Projektarbeit

Auslegung eines alternativen Modellflügels für das Flugzeug „Zaunkönig“ in Glasfaserverbund-Holm-Bauweise

Bericht zum 2. Review

Hannes Golombek
Ole Scholz
Henri Kammler
Tristan Brack

Betreut von Malte Woidt

11.12.2020

Projektarbeit auf dem Gebiet des Flugzeugbaus und Leichtbaus
Bearbeitungsdauer: 13 Wochen

Brack	Tristan	Matr.-Nr.
Golombek	Hannes	Matr.-Nr.
Kammler	Hendrik	Matr.-Nr.
Scholz	Ole	Matr.-Nr.

Ausgegeben am: 15.10.2020 Abgegeben am:

Auslegung eines alternativen Modellflügels für das Flugzeug „Zaunkönig“ in Glasfaserverbund -Holm-Bauweise

1. Einleitung

Im Rahmen dieser Projektarbeit soll der Flügel des LF1 „Zaunkönig“ (siehe Abbildung 1) im Modellmaßstab 1:4,7, d.h. die Halbspannweite beträgt ca. 848 mm, ausgelegt werden. Aus der Auslegung des Gesamtflugzeuges resultieren entsprechende Anforderungen an den Flügel, welche im Zuge der Auslegung und Fertigung berücksichtigt werden müssen. Sowohl die konstruktiven als auch die strukturmechanischen Maßnahmen sollen mit Hilfe geeigneter Ingenieursmethoden erfolgen und begründet werden.

Zur Überprüfung der Auslegung sollen die Ergebnisse der Berechnungen mit Messergebnissen aus vorangegangenen Tests verglichen werden.

Abbildung 1: Seitenansicht LF1 "Zaunkönig"

2. Anforderungen/Vorgaben

2.1. Geometrische Vorgaben des Flügels

Bei dem Flügel des Zaunkönigs handelt es sich um einen Rechteckflügel (Zuspitzung τ = 0, Pfeilung ϕ = 0°). Vorflügel und Hochauftriebsklappen erstrecken sich über die gesamte Spannweite und sind jeweils an der Flügelwurzel, -mitte und -spitze mit dem Hauptflügel verbunden (bei η = {0,0; 0,5; 1,0}). Darüber hinaus ist der Hauptflügel gegenüber dem Rumpf mit Verstrebungen am Punkt (η = 0,50; ξ = 0,25) abgestützt. Die Maße des Gesamtflügels sind Abbildung 2 sowie den beigefügten Anlagen zu entnehmen. Im Gegensatz zu dem originalen, abgestrebten Flügel des Zaunkönigs soll eine alternative Bauweise ohne Streben umgesetzt werden.

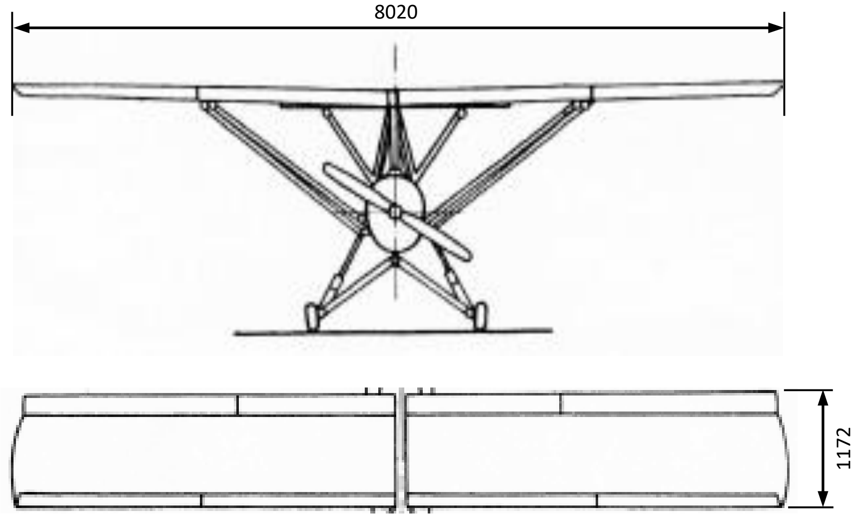


Abbildung 2: Bemaßte Front- und Draufsicht des LF1 "Zaunkönig"

2.2. Strukturmechanische Anforderungen

Für die strukturmechanischen Tests soll das Modell eines Halbflügels in Glasfaserverbund-Holm-Bauweise gebaut werden, der bei einer möglichst geringen Eigenmasse eine Prüfkraft von 500 N ohne Bruch erträgt. Dabei soll der Flügel sowohl auf Festigkeit als auch auf Steifigkeit ausgelegt werden. Eine hinreichende Steifigkeit ist gegeben, wenn sich der Flügel bei einer senkrechten Belastung von $F_{Prüf}$ = 100 N an der Flügelspitze (L/4-Punkt) um nicht mehr als z_{100N} = 22 mm durchbiegt. Um die Hautdicke ausschließlich auf Festigkeit zu dimensionieren, aber frühzeitiges Beulen der Haut zu vermeiden, kann ein Sandwich-Aufbau an kritischen Bereichen und/oder Rippen gewählt werden. Es sind geeignete konstruktive Mittel zu überlegen um diese Vorgaben zu erreichen. Die Einhaltung der Anforderungen ist rechnerisch nachzuweisen.

Darüber hinaus soll der Torsionswinkel der Flügelaußenkante in Abhängigkeit einer exzentrischen, senkrechten Prüflast mit Hilfe der Theorie nach St. Venant berechnet werden.

2.3. Konstruktive Anforderungen

Der Hauptflügel des Zaunkönigs ist als Modellflügel in Glasfaserverbund-Holm-Bauweise umzusetzen. Vorflügel und Hochauftriebsklappen sind nicht auszuführen. Das aerodynamische Profil des Hauptflügels ist zu bewahren. Die V-Stellung des Flügels ist zu vernachlässigen. Als Kernmaterial steht Styrodur und Depron zur Verfügung. Die Faserorientierung der Gewebe ist im Einklang mit den durchgeführten Rechnungen belastungsgerecht zu wählen.

Die rumpfseitigen Einspannverhältnisse sind wie in Anlage C ausgeführt. Diese sehen eine wie bei Klein- und Segelflugzeugen übliche Konstruktion vor: Der Holm wird dabei im Rumpf mit der anderen Flügelhälfte verstiftet und jede Flügelhälfte stützt sich gegen den Rumpf wobei die Torsion mit Querkraftbolzen aufgenommen wird. Für den Flügelbau bedeutet dies, dass der Holm entsprechend Anlage C aus dem Flügel herausgezogen werden muss. Es sollte außerdem berücksichtigt werden, dass der Holm geeignet getapert wird, um Versagen im Einspannungsbereich zu vermeiden. An der freien Flügelspitze ist zur Lasteinleitung eine Endrippe vorzusehen, die die lösbare Montage der Endscheibe aus Anlage D erlaubt.

Der Flügel darf ein maximales Gewicht von 0,750 kg nicht überschreiten. Auf eine fertigungsgerechte Konstruktion ist zu achten.

3. Bewertungskriterien

Das Hauptaugenmerk der Konstruktion sollte, unter Einhaltung der zuvor genannten Randbedingungen, auf einem möglichst geringen Eigengewicht des Flügels liegen. Ein Vergleich der Ergebnisse der einzelnen Gruppen untereinander soll anhand der Masse $m_{Flügel}$ entsprechend des gewichtsnormalisierten Festigkeitskriteriums $m_{Belastung,max}/m_{Flügel}$ erfolgen, welches die ertragene Bruchlast mit dem Eigengewicht der Konstruktion ins Verhältnis setzt.

4. Aufgabenstellung

Um die oben beschriebenen Anforderungen zu erfüllen, sind folgende Teilaufgaben zu bearbeiten:

1. Einarbeitung in die Fragen der Anforderungen
2. Entwicklung konstruktiver und strukturmechanischer Lösungsansätze für die Faserverbund-Bauweise
3. Festlegung einer konstruktiven Lösungsvariante
4. Dimensionierung und Nachweis der gewählten Lösungsvariante mittels
   a. Handbuchmethoden, sowie
   b. Numerischer Methoden
5. Detailentwurf der dimensionierten Lösungsvariante
6. Auswertung, Vergleich und Diskussion der berechneten Daten (Biegung, Torsion, max. Bruchlast, Schubmittelpunkt)
7. Vergleich mit im Strukturtest ermittelten Daten und denen anderer Gruppen
8. Diskussion der Ergebnisse
9. Bewertung der eigenen Konstruktion und Diskussion einer Optimierung

Arbeitsteilung und -ablauf ist durch die Gruppe selbstständig zu organisieren. Theoretische Hintergründe, erstellte Modelle, sowie Vorgehensweisen, Entscheidungskriterien und gewonnene Ergebnisse sind sorgfältig zu dokumentieren. Die Verfasser der einzelnen Abschnitte des Abschlussberichtes sind zu kennzeichnen.

5. Literatur

[A] Horst, P., (2013) ‘Leichtbau I – Ingenieurtheorien des Leichtbaus’ Vorlesungsskript. Braunschweig: Institut für Flugzeugbau und Leichtbau

[B] Ostermeyer, G.-P. (2010) 'Mechanik I' Vorlesungsskript. Braunschweig: Institut für Dynamik und Schwingungen

[C] Horst, P., (2013) ‘Finite Elemente Methoden I’ Vorlesungsskript. Braunschweig: Institut für Flugzeugbau und Leichtbau

[D] Schürmann, H., (2007) ‘Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden’ Springer-Verlag Berlin Heidelberg

6. Anlagen

[A] Merkblatt für die Anfertigung studentisch-wissenschaftlicher Arbeiten

[B] Flügelkontur, Technische Zeichnung

[C] Einspannung, Technische Zeichnung

[D] Endscheibe, Technische Zeichnung

(Ort, Datum)	(Prof. Dr.-Ing. P. Horst)

Inhaltsverzeichnis

1 Bezeichnungen

Bezeichnungen

A	Festlager
B	Loslager
C	Krafteinleitung der Querkraftbolzen
E	Elastizitätsmodul (allgemein)
F	Kraft (allgemein)
G	Schubmodul (allgemein)
I	Flächenträgheitsmoment (allgemein)
K	Dimensionierungskennwert der VDI 2013
Q	Querkraft (allgemein)
R	Integrationskonstante (allgemein)

a	Lange Seite des Streifens nach [1]
b	Kurze Seite des Streifens nach [1]
h	Höhenabmessung des Holmes (allgemein)
j	Sicherheitsfaktor
l	Längenabmessung des Holmes (allgemein)
n	Lagenanzahl
q	Schubfluss
$\bar{q}$	Flächengewicht nach VDI 2013
s	Dicke des Streifens nach [1]
t	Dicke des Verbunds nach [3]
w	Absenkung des Balkens unter Prüfkraft
x	x-Koordinat in Flugzeuglängsrichtung
y	y-Koordinate in Holmrichtung, positiv Richtung Endrippe
z	z-Koordinate der Rechtssystems

ϵ	Dehnung (allgemein)
φ	Faservolumengehalt
κ	Steifigkeitserhöhung des Sandwich nach [1]
ρ	Dichte (allgemein)
σ	Zug-/Druckspannung (allgemein)
τ	Schubspannung (allgemein)

11	Faserhauptrichtung
22	Fasernebenrichtung
$\parallel$	Parallel zur Faser
$\perp$	Senkrecht zur Faser
#	Unter 45° zur Faserrichtung
+	Bei Zugbeanspruchung
−	Bei Druckbeanspruchung

2 Einleitung

2.1 Projektbeschreibung

Der Zaunkönig ist ein in den frühen 1940er Jahren entstandenes Flugzeug, das unter der Leitung von Hermann Winter an der Technischen Hochschule Braunschweig konstruiert wurde. Da der Zaunkönig vornehmlich aus Holz gebaut wurde, soll jetzt ein neuer Flügel im Maßstab 1:4,7 aus Glasfaser-Kunststoffverbund (GFK) konstruiert werden. Der Flügel muss gewisse Anforderungen erfüllen, die im nachfolgenden definiert werden. Bei der Tragfläche handelt es sich um einen Rechteckflügel, der im Original über Verstrebungen mit dem Rumpf verbunden ist. Diese Streben sollen in der neuen Konstruktion nicht vorhanden sein. Der Flügel soll im Rumpf verstiftet werden, wobei die Torsionsbelastung durch Querkraftbolzen aufgenommen wird. Insgesamt darf der Flügel das Gewicht von 0,750 kg nicht überschreiten. Um die strukturmechanischen Anforderungen zu erfüllen wird der Flügel auf seine Steifigkeit und Festigkeit geprüft. Die Steifigkeit ist hinreichend, wenn der Flügel bei einer senkrechten Belastung von $F_{pruef} = 100N$ an der Endrippe eine Durchbiegung von $w = 22mm$ nicht überschreitet. Außerdem darf der Flügel bei einer Prüfkraft von $F_{prue} = 500N$ nicht brechen. Die Haut muss so ausgelegt sein, dass kein Beulen auftritt. Zusätzlich müssen der Torsionswinkel und Schubmittelpunkt berechnet werden.

2.2 Motivation

Zunächst ist zu klären, warum es überhaupt sinnvoll ist für diesen Flügel GFK zu verwenden. In der Luftfahrt wird immer nach Wegen gesucht das Gewicht zu minimieren, um die Wirtschaftlichkeit von Flugobjekten zu maximieren. Faser-Kunststoffverbunde (FKV) mit ihrer hohen spezifischen Festigkeit stellen hierbei einen idealen Kandidaten dar. Zusätzlich bieten FKV einfache Formgebungsmöglichkeiten für komplexe aerodynamische Profile und auch die Korrosionsbeständigkeit ist höher als bei konventionellen Werkstoffen. Als ein großer Nachteil ist hier jedoch der hohe Preis zu nennen, der jedoch in diesem Fall keine große Rolle spielt, da nur ein Modell entworfen wird und der Flügel nicht für hohe Stückzahlen optimiert wird. Glasfasern sind im Vergleich zu Kohlenstofffasern die günstigere Variante, aber auf Glasfasern wird in Kapitel 2.1 noch mal genauer eingegangen.

2.3 Herangehensweise

Text folgt

3 Grundlagen

3.1 Glasfaser

Glasfasern gelten als älteste synthetische Faserart und wurden schon vor 3500 Jahren verwendet. Heute werden Glasfasern überwiegend aus SiO2 und Metalloxiden hergestellt. Die Bestandteile werden bei ca. 1400°C aufgeschmolzen und durch kleine Düsen im Boden des Kessels als dünne Fäden ausgelassen. Die Fäden werden aufgewickelt und zu größeren Fasern versponnen (vgl. [3]) Die hohe Festigkeit der Glasfaser beruht auf den kovalenten Bindungen von Silizium- und Sauerstoff-Atomen. Zugesetzte Metalloxide verhindern eine Ausbildung eines geordneten Gefüges und erhöhen somit zusätzlich die Festigkeit. Die Fasern können in Längsrichtung sehr hohe Kräfte aufnehmen, jedoch nicht in Querrichtung. Deshalb werden sie in eine Matrix integriert, die die Querkräfte aufnimmt und die Faser vor dem Knicken schützt. Glasfasern lassen sich auch um enge Radien sehr gut drapieren und sind durch ihre einfache Herstellungsweise sehr preiswert [4]. Durch die zuvor erläuterten Eigenschaften sind Glasfasern sehr gut für dieses Projekt geeignet, für einen größeren Flügel wäre jedoch der Elastizitätsmodul zu gering und es müsste auf andere Fasern, wie zum Beispiel Kohlefasern zurückgegriffen werden. Für die Konstruktion des Flügels stehen die Glasfasern Interglas 90070 und Interglas 92145 des Herstellers Interglas Technologies zur Verfügung.

3.2 Matrix

Unter der Matrix versteht man den die Fasern umgebenden Teil des Faserverbundstoffs. Dabei werden im Bereich des Faser-Kunststoff-Verbunds Polymere wie z.B. Epoxidharz verwendet. Die Matrix ist meist der schwache Teil des FKV und ist dafür da um die Fasern gegen Knicken bei Druckbelastung zu schützen und eine gleichmäßige Krafteinleitung in die Fasern zu ermöglichen. Zusätzlich hält sie die Fasern in Position und verhindert Reibung zwischen den einzelnen Fasern. Weiterer Text folgt.

3.3 Netztheorie

Text folgt noch, hiermit soll jedoch nicht gerechnet werden.

3.4 Klassische Laminattheorie

Text folgt noch

3.5 Versagenskriterium nach Puck

Text folgt noch

3.6 Bauweise

In der Aufgabenstellung wird gefordert, dass der Flügel in der Holm-Bauweise konstruiert wird. Ein Holm besteht aus zwei parallelen Gurten, die durch einen oder mehrere Stege miteinander verbunden werden. Dabei sind verschiedene Varianten möglich. Abbildung 1 veranschaulicht

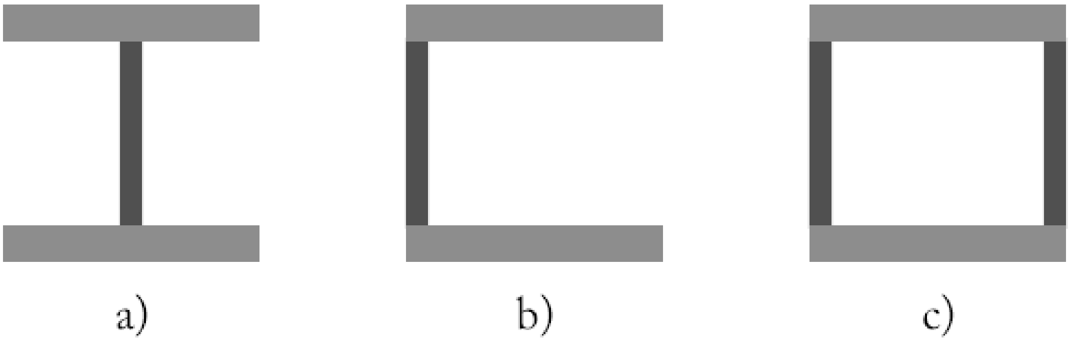


Abbildung 1: a) I-Holm b) C-Holm c) Kastenholm

Konstruktionsmöglichkeiten. Neben der Festigkeit ist die Steifigkeit die einzige strukturmechanische Anforderung. Somit lässt sich das Problem als Biegebalken betrachten, der bei der vorgegebenen Prüflast $F_{pruef} = 100N$ am freien Ende die vorgegebene Durchbiegung $w(100N) = 22mm$ einhält. Das entstehende Biegemoment wird hauptsächlich von den Gurten getragen, weswegen man sich bei der Wahl des Steges auf andere Kriterien konzentrieren kann. Da kein maximaler Drillwinkel vorgegeben ist und die Torsionssteifigkeit fast ausschließlich von der Haut bewirkt wird, führen mehrere Stege, wie man sie bei einem geschlossenen Profil hat, nur zu unerwünschter Gewichtszunahme. Nach diesen Überlegungen wurde der I-Holm ausgewählt, da dieser bei einfacher Fertigung die gewünschten Eigenschaften mit sich bringt. Das aerodynamische Profil des Flügels wird durch Schalenbauweise erreicht. Hierbei wird eine dünne Haut nur an kritischen Stellen mit der Sandwichbauweise beziehungsweise Rippen an den kritischen Stellen verstärkt, um Beulen zu verhindern. Die Schale trägt dabei so gut wie gar nicht die Last des Flügels, jedoch ist sie für die Torsionssteifigkeit entscheidend.

4 Modellierung des Holms

4.1 Annahmen zur Modellierung (T.B.)

Das Koordinatensystem des Flügels entspricht dem Flugzeugkoordinatensystem, sodass die Flügellängskoordinate durch y definiert ist. Der Koordinatenursprung ist im Lager A positioniert.

