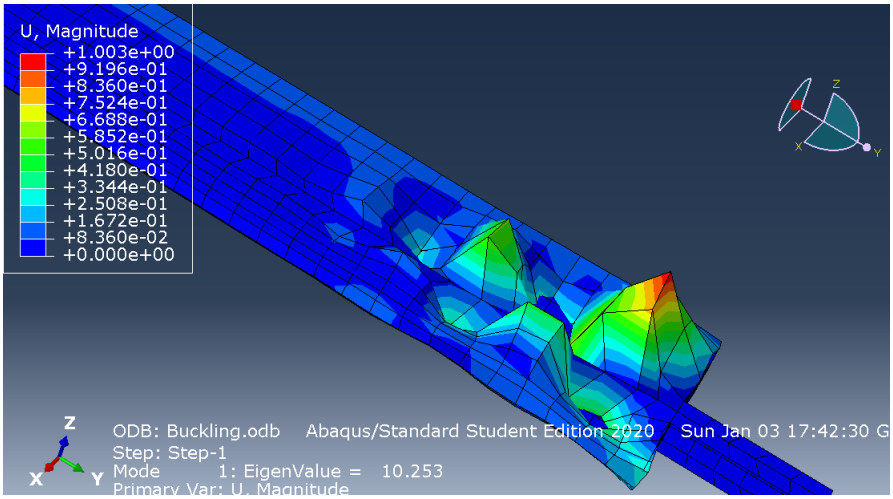


Abbildung 15: Beispiel Beulform

7 CAD-Konstruktion des Flügels (H.K.)

Auf Basis der verfeinerten Dimensionierung des Holms mithilfe von ELamX und der Beulabschätzung, soll nun ein CAD-Modell des Flügels erstellt werden. Als Grundlage dient eine unvollständige technische Zeichnung der Profilkontur, aus der exakt entnommen werden kann, dass das Profil ohne die Hochauftriebselemente oder Querruder von einem Rechteck der Kantenlängen $172mm$, diese entspricht der Profiltiefe, und $37,5mm$ gerade umschlossen wird. Aus den bekannten Längenangangaben kann der Maßstab der gedruckten Zeichnung zu $1:1,039$ berechnet werden. Markante Punkte entlang der Kontur können in der Zeichnung vermessen werden und mithilfe des Maßstabs auf Punkte im CAD-Modell umgerechnet werden. Im CAD-Programm werden Tangentenbögen von Punkt zu Punkt gelegt, um die Kontur hinreichend glatt anzunähern. Die verwendeten Punkte werden durch die im Anhang befindliche technische Zeichnung der Profilkontur illustriert.

7.1 Konstruktion der Gurte

In den Bereichen oberhalb und unterhalb des Holms soll die Haut nicht in Sandwich-Bauweise ausgeführt sein. Für die Auslegung des Holms wurde davon ausgegangen, dass eine Dicke des Verbundmaterials der Haut von $0,75mm$ ausreichend ist, die nach Gleichung 50 9 Lagen des Interglas 90070 Gewebes entspricht. Die genauere Auslegung der Haut hat gezeigt, dass nur zwei Lagen des Gewebes notwendig sind. Der entstehende Freiraum $t_{frei} = 0,75mm - 2 \cdot 0,078mm = 0,594mm$ zwischen der Haut und den weiter innen liegenden Gurten kann bei der Fertigung mit Harz aufgefüllt werden.
Der zu Beginn des Abschnitts 4.2.1 dimensionierte Holm mit rechteckigen Gurtquerschnitten, $b = 28mm$ und $h_a = 36mm$, wird nun so auf die Kontur des Profils gelegt, dass die Überdeckung der Gurte mit der umgebenden Haut möglichst gering ausfällt. Dann wird die Höhe h_a an den

örtlichen inneren Abstand der oberen und unteren Haut auf $\tilde{h_a} = 35,8mm$ angepasst. Der rechteckige Querschnitt der Gurte wird mithilfe eines Offsets von $h = 1,941mm$ der Hautkrümmung angepasst. Diese Anpassungsmaßnahmen senken das Flächenträgheitsmoment leicht. Das resultierende Flächenträgheitsmoment $\tilde{I_x}$ lässt sich aufgrund der komplexen Querschnittsgeometrie der Gurte nur mit dem CAD-Programm exakt bestimmen. Der Vergleich mit dem erforderlichen

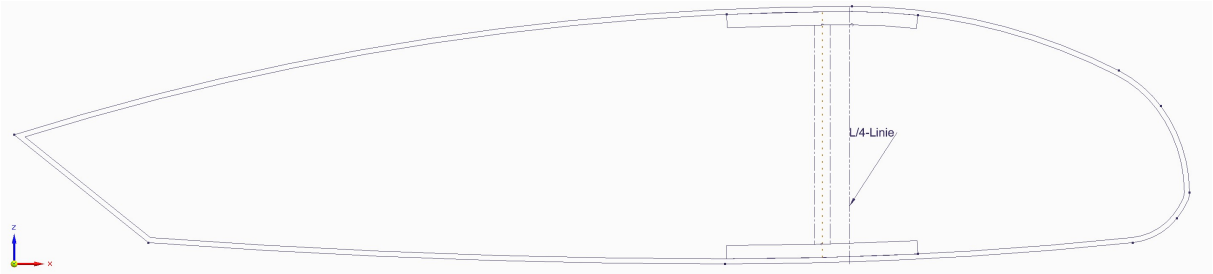


Abbildung 16: Haut und Gurte nach dem ersten Schritt der Konstruktion

Flächenträgheitsmoment zeigt, dass die angepasste Geometrie der Gurte die Steifigkeitsbedingung (vergleiche Beziehung 51) erfüllt. Die Haut konstanter Dicke und die Gurte im ersten Schritt der Konstruktion werden durch Abbildung 16 veranschaulicht. Zusätzlich zeigt die Abbildung die ungefähre Lage der L/4-Linie. Diese wurde mithilfe einer vorhandenen Hilfsansicht der Tragfläche inklusive der Hinterkantenklappen und des Vorflügels, beide im eingefahrenen Zustand, ermittelt. In der Hilfsansicht wird die abgebildete Länge des mittleren auszulegenden Teils der Tragfläche gemessen. Der Maßstab der Hilfsansicht bezüglich des Modellmaßstabes wird zu 1:2,529 berechnet. Diese Kenntnis ermöglicht die Berechnung des Abstandes der L/4-Linie zur Vorderkante der Haupttragfläche, der $42,4mm$ beträgt und besonders für die Berechnung der Torsion ausschlaggebend ist.

7.2 Konstruktion des Stegs

Im nächsten Schritt werden die beiden Stegseiten und der in der Mitte liegende Schaum konstruiert. Im CAD-Programm erfolgt dies mithilfe von nur einer Skizze, die der Extrusion der Einzelteile zugrunde liegt.So kann sichergestellt werden, dass in jeder Komponente der Bezug auf die angrenzenden Gurte und die Krümmung der Seitenkanten gewahrt bleibt. Die Konstruktionen des Steges und des Schaumes erfordern auch die Berücksichtigung der verschieden belegten Unterteilungen des Steges. Während der innere Teil des Stegs, am inneren Holmstummel-Ende beginnend und $23mm$ in y-Richtung über die Aufnahme der Querkraftbolzen an Punkt C hinaus gehend, gemäß der Dimensionierung mithilfe des Laminatrechners mit 24 Lagen aufgeteilt zu jeweils zwölf Lagen auf beiden Seiten des Schaums belegt wird, soll der gesamte äußere Teil mit nur insgesamt vier Lagen gleichmäßig verteilt belegt werden. Es bietet sich an, die vier Lagen des äußeren Teils über die gesamte Holmlänge zu erstrecken. Die 20 verstärkenden Lagen enden $23mm$ hinter Punkt C in einem sanften Übergang mit einer Länge von $30mm$. Der dünn belegte Teil wird durch einen $2mm$ breiten Schaumkern vor dem Beulen geschützt, der zum dicken belegten Teil hin entsprechend schmaler wird. Das innere Holmstummel-Ende wird auf eine

Länge von $l_0 = 30mm$ im Abstand vom Mittelpunkt des Lagers A abgeschätzt. Abbildung 17 veranschaulicht den prinzipiellen Aufbau qualitativ.

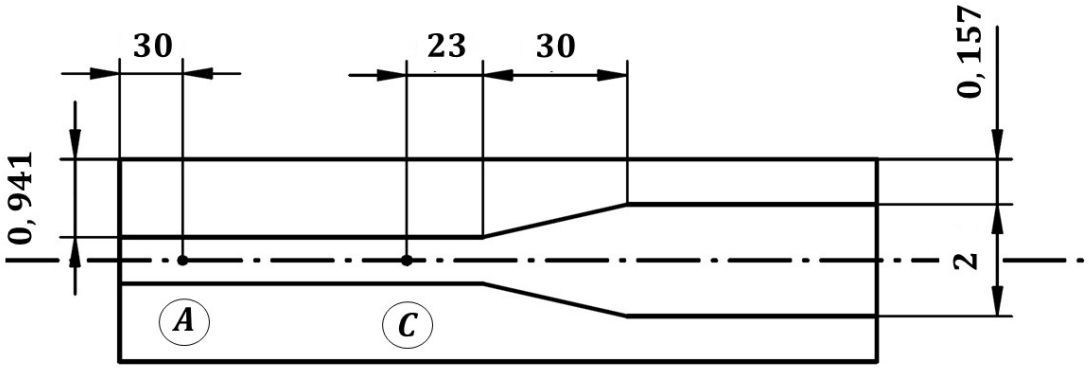


Abbildung 17: Prinzipskizze der Sandwichstruktur im Steg

7.3 Konstruktion der Haut und der Rippen

Um die Haut vor Beulerscheinungen zu schützen, soll ein Schaumkern zwischen die innere und äußere Hautschicht gelegt werden. Der Beulberechnung ist zu entnehmen, dass mit einem $3mm$ dicken Kern ausreichende Sicherheit gegen Beulen gegeben ist. Ein Schaumkern dieser Stärke ist darüber hinaus gut handhabbar und kann mithilfe eines heißen Drahtes einfach und kostengünstig aus einem Styrodurklotz ausgeschnitten werden. Um die Höhe h_a der Gurte möglichst nicht durch die Haut einzuschränken, soll der Schaumkern zu den Gurten hin über $5mm$ in einem sanften Übergang auslaufen, sodass nur das Laminat über und unter den Gurten hergeführt werden muss. Abbildung 18 veranschaulicht die prinzipielle Gestaltung der Haut im Bereich der Gurte.

Der Freiraum zwischen Gurten, den Steglagen und der inneren Hautlage kann nun für die Vorder- und Hinterseite des Steges umrandet werden. Die darauf basierende Skizze ist die Grundlage der Konstruktion der zweigeteilten Wurzel- und Endrippe. Die Rippen werden in ihrer Dimensionierung als gegeben angenommen, eine Auslegung erfolgt im Rahmen dieser Projektarbeit nicht. Ein Belastungstest der Tragfläche würde in der Realität durch eine an der Endrippe befestigte Last erfolgen. Damit die Last angeschlagen werden kann, müssen zwei Bohrungen in der Endrippe vorgesehen werden, deren Abstand durch das gegebene Bauteil Ëndscheibe"bestimmt wird.

Zur einfachen Montage der Last werden zwei Gewindehülsen konstruiert, die in die Bohrungen eingefügt werden.

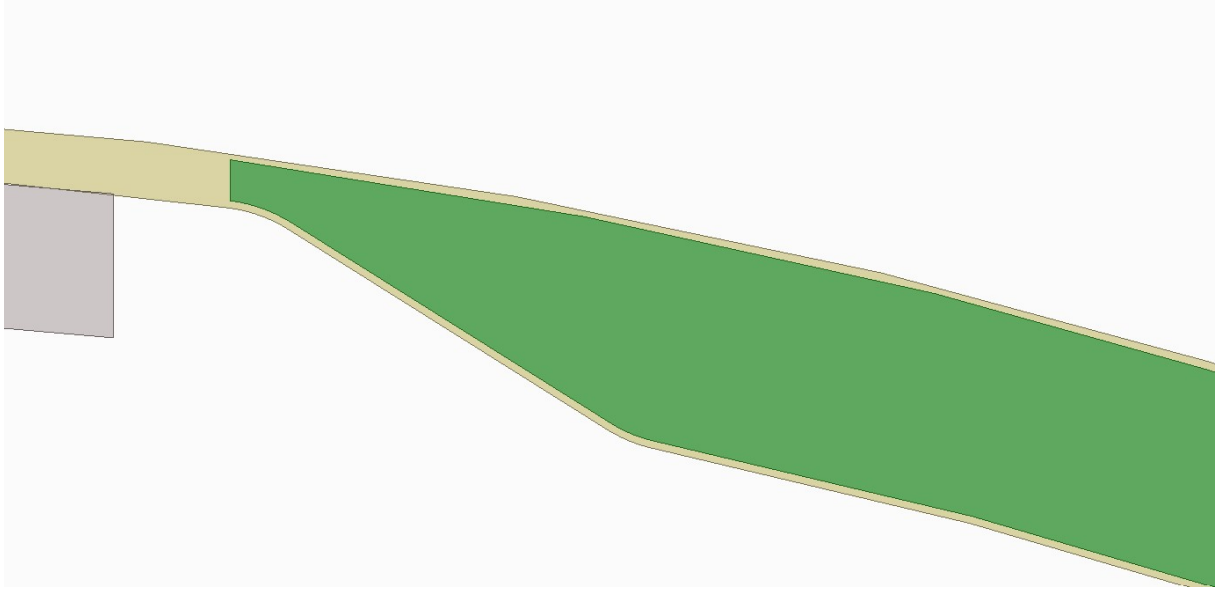


Abbildung 18: Hautsandwich am Übergang zum Gurt

7.4 Holzkonstruktion an der Aufnahme der Hauptbolzen

Die Kraftaufnahme der als Fest- und Loslager modellierten Punkte A und B erfolgt durch zwei Hauptbolzen, die im Flugzeug die Tragflächenhälften miteinander verbinden. In diesem Fall werden die Lagerkräfte von maximal $5085N$ an den Teststand übertragen. Damit bei der Krafteinleitung in den Holm Spannungsspitzen vermieden werden, soll die Auflagefläche der Bolzen vergrößert werden. Dies geschieht, indem eine Holzkonstruktion für Vorder- und Rückseite des Holms erstellt wird, die der Kontur der Gurte angepasst ist und Bohrungen für die Bolzen enthält. Diese Klötze werden auf ihrer jeweiligen Stegseite mit den Gurten und dem Steg verklebt. Da der Abstand der Bohrungen mit $76mm$ gering ist, wird ein längerer Holzklotz für beide Bohrungen konstruiert. Aussparungen an den Seiten und zwischen den Bohrungen sollen das Gewicht der Klötze reduzieren. Zum Schutz der Hauptbolzen werden zwei Messinghülsen konstruiert und in die Bohrungen eingefügt. So kann verhindert werden, dass die gefetteten Bolzen bei Montage und Demontage Späne aus dem Steg lösen oder sich verkanten. Die Messinghülsen weisen eine Wandstärke von $0,5mm$ und einen Innendurchmesser von $8mm$ auf. In der Fertigung kann auf kostengünstige Messingrohre zurückgegriffen werden. Die Konstruktion wird durch Abbildung 19 veranschaulicht. Eine technische Zeichnung des vorderen Holzklotzes mit Angaben zu den Hauptabmessungen befindet sich im Anhang.

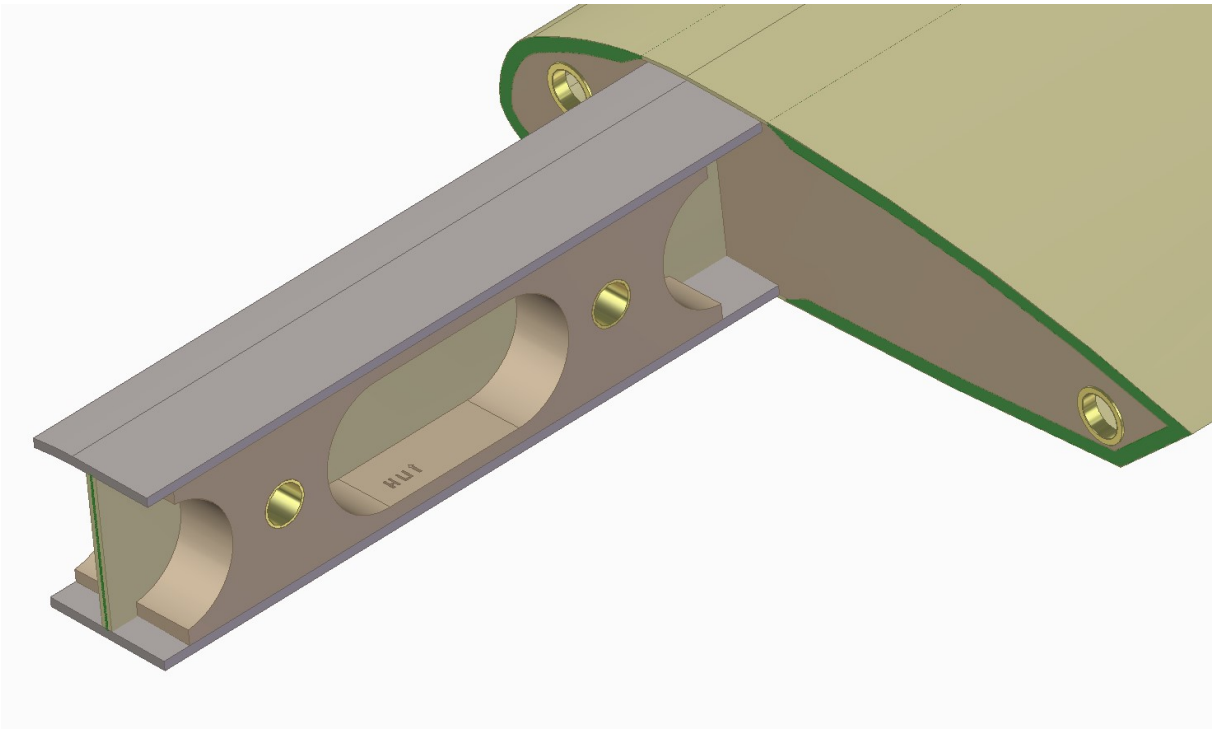


Abbildung 19: Holzklötze und Hülsen

7.5 Querkraftbolzen und Montage auf dem Teststand

Die Prüfung, ob die gesamte Auslegung der Tragfläche den Bestimmungen der Aufgabenstellung gerecht wird, erfolgt anhand einer FEM-Berechnung, anstelle der tatsächlichen Fertigung des Flügels und des Bruchtests. Dennoch kann mithilfe gegebener Zeichnungen der Teststandelemente geprüft werden, ob die konstruierte Tragfläche in der Realität auf dem Teststand montierbar wäre. Der Abstand der Hauptbolzen zueinander wurde bereits in der frühen Modellierung des Holms als Biegebalken berücksichtigt. Für die Positionierung der Bohrungen und Hülsen der Querkraftbolzen wird der Abstand der Langlöcher zur Aussparung für den Holm in der Montageplatte gemessen. An der gegenüberliegenden Wurzelrippe können so die Bohrungen festgelegt werden. Da die Querkraftbolzen einen großen Abstand zueinander aufweisen (vgl. Abb. 19), müssen zur Aufnahme der Torsionsmomente nur kleine Kräfte übertragen werden. Die Radien der Langlöcher in der Montageplatte begrenzen den Durchmesser der Querkraftbolzen auf $8,5mm$. Auch für die Querkraftbolzen werden Hülsen konstruiert, die die Wurzelrippe schützen und die Montage erleichtern.

8 Massenabschätzung (H.K.)

Auf Basis der Dimensionierung der einzelnen Komponenten, kann die Masse der Tragfläche abgeschätzt werden. Im Folgenden werden die Volumina bestimmt, um mithilfe der Dichte des jeweiligen Werkstoffes auf die Masse zu schließen.

8.1 Masse der Gurte

Mithilfe des CAD-Programms können die Volumina zeitsparend und exakt bestimmt werden. Dies ist besonders für komplizierte Geometrien, zum Beispiel für die gekrümmten Gurte hilfreich. Für den oberen und unteren Gurt ergeben sich folgende Werte:

$$V_{Gurt,o} = A_{Gurt,o} \cdot (l_0 + l_1 + l_2 + l_3) \ = 4,983 \cdot 10^{-5} m^3 \tag{156}$$

$$V_{Gurt,u} = A_{Gurt,u} \cdot (l_0 + l_1 + l_2 + l_3) \ = 4,98 \cdot 10^{-5} m^3. \tag{157}$$

Im nächsten Schritt wird die Dichte der Faserverbundbauteile bestimmt. Sie errechnet sich gemäß der Mischungsregel nach [3] zu

$$\rho_{Verbund} = \varphi \cdot \rho_f + (1 - \varphi) \cdot \rho_m = 1728 \frac{kg}{m^3}. \tag{158}$$

Gemäß dieser Formel sind die Dichten der Verbundbauteile unabhängig von den verwendeten Geweben und ihren Flächengewichten, solange das gleiche Fasermaterial und der gleiche Faservolumengehalt vorliegen. Damit ergeben sich die Massen der Gurte zu

$$m_{Gurt,o} = V_{Gurt,o} \cdot \rho_{Verbund} = 0,0861 kg \tag{159}$$

$$m_{Gurt,u} = V_{Gurt,u} \cdot \rho_{Verbund} = 0,086 kg. \tag{160}$$

8.2 Masse des Stegs

Unterteilt in den Anteil des Schaums und den des Verbundmaterials, ergeben sich für den Steg folgende Volumina:

$$V_{Steg,Verb} = A_{Steg,Verb} \cdot \tilde{h}_i = 1,813 \cdot 10^{-5} m^3 \tag{161}$$

$$V_{Steg,Schaum} = A_{Schaum} \cdot \tilde{h}_i = 4,953 \cdot 10^{-5} m^3. \tag{162}$$

Für die jeweiligen Volumina folgt mit der Dichte $\rho_{Verbund}$ und der Dichte des Schaums $\rho_{Schaum} = 35 \frac{kg}{m^3}$:

$$m_{Steg,Verb} = V_{Steg,Verb} \cdot \rho_{Verbund} = 0,031 kg \tag{163}$$

$$m_{Steg,Schaum} = V_{Steg,Schaum} \cdot \rho_{Schaum} = 0,002 kg \tag{164}$$

Als Werkstoff für den Schaum steht Styrodur zur Verfügung. Laut Trendbericht aus dem Magazin "Kunststoffeïn der Ausgabe 10/2008 [7], beträgt die Dichte von extrudiertem Polystyrol-Hartschaumstoff (XPS) $25 \frac{kg}{m^3}$ bis $45 \frac{kg}{m^3}$. Für die Massenabschätzung wurde der Mittelwert von $35 \frac{kg}{m^3}$ angenommen.

8.3 Masse der Haut

Das Volumen des Schaumkerns der Haut beträgt

$$V_{Haut,Schaum} = A_{Haut,Schaum} \cdot l_3 = 6,143 \cdot 10^{-4} m^3. \tag{165}$$

Mit der Dichte ρ_{Schaum} beträgt die Masse des Kerns

$$m_{Haut,Schaum} = V_{Haut,Schaum} \cdot \rho_{Schaum} = 0,022kg. \tag{166}$$

Zur Bestimmung der Masse des Faserverbundanteils in der Haut wird die Länge der abgewickelten Hautschichten mit dem CAD-Programm bestimmt. Für die innere und die äußere Schicht ergeben sich:

$$l_{Haut,innen} = 346,46mm \tag{167}$$

$$l_{Haut,aussen} = 367,83mm \tag{168}$$

Die Dicke einer Schicht des Interglas 90070 Gewebes mit einer flächenbezogenen Masse von $80\frac{g}{m^2}$ berechnet sich nach [3] mit der Formel:

$$t = n \cdot \frac{m}{Lb} \cdot \frac{1}{\varphi \cdot \rho_f} \tag{169}$$

Für eine Schicht, $\varphi = 0,4$ und $\rho_f = 2550\frac{kg}{m^3}$ ist $t_{Haut} = 0,078mm$. Die Breite entspricht Länge l_3, damit ergibt sich das Volumen der inneren und äußeren Hautschicht zu:

$$V_{Haut,innen} = l_{Haut,innen} \cdot l_3 \cdot t_{Haut} = 2,089 \cdot 10^{-5} m^3 \tag{170}$$

$$V_{Haut,aussen} = l_{Haut,aussen} \cdot l_3 \cdot t_{Haut} = 2,218 \cdot 10^{-5} m^3 \tag{171}$$

und für die Massen folgt:

$$m_{Haut,innen} = V_{Haut,innen} \cdot \rho_{Verbund} = 0,036kg \tag{172}$$

$$m_{Haut,aussen} = V_{Haut,aussen} \cdot \rho_{Verbund} = 0,038kg. \tag{173}$$

Für die Gesamtdicke des Verbundanteils der Haut wurde in der Auslegung $0,75mm$ vorgesehen. Aus der wesentlich geringeren tatsächlichen Dicke ergeben sich ober- und unterhalb der Gurte Freiräume mit einer Dicke von $t_{frei} = 0,75mm - 2 \cdot 0,078mm = 0,594mm$. Dieser Freiraum wird mit Harz ausgefüllt und muss zusätzlich berechnet werden. Die Länge des Bereichs, in dem kein Schaumkern die innere und äußere Lage trennt und in der folglich dieser Freiraum auftritt, wird im CAD-Programm für die Oberseite zu $l_{frei,o} = 31,18mm$ und für die Unterseite zu $l_{frei,u} = 32,1mm$ bestimmt. Die Krümmung in diesem Bereich kann wegen des großen Krümmungsradius und der kleinen Länge vernachlässigt werden. Es ergeben sich die Querschnittsflächen der Freiräume:

$$\begin{aligned} A_{frei,o} &= l_{frei,o} \cdot t_{frei} = 18,52mm^2 \\ A_{frei,u} &= l_{frei,u} \cdot t_{frei} = 19,07mm^2. \end{aligned} \tag{174}$$