Der Holm inklusive des Holmstummels wird für die Belastung durch eine Prüfkraft F_{pruef} in negative z-Richtung als Biegebalken ausgelegt. Dafür ist er an zwei Stellen gelagert, dem Lager A und Lager B. Die Lager entsprechen den Verstiftungen (siehe Bauteil U-Profil). Um eine Überbestimmung des Systems zu vermeiden, wird das Lager B als Loslager angenommen. Die Querkraftbolzen werden nicht durch ein Lager, sondern durch eine zusätzlich angreifende Kraft F_Q simuliert, da die biegeweiche Wurzelrippe eine nicht definierbare Absenkung erlaubt.

Als Randbedingungen der Modellierung sind die Halbspannweite s und die Absenkung w gegeben. Für die Absenkung w soll eine Sicherheit $j = 1,1$ gesetzt werden. Zwischen Lager A und B wird die Länge l_1 angenommen, zwischen Lager B und der Wurzelrippe C die Länge l_2. Die verbleibende Länge bis zur Flügelspitze, an der die Prüfkraft F_{pruef} wirkt, wird l_3 bezeichnet. Die Halbspannweite s wird beginnend in der Mitte der Verstiftungen bis zur Flügelspitze gemessen. Ausgehend von dem Holmstummelende bis zum Lager A wird l_0 als Länge definiert. Diese Länge ist jedoch unerheblich für die Modellierung, sondern wird erst für die Massenbestimmung benötigt.

Anhand der Randbedingungen und der Einspannvorrichtung für den Versuchsaufbau ergeben sich folgende Längen (ebenfalls in Abb. 2 dargestellt):

$$s = 0,848m \tag{1}$$

$$l_0 = 0,03m \tag{2}$$

$$l_1 = 0,076m \tag{3}$$

$$l_2 = 0,037m \tag{4}$$

$$l_3 = s - \frac{l_1}{2} - l_2 = 0,773m \tag{5}$$

$$w_{j=1,1} = \frac{1}{j} * w = \frac{1}{1,1} * 0,022m = 0,02m \tag{6}$$

4.2 Analytische Lösung der Modellierung (T.B.)

Um die Differentialgleichungen der Balkenbiegung lösen zu können, wird das System vorerst in drei Teilbereiche I, II und III aufgeteilt, die sich von Lager A zu B, von Lager B zur Wurzelrippe C und von dort aus bis zur Flügelspitze erstrecken.

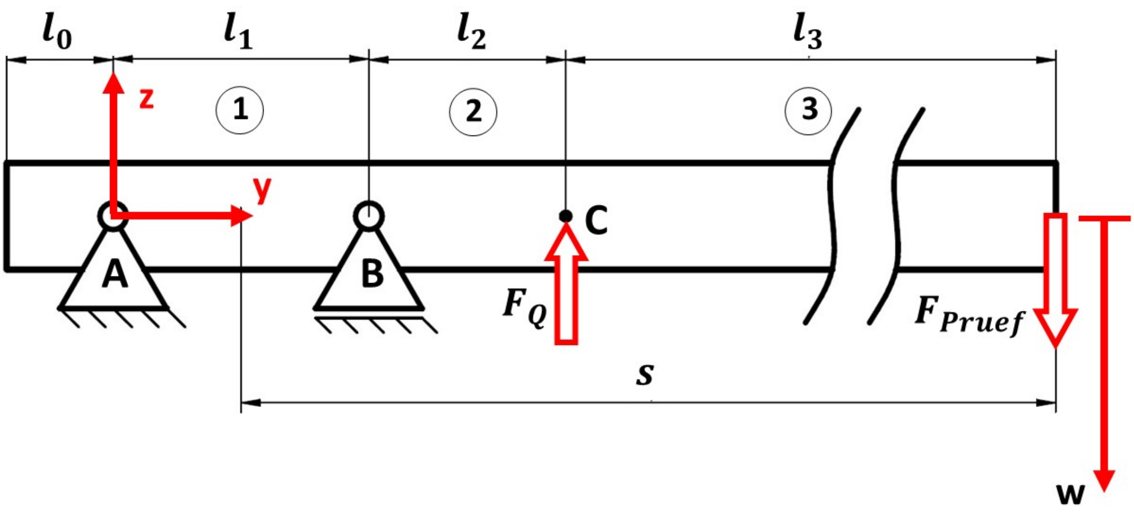


Abbildung 2: Modellierung des Holms

Dadurch ergeben sich folgende zwölf Differentialgleichungen:

$$EI_x \cdot w_I^{''''}(y) = q_I(y) \tag{7}$$

$$EI_x \cdot w_I^{'''}(y) = q_I(y) \cdot y + R_1 = -Q_I(y) \tag{8}$$

$$EI_x \cdot w_I^{''}(y) = \frac{q_I(y)}{2} \cdot y^2 + R_1 \cdot y + R_2 = -M_I(y) \tag{9}$$

$$EI_x \cdot w_I^{'}(y) = \frac{q_I(y)}{6} \cdot y^3 + \frac{R_1}{2} \cdot y^2 + R_2 \cdot y + R_3 \tag{10}$$

$$EI_x \cdot w_I(y) = \frac{q_I(y)}{24} \cdot y^4 + \frac{R_1}{6} \cdot y^3 + \frac{R_3}{2} \cdot y^2 + R_3 \cdot y + R_4 \tag{11}$$

$$EI_x \cdot w_{II}^{''''}(y) = q_{II}(y) \tag{12}$$

$$EI_x \cdot w_{II}^{'''}(y) = q_{II}(y) \cdot y + R_5 = -Q_{II}(y) \tag{13}$$

$$EI_x \cdot w_{II}^{''}(y) = \frac{q_{II}(y)}{2} \cdot y^2 + R_5 \cdot y + R_6 = -M_{II}(y) \tag{14}$$

$$EI_x \cdot w_{II}^{'}(y) = \frac{q_{II}(y)}{6} \cdot y^3 + \frac{R_5}{2} \cdot y^2 + R_6 \cdot y + R_7 \tag{15}$$

$$EI_x \cdot w_{II}(y) = \frac{q_{II}(y)}{24} \cdot y^4 + \frac{R_5}{6} \cdot y^3 + \frac{R_6}{2} \cdot y^2 + R_7 \cdot y + R_8 \tag{16}$$

$$EI_x \cdot w^{''''}_{III}(y) = q_{III}(y) \tag{17}$$

$$EI_x \cdot w^{'''}_{III}(y) = q_{III}(y) \cdot y + R_9 = -Q_I(y) \tag{18}$$

$$EI_x \cdot w^{''}_{III}(y) = \frac{q_{III}(y)}{2} \cdot y^2 + R_9 \cdot y + R_{10} = -M_I(y) \tag{19}$$

$$EI_x \cdot w^{'}_{IIII}(y) = \frac{q_{III}(y)}{6} \cdot y^3 + \frac{R_9}{2} \cdot y^2 + R_{10} \cdot y + R_{11} \tag{20}$$

$$EI_x \cdot w_{III}(y) = \frac{q_{III}(y)}{24} \cdot y^4 + \frac{R_9}{6} \cdot y^3 + \frac{R_{10}}{2} \cdot y^2 + R_{11} \cdot y + R_{12} \tag{21}$$

Die Randbedingungen der Modellierung ergeben sich folgend:

$$w_I(y = 0) = 0 \tag{22}$$

$$M_I(y = 0) = 0 \tag{23}$$

$$w_I(y = l_1) = 0 \tag{24}$$

$$w_{II}(y = l_1) = 0 \tag{25}$$

$$w^{'}_I(y = l_1) = w^{'}_{II}(y = l_1) \tag{26}$$

$$M_I(y = l_1) = M_{II}(y = l_1) \tag{27}$$

$$w_{II}(y = l_1 + l_2) = w_{III}(y = l_1 + l_2) \tag{28}$$

$$w^{'}_{II}(y = l_1 + l_2) = w^{'}_{III}(y = l_1 + l_2) \tag{29}$$

$$M_{II}(y = l_1 + l_2) = M_{III}(y = l_1 + l_2) \tag{30}$$

$$Q_{II}(y = l_1 + l_2) = Q_{III}(y = l_1 + l_2) + F_Q \tag{31}$$

$$M_{III}(y = l_1 + l_2 + l_3) = 0 \tag{32}$$

$$Q_{III}(y = l_1 + l_2 + l_3) = F_{pruef} \tag{33}$$

Zusätzlich wird angenommen, dass $q_I(y) = q_{II}(y) = q_{III}(y) = 0$ gilt, da keine Streckenlast angreift.

Als Lösung dieser Differentialgleichungen lässt sich die Querkraft $Q(y)$, das Moment $M(y)$ und die Biegelinie $w(y)$ ermitteln:

$$Q(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x) = \begin{cases} F_{pruef} \cdot \frac{l_2+l_3}{l_1} - F_Q \cdot \frac{l_2}{l_1} & , y\epsilon(0, l_1) \\ F_{pruef} + F_Q & , y\epsilon(l_1 + l_2) \\ F_{pruef} & , y\epsilon(l_1 + l_2 + l_3) \end{cases} \tag{34}$$

$$M(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x) = \begin{cases} (-F_{pruef} \cdot \frac{l_2+l_3}{l_1} - F_Q \cdot \frac{l_2}{l_1}) \cdot y & , y\epsilon(0, l_1) \\ F_{pruef} \cdot (y - l_1 + l_2 + l_3) + F_Q \cdot (y - l_1 + l_2) & , y\epsilon(l_1 + l_2) \\ F_{pruef} \cdot (y - l_1 + l_2 + l_3) & , y\epsilon(l_1 + l_2 + l_3) \end{cases} \tag{35}$$

$$w(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x) = \begin{cases} \frac{1}{EI_x} \cdot \frac{1}{6} \cdot \Big((F_{pruef} \cdot \frac{l_2+l_3}{l_1} - F_Q \cdot \frac{l_2}{l_1}) \cdot y^3 - \Big((l_2 + l_3) \cdot l_1 \cdot F_{pruef} - l_1 \cdot l_2 \cdot F_Q \Big) \cdot y \Big) \\ , y\epsilon(0, l_1) \\ \frac{1}{EI_x} \cdot \Big(\frac{(-F_{pruef} - F_Q)}{6} \cdot y^3 + \frac{F_{pruef} \cdot (l_1+l_2+l_3) + F_Q \cdot (l_1 + L_2)}{2} \cdot y^2 \\ + \Big(F_{pruef} \cdot (-\frac{1}{2} \cdot l_1^2 - \frac{2}{3} \cdot l_1 \cdot l_2 - \frac{2}{3} \cdot l_1 \cdot l_3) + F_Q \cdot (-\frac{1}{2} l_1^2 - \frac{2}{3} \cdot l_1 \cdot l_2) \Big) \cdot y \\ + F_{pruef} \cdot \frac{1}{6} \cdot (l_1^3 + l_1^2 \cdot l_2 + l_1^2 \cdot l_3) + F_Q \cdot \frac{1}{6} \cdot (l_1^3 + l_1^2 \cdot l_2) \Big) \\ , y\epsilon(l_1 + l_2) \\ \frac{1}{EI_x} \cdot \Big(-\frac{F_{pruef}}{6} \cdot y^3 + \frac{F_{pruef} \cdot (l_1+l_2+l_3)}{2} \cdot y^2 + \Big(F_{pruef} \\ \cdot (-\frac{1}{2} \cdot l_1^2 - \frac{2}{3} \cdot l_1 \cdot l_2 - \frac{2}{3} \cdot l_1 \cdot l_3) + F_Q \cdot (\frac{1}{2} \cdot l_2^2 + \frac{1}{2} \cdot l_1 \cdot l_2) \Big) \cdot y \\ + F_{pruef} \cdot \frac{1}{6} \cdot (l_1^3 + l_1^2 \cdot l_2 + l_1^2 \cdot l_3) + F_Q \cdot (-\frac{1}{6} \cdot l_2^3 - \frac{1}{3} \cdot l_1^2 \cdot l_2 - \frac{1}{2} \cdot l_2^2 \cdot l_1) \Big) \\ , y\epsilon(l_1 + l_2 + l_3) \end{cases} \tag{36}$$

Die Herleitung der Lösung wird dem Anhang beigefügt.

Um nun für die Biegesteifigkeit EI_x ein Ergebnis zu erhalten, wird die Gleichung $w(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x)$ nach $EI_x(y, F_{pruef}, F_Q, w)$ umgestellt. Die eingesetzten Werte ergeben sich aus der Auslegung auf Steifigkeit. Über die Wurzelrippe werden Kräfte des Holms in die Querkraftbolzen abgesetzt. Aufgrund der biegeweichen Wurzelrippe darf die Absenkung des Holms dort nicht mit null angenommen werden. Vereinfacht wird definiert, dass die eingeleitete Prüfkraft F_{pruef} an den Querkraftbolzen um ihren Betrag abgesetzt wird, wie es tatsächlich an einem Flugzeugrumpf geschehen würde.

$$EI_x(0.961m, 100N, -100N, 0.022m) =$$
$$\frac{1}{w} \cdot \Big(-\frac{F_{pruef}}{6} \cdot y^3 + \frac{F_{pruef} \cdot (l_1+l_2+l_3)}{2} \cdot y^2 + \Big(F_{pruef} \cdot (-\frac{1}{2} \cdot l_1^2 - \frac{2}{3} \cdot l_1 \cdot l_2 - \frac{2}{3} \cdot l_1 \cdot l_3)$$
$$+F_Q \cdot (\frac{1}{2} \cdot l_2^2 + \frac{1}{2} \cdot l_1 \cdot l_2)\Big) \cdot y + F_{pruef} \cdot \frac{1}{6} \cdot (l_1^3 + l_1^2 \cdot l_2 + l_1^2 \cdot l_3) + F_Q \cdot (-\frac{1}{6} \cdot l_2^3 - \frac{1}{3} \cdot l_1^2 \cdot l_2 - \frac{1}{2} \cdot l_2^2 \cdot l_1)\Big)$$
$$= 962,552Nm^2 \tag{37}$$

4.3 Analyse der Modellierung (T.B.)

In Abb. 3 werden der Querkraftverläufe $Q(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x)$ als innere Schnittkraft, der Momentenverlauf $M(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x)$ als inneres Schnittmoment und die Biegelinie $w(y, F_{pruef}, F_Q, EI_x)$ für den Nachweis der Steifigkeit graphisch dargestellt, über die gesamte Holmlänge und in einem vergrößerten Ausschnitt im Bereich der Lager.

Jedoch werden nicht bei dem Nachweis der Steifigkeit, sondern bei dem Nachweis der Festigkeit das maximale Schnittmoment und die maximale Schnittkraft erreicht. Bei diesem Nachweis beträgt die Prüfkraft $F_{pruef} = 500N$. Diese Kraft wird bei der Berechnung von EI_x nicht beachtet, da bei dem Nachweis der Festigkeit die Absenkung w kein Rolle spielt. In Abb. 4 werden die genannten Verläufe nun für den Festigkeitsnachweis dargestellt.

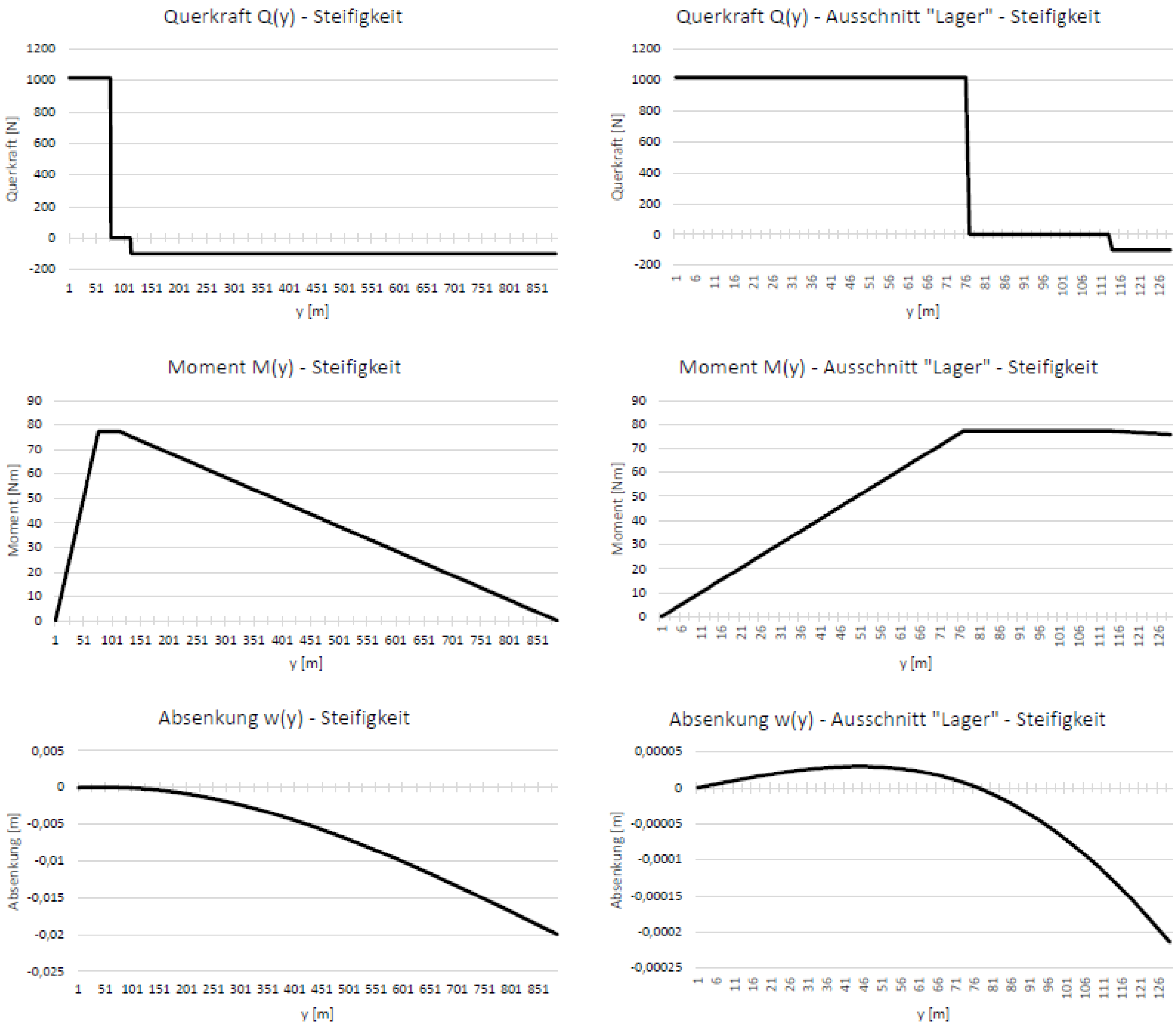


Abbildung 3: Steifigkeitsauslegung

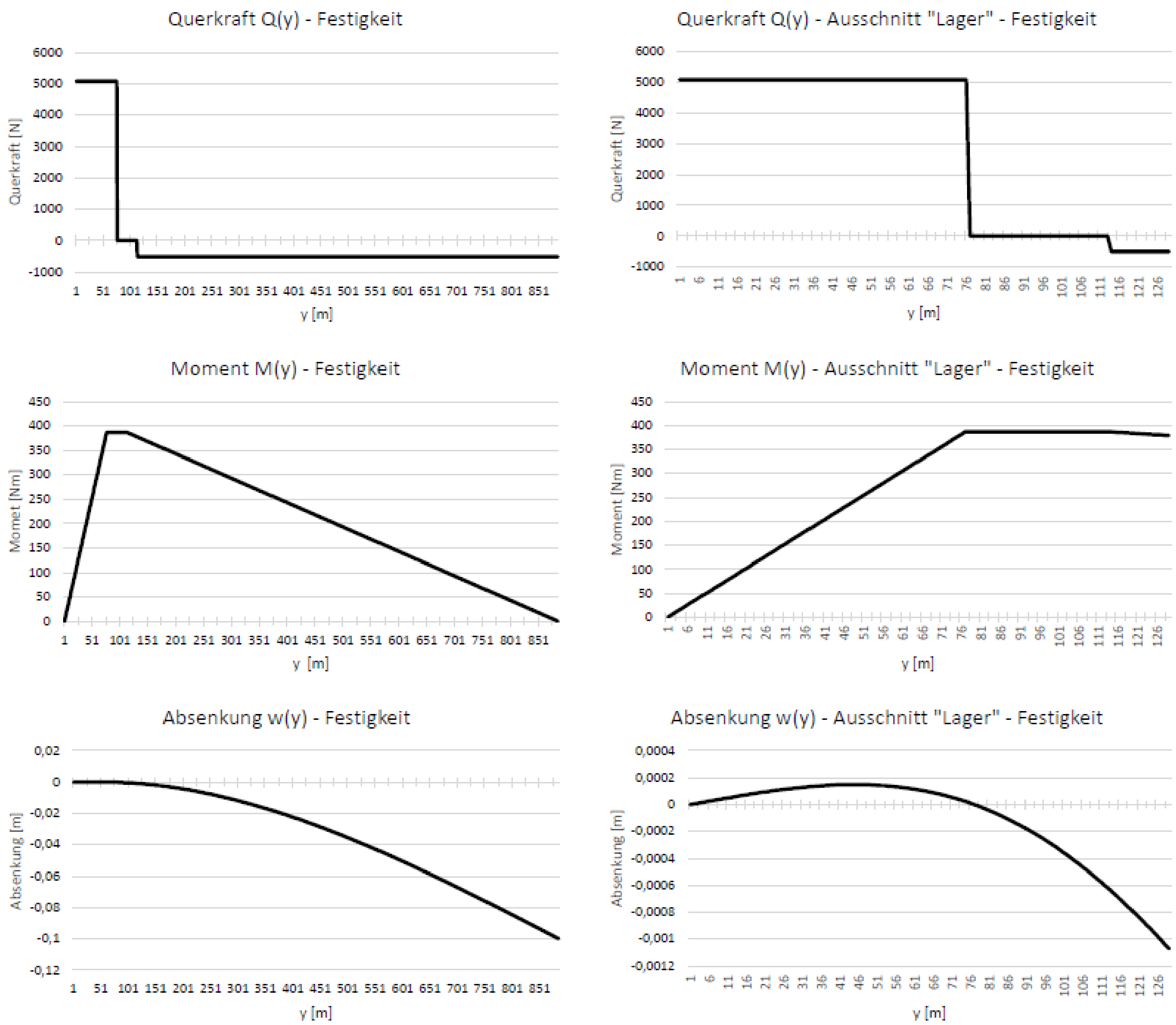


Abbildung 4: Festigkeitsauslegung

5 Auslegung des Holms nach VDI 2013 (H.K.)

Auf Basis der in der Balkenberechnung bestimmten Parameter Biegesteifigkeit, maximales Biegemoment und der maximalen Querkraft, sollen die Gurte und der Steg dimensioniert werden. Die Vorauslegung soll dabei anhand der VDI-Richtlinie 2013 erfolgen, diese enthält in einem Unterkapitel Informationen speziell zur Auslegung eines I-Trägers. Dabei ist zu beachten, dass für die Auslegung vorgeschlagene Kennwerte verwendet werden, die im Allgemeinen nicht exakt den tatsächlichen Materialkennwerten des gewählten Verbundes entsprechen. Zusätzlich sei angemerkt, dass die erste Auslegung nur an ausgewählten Stellen Sicherheitsfaktoren ungleich eins berücksichtigt. Grund dafür ist die Annahme, dass in den bereitgestellten Materialkennwerten ausreichende Sicherheiten verrechnet worden sind. Die grobe Vorauslegung hat den Anspruch die Grundlage für die aufbauende Berechnung mithilfe eines Laminatrechners zu legen.

5.1 Dimensionierung der Gurte mit rechteckigem Querschnitt

Bei der Auslegung der Gurte auf Steifigkeit wird angenommen, dass der Steg des I-Trägers keine Längskräfte aufnimmt und der Biegung nicht entgegenwirken kann. Die in der Balkenberechnung ermittelte Biegesteifigkeit $EI_x = 962,31 Nm^2$, die erforderlich ist, damit bei einer Kraft $F_{pruef} = 100N$ die Flügelspitze eine Absenkung von $w_{j=1,1} = 20mm$ erfährt, muss allein durch die Gurte aufgebracht werden. Im Sinne der kraftflussgerechten Gestaltung sollen die Glasfasern unidirektional in Längsrichtung des Gurtes angeordnet werden. Die Bezeichnungen der Längenangaben des Holmes orientieren sich an Abb. 5 .

Die Gurte werden zur Bestimmung der notwendigen Lagenanzahl als rechteckig angenommen, erst in einem späteren Schritt soll die Form der Kontur der vorgegebenen Haut angepasst werden. Die Maße sind über die gesamte Länge des Holms als konstant anzusehen.
Zur Bestimmung des Flächenträgheitsmomentes I_x wird der E-Modul in Längsrichtung der Fasern nach der Mischungsregel gemäß [3] berechnet.

$$E_{11} = \varphi \cdot E_{f,11} + (1 - \varphi) \cdot E_M \tag{38}$$

Mit den gegebenen Materialkennwerten $E_{f,11} = 74000 MPa$, $E_m = 3300 MPa$ und $\varphi = 0,4$ bestimmt sich $E_{11} = 31580 MPa$. Damit ergibt sich ein benötigtes Flächenträgheitsmoment von

$$I_{x,min} = \frac{962,31 Nm^2}{31580 \cdot 10^6 Pa} = 3,04722 \cdot 10^{-8} m^4 \tag{39}$$

Das Flächenträgheitsmoment der Gurte bestimmt sich aus den Flächenträgheitsmomenten der beiden Rechteckquerschnitte und ihren zugehörigen Steiner-Anteilen, die aus der Verschiebung der Gurte um jeweils $\frac{h_m}{2}$ in z-Richtung resultieren.

$$I_x = 2 \cdot \left(\frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h_m}{2} \right)^2 \right) \tag{40}$$

Es wird nach einer Kombination aus Gurtbreite b und Gurthöhe h gesucht, die die Anforderungen an das Flächenträgheitsmoment erfüllt, aber dennoch zu einer möglichst geringen Gurtquer-

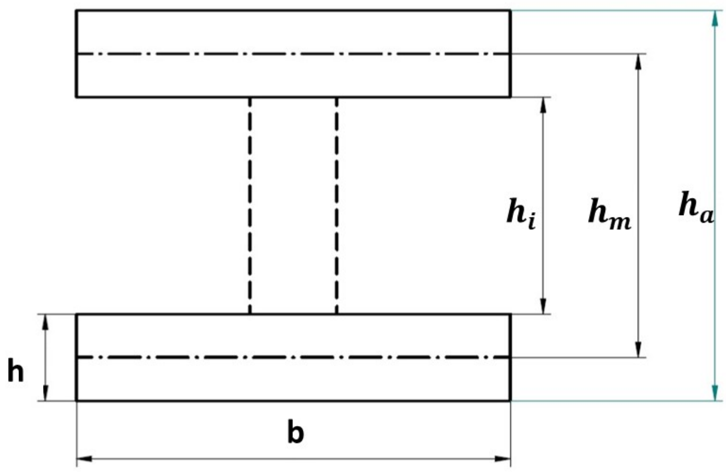


Abbildung 5: Bezeichnungen des I-Holms

schnittsfläche und damit zu einer möglichst geringen Masse der Gurte führt. Um die Steiner-Anteile der Gurte zu maximieren, sollen die Gurte in einem möglichst großen Abstand zur neutralen Faser angeordnet werden. Vorgegeben ist eine Profildicke von $37,5mm$, allerdings muss berücksichtigt werden, dass die nach innen gelegte Haut, die Wölbungsrücklage und die Dickenrücklage die maximale Höhe des Holmes einschränken. Deshalb wird die gesamte Gurthöhe auf $h_a = 36mm$ abgeschätzt. Die dadurch begrenzte Anzahl der Lagen in der Haut wird im Abschnitt "CAD-Modell"weiter erläutert.

Tabelle 1 enthält Werte der Gurtquerschnittsfläche bei verschiedenen Kombinationen von b und h, die zum erforderlichen gesamten Flächenträgheitsmoment von $I_{x,min} = 3,04722 \cdot 10^{-8} m^4$ führen.

Tabelle 1: Verschiedene Kombinationsmöglichkeiten von b und h

h	b	$2 \cdot b \cdot h$
$1mm$	$38,3mm$	$76,6mm^2$
$1,25mm$	$31,1mm$	$77,7mm^2$
$1,5mm$	$26,3mm$	$78,8mm^2$
$2,25mm$	$18,3mm$	$82,3mm^2$

Den Daten ist zu entnehmen, dass breite Gurte geringer Dicke bei gleichem Flächenträgheitsmoment geringere Querschnittsflächen aufweisen. Aus diesem Grund sollen die Gurte möglichst breit gewählt werden. Die Breite der Gurte ist durch die vorgegebene Konstruktion der Platte zur Aufnahme der Tragfläche am Teststand begrenzt. Die vorgesehene Aussparung weist eine Breite von $30mm$ auf. Für die weitere Berechnung soll $b = 28mm$ gelten. Diese Annahme wird dadurch begründet, dass die Fertigung des Holms im Bereich des Modellbaus von Hand erfolgen würde, womit nur grobe Toleranzen einhaltbar sind.

Mithilfe eines Solvers bestimmt sich aus dem Flächenträgheitsmoment und der Gurtbreite die Gurthöhe $h = 1,866mm$.
Im nächsten Schritt wird die zu stapelnde Lagenanzahl ermittelt. Als vorwiegend unidirektionales Material steht das Glasgewebe Interglas 92145 mit einem Flächengewicht von $220\frac{g}{m^2}$ zur Verfügung. Nach [3] berechnet sich die Lagenanzahl n für eine Dicke des Verbundes t_{soll} zu:

$$n = t_{soll} \cdot \frac{\varphi \cdot \rho_f}{(\frac{m_f}{L \cdot b})} \tag{41}$$

Mit $(\frac{m_f}{L \cdot b}) = 220\frac{g}{m^2}$, $t_{soll} = h$ und $\rho_f = 2550\frac{kg}{m^3}$ ergibt sich $n = 8,653$. Es sind also 9 Lagen des Gewebes 92145 für jeden Gurt vorzusehen.Die sich aus 9 Lagen ergebende Gurthöhe kann durch Umstellen von Gleichung 41 zu $\tilde{h} = 1,941mm$ bestimmt werden. Für den zunächst angenommenen Fall von Gurten mit rechteckigen Querschnitten ist die Auslegung zur Einhaltung der Anforderungen an die Steifigkeit damit abgeschlossen.

5.2 Nachrechnung der angepassten Gurte

Die Modellierung der Haut und der Holmgurte in einem CAD-Programm zeigt, dass die Gurte mit den berechneten Bemaßungen nicht innerhalb des Profils mit der als $0,75mm$ dick angenommenen Haut liegen. Die Anpassung der Konstruktion der Gurte erfolgt so, dass sich die Gurtoberseite der Innenseite der Haut anschmiegt.Die Gesamtbreite von $28mm$, sowie die Gurtdicke bleiben dabei erhalten. Da die Wölbungsrücklage ungleich der Dickenrücklage ist, muss die Gesamthöhe h_a auf $\tilde{h_a} = 35,8mm$ leicht verringert werden. Abbildung 6 veranschaulicht die gekrümmte Form des oberen Holmgurtes.

Die angepasste Krümmung der Gurte führt zu einem veränderten Flächenträgheitsmoment $\tilde{I_x}$ des Balkens, dass mithilfe des CAD-Programms exakt zu $\tilde{I_x} = 3,075406 \cdot 10^{-8}m^4$ bestimmt werden kann. Da

$$\tilde{I_x} = 3,075406 \cdot 10^{-8}m^4 > I_{x,min} = 3,04722 \cdot 10^{-8}m^4 \tag{42}$$

gilt, genügen auch die veränderten Gurte der Steifigkeitsanforderung.

Abschließend wird gezeigt, dass die Festigkeit der Gurte einer Belastung der Flügelspitze durch $F_{pruef} = 500N$ standhält. Die aus der Biegung resultierenden und betragsmäßig gleichen Zug-

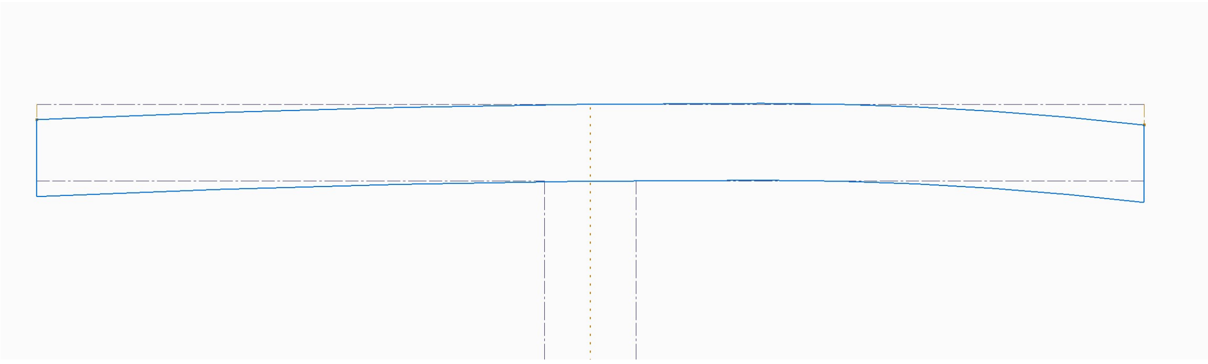


Abbildung 6: Angepasste gekrümmte Gurtkontur

und Druckspannungen werden dazu mit den vorhandenen UD-Festigkeitskennwerten des Handlaminats verglichen. Die Resultate der Balkenberechnungen zeigen, dass das maximale Biegemoment im Holm an Punkt C auftritt und $M_b = 500N \cdot 0,773m = 386,5Nm$ beträgt.In den Randfasern der Gurte resultieren Spannungen, die sich nach

$$\sigma_b = \frac{M_b \cdot \tilde{h_a}}{\tilde{I_x} \cdot 2} \tag{43}$$

zu $\sigma_b = 224,96MPa$ berechnen. Da

$$\sigma_b < R_{||}^{(+)} = 597,9MPa < |R_{||}^{(-)}| = 650,0MPa \tag{44}$$

gilt, ist der Festigkeitsnachweis erbracht. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Gurte bei einer Prüfkraft von $F_{pruef} = 500N$ nicht versagen.

5.3 Bestimmung der Lagenanzahl des Steges

Die Auslegung des Steges erfolgt auch anhand der VDI 2013. Dabei muss beachtet werden, dass der Steg sowohl durch Schubkräfte als auch durch Normalkräfte senkrecht und parallel zu den Gurten Belastungen erfährt. Die Dehnungen der Innenseiten der Gurte werden dem Steg aufgeprägt, da beide Bauteile stoffschlüssig miteinander verbunden sind. Anders als in der VDI 2013 wird jedoch nicht die Bruchdehnung der Gurte betrachtet, sondern die Dehnungen der Innenseiten bei einer Prüfkraft von 500N. So soll die Dimensionierung des Steges auf die Anforderungen an die Festigkeit angepasst werden, um Leichtbaupotentiale bestmöglich auszuschöpfen.

Die größte Längsdehnung der Gurte tritt an der Stelle C auf, da dort das größte Biegemoment wirkt. Sie lässt sich für die Innenseite der Gurte durch

$$\epsilon_{Gurt} = \frac{\sigma_{innen}}{E_{11}} = \frac{\frac{F_{pruef} \cdot l_3 \cdot h_i}{\tilde{I_x} \cdot 2}}{E_{11}} \tag{45}$$

zu $\epsilon_{Gurt} = 6,351 \cdot 10^{-3}$ berechnen. Auf der Zugseite ist die Dehnung positiv, auf der Druckseite negativ. Die dem Steg aufgeprägte Dehnung führt in Längsrichtung des Steges zu einem Normalkraftfluss, der sich nach VDI 2013 mit

$$p_\epsilon = n \cdot \bar{q} \cdot K_{E\#} \cdot \epsilon_{Gurt} \tag{46}$$

ermitteln lässt. $K_{E\#}$ ist dabei ein verallgemeinerter Dimensionierungskennwert, der Tafel 3 der VDI 2013 zu $K_{E\#} = 1150 \cdot 10^3 m$ entnommen wird. Die Dimensionierungskennwerte der VDI sind nur für bestimmte Verbunde als exakt anzusehen, dennoch liefern sie für die Vorauslegung hinreichend genaue Werte, die in einem späteren Schritt mithilfe eines Laminatrechners überprüft werden können.Es ist zu beachten, dass in der VDI mit veralteten Einheiten, wie dem Kilopond, gerechnet wird. Flächengewichte $\bar{q}$ sind durch Multiplikation der auf die Fläche bezogene Masse $\frac{m_f}{L \cdot b}$ mit der Norm der Erdbeschleunigung $\vec{g}$ zu ermitteln. n kennzeichnet erneut die Lagenanzahl.

Zur kraftflussgerechten Gestaltung des Steges werden die Gewebelagen unter einem Winkel von 45° zu den Holmgurten angeordnet. Deshalb muss die Belastung parallel zu den Fadenrichtungen mithilfe einer Transformationsformel nach VDI 2013 berechnet werden.

$$p_{\epsilon||} = p_\epsilon \cdot cos^2\left(45°\right) = p_\epsilon \cdot 0,5 \tag{47}$$

Die Normalkräfte in Längsrichtung an den Gurten bilden im Allgemeinen einen Winkel $\neq 180°$ zueinander, da der Holm eine Absenkung erfährt. Daraus resultiert eine Normalkraft auf den Steg, die senkrecht zu den Gurten steht. Diese Abtriebskraft berechnet sich zu:

$$p_A = \frac{2 \cdot F_{pruef} \cdot l_3 \cdot \epsilon_{Gurt}}{h_m^2} \tag{48}$$

Mit der oben genannten Transformationsformel ergibt sich die Belastung in Faserrichtung.

$$p_{A||} = p_A \cdot cos^2\left(45°\right) \tag{49}$$

Darüber hinaus erfährt der Steg einen Schubkraftfluss durch den Querkraftschub. Wegen der vernachlässigbaren Längskraftaufnahme des Steges im Vergleich zu den Gurten, kann der Querkraftschub über die Höhe des Steges als konstant angenommen werden. Es muss berücksichtigt werden, dass die Modellierung des Holmes als Balken, der an zwei Punkten gelagert ist und durch die Querkraftbolzen eine weitere Kraft erfährt, zu einem anderen Querkraftverlauf führt als dem konstanten, der in der Richtlinie für den Kragbalken angenommen wurde. Den Berechnungen des Holms als Biegealken kann für eine Kraft $F_{prue} = 500N$ eine maximale Querkraft von $5085,5N$ im Bereich 1 und eine betragsmäßig maximale Querkraft von $500N$ im Bereich 3 entnommen werden. Mit dem Ziel, im langen Bereich 3 Gewicht einzusparen, ist es vorteilhaft diesen Bereich geringer Querkraft getrennt von dem höher beanspruchten Bereich 1 auszulegen. Die resultierende Druckbeanspruchung berechnet sich mithilfe der folgenden Formel:

$$p_{s||} = p_s = \frac{Q}{h_i} \tag{50}$$

Der Kraftfluss, der durch den Steg aufgenommen werden muss, ergibt sich aus der Überlagerung der drei Kraftflüsse $p_{s||}, p_{A||}, p_{\epsilon||}$. Die Tragfähigkeit einer Schicht des Verbundes wird durch $K_{\sigma d}$

charakterisiert und kann ebenfalls Tafel 3 der VDI entnommen werden.Da ein Teil der Schubbeanspruchung durch die Matrix geleitet wird, besteht die Gefahr eines Zwischenfaserbruches. VDI 2013 schlägt deshalb die Verwendung von $K_{\sigma d} = 30 * 10^3 m$ vor. Zusätzlich muss der Anteil der Glasmengen in Kette und Schuß durch den Faktor $k_{||}$ berücksichtigt werden. Das zur Verfügung stehende Gewebe Interglas 90070 hat annähernd gleiche Fadenanzahlen in Kette- und Schußrichtung, damit ist $k_{||} = 0,5$.

$$n \cdot \bar{q} \cdot K_{\sigma d} \cdot k_{||} = p_{s||} + p_{A||} + p_{\epsilon||} \tag{51}$$

Die Anzahl der notwendigen Gewebelagen n im Steg lässt sich nun durch Umstellen der Gleichungen und Einsetzen der bekannten Werte ermitteln.

$$n = \frac{\frac{2 \cdot F_{Pruef} \cdot l_3 \cdot \epsilon_{Gurt}}{h_m^2 \cdot 2} + \frac{Q}{h_i}}{\bar{q} \cdot \left(k_{||} \cdot K_{\sigma d} - K_{E\#} \cdot \epsilon_{Gurt} \cdot 0,5 \right)} \tag{52}$$

Damit ergibt sich die Lagenanzahl von $n\,(500N) = 1,99$ für den Bereich 3 und $n\,(5085,5N) = 18,13$ für die Bereiche 1. Um einen symmetrischen Lagenaufbau im Falle einer Sandwichkonstruktion zu ermöglichen, sind also 2 Lagen für den Bereich 3 und 20 Lagen für die Bereiche 1 und 2 vorzusehen.