Über die Extrusionslänge der Tragfläche l_3 folgt für das Volumen der Freiräume:

$$\begin{aligned} V_{frei,o} &= A_{frei,o} \cdot l_3 = 1,432 \cdot 10^{-5} m^3 \\ V_{frei,u} &= A_{frei,u} \cdot l_3 = 1,474 \cdot 10^{-5} m^3 \end{aligned} \tag{175}$$

und mit der Dichte $\rho_m = 1180 \frac{kg}{m^3}$:

$$\begin{aligned} m_{frei,o} &= V_{frei,o} \cdot \rho_m = 0,017 kg \\ m_{frei,u} &= V_{frei,u} \cdot \rho_m = 0,018 kg. \end{aligned} \tag{176}$$

8.4 Masse der Holzklötze und Rippen

Da die Holzklötze ebenfalls eine komplizierte Geometrie aufweisen, wird auch ihre Masse der Einfachheit halber mit dem CAD-Programm berechnet. Als Material wird Kiefernholz gewählt,das mit $\rho_{Kiefer} = 559 \frac{kg}{m^3}$ im mittleren Bereich der Dichten im CAD-Programm verfügbarer Hölzer liegt. Die Masse eines jeden Holzklotzes wird damit zu $m_{Klotz} = 0,015 kg$ bestimmt. Auf die gleiche Weise wird zur Bestimmung der Massen der Rippen verfahren. Die Wurzelrippe und die Endrippe bestehen jeweils aus zwei Teilen, die Masse einer Rippe wird mithilfe des Programms für Kiefernholz zu $m_{Rippe} = 0,004 kg$ bestimmt.Darüber hinaus müssen die Massen der Hülsen ermittelt werden. Als Werkstoff ist Messing vorgesehen, dessen Dichte in Solid Edge mit $\rho_{Messing} = 8470 \frac{kg}{m^3}$ angenommen wird. Die beiden Hülsen der Hauptbolzen wiegen damit jeweils $m_{Haupthuelse} = 0,003 kg$ und die der Querkraftbolzen jeweils $m_{Querhuelse} = 0,001 kg$. Die beiden zur Verbindung mit der Belastungseinheit des Teststandes erforderlichen Gewindehülsen der Endrippe werden aus Stahl gefertigt. Ihre Masse beträgt jeweils $m_{Endhuelse} = 0,001 kg$.

8.5 Abschätzung der Verklebungen und der Gesamtmasse

Einen weiteren Anteil an der Gesamtmasse liefern die Klebeverbindungen.Zur Verklebung der Rippen mit dem Holm sind Holzklötze vorgesehen, die an die Vorder- und Hinterseite des Stegs geklebt werden und dadurch eine ausreichend große Klebefläche zur Verfügung stellen. Die Breite der Klötze wurde im Abschnitt 8.2 zu $1,56 mm$ berechnet. Zur einfachen Fertigung können Holzleisten mit einem quadratischen Querschnitt von $2mm \cdot 2mm$ gewählt werden. Bei einer Länge von $\tilde{h_i}$ beträgt die Masse jeder Leiste weniger als $0,1g$. Da nur vier Leisten vorgesehen sind, kann die Masse vernachlässigt werden. Die Verklebungen von Steg und Gurt, sowie die Klebestellen zwischen den Halbschalen, sollen ohne den Einsatz zusätzlicher Gewebelagen oder Leisten erfolgen. Eine Abschätzung, wie präzise Mumpe aufgetragen werden kann und mit welcher Dichte der Klebemasse beim Einsatz von Mikroballons gerechnet werden kann, ist nur schwer möglich. Die Masse der Klebestellen wird auf wenige zehn Gramm abgeschätzt.

Abschließend wird die Gesamtmasse aus der Summe der einzelnen Massen berechnet. Sie ergibt

sich zu:

$$\begin{aligned}
&m_{ges} = m_{Gurt,o} + m_{Gurt,u} + m_{Steg,Verb} + m_{Steg,Schaum} \\
&+m_{Haut,Schaum} + m_{Haut,innen} + m_{Haut,aussen} \\
&+2 \cdot m_{Rippe} + 2 \cdot m_{Klotz} \\
&+2 \cdot m_{Haupthuelse} + 2 \cdot m_{Querhuelse} + 2 \cdot m_{Endhuelse} \\
&+m_{frei,o} + m_{frei,u} \\
&= 0,349kg
\end{aligned} \tag{177}$$

Die Gewichtslimitierung von 0,75kg wird eingehalten.

9 Bauanleitung für Flügelbau (T.B.)

Der Bau des Flügels erfolgt in drei Abschnitten. Zuerst soll der Steg gebaut werden, danach die Flügelschale und abschließend erfolgt die Verklebung der Bauteile. Es werden beide Negativformen der Profilform zur Verfügung gestellt, verbaut werden die Gewebe Interglas 90070 und 92145, das Harz ... inkl. Härter, Mikroballons zum Andicken des Harze (Mumpe), Messing und Kiefernholz. Zur Positionierung von Bauteilen und eigenem Formenbau sollen Aluminiumprofile genutzt werden.

1. **Holm:**
   (a) Jeweils zwei Aluminiumprofile werden als Formwände für die Holmgurte in beiden Profilformen positioniert. Dadurch wird die Breite garantiert, während die Profilform die Wölbung schafft. Die Form wird durch gefräste Aluminiumprofile verlängert, um den Holmstummel ebenfalls bauen zu können.
   (b) Anschließend werden 9 Lagen Interglas 92145 in diesen Formen laminiert.
   (c) Nach dem Aushärten werden die Gurte und die Aluminiumprofile aus der Profilform entnommen.
   (d) Die Gurte werden an den Enden auf die passende Länge geschliffen.
   (e) Der Schaumstoff wird zugeschnitten und die Abstufung geschliffen.
   (f) Es werden Lagen Interglas 90700 auf einer ebenen Fläche laminiert. Dabei muss auf die Abstufung von 12 auf 2 und auf die 45°-Ausrichtung geachtet werden. Danach wird der Schaum positioniert und anschließend wieder 12 bis 2 Lagen in umgekehrter Reihenfolge der Abstufung laminiert.
   (g) Nach dem Härten des Steg-Sandwichs wird dieser auf das Endmaß geschliffen.
   (h) Mittels kleiner Holz-Klebewinkel wird der Steg auf einem Holmgurt positioniert und mit Harz verklebt.
   (i) Nun werden die Holzklötze für die Verstiftungen , die Wurzlrippe und die Endrippe eingeklebt. An den verbleibenden Kanten der Verklebung des Steges mit dem Gurt wird mit Mumpe die nötige Klebefläche geschaffen.
   (j) Sobald die Mumpe gehärtet ist, wird der andere Gurt auf den Steg und die Rippen geklebt und die Klebekanten werden ebenfalls mit Mumpe ausgefüllt.
   (k) Abschließend werden in den Steg an den entsprechenden Stellen Löcher gebohrt und die Messinghülsen eingesetzt.
2. **Flügelschale:**
   (a) Anhand der Profilformen wird der Schaumstoff zugeschnitten und die Schrägen werden geschliffen.
   (b) In beide Profilschalen wird die äußere Lage Interglas 90070 laminiert, anschließend wird der Schaumstoff positioniert und die innere Lage folgt.

3. **Verklebung:**

   (a) Nun wird der Holm inkl. der Rippen in die untere Schale mit Mumpe geklebt.

   (b) Darauf wird die obere Flügelschale verklebt, dabei wird diese sowohl mit dem Holm, als auch mit der unteren Schale verklebt.

   (c) Die Klebekanten beider Flügelschalen werden in Form geschliffen.

   (d) Der Flügel ist nun fertiggestellt, abschließende könnten dieser gespachtelt und lackiert werden. Darauf wird jedoch aus Gewichtsgründen verzichtet. Um dabei nicht die äußere Gewebelage zu beschädigen, wäre es dafür angebracht, eine Schutz-Gewebelage zusätzlich in den Lagenaufbau einzuplanen.

Der Flügel wird im Handlaminat-Verfahren hergestellt. Für die Gewichtseinsparung wären Harzinfusionen oder Vakuumverfahren möglich, dieses würde aber nicht den zusätzlichen Aufwand und die Gewichtsersparnisse rechtfertigen.

10 Zusammenfassung

Test Zusammenfassung

11 Quellenverzeichnis

[1] H. Hertel: *Leichtbau: Bauelemente, Bemessungen und Konstruktionen von Flugzeugen u.a.*. Springer Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg, 1960.

[2] Mises, R. V.: *Fluglehre: Vorträge über Theorie und Berechnung der Flugzeuge in elementarer Darstellung.* Springer Verlag, 1936.

[3] Helmut Schürmann: *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden.* Springer Verlag, 2005.

[4] Elmar Witten: *Handbuch Faserverbundkunststoffe/Composites: Grundlagen, Verarbeitung, Anwendungen.* Springer Vieweg, 4.Auflage, 2014.

[5] VDI-Gesellschaft Materials Engineering: *VDI 2013 (Blatt 1)-Dimensionierung von Bauteilen aus GFK (Glasfaserverstärkte Kunststoffe).* VDI-Gesellschaft Materials Engineering, 1970.

[6] Roland Gomeringer, Roland Kilgus, Volker Menges, Stefan Oesterle, Thomas Rapp, Claudius Scholer, Andreas Stenzel, Andreas Stephan, Falko Wieneke: *Tabellenbuch Metall* Verlag Europa Lehrmittel, 2014.

[7] Wolfgang Glenz: *Kunststoffe* Carl Hanser Verlag, 10/2008.

[8] Peter Wriggers, Udo Nackenhorst, Sascha Beuermann, Holger Spiess, Stefan Löhnert : *Technische Mechanik kompakt* Vieweg+Teubner Verlag , 2016

[9] Prof. Dr.-Ing. Peter Horst : *Elemente des Leichtbaus Vorlesungsskript* Institut für Flugzeugbau und Leichtbau, TU Braunschweig , 2020.

[10] Markus Linke, Eckart Nast: *Festigkeitslehre für den Leichtbau, Ein Lehrbuch zur Technischen Mechanik* Springer Verlag, 2015.

[11] VDI-Gesellschaft Kunststofftechnik: *VDI 2014 Blatt 1, Entwicklung von Bauteilen aus - Faser-Kunststoff-Verbund, Grundlagen* VDI-Gesellschaft Kunststofftechnik, 1989.

[12] VDI-Gesellschaft Kunststofftechnik: *VDI 2014 Blatt 2, Entwicklung von Bauteilen aus - Faser-Kunststoff-Verbund, Konzeption und Gestaltung* VDI-Gesellschaft Kunststofftechnik, 1993.

[13] VDI-Gesellschaft Kunststofftechnik: *VDI 2014 Blatt 3, Entwicklung von Bauteilen aus - Faser-Kunststoff-Verbund, Berechnungen* VDI-Gesellschaft Kunststofftechnik, 2006.

[14] Peter Horst: *Finite Elemente 1* Vorlesungsskript, Technische Universität Braunschweig - Institut für Flugzeugbau und Leichtbau, 2020.

[15] Peter Horst: *Ingenieurtheorien des Leichtbaus* Vorlesungsskript, Technische Universität Braunschweig - Institut für Flugzeugbau und Leichtbau, 2020.

[16] Georg-Peter Ostermeyer: *Mechanik 1* Vorlesungsskript, Technische Universität Braunschweig - Institut für Dynamik und Schwingungen, 7. Auflage, 2018.