Es ist zu betonen, dass diese Lagenanzahlen maßgeblich durch die Annahmen der Dimensionierungskennwerte $K_{E\#}$ und $K_{\sigma d}$ beeinflusst werden. Diese stimmen nicht exakt mit den Kennwerten des vorliegenden Laminats überein. Im Abschnitt *Auslegung nach Puck* wird die ermittelte Lagenanzahl überprüft und angepasst.

6 Auslegung des Holms nach CLT

6.1 eLamX (T.B.)

eLamX ist ein Laminatberechnungsprogramm, das anhand der klassischen Laminattheorie mit unterschiedlichen Versagenskriterien berechnen kann, inwiefern ein gewählter Lagenaufbau den Festigkeitskriterien gerecht wird. Zusätzlich sind weitere Funktionen, wie zum Beispiel Beulberechnungen, Optimierungen etc. nutzbar, jedoch für diese Auslegung irrelevant.
Vorerst wurden die gegeben Materialeigenschaften der Aufgabenstellung als Fasermaterial, Matrixmaterial und Materialeigenschaften definiert.

Fasermaterial		Matrixmaterial		Materialeigenschaften	
ρ_f	$2,55\frac{g}{cm^3}$	ρ_m	$1,18\frac{g}{cm^3}$	$R_\parallel^+$	$597,9MPa$
$E_{f,11}$	$74000MPa$	E_M	$3300MPa$	$R_\parallel^-$	$650,0MPa$
$E_{f,22}$	$74000MPa$			$R_\perp^+$	$37,7MPa$
$G_{f,12}$	$30800MPa$	G_M	$1222MPa$	$R_\perp^{+-}$	$130,0MPa$
$\nu_{f,21}$	$0,2$	ν_M	$0,35$	$R_{\parallel\perp}$	$37,5MPa$

Mit einem Faservolumenanteil $\varphi = 0,4$ ergeben sich folgende weitere Materialeigenschaften:

ρ	$1,728\frac{g}{cm^3}$
$E_\parallel$	$31580MPa$
$E_\perp$	$5341,2MPa$
$\nu_{\parallel\perp}$	$0,29$
$G_{\parallel\perp}$	$1984,5MPa$

Anschließend werden die nach Kapitel 5 berechneten Laminate bzw. Lagenzusammensetzungen aus mehreren Material-Lagen zusammengesetzt. Eine Gewebelage wird dabei durch zwei einzelne Materiallagen mit einem Winkel von 90° zueinander simuliert, sodass sich die doppelte Anzahl des Materials gegenüber der Lagenanzahl ergibt.Für die Holmgurte ergibt sich ein Lagenaufbau nach Abbildung 14 und für den dünnen Steg nach Abbildung 15. Für den dicken Steg ergibt sich der gleiche Aufbau wie bei dem dünnen Steg, allerdings mit 24 Lagen (siehe Abb. 16). Weshalb sich die Anzahl der Gewebelagen gegenüber der Auslegung nach VDI 2013 unterscheidet, wird folgend beschrieben.

Anschließend werden die nach VDI 2013 errechneten Normalkraft- und Schubflüsse bzw. Dehnungen eingegeben, sodass nun die Sicherheiten nach den Versagenskriterien von Puck ermittelt werden können. Zu beachten ist dabei, dass diese auf das allgemeine Koordinatensystem und nicht auf die der einzelnen Lagen bezogen werden. Es wird automatisch die niedrigste Sicherheit mit dem jeweiligen Versagenskriterium ausgegeben. Außerdem muss beachtet werden, dass für die komplette Überprüfung der Auslegung ebenfalls ϵ negativ angenommen werden muss, um den zweiten Gurt zu betrachten. Dabei ergeben sich stets höhere Sicherheiten.

Um immer eine Sicherheit von $j > 1$ zu garantieren, müssen im Steg noch weitere Lagen hinzugefügt werden, sodass sich eine Gesamt-Lagenanzahl von 4 und 24 statt 2 und 20 ergibt. Diese

Abweichung kann u.a. daran liegen, dass die VDI 2013 mit Konstanten rechnet, die nur beispielhaft an einem Gewebe ermittelt wurden und somit nicht exakt für die gegebenen Gewebe der Aufgabenstellung gelten können. Dargestellt sind die Rechnungen in Abb. 18, Abb. 19 und Abb. 20.

Als nächstes können die Ingenieurskonstanten ermittelt werden, welche für die spätere Beulabschätzung benötigt werden (siehe Abb. 22, Abb. **??** und Abb. 23).

7 Beulabschätzung des Holms

7.1 Beulsicherheit der Gurte (T.B.)

Nachdem die Holmgurte auf Festigkeit und Steifigkeit ausgelegt worden sind, muss überprüft werden, ob der Effekt des Beulens auftritt.

Dazu werden folgende Annahmen getroffen:

1. Die Berechnung erfolgt nach [1]
2. Es wird angenommen, dass die orthotropen Gewebe hinreichend mit den Gleichungen für isotropes Material berechnet werden können. Diese Annahme wird mit erfolgten Zulassungen für Segelflugzeuge anhand dieser Formeln begründet.
3. Die Gurte werden als ebene, unendlich lange Streifen betrachtet. Die tatsächliche Krümmung dieser beeinflusst die Beulsicherheit positiv.
4. Da die Mitte in x-Richtung der Holmgurte mit dem Holmsteg verklebt ist, kann diese Klebelinie als freie Lagerung gesehen werden. Somit halbiert sich die angenommene Holmgurtbreite.
5. Die äußeren Kanten in x-Richtung sind frei und nicht gelagert.
6. Die äußeren Kanten in y-Richtung werden an den jeweiligen Rippen gestützt.
7. Der Druckgurt wird nur durch Druckspannungen beansprucht. Die Schubspannungen werden durch das hohe Verhältnis von Länge zu Höhe vernachlässigt.
8. Als größtmögliche Länge bei höchster Biegespannung wird l_3 bestimmt.

Das Seitenverhältnis beträgt

$$\frac{b}{a} = \frac{\frac{28mm}{2}}{773mm} = 0,018 \approx 0 \tag{53}$$

Nach [Hertel, Abbildung 84] ergibt sich:

$$k_d = 0,4 \tag{54}$$

und somit die kritische Spannung mit $E_{xx} = 31580MPa$,$d = 1,941mm$ und $b = 14mm$:

$$\sigma_{krit,d} = k_d \cdot E_{xx} \cdot \left(\frac{d}{b}\right)^2 = 242,82MPa \tag{55}$$

Im Vergleich zu der tatsächlich maximal auftretenden Randfaserspannung der Gurte ergibt sich die Sicherheit gegen Beulen zu

$$j_{Gurt} = \frac{\sigma_{krit,d}}{\sigma_b} = \frac{242,81MPa}{224,96MPa} = 1,08 \tag{56}$$

7.2 Beulsicherheit des Steges (T.B.)

Ebenfalls muss der Holmsteg nach der Auslegung hinsichtlich der Sicherheit gegen Beulen überprüft werden. Folgende Annahmen werden dafür getroffen:

1. Die Berechnung erfolgt, wie bei der Berechnung der Holmgurte, nach [1].
2. Es wird angenommen, dass die orthotropen Gewebe hinreichend mit den Gleichnugen für isotropes Material berechnet werden können, Diese Entscheidung wir ebenfalls mit erfolgten Zulassungen für Segelflugzeuge begründet.
3. Der Steg wird als ebener, unendlich langer Streifen betrachtet.
4. Die Verklebung des Steges wird als gestützte, gelenkige Lagerung an allen vier Kanten angenommen.
5. Der Steg wird durch Biegung und Schubspannung beansprucht.

Für den Steg müssen die drei Bereiche der Holmauslegung auf die Beulsicherheit geprüft werden. Im Folgenden wir die Beulsicherheit des Bereichs I berechnet:
Das Seitenverhältnis ergibt sich zu

$$\frac{b}{a} = \frac{35,8mm - 2 \cdot 1,941mm}{76mm} = 0,042 \tag{57}$$

Dadurch lässt sich mit

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} = -1 \tag{58}$$

(symmetrisch) nach Hertel, Abbildung 85 der Beulfaktor ermitteln zu

$$k_b = 21,8 \tag{59}$$

Da das Dickenverhältnis von Steglagen zu Schaumkern sehr klein ausgelegt werden soll, wird

$$\kappa = 1 \tag{60}$$

definiert. Dadurch ergibt sich die kritische Biegespannung mit $E_{xx} = 6639,8MPa$, $d = 1,882mm$ und $b = 35,8mm - 2 \cdot 1,941mm$zu

$$\sigma_{krit,B} = \kappa \cdot \ k_b \cdot E_{xx} \cdot \left(\frac{d}{b}\right)^2 = 503,24MPa \tag{61}$$

Das Verhältnis der Biegespannung zur kritischen Biegespannung ist

$$j_1 = \frac{200,56Mpa}{503,24MPa} = 0,398 \tag{62}$$

. Für den Schub wird nach Hertel der Beulfaktor zu

$$k_s = 5,5 \tag{63}$$

Damit wir die kritische Schubspannung mit $G_{xy} = 8577,8MPa$zu

$$\tau_{krit} = \kappa \cdot k \cdot G_{xy} \cdot \left(\frac{1,882mm}{35,8mm - 2 \cdot 1,941mm}\right)^2 = 164,02MPa \tag{64}$$

Die tatsächlich auftretende Schubspannung beträgt

$$\tau = \frac{3}{2} \cdot \frac{5085,5N}{1,882mm \cdot (35,8mm - 2 \cdot 1,941mm)} = 126,99Mpa \tag{65}$$

sodass das Verhältnis der Schubspannung zur kritischen

$$j_2 = \frac{126,99MPa}{164,02MPa} = \tag{66}$$

ergibt. Die Gesamtsicherheit beträgt nach [Quelle noch nicht aufgeführt]

$$j = \sqrt{\frac{1}{j_1^2 + j_2^2}} = 1,148 \tag{67}$$

Somit kann rückgeschlossen werden, dass dieser Bereich des Holmsteges schon ohne Schaumkern sicher gegen Beulen ist.

Nun wird der Bereich II betrachtet: Da keine innere Querkraft herrscht, kann die Sicherheit durch Biegung außer Acht gelassen werden. Die Sicherheit gegen Beulen ist demnach nur von dem Schub abhängig. Das Seitenverhältnis beträgt

$$\frac{a}{b} = \frac{35,8mm - 2 \cdot 1,941mm}{37mm} = 0,863 \tag{68}$$

Damit ergibt sich der Beulfaktor zu

$$k_s = 6,8 \tag{69}$$

und weiterhin wird mit

$$\kappa = 1 \tag{70}$$

gerechnet. Damit lässt sich

$$\tau_{krit} = k_s \cdot \kappa \cdot G_{xy} \cdot \left(\frac{1,882mm}{35,8mm - 2 \cdot 1,941mm}\right)^2 = 202,79MPa \tag{71}$$

berechnen. Mit dem gleichen maximalen Schub

$$\tau = 126,99MPa \tag{72}$$

wie in Bereich I kann somit die Sicherheit zu

$$j = \frac{202,79MPa}{126,99MPa} = 1,59 \tag{73}$$

bestimmt werden. Auch dieser Stegbereich II ist gegen Beulen sicher.

Abschließend wird der verbliebene Bereich III überprüft.
Erneut wird das Seitenverhältnis ermittelt zu

$$\frac{b}{a} = \frac{35,8mm - 2 \cdot 1,941mm}{773mm} = 0,041 \approx 0 \tag{74}$$

Dadurch ist

$$k_d = 21,8 \tag{75}$$

nach [1] für

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} = -1 \tag{76}$$

(symmetrisch) und

$$k_s = 4,8 \tag{77}$$

Für die Belastung auf Druck durch Biegung wirkt maximal die Schubspannung

$$\sigma_b = \frac{500N \cdot 0,773m}{3,075406 \cdot 10^{-8}m^4} \cdot \frac{0,0358m - 2 \cdot 1,941 \cdot 10^{-3}m}{2} = 200,56MPa \tag{78}$$

für den Schub wirkt die maximale Schubspannung von

$$\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{500N}{0,313mm \cdot (35,8mm - 2 \cdot 1,941mm)} = 75,07MPa \tag{79}$$

Die Sicherheit gegen Beulen berechnet sich nun zu

$$j = \sqrt{\frac{1}{(\frac{\sigma_v}{\sigma_{krit}})^2 + (\frac{\tau}{\tau_{krit}})^2}} \tag{80}$$

mit

$$\sigma_{krit} = k \cdot k \cdot E_{xx} \cdot \Big(\frac{0,313mm + x}{35,8mm - 2 \cdot 1,941mm}\Big)^2 \tag{81}$$

und

$$\tau_{krit} = \kappa \cdot k_s \cdot G_{xy} \cdot \Big(\frac{0,313mm + x}{35,8mm - 2 \cdot 1,941mm}\Big)^2 \tag{82}$$

Dieses mal kann $\kappa = 3$ genutzt werden, sofern eine ausreichende Dicke x auftritt, dessen Lösung analytisch ermittelt wird. Dabei wird eine Mindestdicke von

$$x = 0,569mm \tag{83}$$

ermittelt, allerdings soll ein Schaum der Dicke $x = 2mm$ verbaut werden, um das exakte Anpassen der Bauteilmaße zu vereinfachen. Damit ergibt sich eine Beulsicherheit im Bereich III von

$$j = 6,88 \tag{84}$$

Damit die äußeren Steglagen eine konstante Stegdicke bilden, soll in den Bereichen I und II eine Schaumdicke von $x = 0,431mm$ verbaut werden. Der geschliffene Schaum erhöht zudem in diesen Bereichen die Beulsicherheit, obwohl kein zusätzlicher Schaum benötigt wäre. Der Übergang der beiden Schaumdicken soll zudem nicht direkt an der Wurzelrippe beginnen, sondern erst $23mm$ zur Flügelspitze versetzt erfolgen, um direkt an dem Kraftangriffspunk C die Sicherheit ebenfalls zu erhöhen.

8 Auslegung der Klebeverbindung (T.B.)

Als letzte analytische Auslegung sollen die Klebeflächen berechnet werden.

8.1 Klebeverbindung Steg - Gurt (T.B.)

Die Klebverbindung wird ähnlich der [VDI 2013] ausgelegt, sodass nur die Abtriebskraft des Holms und die übertragene Querkraft den Schubfluss für die Belastung definieren:

$$p = \sqrt{p_A^2 + p_s^2} \tag{85}$$

Die Länge ergibt sich aus

$$l = \frac{p}{\tau_{zul}} \tag{86}$$

wobei

$$\tau_{zul} = 10Pa \tag{87}$$

beträgt.

Bereich I und II werden, ähnlich der Beulberechnung, zusammen ausgelegt mit den kritischsten Werten, sodass

$$l = \frac{\sqrt{(4282,26\frac{N}{m})^2 + (159330,16\frac{N}{m})^2}}{10^7\frac{N}{m^2}} = 15,9mm \tag{88}$$

als Klebebreite benötigt werden. Für den Bereich III ergibt sich

$$l = \frac{\sqrt{(4282,26\frac{N}{m})^2 + (15665,14\frac{N}{m})^2}}{10^7\frac{N}{m^2}} = 1,62mm \tag{89}$$

Beide Klebebreiten passen auf die verbleibende innere Holmgurtflächen und sollen durch Mumpe ohne zusätzliche Gewebelagen realisiert werden.

8.2 Klebeverbindung Holm - Rippen (T.B.)

Die vergrößerten Klebeflächen der Rippen gegenüber dem Holm sollen durch Holzklötze ermöglicht werden, die auf beide Seiten des Stegs zwischen die Holmgurte geklebt werden. Die Breite dieser Klötze errechnet sich aus

$$A = \frac{F}{\tau_{zul}} \tag{90}$$

mit der maximal abgesetzten Kraft von $F = 500N$. Somit haben die Holzklötze eine Breite von

$$b = 1,56mm \tag{91}$$

bei einer Höhe von $35,8mm - 2 \cdot 1,941mm$.

9 Bolzenauslegung

9.1 Bolzenberechnung

Im Folgenden werden die Bolzen, die den Holm im für den Versuchsaufbau vorgegebenen U-Profil fixieren, ausgelegt. Die Bolzen sind auf Biegung belastet, wodurch sich die Gleichung:

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} \tag{92}$$

,ergibt. Mit:

$$W_{Kreis} = \frac{\pi * d^3}{32} \tag{93}$$

und

$$M_b = F * l \tag{94}$$

ergibt sich die Biegespannung zu

$$\sigma_b = F * \frac{32 * l}{\pi * d^3} \tag{95}$$

Die zu ertragende Kraft ist 5085, 5N. Diese lässt sich jetzt noch halbieren, da mit der oben genannten Annahme nur die Hälfte des Bolzens betrachtet wird. Damit ergibt sich:

$$F_{bel} = \frac{F}{2} = 2542,75\text{N} \tag{96}$$

Nun kann mit $d = 8mm$ und $l = 14,059mm$ ein passendes Material gesucht werden. Für Stahl gilt $\sigma_{b,F} \approx 1,2 * R_e$, somit muss

$$F * \frac{32 * l}{1,2 * \pi * d^3} = 592,27\text{MPa} \leq R_e \tag{97}$$

sein.

Mit den getroffenden Annahmen ist S620Q mit einer Streckgrenze von $R_e = 620\frac{N}{mm^2}$ ein geeigneter Stahl.

Nun muss noch eine Auslegung für die Flächenpressung erfolgen.Dabei ist für Buche $\sigma_{p,zul} = 60\frac{N}{mm^2}$ Die projizierte Fläche ist $A = a * d$, d ist hierbei der Durchmesser des Bolzens und a die Länge des Lochs im Steg.
Die Flächenpressung ist nun:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{5085,5\text{N}}{a * 8mm} \tag{98}$$

Mit der zulässigen Flächenpressung für Buchenholz lässt sich die Gleichung nun nach a auflösen:

$$a = \frac{F}{\sigma_{p,zul} * d} = \frac{5085,5\text{N}}{60\frac{N}{mm^2} * 8mm} = 10,59mm \tag{99}$$

Somit muss die Holzverstärkung des Stegs an der Stelle der Lager mindestens eine Breite von 10,59mm aufweisen.[6]

Es fehlt noch die min. Breite des Stegs für dessen zulässige Flächenpressung!

10 Schubfluss

10.1 Theorie

schubfluss koordinatensysteme mehrzeller...? $dA = tds$

$$q(s) = -(Q_{\bar{z}} \frac{S_{\bar{y}}(s) I_{\bar{z}} - S_{\bar{z}}(s) I_{\bar{y}z}}{I_{\bar{y}} I_{\bar{z}} - I_{\bar{y}z}^2} + Q_{\bar{y}} \frac{S_{\bar{z}}(s) I_{\bar{y}} - S_{\bar{y}}(s) I_{\bar{y}z}}{I_{\bar{z}} I_{\bar{y}} - I_{\bar{y}z}^2}) + q_0 \tag{100}$$

$$q_0 = q_{0b} + q_{0T} \tag{101}$$

$$q(s) = \tau(s) t(s) \tag{102}$$

Text folgt

10.2 Idealisierung

Für die Berechnung des Schubmittelpunkts wird das Flügelprofil als vereinfachter Mehrzeller angenommen. Dabei wird der Ursprung des Koordinatensystems am unteren rechten Rand gesetzt. Das Modell wird in 10 Teilstrecken s_i aufgeteilt. Die Dicke t wird über die Schale konstant angenommen. Der Schaum wird in allen Abschnitten der Schale und im Holm vernachlässigt, da seine Hauptaufgabe der Beulsteifigkeit gilt und er bei der Schubaufnahme im Vergleich zum Laminat nur eine unbedeutende Rolle spielt. Der Steg ist in 2 Abschnitte unterteilt. Für die maximale Belastung und somit auch die Auslegung relevant ist nur der Teil mit dem dünneren Gewebe, sodass hier für die Dicke des Stegs $t_1 = 0,314$mm angenommen wird. Für die Gurte gilt, dass alle Fasern parallel in x-Richtung ausgerichtet sind. Sie werden in dieser Rechnung ignoriert, da sie folglich im Gegensatz zum $\pm 45°$-Gewebe vernachlässigbare Schubkräfte aufnehmen können. Außerdem würde ein über die Dicke variabler Schubmodul die Rechnung unnötig verkomplizieren. Diese Annahmen bezüglich Schaum und Gurte sind unproblematisch, da sie so getroffen wurden, dass der Flügel sogar noch höheren Belastungen als errechnet standhalten könnte. Als einziges ist zu betrachten, dass durch das wegfallen des Schaums in der Schale die GFK-Schichten des Sandwichs aufeinander fallen und ihre Position somit um wenige Millimeter ungenau ist. Da die genau errechnete Dicke auf eine Lagenschicht aufgerundet werden muss, ist dies vermutlich kompensierbar, sollte jedoch im Hinterkopf behalten werden.

10.3 Schwerpunktkoordinaten

Zunächst werden die statischen Momente in den einzelnen Teilstücken berechnet.

$$S_z = \int_A y \mathrm{d}A = t \int_s y \mathrm{d}s \tag{103}$$

$$S_y = \int_A z \mathrm{d}A = t \int_s z \mathrm{d}s \tag{104}$$

Damit ergeben sich für die statischen Momente in mm^3:

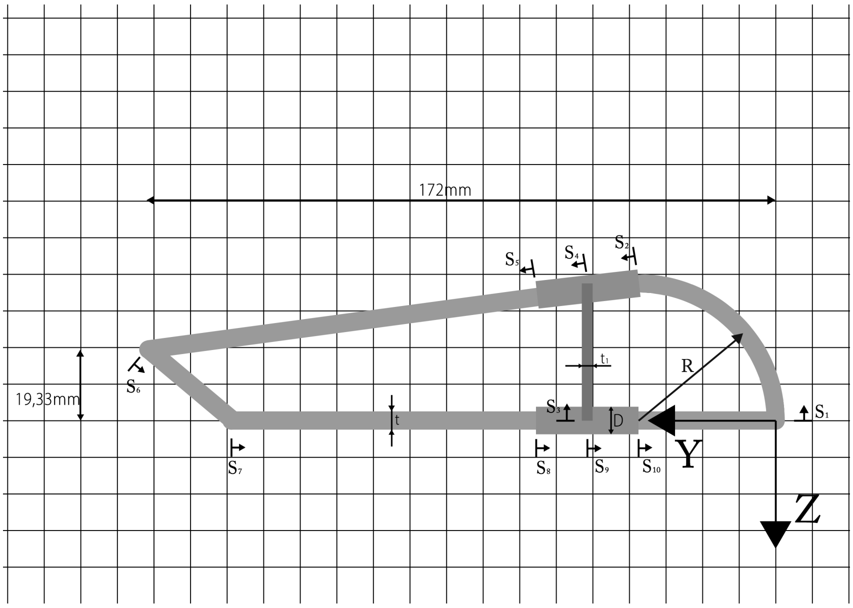


Abbildung 7: vereinfachtes Model

Bauteilabschnitt	S_y/mm^3	S_z/mm^3
1	-281,25	160,54
2	-120,382	124,42
3	-220,78	605,24
4	-97,13	163,27
5	-571,91	2555,63
6	-58,13	965,14
7	0	1789,88
8	0	163,80
9	0	124,60
10	0	140,63

Nun kann aus den statischen Momenten der Schwerpunkt bestimmt werden, indem das Statische Moment über alles Flächen zusammen addiert wird:

$$y_0 = \frac{\int_s t(s) y \mathrm{d}s}{\int_s t(s) \mathrm{d}s} = \frac{S_z}{A} \tag{105}$$

$$z_0 = \frac{\int_s t(s) z \mathrm{d}s}{\int_s t(s) \mathrm{d}s} = \frac{S_y}{A} \tag{106}$$

Mit einer Dicke von $t = 0,2$mm ergeben sich Lagen der Schwerpunktkoordinaten zu:

$$y_0 = 78,53\text{mm}$$

$$z_0 = -15,39\text{mm}$$

Damit können nun mit

$$S_{\bar{y}} = S_y - z_0 A \tag{107}$$

$$S_{\bar{z}} = S_z - y_0 A \tag{108}$$

die Verläufe der statischen Momente im Bezug auf den Schwerpunkt ermittelt werden, wobei die Endwerte der vorherigen Verläufe nach dem hydrodynamischen Analogon den Anfangswert s_0 des folgenden Bereichs bestimmen. Dabei ergeben sich folgende Endwerte in mm^3:

Bauteilabschnitt	$S_{\bar{y}}/\text{mm}^3$	$S_{\bar{z}}/\text{mm}^3$
1	-99,91	-764,60
2	-159,18	-860,06
3	-39,53	-319,43
4	-252,75	-1236,10
5	-493,03	-372,27
6	-458,59	120,60
7	-201,65	599,69
8	-158,55	543,61
9	-155,45	448,34
10	0	0

Für ein offenes Profil muss gelten, dass an den freien Rändern das statische Moment 0 ist. Das Profil wird in diesem Fall an den Stellen 1 und 3 geschnitten. Für die nun freien Enden an den diesen Bereichen wird $s_0 = 0$ und auch die Endwerte des Bereichs 10 werden zu 0.

Nun werden die Flächenträgheitsmomente

$$I_y = \int_A z^2 dA \tag{109}$$

$$I_z = \int_A y^2 dA \tag{110}$$

$$I_{yz} = \int_A zy dA \tag{111}$$

zuerst aus ihrem eigenen Schwerpunkt aus errechnet, sodass die auf den Gesamtschwerpunkt bezogenen Flächenträgheitsmomente $I_{\bar{y}}$, $I_{\bar{z}}$ und $I_{\bar{y}\bar{z}}$ mit Hilfe des Steinerschen Satz

$$I_{\bar{y}} = I_y + z^2 A \tag{112}$$

$$I_{\bar{z}} = I_z + y^2 A \tag{113}$$

$$I_{\bar{y}\bar{z}} = I_{yz} + zyA \tag{114}$$

ermittelt werden können. Es ergibt sich:

Bauteilabschnitt	I_y/mm^4	I_z/mm^4	I_{zy}/mm^4	$I_{\bar{y}}/\mathrm{mm}^4$	$I_{\bar{z}}/\mathrm{mm}^4$	$I_{\bar{y}\bar{z}}/\mathrm{mm}^4$
1WERTE	14288,06	14288,06	703,13	29254,35	86976,91	-32279,94
2	41,19	660,99	85,25	17553,77	33384,13	24024,05
3	8270,51	20,83	0	8827,87	31825,09	4210,30
4	41,19	660,99	85,25	14516,69	9101,00	11138,45
5	1873,93	102296,68	13811,66	13991,74	330186,63	-38738,58
6	937,64	1330,65	-1114,45	2121,31	233421,36	15460,20
7	6,96	48445,55	0	21212,10	148369,78	46031,60
8	29,68	672,51	0	10490,99	8891,32	-9272,51
9	29,68	672,51	0	10490,99	33249,65	-18460,76
10	3,13	4394,53	0	9530,96	113252,59	-32205,30
$\sum$	-	-	-	137990,78	1028658,46	-30092,48

Es kann sofort erkannt werden, dass $I_{\bar{y}\bar{z}} \neq 0$ ist und es sich somit nicht um ein Hauptachensystem handelt. Das Devitionsmoment $I_{\bar{y}\bar{z}}$ ist jedoch im Vergleich zu den anderen Flächenträgheitsmomenten sehr niedrig. Aus dem Zusammenhang

$$tan(\varphi) = \frac{2I_{\bar{y}\bar{z}}}{I_{\bar{z}} - I_{\bar{y}}} \tag{115}$$

lässt sich erkennen, dass der Winken ($\varphi = -3,15°$) zwischen dem Hauptachsen- und Schwerpunktkoordinatensystem nur sehr gering ist. Im folgenden finden alle Betrachtungen trotzdem weiterhin mit den Koordinatenachsen in dieser Ausrichtung statt.

10.4 Schubmittelpunkt

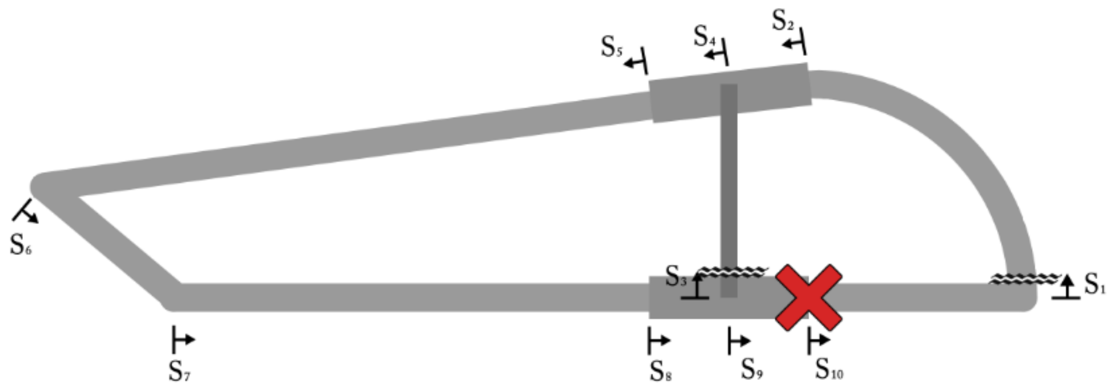


Abbildung 8: offenes Profil mit Pol

Nun ist es von Interesse, und im Rahmen der Aufgabenstellung auch gefordert, den Schubmittelpunkt, an dem eine angreifende Kraft reine Biegung ohne Torsion bewirkt, zu bestimmen.

Zunächst wird der Schubmittelpunkt des wie in Abschnitt 10.3 aufgeschnittene Profils betrachtet (siehe Abb. 8). Wir betrachten die Kraft Q, die im Schubmittelpunkt angreift und äquivalent zu $q(s)$ nach

$$Q = \int_s q(s)ds \tag{116}$$

ist. Gleichzeitig muss aus der Momentenäquivalenz gelten

$$Qr = \int_s q(s)r(s)ds \tag{117}$$

wobei r der jeweilige Hebelarm zu einem beliebigen Pol ist. Unter Anwendung des Superpositionsprinzips lässt sich die Querkraft Q in ihre Komponenten der Koordinatenrichtungen zerlegen und jeweils eine gleich null setzten. Zusammen mit Gleichung (100) erhält man dadurch die folgenden Gleichungen zur Bestimmung des Schubmittelpunkts beim offenen Profil:

$$y_M = \frac{-I_{\bar{z}} \int S_{\bar{y}}(s) r_t \mathrm{d}s + I_{\bar{y}\bar{z}} \int S_{\bar{z}}(s) r_t \mathrm{d}s}{I_{\bar{y}} I_{\bar{z}} - I_{\bar{y}\bar{z}}^2} \tag{118}$$

$$z_M = \frac{-I_{\bar{y}\bar{z}} \int S_{\bar{y}}(s) r_t \mathrm{d}s + I_{\bar{y}} \int S_{\bar{z}}(s) r_t \mathrm{d}s}{I_{\bar{y}} I_{\bar{z}} - I_{\bar{y}\bar{z}}^2} \tag{119}$$

Daraus folgt:

$$y_M = 174,74 \mathrm{mm}$$

$$z_M = -37,62 \mathrm{mm}$$

Im nächsten Schritt wird das Profil geschlossen, sodass ein Zweizeller entsteht. An den vorher noch geschnittenen Kanten kann nun Schubfluss herrschen. Dies wird durch die Konstanten $q_{0b,1}$ und $q_{0b,2}$ in der jeweiligen Zelle erreicht. Da die Verwindung ϑ für beide Zellen gleich und im Falle der weiterhin reinen Biegung null sein müssen, erhält man für jede Koordinatenrichtung zwei Gleichungen mit zwei unbekannten.

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = 0 \tag{120}$$

$$\vartheta_i = \frac{1}{2A_{0i}G} \oint \frac{q(s)}{t(s)} ds \tag{121}$$

$$\vartheta_i = \frac{1}{2A_{0i}G} (\oint \frac{q_{offen}(s)}{t(s)} ds + q_{0b,i} \oint \frac{1}{t(s)} ds - q_{0b,i\pm1} \int \frac{1}{t(s)}) \tag{122}$$

Mit den Werten für die umschlossenen Flächen

$$A_{01} = 3087,57 \mathrm{mm}^2$$

$$A_{02} = 1616,41 \mathrm{mm}^2$$

ergeben sich die Konstanten:

$$q_{0b,1\bar{z}} = -1,72 \cdot 10^{-2} \mathrm{mm} Q_{\bar{z}}$$

$$q_{0b,2\bar{z}} = -4,47 \cdot 10^{-4} \mathrm{mm} Q_{\bar{z}}$$

$$q_{0b,1\bar{y}} = -2,54 \cdot 10^{-3}\text{mm}Q_{\bar{y}}$$
$$q_{0b,2\bar{y}} = -4,53 \cdot 10^{-4}\text{mm}Q_{\bar{y}}$$

Mit den Schubfluss des geschlossenen Profils in die Momentenäquivalenz eingesetzt, ergibt sich der Schubmittelpunkt (y_{Mg}, z_{Mg}) zu:

$$Q_{\bar{z}}(y_{Mg} - y_M) = \sum_{i=0}^{2} q_{0b,i\bar{z}} 2A_{0,i} \tag{123}$$

$$Q_{\bar{y}}(z_{Mg} - z_M) = \sum_{i=0}^{2} q_{0b,i\bar{y}} 2A_{0,i} \tag{124}$$

$$y_{M_g} = 70,09\text{mm}$$
$$z_{M_g} = -20,46\text{mm}$$

10.5 Torsion

In den bisherigen Berechnungen wurde immer davon ausgegangen, dass die Kraft im Schubmittelpunkt angreift. Durch den Versuchsaufbau ist jedoch vorgegeben, dass eine Prüflast in z-Richtung an den $l/4$-Linie aufgebracht wird. Mit dem errechneten Schubmittelpunkt lässt sich erkennen, dass ein Torsionsmoment

$$M_{xT} = (y_{l/4} - y_0) \cdot F \tag{125}$$

entsteht, das noch zusätzlichen Schubfluss und eine Verdrillung ϑ bewirkt. Wieder können die konstanten Schubanteile $q_{0T,i}$ aus der Momentenäquivalenz und der Verdrillung bestimmt werden. Wobei zu beachten ist, dass die Verdrillen hier nicht mehr wie bei der reinen Biegung null ist, aber über die Verträglichkeitsbedingung weiterhin gelten muss

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta. \tag{126}$$

Da die bisherigen Anteile des Schubflusses definitionsgemäß weder Verdrillung verursachen, noch bezüglich des Schubmittelpunkts ein Moment kompensieren, fallen sie aus den Gleichungen raus. Es bleiben nur noch die Konstanten $q_{0T,i}$ übrig. Damit ergeben sich die vereinfachten Formlen für die Verdrillung und die Momentenäqivalenz:

$$\vartheta_i = \frac{1}{2A_{0i}G}(q_{0T,i} \oint \frac{1}{t(s)} ds - q_{0T,i\pm1} \int \frac{1}{t(s)} ds) \tag{127}$$

$$M_{xT} = 2 \sum q_{0T,i} \cdot A_{0i} \tag{128}$$

Für eine maximale Prüflast von $F = 500\text{N}$ die der Flügel aushalten muss, erhält man

$$q_{0T,1} = -1,45\text{N/mm}$$

$$q_{0T,2} = -1,51\text{N/mm}.$$

Setzt man nun diese Werte in Gleichung (127) erhält man für beide Zellen einen Drillwinkel von

$$\vartheta = -0,00195°.$$

10.6 Schubspannung

Das Ziel dieser Berechnung war nicht nur den Schubmittelpunkt und die Verdrillung zu bestimmen, sondern hauptsächlich die Schubspannung in der Haut zu erhalten, um diese auslegen zu können. Da die Hautdicke auf dem gesamten Umfang konstant bleiben soll, ist an dieser Stelle nur die maximale Schubspannung für alle Bereiche der Haut τ_{max}, die sich einfach aus Gleichung (102) ermitteln lässt, interessant. Die Dicke t ist jedoch nicht einfach aus den gesamten Rechnungen rausziehbar, weil es auch Anteile, wie zum Beispiel den Holm, gibt, die von t unabhängig sind. Deswegen wird iterativ vorgegangen, wobei zuerst mit einer zufällig gewählten Dicke die Rechenschritte durchgeführt werden, in dem in diesem Kapitel gezeigten Fall mit $t = 0,2\text{mm}$. Am Ende der Berechnung wird aus den maximalen Schubfluss die minimale Dicke

$$t_{min} = \frac{q_{max}}{R_\tau}. \tag{129}$$

bestimmt. Die Festigkeit bei reiner Schubbelastung $R_\tau = 166,67\text{N/mm}^2$ wurde mittels ELamX bestimmt. Diese Dicke kann jedoch nicht als einfach so als Ergebnis genommen werden, da sich der Schubfluss mit variabler Dicke mit verändert. Die Rechnung muss mit dem neuen Wert erneut durchgeführt werden. Somit nähert man sich Schritt für Schritt dem Idealwert, bei dem die vorliegende Dicke der minimalen Dicke entspricht.

Nach einigen Iterationen bildet sich der Wert $t = 0,03\text{mm}$ als Grenzwert heraus. Da dies ungefähr 0,4 Lagen bei einer Dicke $0,0783\text{mm}$ des $\pm 45°$-Gewebes entspricht, muss für die Fertigung des Flügels auf eine ganzzahlige Lagenanzahl aufgerundet werden. Hier wurde eine Dicke von

$$t = 0,1566\text{mm} \tag{130}$$

gewählt, was 2 Lagen entspricht. Dies macht einen symmetrischen Aufbau der Haut möglich und gewährleistet die beste Beulsteifigkeit. Außerdem ist eine ausreichende Sicherheit in Folge der getroffenen Vereinfachungen gewährleistet.