12 Abbildungsverzeichnis

1 Schubknicken . . . 16
2 a) I-Holm b) C-Holm c) Kastenholm . . . 17
3 Modellierung des Holms . . . 19
4 Steifigkeitsauslegung . . . 23
5 Festigkeitsauslegung . . . 24
6 Bezeichnungen des I-Holms . . . 26
7 Angepasste gekrümmte Gurtkontur . . . 28
8 vereinfachtes Model . . . 42
9 offenes Profil mit Pol . . . 45
10 Schalenmodell . . . 54
11 Beispiel GFK . . . 55
12 Beispiel:Steg . . . 56
13 Absenkung bei einer Belastung von 100N . . . 57
14 Einspannung am Lager C . . . 59
15 Beispiel Beulform . . . 60
16 Haut und Gurte nach dem ersten Schritt der Konstruktion . . . 61
17 Prinzipskizze der Sandwichstruktur im Steg . . . 62
18 Hautsandwich am Übergang zum Gurt . . . 63
19 Holzklötze und Hülsen . . . 64
20 Lagenaufbau Holmgurte . . . 77
21 Lagenaufbau Steg Bereich III . . . 77
22 Lagenaufbau Steg Bereich $I\&II$ . . . 81
23 Lagenaufbau Flügelschale . . . 82
24 Berechnung Holmgurte . . . 82
25 Berechnung Steg Bereich III . . . 83
26 Berechnung Steg Bereich $I\&II$ . . . 84
27 Berechnung Flügelschale . . . 85
28 Ingenieurskonstanten Holmgurte . . . 85
29 BerechnIngenieurskonstantenung Steg Bereich III . . . 86
30 BerechnIngenieurskonstantenung Steg Bereich $I\&II$ . . . 87
31 Ingenieurskonstanten Flügelschale . . . 88
32 Schubfluss Bereich 1 . . . 88
33 Schubfluss Bereich 2 . . . 89
34 Schubfluss Bereich 3 . . . 89
35 Schubfluss Bereich 4 . . . 90
36 Schubfluss Bereich 5 . . . 90
37 Schubfluss Bereich 6 . . . 91
38 Schubfluss Bereich 7 . . . 91
39 Schubfluss Bereich 8 . . . 92
40 Schubfluss Bereich 9 . . . 92
41 Schubfluss Bereich 10 . . . 93

13 Tabellenverzeichnis

1 Verschiedene Kombinationsmöglichkeiten von b und h 27

14 Anhang

14.1 Berechnung: Analytischen Lösung der Modellierung

In diesem Abschnitt werden die Gleichungen 43, 44 und 45 herlgeleitet:

- Aus Gleichung 20 und 31 ergibt sich:

$$R_4 = 0 \tag{178}$$

- Aus Gleichung 18 und 32 ergibt sich:

$$R_2 = 0 \tag{179}$$

- Aus Gleichung 27 und 42 ergibt sich:

$$R_9 = -F \tag{180}$$

- Aus Gleichung 22, 27, 42 und 180 ergibt sich:

$$R_5 = -F_{pruef} - F_Q \tag{181}$$

- Aus Gleichung 28 , 41 und 180 ergibt sich:

$$R_{10} = F_{pruef} \cdot (l_1 + l_2 + l_3) \tag{182}$$

- Aus Gleichung 23, 28, 39, 180, 181 und 182 ergibt sich:

$$R_6 = F_{pruef} \cdot (l_1 + l_2 + l_3) + F_Q \cdot (l_1 + l_2) \tag{183}$$

- Aus Gleichung 18, 23, 36, 181 und 183 ergibt sich:

$$R_1 = F_{pruef} \cdot \frac{l_2 + l_3}{l_1} + F_Q \cdot \frac{l_2}{l_1} \tag{184}$$

- Aus Gleichung 20, 33 und 184 ergibt sich:

$$R_3 = -\frac{1}{6} \cdot F_{pruef} \cdot (l_2 + l_3) \cdot l_1 - \frac{1}{6} \cdot F_Q \cdot l_2 \cdot l_1 \tag{185}$$

- Aus Gleichung 19, 24, 35, 181, 183, 184 und 185 ergibt sich:

$$R_7 = F_{pruef} \cdot \left(-\frac{1}{2}l_1^2 - \frac{2}{3}l_1 l2 - \frac{2}{3}l_1 l3\right) + F_Q \cdot \left(-\frac{1}{2}l_1^2 - \frac{2}{3}l_1 l2\right) \tag{186}$$

- Aus Gleichung 25, 34, 181, 183 und 186 ergibt sich:

$$R_8 = F_{pruef} \cdot \left(\frac{1}{6}l_1^3 + \frac{1}{6}l_1^2 l2 + \frac{1}{6}l_1^2 l3\right) + F_Q \cdot \left(\frac{1}{6}l_1^3 + \frac{1}{6}l_1^2 l2\right) \tag{187}$$

- Aus Gleichung 24, 29, 38, 180, 181, 182, 183 und 186 ergibt sich:

$$R_{11} = F_{pruef} \cdot \left(-\frac{1}{2}l_1^2 - \frac{2}{3}l_1 l2 - \frac{2}{3}l_1 l3\right) + F_Q \cdot \left(\frac{1}{2}l_1^2 + \frac{1}{3}l_1 l2\right) \tag{188}$$

- Aus Gleichung 25, 30, 37, 180, 181, 182, 183, 186, 187 und 188 ergibt sich:

$$R_{12} = F_{pruef} \cdot \left(\frac{1}{6}l_1^3 + \frac{1}{6}l_1^2 l2 + \frac{1}{6}l_1^2 l3\right) + F_Q \cdot \left(\frac{1}{6}l_2^3 - \frac{1}{3}l_1^2 l2 - \frac{1}{2}l_2^2 l1\right) \tag{189}$$

- Nun können die Gleichungen 180, 181, und 184 in folgende Gleichung eingesetzt werden, sodass sich Gleichung 43 ergibt:

$$Q(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x) = \begin{cases} -R_1 & , y\epsilon(0, l_1) \\ -R_5 & , y\epsilon(l_1, l_1 + l_2) \\ -R_9 & , y\epsilon(l_1 + l_2, l_1 + l_2 + l_3) \end{cases} \tag{190}$$

- Nun können die Gleichungen 179, 180, 181, 182, 183 und 184 in folgende Gleichung eingesetzt werden, sodass sich Gleichung 44 ergibt:

$$M(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x) = \begin{cases} -R_1 \cdot y - R_2 & , y\epsilon(0, l_1) \\ -R_5 \cdot y - R_6 & , y\epsilon(l_1, l_1 + l_2) \\ -R_9 \cdot y - R_{10} & , y\epsilon(l_1 + l_2, l_1 + l_2 + l_3) \end{cases} \tag{191}$$

- Nun können die Gleichungen 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 186, 188 und 189 in folgende Gleichung eingesetzt werden, sodass sich Gleichung 45 ergibt:

$$w(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x) = \begin{cases} \frac{1}{EI} \cdot \left(\frac{R_1 \cdot y^3}{6} + \frac{R_2 \cdot y^2}{2} + R_3 \cdot y + R_4\right) & , y\epsilon(0, l_1) \\ \frac{1}{EI} \cdot \left(\frac{R_5 \cdot y^3}{6} + \frac{R_6 \cdot y^2}{2} + R_7 \cdot y + R_8\right) & , y\epsilon(l_1, l_1 + l_2) \\ \frac{1}{EI} \cdot \left(\frac{R_9 \cdot y^3}{6} + \frac{R_{10} \cdot y^2}{2} + R_{11} \cdot y + R_{12}\right) & , y\epsilon(l_1 + l_2, l_1 + l_2 + l_3) \end{cases} \tag{192}$$

14.2 Abbildungen

Lagenaufbau

N...	Name	Winkel	Dicke	Material	Versagenskriterium
1	Lage 1	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
2	Lage 2	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
3	Lage 3	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
4	Lage 4	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
5	Lage 5	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
6	Lage 6	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
7	Lage 7	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
8	Lage 8	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
9	Lage 9	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck

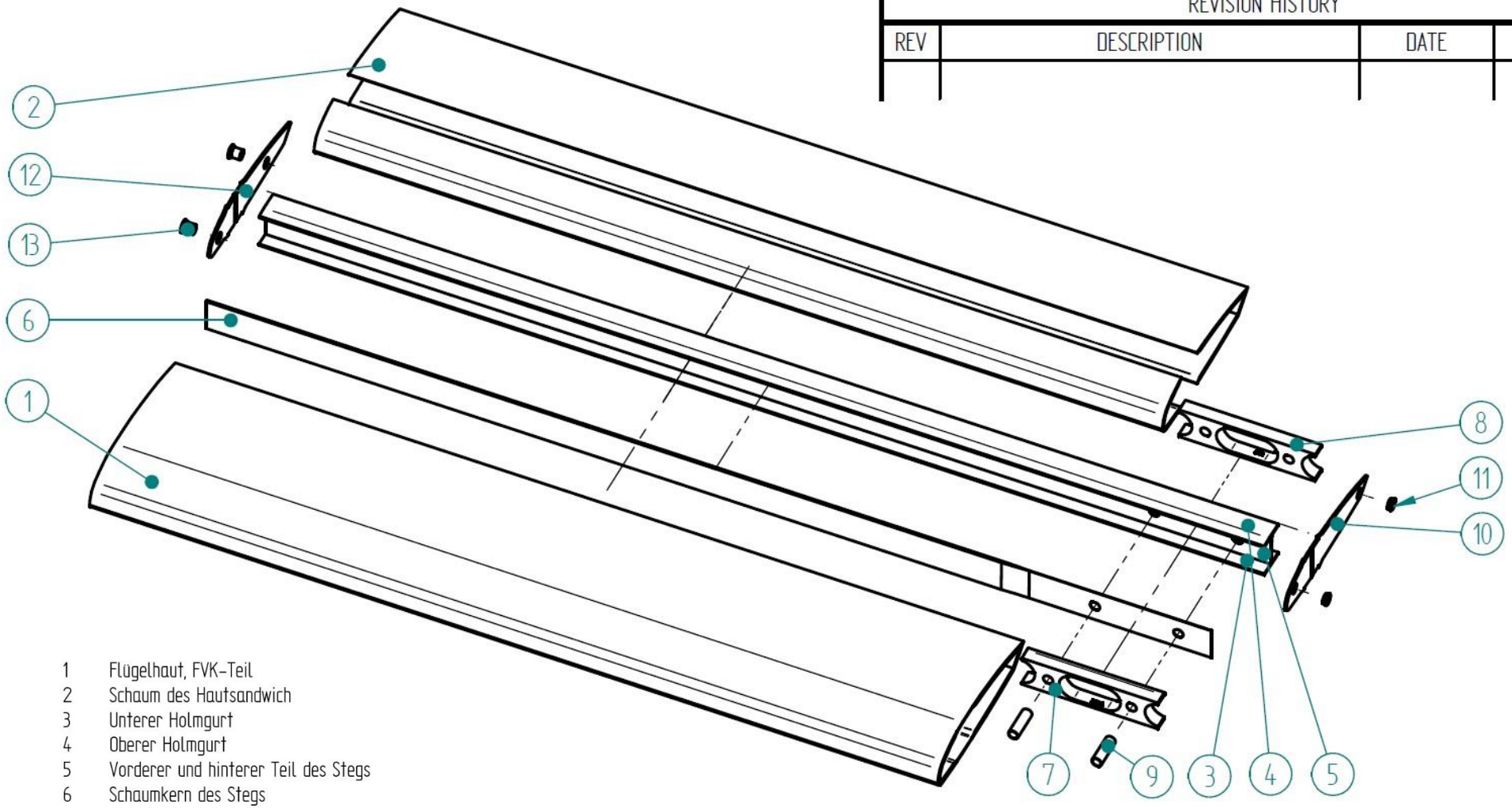
Abbildung 20: Lagenaufbau Holmgurte

Lagenaufbau

N...	Name	Winkel	Dicke	Material	Versagenskriterium
1	Lage 1 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
2	Lage 1 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
3	Lage 2 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
4	Lage 2 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
5	Lage 2 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
6	Lage 2 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
7	Lage 1 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
8	Lage 1 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck

Abbildung 21: Lagenaufbau Steg Bereich *III*

REVISION HISTORY			
REV	DESCRIPTION	DATE	APPROVED



1 Flügelhaut, FVK-Teil
2 Schaum des Hautsandwich
3 Unterer Holmgurt
4 Oberer Holmgurt
5 Vorderer und hinterer Teil des Stegs
6 Schaumkern des Stegs
7 Vorderer Holzklotz
8 Hinterer Holzklotz
9 Hülsen der Hauptbolzen
10 Wurzelrippe
11 Hülsen der Querkraftbolzen
12 Endrippe
13 Gewindehülsen zur Lastbeaufschlagung