Mit dieser Dicke verändern sich die Werte des entgültigen Flügels im Vergleich zu den bisher in diesem Kapitel mit $t = 0,2\text{mm}$ durchgeführten Berechnungen. Der Schubmittelpunkt verschiebt sich minimal zu

$$y_{M_g} = 69,29\text{mm}$$
$$z_{M_g} = -20,27\text{mm}.$$

Auch der Drillwinkel vergrößert sich leicht durch die gesenkte dünnere Haut Steifigkeit zu

$$\vartheta = -0,0024°.$$

Aus den Verläufen der Schubflüsse, wie sie in Abbildung 24-33 zu sehen, erkennt man, dass die betragsmäßig maximale Schubspannung am Endpunkt des Bereichs 8 auftritt.

$$|\tau_{max}| = |\tau(s_8 = 14)| = 42,35\text{N/mm}^2 \leq R_\tau$$

Im Steg (Bereich 3) tritt zwar ein deutlich höherer Schubfluss auf, jedoch ergibt sich durch die ebenfalls deutlich höhere Dicke eine geringere Spannung.

11 Auslegung der Flügelschale nach CLT

11.1 eLamX (T.B.)

Auch hier wird die Rechnung nach Handbuch-Methoden mittels eLamX überprüft.

Der Lagenaufbau ähnelt dem des Steges, lediglich die Anzahl der Lagen wird auf Zwei reduziert. Auch hierbei ergibt sich eine Sicherheit > 1, wie dem Anhang zu entnehmen ist.

12 Beulabschätzung der Flügelschale (T.B.)

Nachdem die Flügelhaut auf Festigkeit ausgelegt worden ist, muss überprüft werden, ob der Effekt des Beulens auftritt.

Dazu werden folgende Annahmen getroffen:

1. Die Berechnung erfolgt nach [1]
2. Es wird angenommen, dass die orthotropen Gewebe hinreichend mit den Gleichungen für isotropes Material berechnet werden können. Diese Annahme wird mit erfolgten Zulassungen für Segelflugzeuge anhand dieser Formeln begründet.
3. Die Flügelschale wird als ebener, unendlicher Streifen betrachtet. Die tatsächliche Krümmung und die Knicke erhöhen die Stabilität deutlich, sodass durch diese konservative Rechnung die Sicherheit gewährleistet bleibt.
4. Es tritt lediglich die ermittelte Schubspannung auf. In der Realität auftretende Zug- und Druckspannungen, hervorgerufen durch aufgeprägte Dehnungen des Holms und durch die Prüfkraft, werden in der Rechnung vernachlässigt.
5. Die Flügelschale wird als an beiden Rippen fest gelagert betrachtet. Eine Verformung der Rippen wird außer Acht gelassen.
6. Die Flügelnase und Klappenkante werden als stützende Lager angenommen, da diese einen engen Krümmungsradius aufweisen, welcher stabile und steife Strukturen hervorbringt.
7. Der Holmsteg wird ebenfalls an seinen beiden Enden als freies Lager angenommen.
8. Dadurch ergibt sich die maximale Breite eines Streifens zu $124,5mm$ - von der Klappenkante zum oberen Steg-Lager.

Die Berechnung erfolgt nach den gleichen Formeln der Berechnung des Kapitels 7.2.

Das Seitenverhältnis beträgt für die maximale Streifenbreite

$$\frac{b}{a} = \frac{124,5mm}{773mm} = 0,16 \tag{131}$$

und somit wird der Beulfaktor für Schub zu

$$k = 0,5 \tag{132}$$

ermittelt. Auch hier beträgt die Steifigkeitserhöhung $\kappa = 3$ und der Schubmodul $G_{xy} = 8577,8MPa$. Dadurch lässt sich die zulässige Schubspannung ermitteln:

$$\tau_{krit} = 3 \cdot 5 \cdot 8577,8MPa \cdot \left(\frac{4 \cdot 0,078mm + 3mm}{124,5mm}\right)^2 = 91,06MPa \tag{133}$$

Die Schaumdicke wird durch konstruktive Vorgaben auf $3mm$ gesetzt. Dia maximal auftretende Schubspannung beträgt

$$\tau_{max} = 42,346MPa \tag{134}$$

(im Bereich der unteren Steg-Lagerung), sodass die Sicherheit gegen Beulen

$$j = 2,15 \tag{135}$$

beträgt. Zusätzlich wird die Sicherheit durch den gekrümmten Verlauf erhöht.

13 CAD-Modell (H.K.)

Auf Basis der verfeinerten Dimensionierung des Holmes mithilfe von ELamX und der Beulabschätzung, soll nun ein CAD-Modell des Flügels erstellt werden. Als Grundlage dient eine unvollständige technische Zeichnung der Profilkontur, aus der exakt entnommen werden kann, dass das Profil ohne die Hochauftriebselemente oder Querruder $172mm$ tief ist und eine Profildicke von $37,5mm$ aufweist. Aus den bekannten Längenangangaben kann der Maßstab der gedruckten Zeichnung zu $1 : 1,039$ berechnet werden. Mithilfe eines Rechtecks, das die Kontur gerade umschließt, können weitere Punkte auf der Kontur des Profils ermittelt werden. Im CAD-Programm werden Tangentenbögen von Punkt zu Punkt gelegt, um die Kontur hinreichend glatt anzunähern.

13.1 Konstruktion der Gurte

In den Bereichen oberhalb und unterhalb des Holms soll die Haut nicht in Sandwich-Bauweise ausgeführt sein. Für die Auslegung des Holms wurde davon ausgegangen, dass eine Dicke des Verbundmaterials der Haut von $0,75mm$ ausreichend ist. nach Gleichung 41. Für die Vorauslegung der Haut erscheint dies ausreichend. Sollten weniger Lagen für die Haut benötigt werden, kann der entstehende Freiraum zwischen den Gurten und der Haut aufgefüllt werden. Um die Hautdicke von $0,75mm$ im Bereich der Gurte zu berücksichtigen, wird ein Offset von der äußeren Kontur um diese Breite nach innen gerichtet.
Der zu Beginn des Abschnitts 5.1 dimensionierte Holm mit rechteckigen Gurtquerschnitten, $b = 28mm$ und $h_a = 36mm$, wird nun so auf die Kontur des Profils gelegt, dass die Überdeckung der Gurte mit der umgebenden Haut möglichst gering ausfällt. Dann wird die Höhe h_a an den örtlichen inneren Abstand der oberen und unteren Haut auf $h_a = 35,8mm$ angepasst. Der rechteckige Querschnitt der Gurte wird mithilfe eines Offsets von $h = 1,941mm$ der Kontur der Haut angepasst. Diese Anpassungsmaßnahmen senken das Flächenträgheitsmoment leicht. Das resultierende Flächenträgheitsmoment I_x lässt sich aufgrund der komplexen Querschnittsgeometrie der Gurte nur mit dem CAD-Programm exakt bestimmen. Der Vergleich mit dem

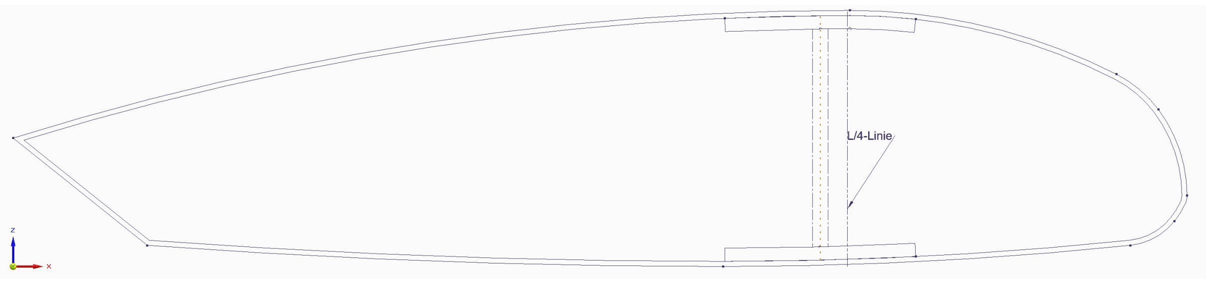


Abbildung 9: Haut und Gurte nach dem ersten Schritt der Konstruktion in Solid Edge.

erforderlichen Flächenträgheitsmoment zeigt, dass die angepasste Geometrie der Gurte die Steifigkeitsbedingung (vergleiche Beziehung 42) erfüllt. Die Haut konstanter Dicke und die Gurte im ersten Schritt der Konstruktion werden durch Abbildung 9 veranschaulicht. Zusätzlich zeigt die

Abbildung die ungefähre Lage der L/4-Linie. Diese wurde mithilfe einer vorhandenen Hilfsansicht der Tragfläche inklusive der Hinterkantenklappen und des Vorflügels, beide im eingefahrenen Zustand, ermittelt. In der Hilfsansicht wird die abgebildete Länge des mittleren auszulegenden Teils der Tragfläche gemessen. Der Maßstab der Hilfsansicht bezüglich des Modellmaßstabes wird zu 1:2,529 berechnet. Diese Kenntnis ermöglicht die Berechnung des Abstandes der L/4-Linie zur Vorderkante der Haupttragfläche, der $42,2mm$ beträgt und besonders für die Berechnung der Torsion ausschlaggebend ist.

13.2 Konstruktion des Stegs

Im nächsten Schritt wird die Kontur der zwei Stegseiten und des Schaumes in einer weiteren Skizze über der Kontur der Gurte gezeichnet. Die vielschichtigen Skizzen erlauben den Bezug von Bauteilkanten aufeinander und erleichtern die spätere Extrusion der einzelnen Komponenten. So kann sichergestellt werden, dass in jeder Komponente der Bezug auf die umgebenden Tangentenbögen der Haut gewahrt bleibt. Die Konstruktionen des Steges und des Schaumes erfordern auch die Berücksichtigung der verschieden belegten Unterteilungen des Steges. Während der innere Teil des Stegs, am inneren Holmstummel-Ende beginnend und $23mm$ in y-Richtung über die Aufnahme der Querkraftbolzen an Punkt C hinweggehend, gemäß der Dimensionierung mithilfe des Laminatrechners mit 24 Lagen und aufgeteilt zu jeweils zwölf Lagen auf beiden Seiten des Schaums belegt wird, soll der gesamte äußere Teil mit nur insgesamt vier Lagen gleichmäßig verteilt belegt werden. Es bietet sich an, die vier Lagen des äußeren Teils über die gesamte Holmlänge zu erstrecken. Die 20 verstärkenden Lagen enden $23mm$ hinter Punkt C in einem sanften Übergang mit einer Länge von 30mm. Der dünn belegte Teil wird durch einen $2mm$ breiten Schaumkern vor dem Beulen geschützt, der zum dicken belegten Teil hin entsprechend schmaler wird. Das innere Holmstummel-Ende wird auf eine Länge von $l_0 = 30mm$ im Abstand vom Mittelpunkt des Lagers A abgeschätzt. Abbildung 10 veranschaulicht den prinzipiellen Aufbau qualitativ.

13.3 Konstruktion der Haut und der Rippen

Um die Haut vor Beulerscheinungen zu schützen, soll ein Schaumkern zwischen die innere und äußere Hautschicht gelegt werden. Zur ersten Modellierung wird eine gesamte Dicke der Sandwich-Konstruktion von $3mm$ angenommen. Diese Annahme soll nach erfolgter Auslegung der Haut nach Handbuchmethoden angepasst werden und dient zunächst allein der prinzipiellen Modellierung der Tragfläche in CAD. Um die Höhe h_a der Gurte möglichst nicht durch die Haut einzuschränken, soll der Schaumkern der Haut zu den Gurten hin über $5mm$ in einem sanften Übergang auslaufen, sodass nur das Laminat über und unter den Gurten hergeführt werden muss. Abbildung 11 veranschaulicht die Gestaltung der Haut und den Übergang im Bereich der Gurte.

Der Freiraum zwischen Gurten, den Steglagen und der inneren Hautlage kann nun für die Vorder- und Hinterseite des Steges jeweils umrandet werden. Die darauf basierende Skizze ist die Grundlage der Konstruktion der zweigeteilten Wurzel- und Endrippe. Die Rippen werden in ihrer

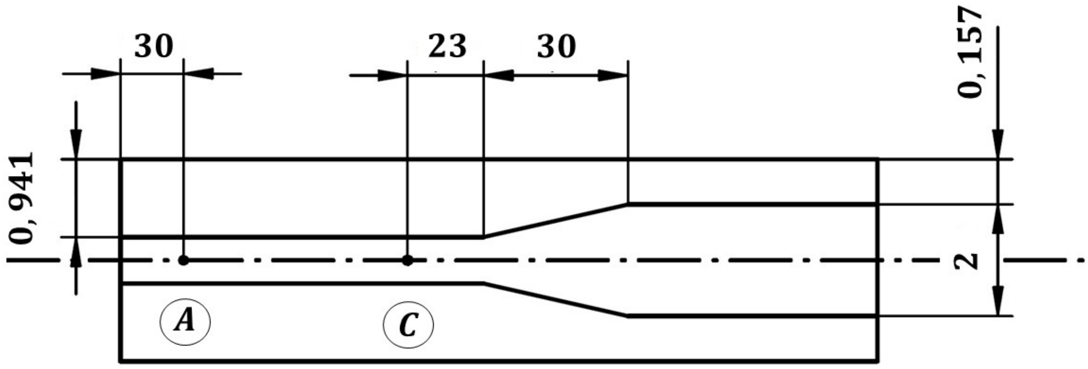


Abbildung 10: Prinzipskizze der Sandwichstruktur im Steg in der Draufsicht.

Dimensionierung als gegeben angenommen, eine Auslegung erfolgt im Rahmen dieser Projektarbeit nicht.

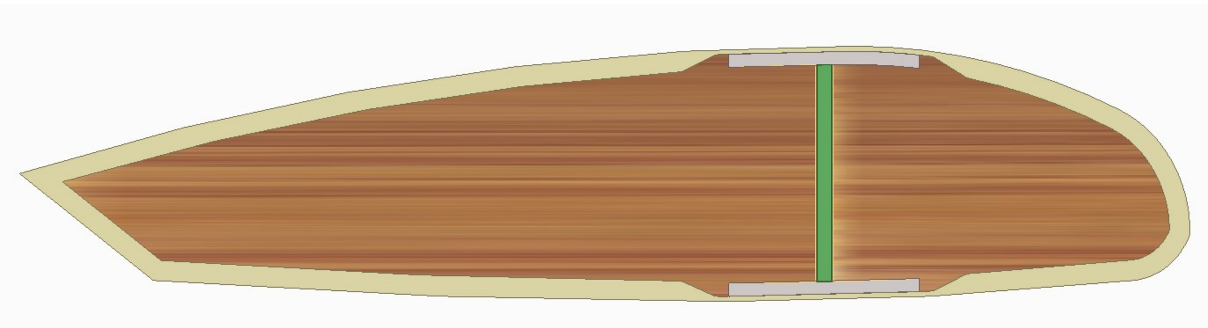


Abbildung 11: Seitenansicht auf die Endrippe

13.4 Holzkonstruktion an der Aufnahme der Hauptbolzen

Die Kraftaufnahme der als Fest- und Loslager modellierten Punkte A und B erfolgt durch zwei Hauptbolzen, die im Flugzeug die Tragflächenhälften miteinander verbinden. In diesem Fall werden die Lagerkräfte von $5085N$ an den Teststand übertragen. Damit bei der Krafteinleitung in den Holm Spannungsspitzen vermieden werden, soll die Auflagefläche der Bolzen vergrößert werden. Dies geschieht, indem eine Holzkonstruktion für Vorder- und Rückseite des Holms erstellt wird, die der Kontur der Gurte angepasst ist und Bohrungen für die Bolzen enthält. Diese Klötze werden auf ihrer jeweiligen Stegseite mit den Gurten und dem Steg verklebt. Da der Abstand der Bohrungen mit $76mm$ gering ist, wird ein längerer Holzklotz für beide Bohrungen konstruiert. Aussparungen an den Seiten und zwischen den Bohrungen sollen das Gewicht der Klötze reduzieren. Die Konstruktion wird durch Abbildung 12 veranschaulicht. Mit dem Positionieren der Bohrungen für die Hauptbolzen in dem Steg wird die Konstruktion abgeschlossen. Die Bohrungen befinden sich in der Mitte des Steges in z-Richtung in einem Abstand von l_1 zueinander. l_0 gibt die Positionierung in y-Richtung vor.

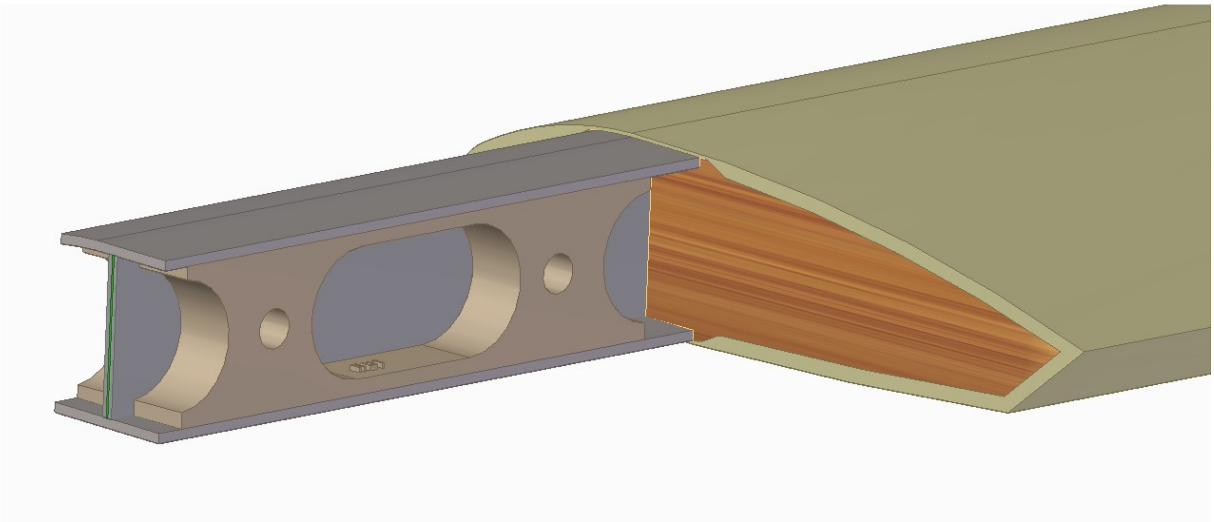


Abbildung 12: Konstruktion der Holzklötze und Positionierung am Steg.

13.5 Problematik der Montage auf dem Teststand

Die Prüfung, ob die gesamte Auslegung der Tragfläche den Bestimmungen der Aufgabenstellung gerecht wird, erfolgt anhand einer FEM-Berechnung, anstelle der tatsächlichen Fertigung des Flügels und des Bruchtests. Dennoch kann mithilfe gegebener Zeichnungen der Teststandelemente geprüft werden, ob die konstruierte Tragfläche in der Realität auf dem Teststand montierbar wäre. Ausschlaggebend dafür sind die vorgesehenen Positionen der Querkraftbolzen und die Position des Holmes relativ dazu. Der Zusammenbau des Teststandes und die Montage der Tragfläche in CAD zeigt, dass die Langlöcher im Bauteil "Platte", die der Befestigung der Querkraftbolzen dienen sollen, für die konstruierte Tragflächengeometrie ungeeignet sind. Als ein wesentlicher Grund wird die Anordnung des Holmes in der Tragfläche angesehen. Da der Holm in der Position bezüglich des Teststandes fest definiert ist, können nachträglich keine Veränderungen mehr in der Ausrichtung auf dem Teststand vorgenommen werden. Die vorgesehenen Langlöcher wären nur nutzbar, wenn der Holm im vordersten Teil der Tragfläche läge, was zu einer stark eingeschränkten Höhe h_a führte. Es wird nicht als sinnvoll erachtet, die Tragfläche aus diesem Grund neu auszulegen. Eine einfache und zielführende Lösung ist die Neupositionierung der Langlöcher.