	NAME	DATE
DRAWN	Henri Kammler	03.01.2021
CHECKED		
ENG APPR		
MGR APPR		

UNLESS OTHERWISE SPECIFIED
DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS
ANGLES ±X.X°
2 PL ±X.XX 3 PL ±X.XXX

Solid Edge

TITLE
Explosionsdarstellung

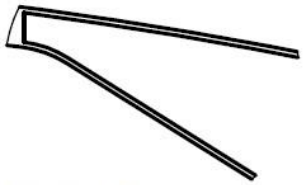
SIZE	DWG NO	REV
A4	0001	1

FILE NAME: Explosionsdarstellung.dft

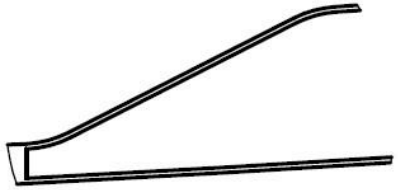
SCALE:	WEIGHT:	SHEET 1 OF 1

SOLID EDGE ACADEMIC COPY

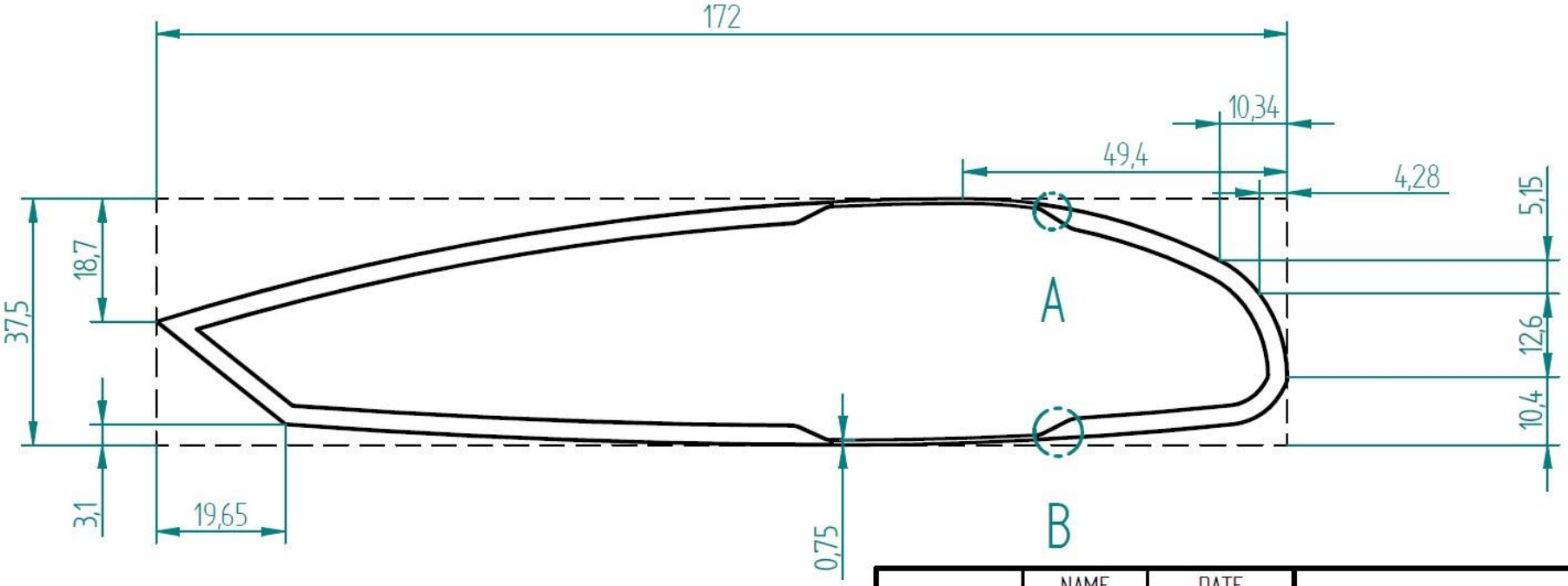
REVISION HISTORY			
REV	DESCRIPTION	DATE	APPROVED



Einzelheit A



Einzelheit B



	NAME	DATE
DRAWN	Henri Kammler	03.01.2021
CHECKED		
ENG APPR		
MGR APPR		

UNLESS OTHERWISE SPECIFIED
DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS
ANGLES ±X.X°
2 PL ±X.XX 3 PL ±X.XXX

Solid Edge

TITLE
Konstruktionspunkte der Flügelkontur

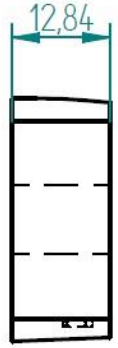
SIZE	DWG NO	REV
A4	0002	1

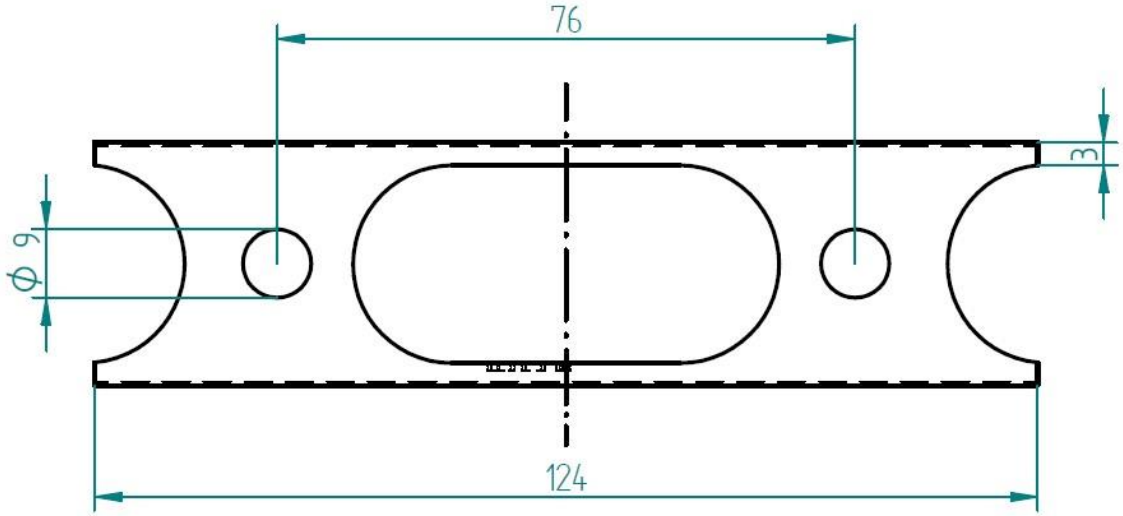
FILE NAME: Profilkontur.dft

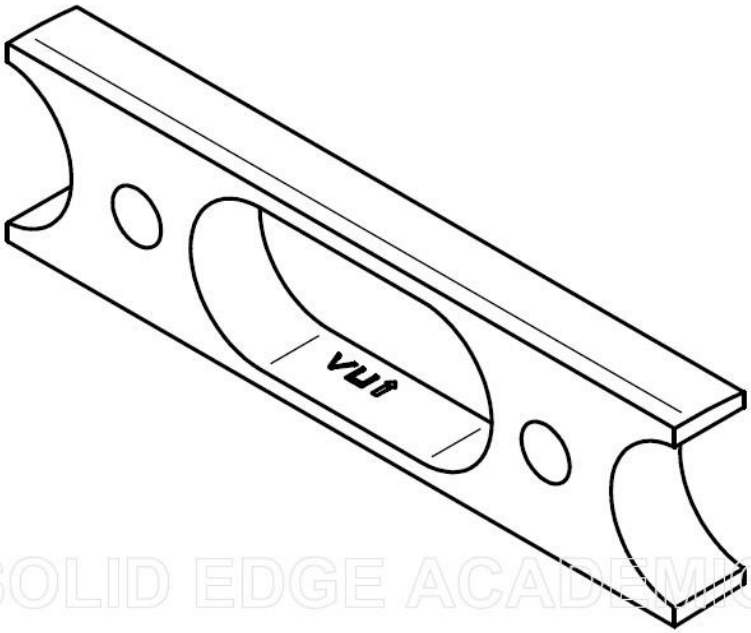
SCALE:	WEIGHT:	SHEET 1 OF 1

SOLID EDGE ACADEMIC COPY

REVISION HISTORY			
REV	DESCRIPTION	DATE	APPROVED







	NAME	DATE
DRAWN	Henri Kammler	03.01.2021
CHECKED		
ENG APPR		
MGR APPR		

UNLESS OTHERWISE SPECIFIED
DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS
ANGLES ±X.X°
2 PL ±X.XX 3 PL ±X.XXX

Solid Edge

TITLE
Holzklotz vorne

SIZE	DWG NO	REV
A4	0003	1

FILE NAME: KlotzVorne.dft

SCALE:	WEIGHT:	SHEET 1 OF 1

SOLID EDGE ACADEMIC COPY

Lagenaufbau

N...	Name	Winkel	Dicke	Material	Versagenskriterium
1	Lage 1 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
2	Lage 1 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
3	Lage 2 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
4	Lage 2 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
5	Lage 3 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
6	Lage 3 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
7	Lage 4 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
8	Lage 4 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
9	Lage 5 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
10	Lage 5 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
11	Lage 6 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
12	Lage 6 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
13	Lage 7 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
14	Lage 7 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
15	Lage 8 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
16	Lage 8 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
17	Lage 9 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
18	Lage 9 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
19	Lage 10 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
20	Lage 10 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
21	Lage 11 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
22	Lage 11 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
23	Lage 12 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
24	Lage 12 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
25	Lage 12 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
26	Lage 12 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
27	Lage 11 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
28	Lage 11 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
29	Lage 10 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
30	Lage 10 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
31	Lage 9 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
32	Lage 9 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
33	Lage 8 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
34	Lage 8 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
35	Lage 7 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
36	Lage 7 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
37	Lage 6 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
38	Lage 6 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
39	Lage 5 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
40	Lage 5 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
41	Lage 4 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
42	Lage 4 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
43	Lage 3 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
44	Lage 3 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
45	Lage 2 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
46	Lage 2 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
47	Lage 1 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
48	Lage 1 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck

Abbildung 22: Lagenaufbau Steg Bereich $I\&II$

Lagenaufbau

Nummer	Name	Winkel	Dicke	Material	Versagenskriterium
1	Lage 1 (1/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Zaunkö..	Puck
2	Lage 1 (2/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Zaunkö..	Puck
3	Lage 1 (2/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Zaun...	Puck
4	Lage 1 (1/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Zaun...	Puck

Abbildung 23: Lagenaufbau Flügelschale

Kraftberechnung

	$nm_{mech.}$	+	$nm_{hygrotherm.}$	=	ABD-Matrix	*	εκ	
n_x =	436,647		0,0		62162,0 3049,0 0,0 -0,0 0,0 0,0		0,007126	= ε_x
n_y =	0,0		0,0		3049,0 10513,6 0,0 0,0 -0,0 0,0		-0,002066	= ε_y
n_{xy} =	0,0		0,0		0,0 0,0 3850,8 0,0 0,0 0,0		0,0	= γ_{xy}
m_x =	0,0	+	0,0	=	-0,0 0,0 0,0 19504,1 956,6 0,0	*	0,0	= κ_x
m_y =	0,0		0,0		0,0 -0,0 0,0 956,6 3298,8 0,0		-0,0	= κ_y
m_{xy} =	0,0		0,0		0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 1208,2		0,0	= κ_{xy}

ΔT = 0,0

Δc [%] = 0,0E0

σ und ε - Verteilung | Löschen | 3D-Ansicht

Schichtgrößen im lokalen Faserkoordinatensystem

Spannungen / Dehnungen

Nr.	Name	Winkel	$z_{m,i}$	z_i	$\sigma_{\parallel}$	$\sigma_{\perp}$	$\tau_{\parallel\perp}$	Versagenskriterium	RF_{min}	Versagensmode
1	Lage 1	0,0	0,862	0,97	225,029	-0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				0,755	225,029	-0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
2	Lage 2	0,0	0,647	0,755	225,029	-0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				0,539	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
3	Lage 3	0,0	0,431	0,539	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				0,323	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
4	Lage 4	0,0	0,216	0,323	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				0,108	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
5	Lage 5	0,0	0,0	0,108	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				-0,108	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
6	Lage 6	0,0	-0,216	-0,108	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				-0,323	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
7	Lage 7	0,0	-0,431	-0,323	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				-0,539	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
8	Lage 8	0,0	-0,647	-0,539	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				-0,755	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
9	Lage 9	0,0	-0,862	-0,755	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				-0,97	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug

Abbildung 24: Berechnung Holmgurte

Kraftberechnung

	$nm_{mech.}$	+	$nm_{hygrotherm.}$	=	ABD-Matrix	*	εκ	
n_x =	16,038		0,0		3785,7 2547,4 0,0 -0,0 -0,0 -0,0		0,006351	= ε_x
n_y =	4,282		0,0		2547,4 3785,7 0,0 -0,0 -0,0 -0,0		-0,003142	= ε_y
n_{xy} =	15,665		0,0		0,0 0,0 2676,3 -0,0 -0,0 -0,0		0,005853	= γ_{xy}
m_x =	0,0	+	0,0	=	-0,0 -0,0 -0,0 30,7 20,7 -6,3	*	0,0	= κ_x
m_y =	0,0		0,0		-0,0 -0,0 -0,0 20,7 30,7 -6,3		-0,0	= κ_y
m_{xy} =	0,0		0,0		-0,0 -0,0 -0,0 -6,3 -6,3 21,7		0,0	= κ_{xy}

ΔT = 0,0

Δc [%] = 0,0E0

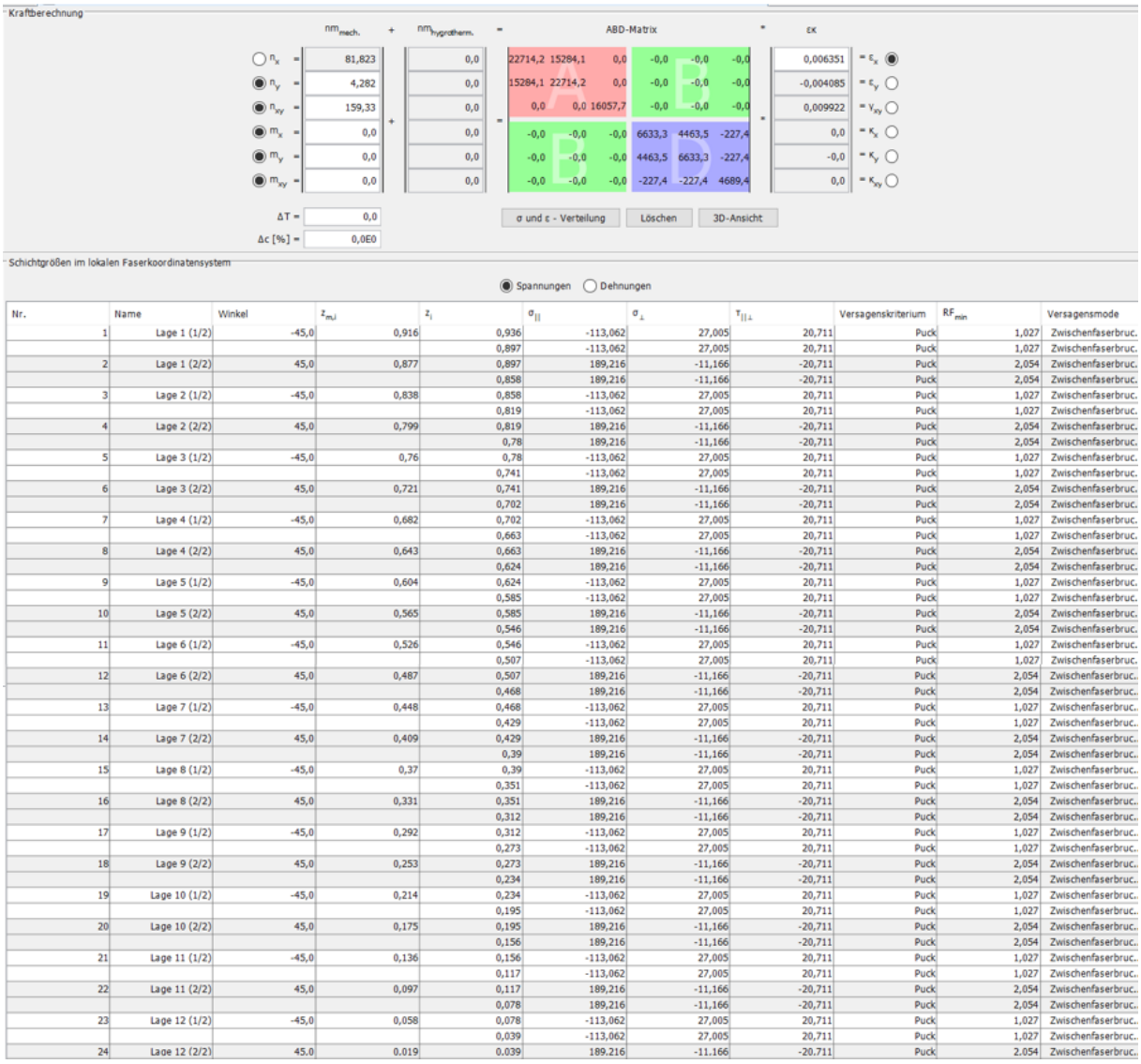
σ und ε - Verteilung | Löschen | 3D-Ansicht

Schichtgrößen im lokalen Faserkoordinatensystem

Spannungen / Dehnungen

Nr.	Name	Winkel	$z_{m,i}$	z_i	$\sigma_{\parallel}$	$\sigma_{\perp}$	$\tau_{\parallel\perp}$	Versagenskriterium	RF_{min}	Versagensmode
1	Lage 1 (1/2)	-45,0	0,137	0,156	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...
				0,117	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...
2	Lage 1 (2/2)	45,0	0,097	0,117	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
				0,078	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
3	Lage 2 (1/2)	-45,0	0,058	0,078	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...
				0,039	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...
4	Lage 2 (2/2)	45,0	0,019	0,039	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
				-0,0	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
5	Lage 2 (2/2)	45,0	-0,02	-0,0	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
				-0,039	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
6	Lage 2 (1/2)	-45,0	-0,059	-0,039	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...
				-0,078	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...
7	Lage 1 (2/2)	45,0	-0,098	-0,078	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
				-0,117	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
8	Lage 1 (1/2)	-45,0	-0,137	-0,117	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...
				-0,156	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...

Abbildung 25: Berechnung Steg Bereich *III*



Kraftberechnung

	$nm_{mech.}$	+	$nm_{hygrotherm.}$	=	ABD-Matrix	*	εK	
n_x =	81,823		0,0		22714,2 15284,1 0,0 -0,0 -0,0 -0,0		0,006351	= ε_x
n_y =	4,282		0,0		15284,1 22714,2 0,0 -0,0 -0,0 -0,0		-0,004085	= ε_y
n_{xy} =	159,33		0,0		0,0 0,0 16057,7 -0,0 -0,0 -0,0		0,009922	= γ_{xy}
m_x =	0,0	+	0,0	=	-0,0 -0,0 -0,0 6633,3 4463,5 -227,4	*	0,0	= κ_x
m_y =	0,0		0,0		-0,0 -0,0 -0,0 4463,5 6633,3 -227,4		-0,0	= κ_y
m_{xy} =	0,0		0,0		-0,0 -0,0 -0,0 -227,4 -227,4 4689,4		0,0	= κ_{xy}

ΔT = 0,0

Δc [%] = 0,0E0

σ und ε - Verteilung | Löschen | 3D-Ansicht

Schichtgrößen im lokalen Faserkoordinatensystem

Spannungen / Dehnungen

Nr.	Name	Winkel	$z_{m,i}$	z_i	$\sigma_{\parallel}$	$\sigma_{\perp}$	$\tau_{\parallel\perp}$	Versagenskriterium	RF_{min}	Versagensmode
1	Lage 1 (1/2)	-45,0	0,916	0,936	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,897	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
2	Lage 1 (2/2)	45,0	0,877	0,897	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,858	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
3	Lage 2 (1/2)	-45,0	0,838	0,858	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,819	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
4	Lage 2 (2/2)	45,0	0,799	0,819	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,78	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
5	Lage 3 (1/2)	-45,0	0,76	0,78	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,741	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
6	Lage 3 (2/2)	45,0	0,721	0,741	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,702	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
7	Lage 4 (1/2)	-45,0	0,682	0,702	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,663	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
8	Lage 4 (2/2)	45,0	0,643	0,663	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,624	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
9	Lage 5 (1/2)	-45,0	0,604	0,624	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,585	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
10	Lage 5 (2/2)	45,0	0,565	0,585	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,546	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
11	Lage 6 (1/2)	-45,0	0,526	0,546	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,507	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
12	Lage 6 (2/2)	45,0	0,487	0,507	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,468	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
13	Lage 7 (1/2)	-45,0	0,448	0,468	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,429	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
14	Lage 7 (2/2)	45,0	0,409	0,429	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,39	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
15	Lage 8 (1/2)	-45,0	0,37	0,39	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,351	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
16	Lage 8 (2/2)	45,0	0,331	0,351	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,312	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
17	Lage 9 (1/2)	-45,0	0,292	0,312	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,273	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
18	Lage 9 (2/2)	45,0	0,253	0,273	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,234	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
19	Lage 10 (1/2)	-45,0	0,214	0,234	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,195	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
20	Lage 10 (2/2)	45,0	0,175	0,195	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,156	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
21	Lage 11 (1/2)	-45,0	0,136	0,156	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,117	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
22	Lage 11 (2/2)	45,0	0,097	0,117	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,078	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
23	Lage 12 (1/2)	-45,0	0,058	0,078	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,039	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
24	Lage 12 (2/2)	45,0	0,019	0,039	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.

Abbildung 26: Berechnung Steg Bereich $I\&II$

Kraftberechnung

	$nm_{mech.}$	+	$nm_{hygrotherm.}$	=	ABD-Matrix	*	εκ	
n_x =	0,0		0,0		1892,9 1273,7 0,0 0,0 0,0 0,0		0,0	= ε_x
n_y =	0,0		0,0		1273,7 1892,9 0,0 0,0 0,0 0,0		-0,0	= ε_y
n_{xy} =	6,631		0,0		0,0 0,0 1338,1 0,0 0,0 0,0		0,004955	= γ_{xy}
m_x =	0,0	+	0,0	=	0,0 0,0 0,0 3,8 2,6 1,6	*	-0,0	= κ_x
m_y =	0,0		0,0		0,0 0,0 0,0 2,6 3,8 1,6		0,0	= κ_y
m_{xy} =	0,0		0,0		0,0 0,0 0,0 1,6 1,6 2,7		0,0	= κ_{xy}

ΔT = 0,0

Δc [%] = 0,0E0

σ und ε - Verteilung | Löschen | 3D-Ansicht

Schichtgrößen im lokalen Faserkoordinatensystem

Spannungen / Dehnungen

Nr.	Name	Winkel	$z_{m,i}$	z_i	$\sigma_{\parallel}$	$\sigma_{\perp}$	$\tau_{\parallel\perp}$	Versagenskriterium	RF_{min}	Versagensmode
1	Lage 1 (1/2)	45,0	0,058	0,078	75,481	-9,532	0,0	Puck	7,729	Zwischenfaserbruch M...
				0,039	75,481	-9,532	0,0	Puck	7,729	Zwischenfaserbruch M...
2	Lage 1 (2/2)	-45,0	0,019	0,039	-75,481	9,532	0,0	Puck	3,955	Zwischenfaserbruch M...
				0,0	-75,481	9,532	0,0	Puck	3,955	Zwischenfaserbruch M...
3	Lage 1 (2/2)	-45,0	-0,019	0,0	-75,481	9,532	0,0	Puck	3,955	Zwischenfaserbruch M...
				-0,039	-75,481	9,532	0,0	Puck	3,955	Zwischenfaserbruch M...
4	Lage 1 (1/2)	45,0	-0,058	-0,039	75,481	-9,532	0,0	Puck	7,729	Zwischenfaserbruch M...
				-0,078	75,481	-9,532	0,0	Puck	7,729	Zwischenfaserbruch M...

Abbildung 27: Berechnung Flügelschale

ABD-Matrix

62162,0	3049,0	0,0	-0,0	0,0	0,0
3049,0	10513,6	0,0	0,0	-0,0	0,0
0,0	0,0	3850,8	0,0	0,0	0,0
-0,0	0,0	0,0	19504,1	956,6	0,0
0,0	-0,0	0,0	956,6	3298,8	0,0
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1208,2

Inverse ABD-Matrix

1,6319E-5	-4,7325E-6	0,0E0	8,0805E-22	-6,7864E-22	0,0E0
-4,7325E-6	9,6487E-5	0,0E0	-6,7864E-22	3,6036E-21	0,0E0
0,0E0	0,0E0	2,5969E-4	0,0E0	0,0E0	0,0E0
8,0805E-22	-6,7864E-22	0,0E0	5,2011E-5	-1,5083E-5	0,0E0
-6,7864E-22	3,6036E-21	0,0E0	-1,5083E-5	3,0752E-4	0,0E0
0,0E0	0,0E0	0,0E0	0,0E0	0,0E0	8,2765E-4

Ingenieurskonstanten

		mit QKB		ohne QKB	
		Membran	Biegung	Membran	Biegung
E_x	=	32035,7	32035,7	31580,0	31580,0
E_y	=	5418,3	5418,3	5341,2	5341,2
G_{xy}	=	1984,5	1984,5	1984,5	1984,5
ν_{xy}	=	-	-	0,290	0,290
ν_{yx}	=	-	-	0,049	0,049
t_{ges}	=		1,94		
Flächengewicht	=		3,353E-9		

Abbildung 28: Ingenieurskonstanten Holmgurte

ABD-Matrix

3785,7	2547,4	0,0	-0,0	-0,0	-0,0
2547,4	3785,7	0,0	-0,0	-0,0	-0,0
0,0	0,0	2676,3	-0,0	-0,0	-0,0
-0,0	-0,0	-0,0	30,7	20,7	-6,3
-0,0	-0,0	-0,0	20,7	30,7	-6,3
-0,0	-0,0	-0,0	-6,3	-6,3	21,7

Inverse ABD-Matrix

4,8271E-4	-3,2481E-4	2,6375E-36	6,9563E-19	-4,4673E-19	1,2409E-19
-3,2481E-4	4,8271E-4	2,6375E-36	-4,4673E-19	6,9563E-19	1,2409E-19
2,6375E-36	2,6375E-36	3,7365E-4	1,5281E-19	1,5281E-19	8,2266E-19
6,9563E-19	-4,4673E-19	1,5281E-19	6,0256E-2	-3,9291E-2	6,0988E-3
-4,4673E-19	6,9563E-19	1,5281E-19	-3,9291E-2	6,0256E-2	6,0988E-3
1,2409E-19	1,2409E-19	8,2266E-19	6,0988E-3	6,0988E-3	4,961E-2

Ingenieurskonstanten

		mit QKB		ohne QKB	
		Membran	Biegung	Membran	Biegung
E_x	=	12133,7	12133,7	6639,8	6557,2
E_y	=	12133,7	12133,7	6639,8	6557,2
G_{xy}	=	8577,8	8577,8	8577,8	7964,3
ν_{xy}	=	-	-	0,673	0,652
ν_{yx}	=	-	-	0,673	0,652
t_{ges}	=		0,312		
Flächengewicht	=		5,3914E-10		