14 Massenabschätzung (H.K.)

Auf Basis der Dimensionierung der einzelnen Komponenten, kann die Masse der Tragfläche abgeschätzt werden. Im Folgenden werden die Volumina berechnet, um mithilfe der Dichte des jeweiligen Werkstoffes auf die Masse zu schließen.

14.1 Masse der Gurte

Zur Bestimmung des Volumens wird die seitliche Querschnittsfläche des oberen und unteren Gurts mithilfe des CAD-Programms bestimmt und mit der Extrusionslänge multipliziert. Die Querschnittsfläche des oberen Gurts beträgt $A_{Gurt,o} = 54,4mm^2$, die des unteren Gurtes $A_{Gurt,u} = 54,37mm^2$. Da sich der Gurtquerschnitt über die gesamte Länge $l_0 + l_1 + l_2 + l_3 = 0,916m$ nicht ändert, werden die Volumina zu

$$V_{Gurt,o} = A_{Gurt,o} \cdot (l_0 + l_1 + l_2 + l_3) = 4,983 \cdot 10^{-5} m^3 \tag{136}$$

$$V_{Gurt,u} = A_{Gurt,u} \cdot (l_0 + l_1 + l_2 + l_3) = 4,98 \cdot 10^{-5} m^3 \tag{137}$$

berechnet. Im nächsten Schritt wird die Dichte der Faserverbundbauteile bestimmt. Sie errechnet sich gemäß der Mischungsregel nach [3] zu

$$\rho_{Verbund} = \varphi \cdot \rho_f + (1 - \varphi) \cdot \rho_m = 1728 \frac{kg}{m^3}. \tag{138}$$

Damit ergeben sich die Massen der Gurte zu

$$m_{Gurt,o} = V_{Gurt,o} \cdot \rho_{Verbund} = 0,0861kg \tag{139}$$

$$m_{Gurt,u} = V_{Gurt,u} \cdot \rho_{Verbund} = 0,086kg. \tag{140}$$

14.2 Masse des Stegs

Zur Massenabschätzung des Stegs wird vereinfacht angenommen, dass die Kontaktflächen zu den Gurten eben sind. Aufgrund der sehr großen Krümmungsradien der Gurte führt diese Annahme zu nur kleinen Abweichungen. Der von oben betrachtete Steg wird in Teilflächen zerlegt, deren Flächeninhalte mit den Maßen aus den vorangegangenen Abschnitten berechnet werden können (vgl. Abbildung 13). Die Fläche der Verbundbauteile berechnet sich aus der Summe der zugehörigen Teilflächen und der Symmetrie bezüglich der y-Richtung zu

$$A_{Steg,Verb} = 2 \cdot \left(156,206mm^2 + 11,76mm^2 + 117,75mm^2\right) = 571,432mm^2. \tag{141}$$

Die Fläche des Schaums ist durch $A_{Steg,Schaum} = 1548,19mm^2$ gegeben.Der Steg misst $\tilde{h_i} = \tilde{h_a} - 2 \cdot \tilde{h} = 35,8mm - 2 \cdot 1,941mm$ in die z-Richtung. Damit ergeben sich die Volumina des Schaumes und des Verbund-Anteils zu

$$V_{Steg,Verb} = A_{Steg,Verb} \cdot \tilde{h_i} = 1,824 \cdot 10^{-5} m^3 \tag{142}$$

$$V_{Steg,Schaum} = A_{Schaum} \cdot \tilde{h_i} = 4,941 \cdot 10^{-5} m^3. \tag{143}$$

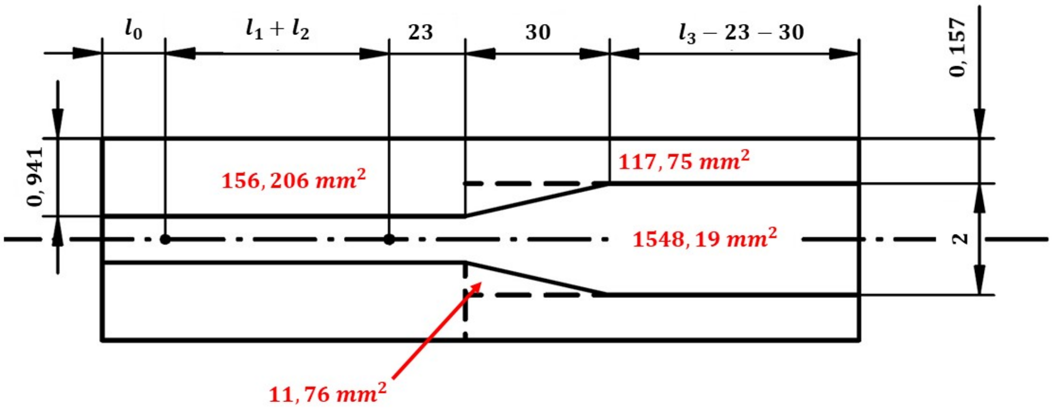


Abbildung 13: Prinzipskizze des Stegs mit Flächeninhalten der Teilflächen.

Für die jeweiligen Volumina folgt mit der Dichte $\rho_{Verbund}$ und der Dichte des Schaums $\rho_{Schaum} = 35\frac{kg}{m^3}$:

$$m_{Steg,Verb} = V_{Steg,Verb} \cdot \rho_{Verbund} = 0,0315kg \tag{144}$$

$$m_{Steg,Schaum} = V_{Steg,Schaum} \cdot \rho_{Schaum} = 0,00173kg \tag{145}$$

Für den Schaum steht Styrodur zur Verfügung. Laut Trendbericht aus dem Magazin "Kunststoffeïn der Ausgabe 10/2008 [7], beträgt die Dichte von extrudiertem Polystyrol-Hartschaumstoff (XPS) $25\frac{kg}{m^3}$ bis $45\frac{kg}{m^3}$. Für die Massenabschätzung wurde der Mittelwert von $35\frac{kg}{m^3}$ angenommen. Die Bohrungen für die Hauptbolzen senken die Masse des Stegs leicht. Aufgrund des sehr geringen Volumens der Bohrungen im Vergleich zum Gesamtvolumen des Stegs, kann dieser Einfluss vernachlässigt werden.

14.3 Masse der Haut

Für das Hautsandwich, bestehend aus einem 3mm dicken Schaumkern und je einer Lage Interglas 90070 auf der Innen- und Außenseite, wird erneut die Querschnittsfläche im CAD-Programm bestimmt. Sie beträgt $A_{Haut,Schaum} = 794,69mm^2$. Multipliziert mit der Extrusionslänge des betrachteten Schaumkerns ergibt sich das Volumen

$$V_{Haut,Schaum} = A_{Haut,Schaum} \cdot l_3 = 6,143 \cdot 10^{-4}m^3 \tag{146}$$

und mit der Dichte ρ_{Schaum} schließlich

$$m_{Haut,Schaum} = V_{Haut,Schaum} \cdot \rho_{Schaum} = 0,022kg. \tag{147}$$

Zur Bestimmung der Masse des Faserverbundanteils in der Haut wird die Länge der abgewickelten Hautschicht mit dem CAD-Programm bestimmt. Für die innere und die äußere Schicht ergeben sich:

$$l_{Haut,innen} = 346,46mm \tag{148}$$

$$l_{Haut,aussen} = 367,83mm \tag{149}$$

Die Dicke einer Schicht des Interglas 90070 Gewebes mit einer flächenbezogenen Masse von $80\frac{g}{m^2}$ berechnet sich nach [3] mit der Formel:

$$t = n \cdot \frac{m}{Lb} \cdot \frac{1}{\varphi \cdot \rho_f} \tag{150}$$

Für eine Schicht, $\varphi = 0,4$ und $\rho_f = 2550\frac{kg}{m^3}$ ist $t_{Haut} = 0,078mm$. Die Breite entspricht Länge l_3, damit ergibt sich das Volumen der inneren und äußeren Hautschicht zu:

$$V_{Haut,innen} = l_{Haut,innen} \cdot l_3 \cdot t_{Haut} = 2,089 \cdot 10^{-5}m^3 \tag{151}$$

$$V_{Haut,aussen} = l_{Haut,aussen} \cdot l_3 \cdot t_{Haut} = 2,218 \cdot 10^{-5}m^3 \tag{152}$$

und für die Massen folgt:

$$m_{Haut,innen} = V_{Haut,innen} \cdot \rho_{Verbund} = 0,036kg \tag{153}$$

$$m_{Haut,aussen} = V_{Haut,aussen} \cdot \rho_{Verbund} = 0,038kg. \tag{154}$$

Für die Gesamtdicke der Haut wurden in der Auslegung $0,75mm$ vorgesehen. Aus der wesentlich geringeren tatsächlichen Dicke ergeben sich ober- und unterhalb der Gurte Freiräume mit einer Dicke von $t_{frei} = 0,75mm - 2 \cdot 0,078mm = 0,594mm$. Dieser Freiraum wird mit Harz ausgefüllt. Die Länge des Bereichs, in dem kein Schaumkern die innere und äußere Lage trennt und in der dieser Freiraum auftritt, wird im CAD-Programm für die Oberseite zu $l_{frei,o} = 31,18mm$ und für die Unterseite zu $l_{frei,u} = 32,1mm$ bestimmt. Die Krümmung in diesem Bereich kann wegen des großen Krümmungsradius und der kleinen Länge vernachlässigt werden. Es ergeben sich die Querschnittsflächen der Freiräume:

$$\begin{aligned} A_{frei,o} &= l_{frei,o} \cdot t_{frei} = 18,52mm^2 \\ A_{frei,u} &= l_{frei,u} \cdot t_{frei} = 19,07mm^2. \end{aligned} \tag{155}$$

Über die Extrusionslänge der Tragfläche l_3 folgt für das Volumen der Freiräume:

$$\begin{aligned} V_{frei,o} &= A_{frei,o} \cdot l_3 = 1,432 \cdot 10^{-5}m^3 \\ V_{frei,u} &= A_{frei,u} \cdot l_3 = 1,474 \cdot 10^{-5}m^3 \end{aligned} \tag{156}$$

und mit der Dichte $\rho_m = 1180\frac{kg}{m^3}$:

$$\begin{aligned} m_{frei,o} &= V_{frei,o} \cdot \rho_m = 0,017kg \\ m_{frei,u} &= V_{frei,u} \cdot \rho_m = 0,018kg. \end{aligned} \tag{157}$$

14.4 Masse der Holzklötze und Rippen

Da die Holzklötze eine komplizierte Geometrie aufweisen, wird ihre Masse der Einfachheit halber mit dem CAD-Programm berechnet. Als Material wird Kiefernholz gewählt,das mit $\rho_{Kiefer} = 559\frac{kg}{m^3}$ im mittleren Bereich der Dichten im CAD-Programm verfügbarer Hölzer liegt. Die Masse eines jeden Holzklotzes wird damit zu $m_{Klotz} = 0,015kg$ bestimmt. Auf die gleiche Weise wird zur Bestimmung der Massen der Rippen verfahren. Die Wurzelrippe und die Endrippe bestehen jeweils aus zwei Teilen, die Masse einer Rippe wird mithilfe des Programms für Kiefernholz zu $m_{Rippe} = 0,004kg$ bestimmt.Darüber hinaus müssen die Massen der Hülsen bestimmt werden. Als Werkstoff ist Messing vorgesehen, dessen Dichte in Solid Edge mit $\rho_{Messing} = 8470\frac{kg}{m^3}$ angenommen wird. Die beiden Hülsen der Hauptbolzen wiegen damit jeweils $m_{Haupthuelse} = 0,003kg$ und die der Querkraftbolzen jeweils $m_{Querhuelse} = 0,001kg$.

14.5 Abschätzung der Verklebungen und der Gesamtmasse

Einen weiteren Anteil an der Gesamtmasse liefern die Klebeverbindungen.Zur Verklebung der Rippen mit dem Holm sind Holzklötze vorgesehen, die an die Vorder- und Hinterseite des Stegs geklebt werden und dadurch eine ausreichend große Klebefläche zur Verfügung stellen. Die Breite der Klötze wurde im Abschnitt 8.2 zu $1,12mm$ berechnet. Zur einfachen Fertigung können Holzleisten mit einem quadratischen Querschnitt von $2mm \cdot 2mm$ gewählt werden. Bei einer Länge von $\tilde{h_i}$ beträgt die Masse jeder Leiste weniger als $0,1g$. Da nur vier Leisten vorgesehen sind, kann die Masse vernachlässigt werden. Die Verklebungen von Steg und Gurt, sowie die Klebestellen zwischen den Halbschalen, sollen ohne den Einsatz zusätzlicher Gewebelagen oder Leisten erfolgen. Eine Abschätzung, wie präzise Mumpe aufgetragen werden kann und mit welcher Dichte der Klebemasse beim Einsatz von Mikroballons gerechnet werden kann, ist nur schwer möglich. Die Masse der Klebestellen wird auf wenige zehn Gramm abgeschätzt.

Abschließend wird die Gesamtmasse aus der Summe der einzelnen Massen berechnet. Sie ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}
&m_{ges} = m_{Gurt,o} + m_{Gurt,u} + m_{Steg,Verb} + m_{Steg,Schaum} \\
&+m_{Haut,Schaum} + m_{Haut,innen} + m_{Haut,aussen} \\
&+2 \cdot m_{Rippe} + 2 \cdot m_{Klotz} \\
&+2 \cdot m_{Haupthuelse} + 2 \cdot m_{Querhuelse} \\
&+m_{frei,o} + m_{frei,u} \\
&= 0,348kg
\end{aligned} \tag{158}$$

Die Gewichtslimitierung von 0,75kg wird mit großer Sicherheit eingehalten.

15 Zusammenfassung

Test Zusammenfassung

16 FEM

16.1 Warum FEM?

Nachdem der Flügel nun analytisch ausgelegt wurde, stellt sich die Frage, ob eine numerische Herangehensweise hier überhaupt noch sinnvoll ist. In den vorherigen Kapiteln wurde viele Vereinfachungen angenommen, um die Berechnungen mit verhältnismäßigen Aufwand zu bewältigen. Je komplexer ein Beiteil ist, desto unwirtschaftlicher wird es, dies in seiner Fülle analytisch zu berechnen oder gar unmöglich, wenn keine geschlossenen Lösungen bekannt sind. Im Leichtbau werden diese Details benutzt, um Beiteile an de Stellen zu verstärken, wo besonders große Lasten auftreten (z.B. Rippen). Wenn diese nun für eine einfachere Berechnung wegfallen, muss das Restliche Bauteil robuster ausgelegt werden, was zu einer vermeidbaren Gewichtszunahme führt. Auch wenn es sich bei numerischen Lösungen nur um Annäherungen an den wahren Zustand handelt, kann durch einen hohen Vernetzungsgrad ein präziseres Ergebnis erzielt werden als das vereinfachte Analytische. Somit übernimmt die nummerische Berechnung auch eine Kontrollfunktion.

16.2 Wie funktioniert FEM?

16.2.1 Schwache Lösung der Elastostatik

Für die Berechnung der Elastostatik sind die Gleichgewichtsbedingung (159), Verzerrungs-Verschiebungsbedingung (160) und das Stoffgesetz (161) auch bei der Finiten Elemente Methode (FEM) ausschlaggebend.

$$\underline{0} = \underline{X} + \underline{\underline{E}}^T \sigma \tag{159}$$

$$\underline{\epsilon} = \underline{\underline{D}} \underline{u} \tag{160}$$

$$\underline{\sigma} = \underline{\underline{E}} \underline{\epsilon} \tag{161}$$

Wobei $\underline{X}$ der Vektor der Volumenkräfte, $\underline{\underline{E}}$ die Steifigkeitsmatrix, $\underline{\epsilon}$ der Verzerrungsvektor, $\underline{u}$ der Verschiebungsvektor und $\underline{\underline{D}}$ die Operatormatrix ist.
Um einer aufwendigen Bestimmung der analytischen Lösung zu entgehen, bedient sich die FEM an dem Prinzip der *schwachen Lösung*. Hierbei hat man eine Differenzialgleichung, die in dem betrachteten Gebiet gleich null ist. Für die Elastostatik kann man hierbei die Gleichgewichtsbedingung verwenden. Diese kann man mit $\delta\underline{u}$ multiplizieren und über das Gebiet integrieren, sodass man

$$\int_V \delta\underline{u}^T \underline{\underline{D}}^T \underline{\sigma} \, dV + \int_V \delta\underline{u}^T \underline{X} \, dV = 0 \tag{162}$$

erhält. Umgeformt ergibt sich das zu

$$\int_V \delta\underline{u}^T \underline{\underline{D}}^T \underline{\underline{E}} \underline{\underline{D}} \underline{u} \, dV = \int_{O_p} \delta\underline{u}^T \underline{p} \, dO_p + \int_V \delta\underline{u}^T \underline{X} \, dV \tag{163}$$

Wobei die Terme auf der rechten Seite den Lasten entsprechen, die auf das Volumen V und die mit p belastete Oberfläche O_p wirken. Die schwer zu lösende Differenzialgleichung hat sich nun schon zu einem Integrationsproblem vereinfacht. Daraus kann die Verschiebung bestimmt werden, weswegen man dies auch die Weggrößenmethode nennt. Die Verzerrungen und Spannungen erhält man aus Nachrechnungen mit den Gleichungen (160) und (161) berechnet werden. Diese Gleichung ist noch ganz allgemein fürs Kontinuum gültig. Im nächsten Schritt wird das Gebiet in eine finite Menge von Elementen zerteilt.

16.2.2 Diskretisierung

Die Werte der Verschiebung $\underline{u}$ werden nur an Aufpunkten, den sogenannten Knoten, bestimmt. Mittels einer von Laufvariable $\underline{x}$ abhängigen Formfunktion $\underline{\underline{N}}$ wird der Verlauf von einem Knoten zu seinen Nachbarn definiert, um wieder einen kontinuierlichen Verlauf zu erhalten. Hierbei muss die Formfunktion an dem Knoten, von dem sie ausgeht, den Wert 1 und bei jedem anderen den Wert 0 annehmen. Allgemein ergibt sich somit

$$\underline{u}(\underline{x}) = \underline{\underline{N}}(\underline{x})\underline{u}^{(e)} \tag{164}$$

, wobei $\underline{u}^{(e)}$ der Vektor der Verschiebungen eines Elementes e ist. Wenn man nun diese Gleichung in die Gleichung der schwachen Lösung (163) einsetzt, lässt sich $\delta(\underline{u}^{(e)})^T$ aus den Integralen raus ziehen und kürzen, da es von $\underline{x}$ unabhängig sind.

$$\int_V \underline{\underline{N}}^T \underline{\underline{D}}^T \underline{\underline{EDN}}\, dV \underline{u}^{(e)} = \int_{O_p} \underline{\underline{N}}^T \underline{p}\, dO_p + \int_V \underline{\underline{N}}^T \underline{X}\, dV \tag{165}$$

Wobei sich das linke Integral zu der Elementsteifigkeitsmatrix $\underline{\underline{K}}^{(e)}$ ergibt.

$$\underline{\underline{K}}^{(e)} = \int_V \underline{\underline{N}}^T \underline{\underline{D}}^T \underline{\underline{EDN}}\, dV \tag{166}$$

Die einzelnen Elementsteifigkeitsmatrixen lassen sich zu einer Gesamtsteifigkeitsmatrix zusammenfassen, mit der dann die Lösung berechent wird. –> Beispiel einfügen?

17 Quellenverzeichnis

Literatur

[1] H. Hertel : *Leichtbau:Bauelemente,Bemessungen und Konstruktionen von Flugzeugen u.a.* . Springer Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg , 1960.