Abbildung 29: BerechnIngenieurskonstantenung Steg Bereich *III*

ABD-Matrix

22714,2	15284,1	0,0	-0,0	-0,0	-0,
15284,1	22714,2	0,0	-0,0	-0,0	-0,
0,0	0,0	16057,7	-0,0	-0,0	-0,
-0,0	-0,0	-0,0	6633,3	4463,5	-227,
-0,0	-0,0	-0,0	4463,5	6633,3	-227,
-0,0	-0,0	-0,0	-227,4	-227,4	4689,

Inverse ABD-Matrix

8,0452E-5	-5,4135E-5	5,084E-36	2,6365E-19	-1,6991E-19	4,8639E-2
-5,4135E-5	8,0452E-5	4,5564E-36	-1,6992E-19	2,533E-19	4,3615E-2
5,084E-36	4,5564E-36	6,2275E-5	4,5971E-21	4,5971E-21	2,0879E-1
2,6365E-19	-1,6992E-19	4,5971E-21	2,7558E-4	-1,8529E-4	4,378E-
-1,6991E-19	2,533E-19	4,5971E-21	-1,8529E-4	2,7558E-4	4,378E-
4,8639E-21	4,3615E-21	2,0879E-19	4,378E-6	4,378E-6	2,1367E-

Ingenieurskonstanten

		mit QKB		ohne QKB	
		Membran	Biegung	Membran	Biegung
E_x	=	12133,7	12133,7	6639,8	6637,7
E_y	=	12133,7	12133,7	6639,8	6637,7
G_{xy}	=	8577,8	8577,8	8577,8	8560,8
ν_{xy}	=	-	-	0,673	0,672
ν_{yx}	=	-	-	0,673	0,672
t_{ges}	=		1,872		
Flächengewicht	=		3.2348E-9		

Abbildung 30: BerechnIngenieurskonstantenung Steg Bereich $I\&II$

ABD-Matrix

1892,9	1273,7	0,0	0,0	0,0	0,0
1273,7	1892,9	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	1338,1	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,0	3,8	2,6	1,6
0,0	0,0	0,0	2,6	3,8	1,6
0,0	0,0	0,0	1,6	1,6	2,7

Inverse ABD-Matrix

9,6543E-4	-6,4962E-4	2,0207E-36	-1,5222E-18	1,2093E-18	-4,4991E-19
-6,4962E-4	9,6543E-4	-1,3597E-36	1,0243E-18	-8,1373E-19	3,0274E-19
2,0207E-36	-1,3597E-36	7,473E-4	-6,7337E-19	3,8381E-19	1,6847E-19
-1,5222E-18	1,0243E-18	-6,7337E-19	5,0725E-1	-2,8912E-1	-1,2691E-1
1,2093E-18	-8,1373E-19	3,8381E-19	-2,8912E-1	5,0725E-1	-1,2691E-1
-4,4991E-19	3,0274E-19	1,6847E-19	-1,2691E-1	-1,2691E-1	5,1617E-1

Ingenieurskonstanten

		mit QKB		ohne QKB	
		Membran	Biegung	Membran	Biegung
E_x	=	12133,7	12133,7	6639,8	6231,4
E_y	=	12133,7	12133,7	6639,8	6231,4
G_{xy}	=	8577,8	8577,8	8577,8	6123,7
ν_{xy}	=	-	-	0,673	0,570
ν_{yx}	=	-	-	0,673	0,570
t_{ges}	=		0,156		
Flächengewicht	=		2,6957E-10		

Abbildung 31: Ingenieurskonstanten Flügelschale

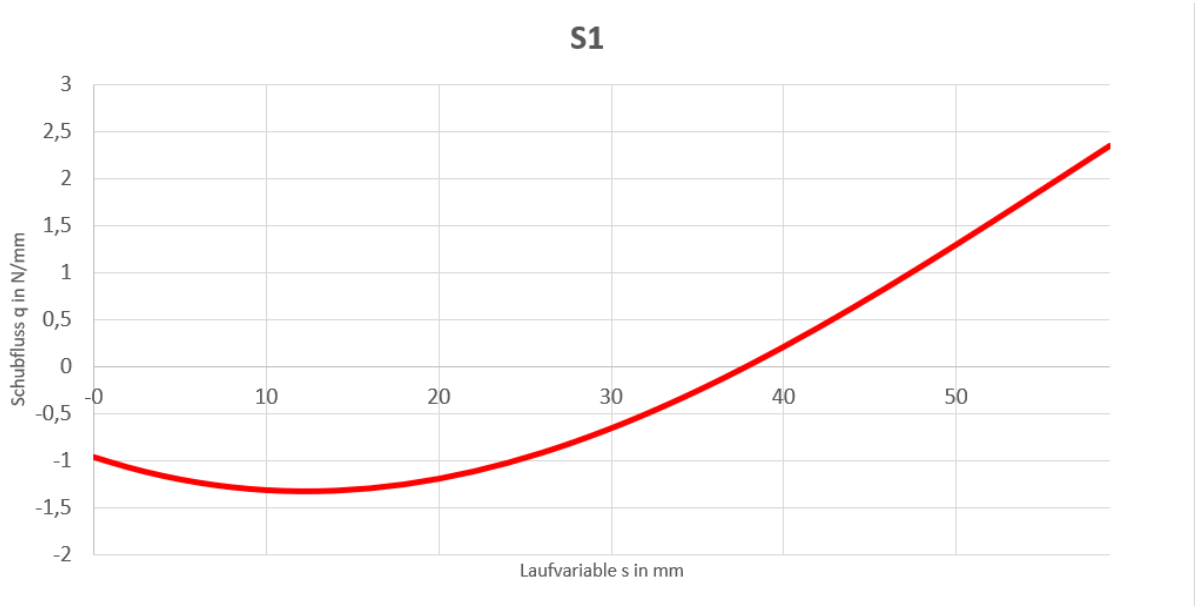


Abbildung 32: Schubfluss Bereich 1

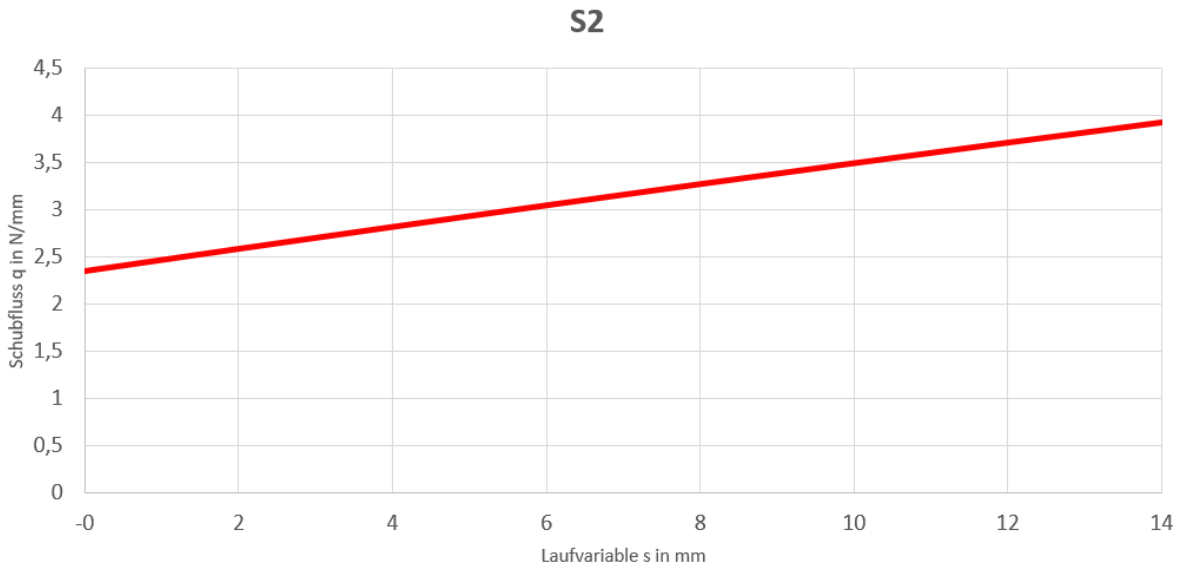


Abbildung 33: Schubfluss Bereich 2

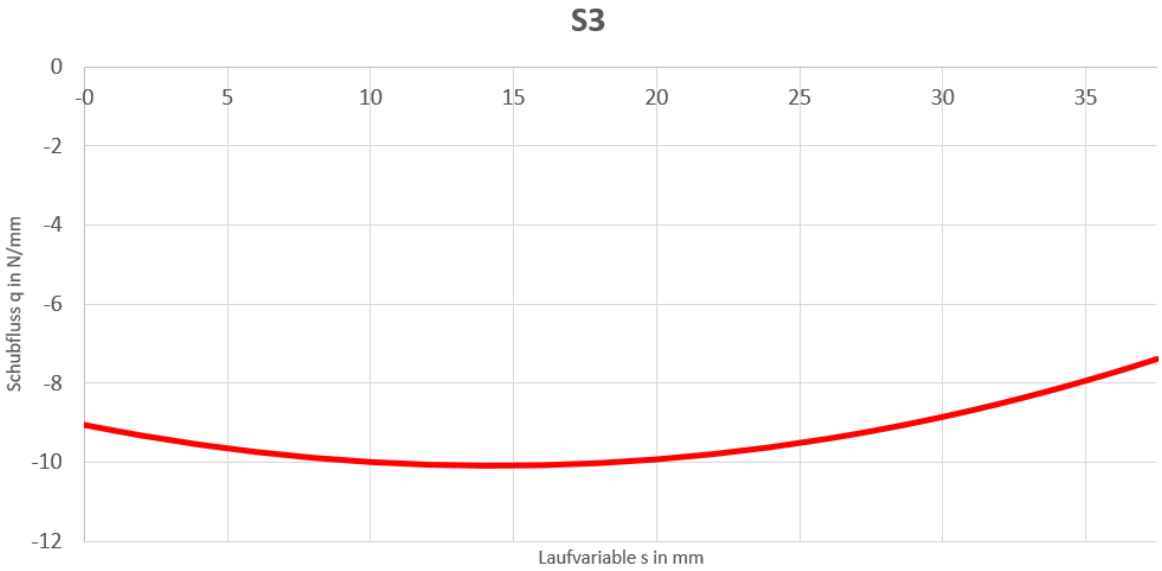


Abbildung 34: Schubfluss Bereich 3

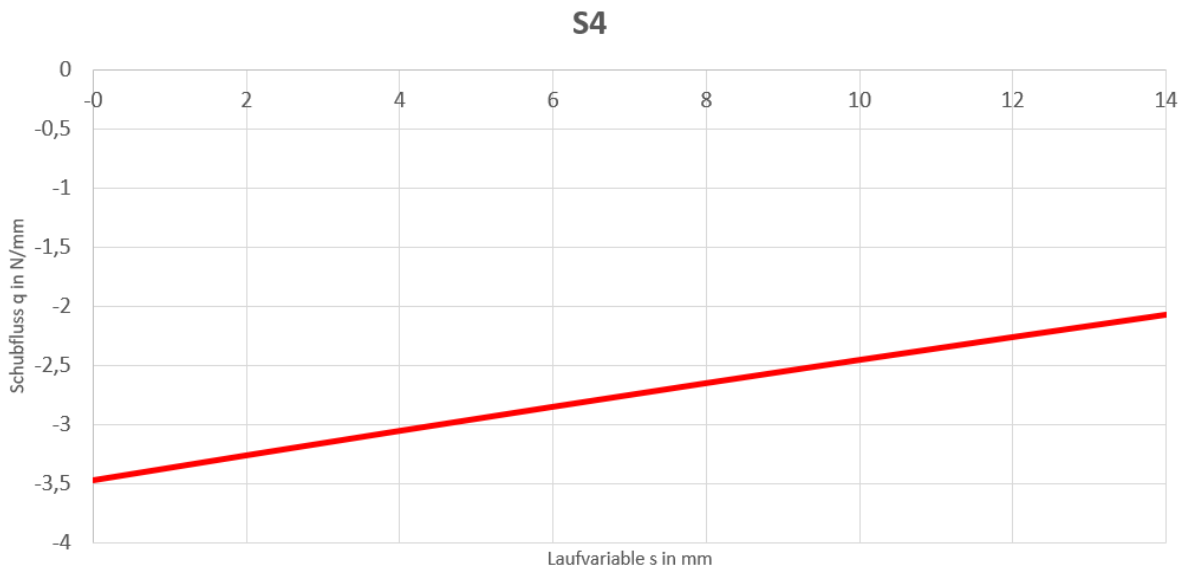


Abbildung 35: Schubfluss Bereich 4

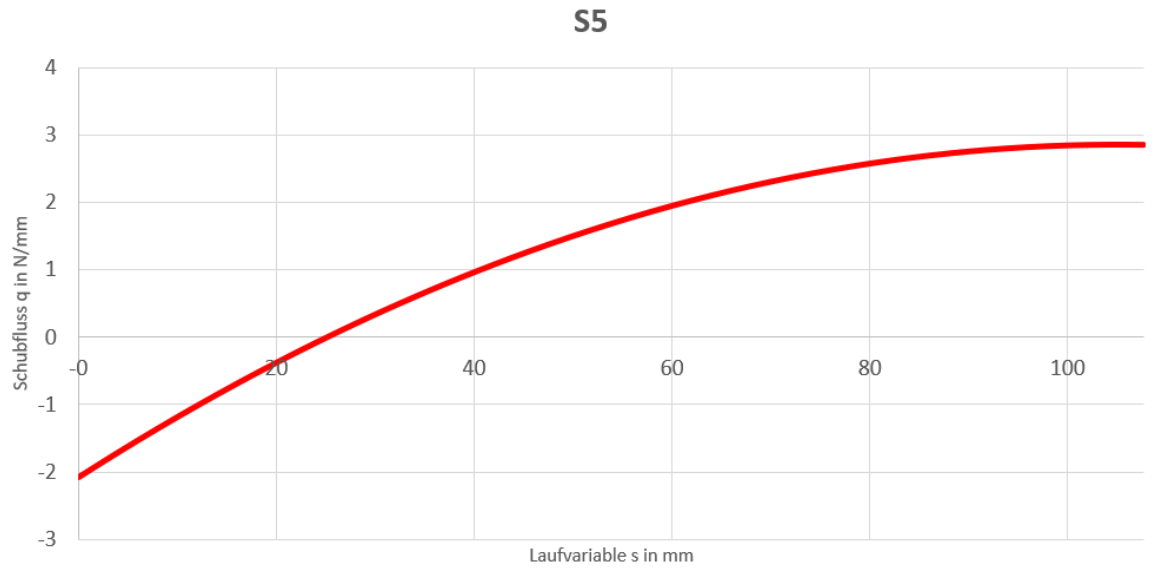


Abbildung 36: Schubfluss Bereich 5

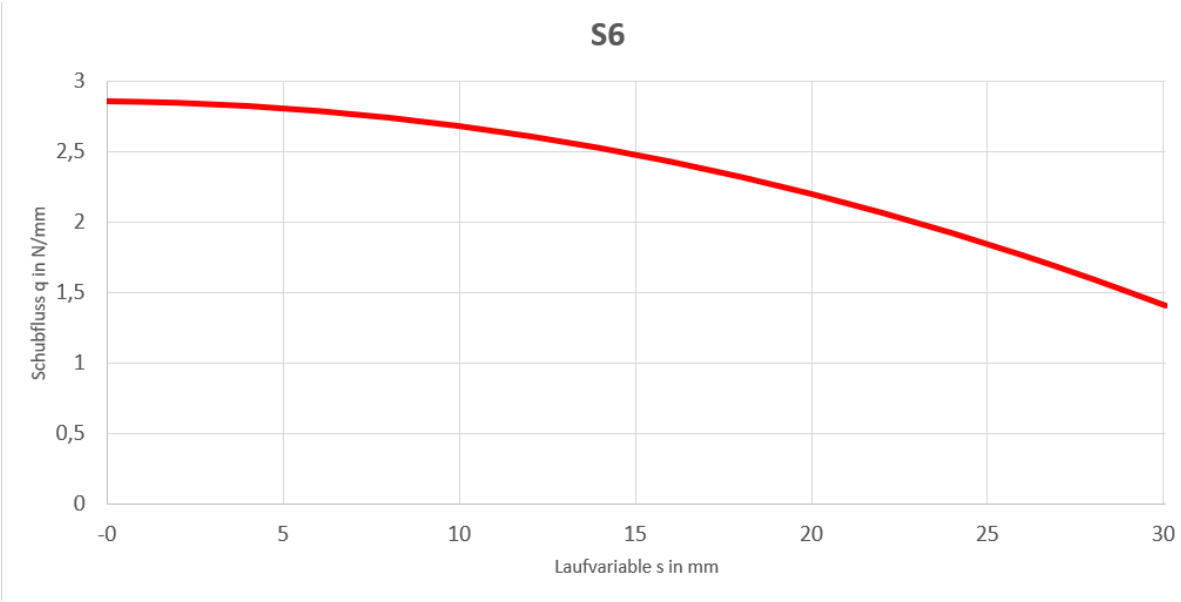


Abbildung 37: Schubfluss Bereich 6

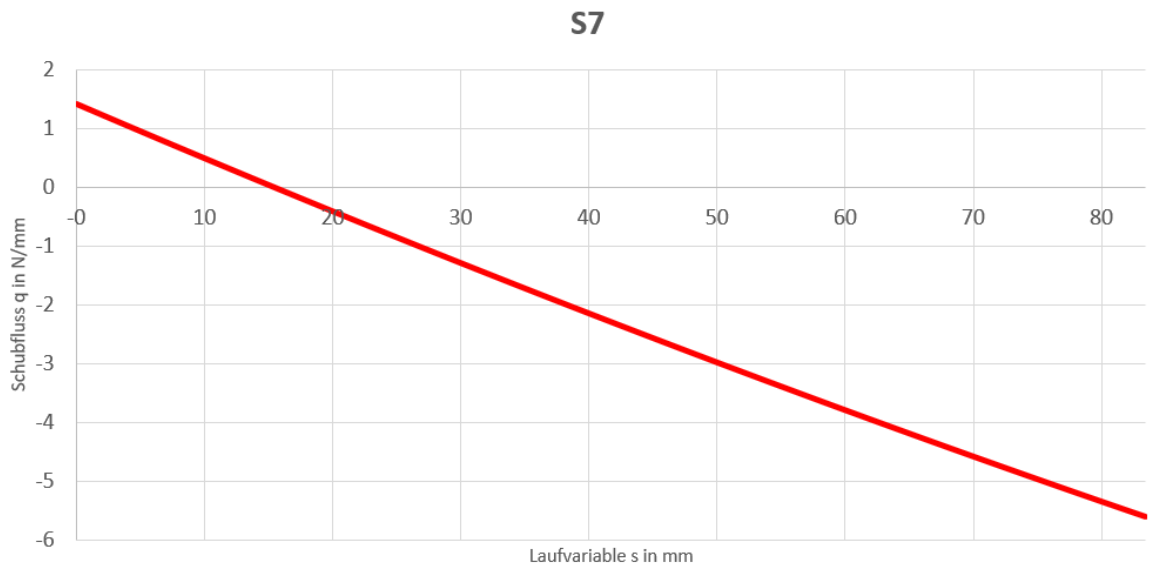


Abbildung 38: Schubfluss Bereich 7

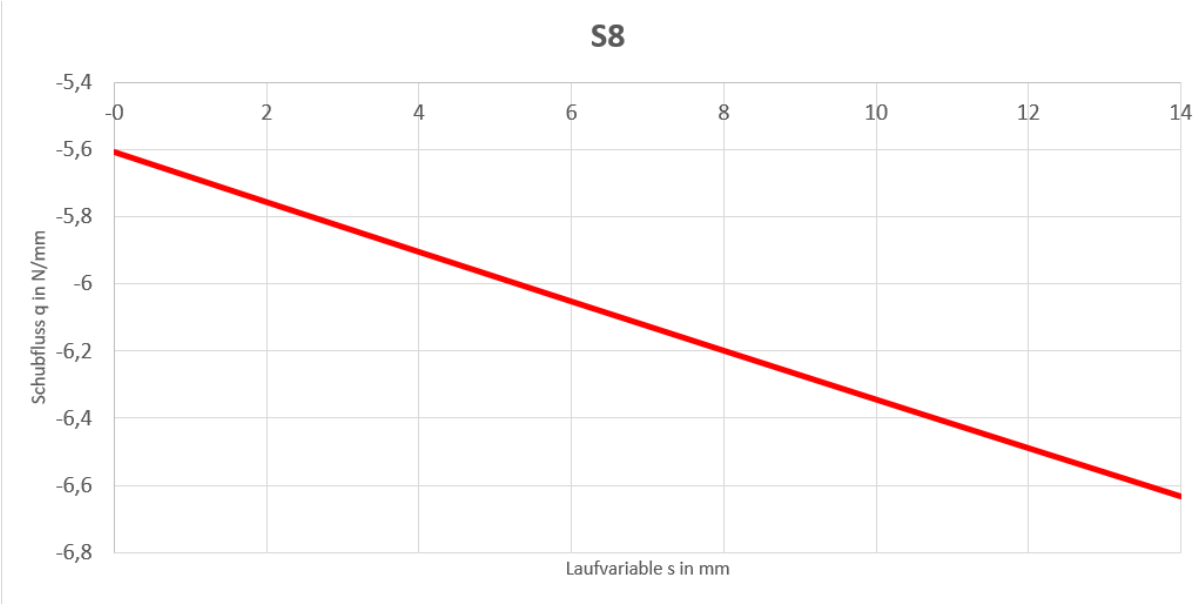


Abbildung 39: Schubfluss Bereich 8

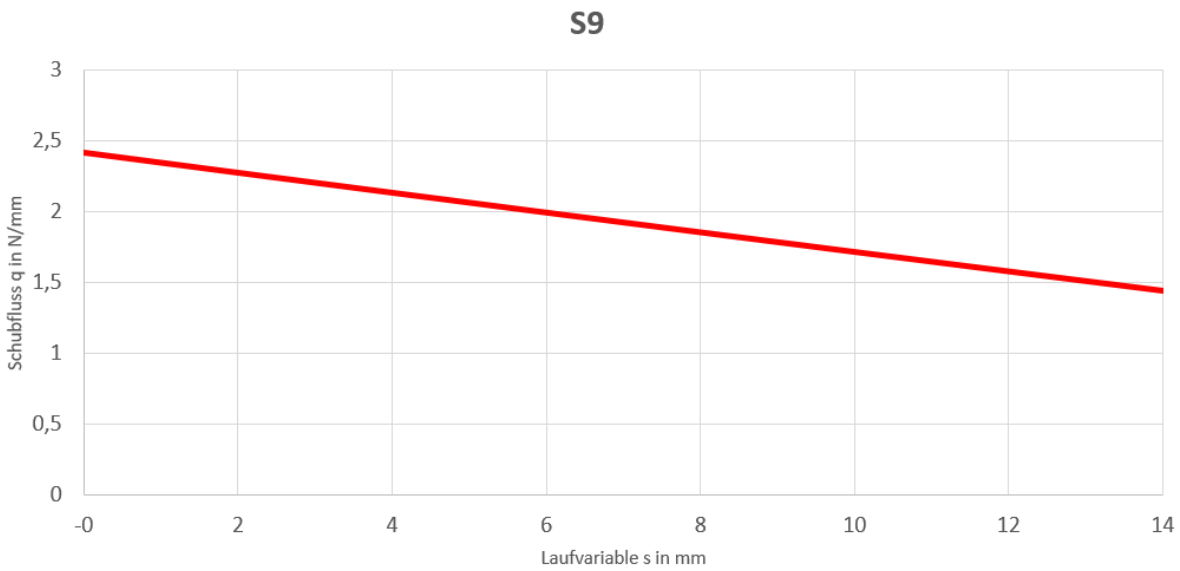


Abbildung 40: Schubfluss Bereich 9

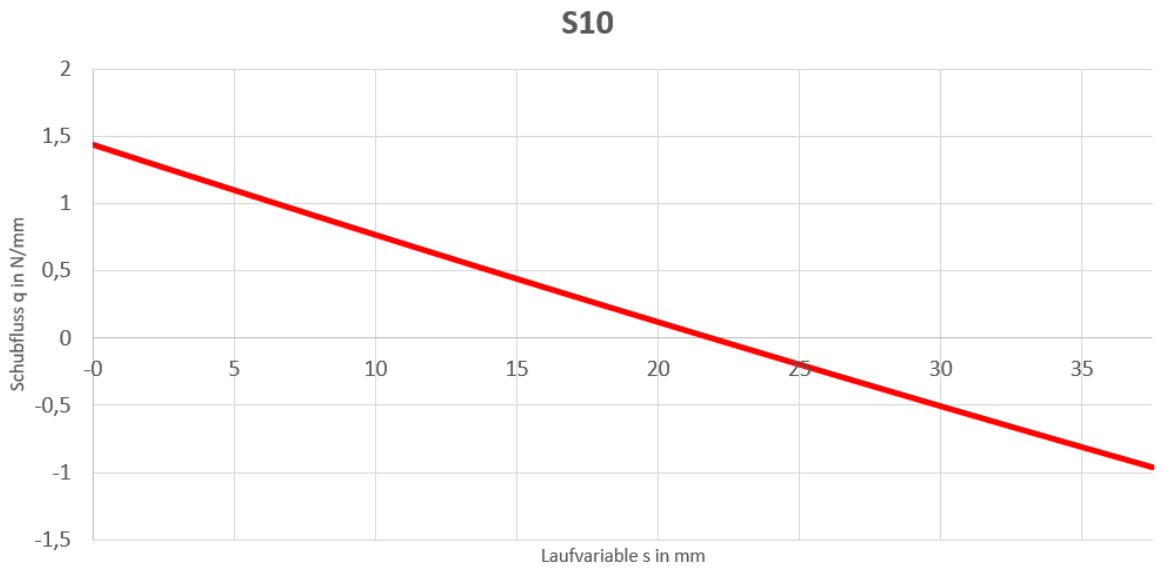


Abbildung 41: Schubfluss Bereich 10