[2] Mises, R. V. : *Fluglehre: Vorträge über Theorie und Berechnung der Flugzeuge in elementarer Darstellung* . Springer Verlag , 1936.

[3] Helmut Schürmann : *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden* . Springer Verlag , 2005.

[4] Elmar Witten : *Handbuch Faserverbundkunststoffe, Composites: Grundlagen, Verarbeitung, Anwendungen* . Springer Vieweg , 2014.

[5] VDI-Gesellschaft Materials Engineering : *VDI 2013 (Blatt 1)-Dimensionierung von Bauteilen aus GFK (Glasfaserverstärkte Kunststoffe).* VDI-Gesellschaft Materials Engineering , 1970.

[6] Roland Gomeringer, Roland Kilgus, Volker Menges, Stefan Oesterle, Thomas Rapp, Claudius Scholer, Andreas Stenzel, Andreas Stephan, Falko Wieneke : *Tabellenbuch Metall* Verlag Europa Lehrmittel , 2014.

[7] Wolfgang Glenz : *Kunststoffe* Carl Hanser Verlag , 10/2008.

[8] Peter Wriggers, Udo Nackenhorst, Sascha Beuermann, Holger Spiess, Stefan Löhnert : *Technische Mechanik kompakt* Vieweg+Teubner Verlag , 2016.

18 Abbildungsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

19 Tabellenverzeichnis

Tabellenverzeichnis

20 Anhang

20.1 Abbildungen

Lagenaufbau

N...	Name	Winkel	Dicke	Material	Versagenskriterium
1	Lage 1	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
2	Lage 2	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
3	Lage 3	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
4	Lage 4	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
5	Lage 5	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
6	Lage 6	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
7	Lage 7	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
8	Lage 8	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
9	Lage 9	0,0	0,216	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck

Abbildung 14: Lagenaufbau Holmgurte

Lagenaufbau

N...	Name	Winkel	Dicke	Material	Versagenskriterium
1	Lage 1 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
2	Lage 1 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
3	Lage 2 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
4	Lage 2 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za..	Puck
5	Lage 2 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
6	Lage 2 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
7	Lage 1 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
8	Lage 1 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck

Abbildung 15: Lagenaufbau Steg Bereich *III*

Lagenaufbau

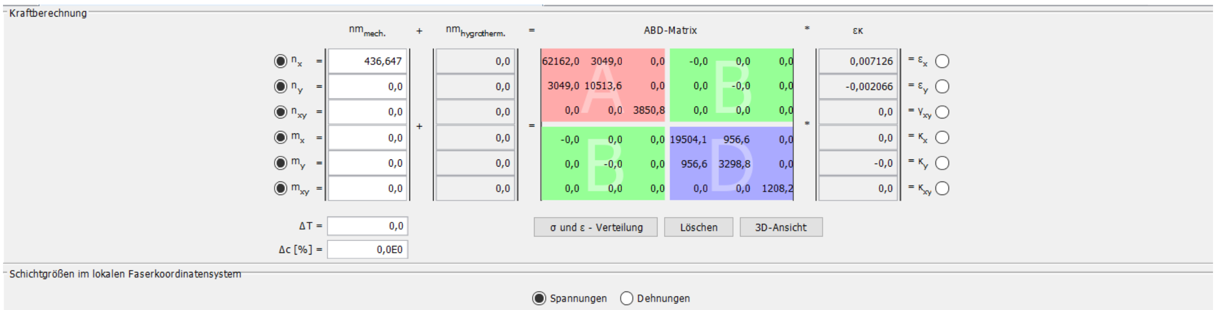
N...	Name	Winkel	Dicke	Material	Versagenskriterium
1	Lage 1 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
2	Lage 1 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
3	Lage 2 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
4	Lage 2 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
5	Lage 3 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
6	Lage 3 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
7	Lage 4 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
8	Lage 4 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
9	Lage 5 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
10	Lage 5 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
11	Lage 6 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
12	Lage 6 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
13	Lage 7 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
14	Lage 7 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
15	Lage 8 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
16	Lage 8 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
17	Lage 9 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
18	Lage 9 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
19	Lage 10 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
20	Lage 10 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
21	Lage 11 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
22	Lage 11 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
23	Lage 12 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
24	Lage 12 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Za.	Puck
25	Lage 12 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
26	Lage 12 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
27	Lage 11 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
28	Lage 11 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
29	Lage 10 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
30	Lage 10 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
31	Lage 9 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
32	Lage 9 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
33	Lage 8 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
34	Lage 8 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
35	Lage 7 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
36	Lage 7 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
37	Lage 6 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
38	Lage 6 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
39	Lage 5 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
40	Lage 5 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
41	Lage 4 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
42	Lage 4 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
43	Lage 3 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
44	Lage 3 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
45	Lage 2 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
46	Lage 2 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
47	Lage 1 (2/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck
48	Lage 1 (1/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit ...	Puck

Abbildung 16: Lagenaufbau Steg Bereich $I\&II$

Lagenaufbau

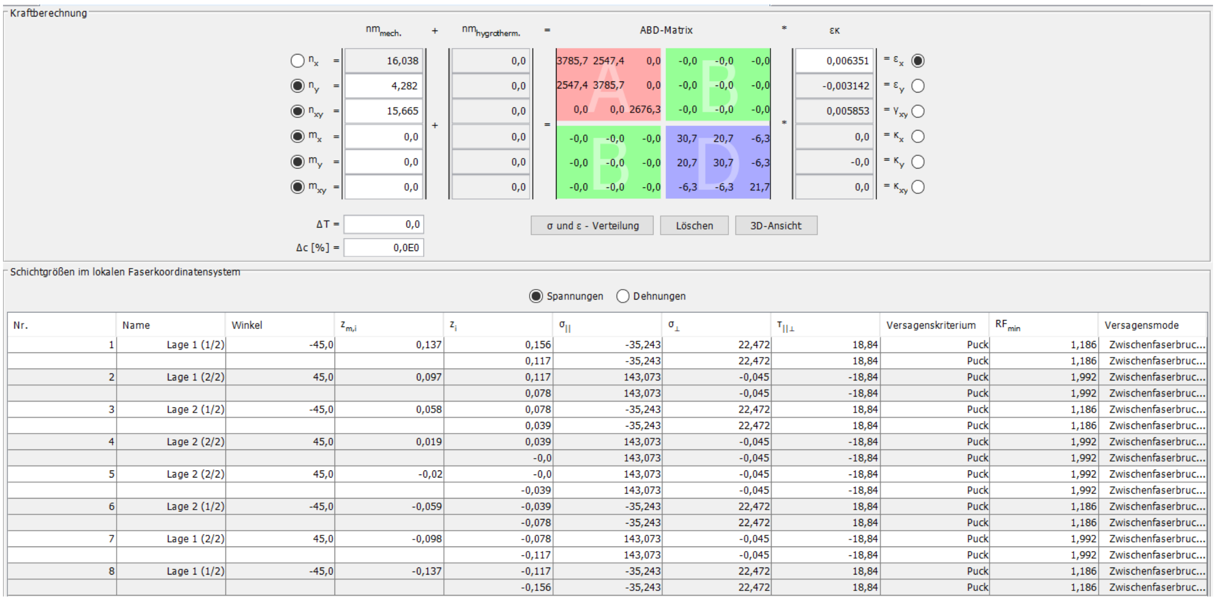
Nummer	Name	Winkel	Dicke	Material	Versagenskriterium
1	Lage 1 (1/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Zaunkö..	Puck
2	Lage 1 (2/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Zaunkö..	Puck
3	Lage 1 (2/2)	-45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Zaun...	Puck
4	Lage 1 (1/2)	45,0	0,039	UD Einzelschicht Projektarbeit Zaun...	Puck

Abbildung 17: Lagenaufbau Flügelschale



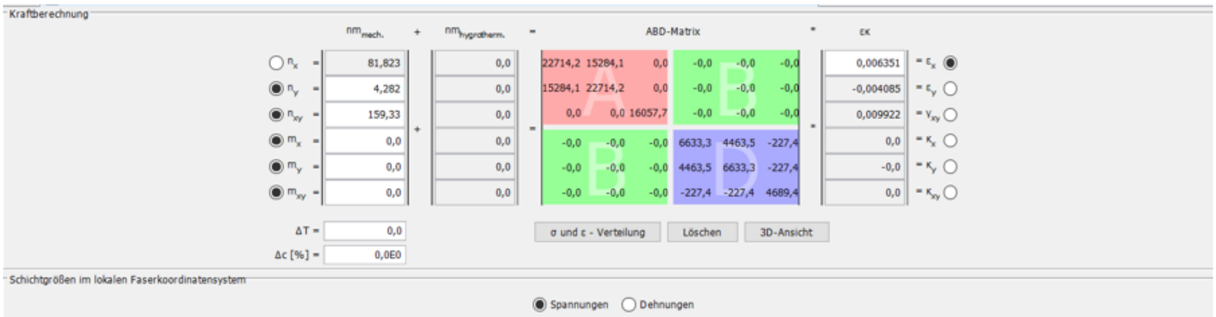
Nr.	Name	Winkel	$z_{m,i}$	z_i	$\sigma_{\|\|}$	$\sigma_\perp$	$\tau_{\|\|\perp}$	Versagenskriterium	RF_{min}	Versagensmode
1	Lage 1	0,0	0,862	0,97	225,029	-0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				0,755	225,029	-0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
2	Lage 2	0,0	0,647	0,755	225,029	-0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				0,539	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
3	Lage 3	0,0	0,431	0,539	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				0,323	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
4	Lage 4	0,0	0,216	0,323	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				0,108	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
5	Lage 5	0,0	0,0	0,108	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				-0,108	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
6	Lage 6	0,0	-0,216	-0,108	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				-0,323	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
7	Lage 7	0,0	-0,431	-0,323	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				-0,539	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
8	Lage 8	0,0	-0,647	-0,539	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				-0,755	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
9	Lage 9	0,0	-0,862	-0,755	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug
				-0,97	225,029	0,0	0,0	Puck	2,657	Faserbruch Zug

Abbildung 18: Berechnung Holmgurte



Nr.	Name	Winkel	$z_{m,i}$	z_i	$\sigma_{\parallel}$	$\sigma_{\perp}$	$\tau_{\parallel\perp}$	Versagenskriterium	RF_{min}	Versagensmode
1	Lage 1 (1/2)	-45,0	0,137	0,156	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...
				0,117	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...
2	Lage 1 (2/2)	45,0	0,097	0,117	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
				0,078	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
3	Lage 2 (1/2)	-45,0	0,058	0,078	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...
				0,039	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...
4	Lage 2 (2/2)	45,0	0,019	0,039	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
				-0,0	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
5	Lage 2 (2/2)	45,0	-0,02	-0,0	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
				-0,039	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
6	Lage 2 (1/2)	-45,0	-0,059	-0,039	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...
				-0,078	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...
7	Lage 1 (2/2)	45,0	-0,098	-0,078	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
				-0,117	143,073	-0,045	-18,84	Puck	1,992	Zwischenfaserbruc...
8	Lage 1 (1/2)	-45,0	-0,137	-0,117	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...
				-0,156	-35,243	22,472	18,84	Puck	1,186	Zwischenfaserbruc...

Abbildung 19: Berechnung Steg Bereich III



Nr.	Name	Winkel	$z_{m,i}$	z_i	$\sigma_{\|\|}$	$\sigma_{\perp}$	$\tau_{\|\|\perp}$	Versagenskriterium	RF_{min}	Versagensmode
1	Lage 1 (1/2)	-45,0	0,916	0,936	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,897	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
2	Lage 1 (2/2)	45,0	0,877	0,897	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,858	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
3	Lage 2 (1/2)	-45,0	0,838	0,858	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,819	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
4	Lage 2 (2/2)	45,0	0,799	0,819	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,78	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
5	Lage 3 (1/2)	-45,0	0,76	0,78	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,741	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
6	Lage 3 (2/2)	45,0	0,721	0,741	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,702	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
7	Lage 4 (1/2)	-45,0	0,682	0,702	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,663	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
8	Lage 4 (2/2)	45,0	0,643	0,663	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,624	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
9	Lage 5 (1/2)	-45,0	0,604	0,624	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,585	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
10	Lage 5 (2/2)	45,0	0,565	0,585	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
				0,546	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc.
11	Lage 6 (1/2)	-45,0	0,526	0,546	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
				0,507	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc.
12	Lage 6 (2/2)	45,0	0,487	0,507	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc..
				0,468	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc..
13	Lage 7 (1/2)	-45,0	0,448	0,468	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc..
				0,429	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc..
14	Lage 7 (2/2)	45,0	0,409	0,429	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc..
				0,39	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc..
15	Lage 8 (1/2)	-45,0	0,37	0,39	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc..
				0,351	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc..
16	Lage 8 (2/2)	45,0	0,331	0,351	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc..
				0,312	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc..
17	Lage 9 (1/2)	-45,0	0,292	0,312	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc..
				0,273	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc..
18	Lage 9 (2/2)	45,0	0,253	0,273	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc..
				0,234	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc..
19	Lage 10 (1/2)	-45,0	0,214	0,234	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc..
				0,195	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc..
20	Lage 10 (2/2)	45,0	0,175	0,195	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc..
				0,156	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc..
21	Lage 11 (1/2)	-45,0	0,136	0,156	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc..
				0,117	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc..
22	Lage 11 (2/2)	45,0	0,097	0,117	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc..
				0,078	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc..
23	Lage 12 (1/2)	-45,0	0,058	0,078	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc..
				0,039	-113,062	27,005	20,711	Puck	1,027	Zwischenfaserbruc..
24	Lage 12 (2/2)	45,0	0,019	0,039	189,216	-11,166	-20,711	Puck	2,054	Zwischenfaserbruc..

Abbildung 20: Berechnung Steg Bereich $I\&II$

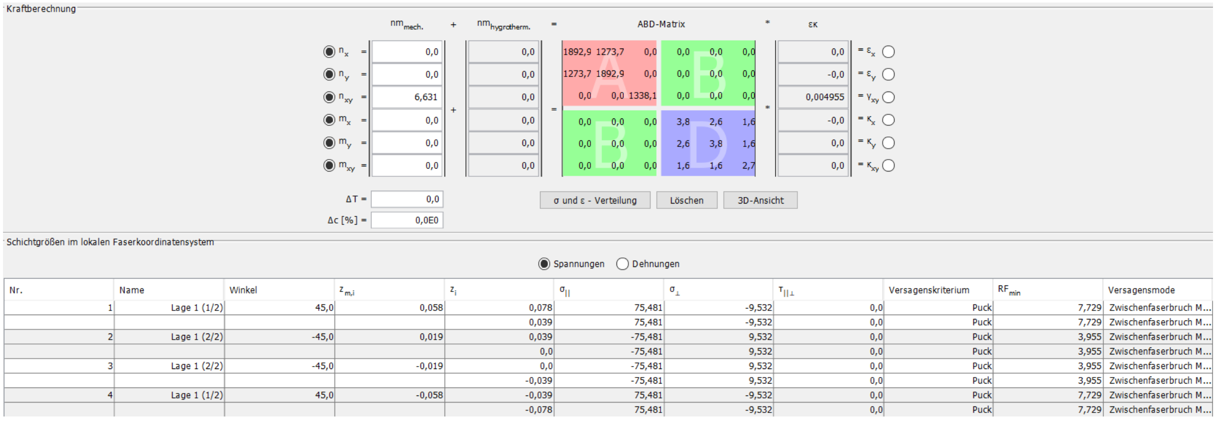


Abbildung 21: Berechnung Flügelschale

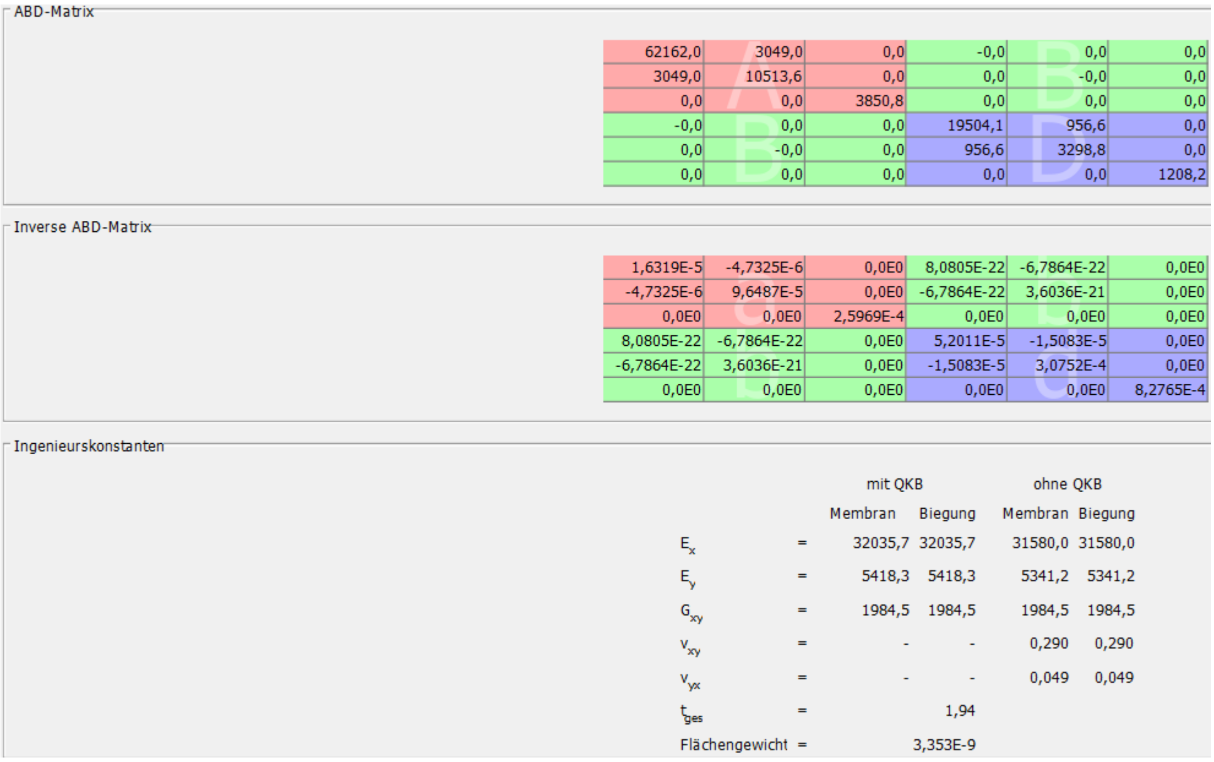


Abbildung 22: Ingenieurskonstanten Holmgurte

ABD-Matrix

3785,7	2547,4	0,0	-0,0	-0,0	-0,0
2547,4	3785,7	0,0	-0,0	-0,0	-0,0
0,0	0,0	2676,3	-0,0	-0,0	-0,0
-0,0	-0,0	-0,0	30,7	20,7	-6,3
-0,0	-0,0	-0,0	20,7	30,7	-6,3
-0,0	-0,0	-0,0	-6,3	-6,3	21,7

Inverse ABD-Matrix

4,8271E-4	-3,2481E-4	2,6375E-36	6,9563E-19	-4,4673E-19	1,2409E-19
-3,2481E-4	4,8271E-4	2,6375E-36	-4,4673E-19	6,9563E-19	1,2409E-19
2,6375E-36	2,6375E-36	3,7365E-4	1,5281E-19	1,5281E-19	8,2266E-19
6,9563E-19	-4,4673E-19	1,5281E-19	6,0256E-2	-3,9291E-2	6,0988E-3
-4,4673E-19	6,9563E-19	1,5281E-19	-3,9291E-2	6,0256E-2	6,0988E-3
1,2409E-19	1,2409E-19	8,2266E-19	6,0988E-3	6,0988E-3	4,961E-2

Ingenieurskonstanten

		mit QKB		ohne QKB	
		Membran	Biegung	Membran	Biegung
E_x	=	12133,7	12133,7	6639,8	6557,2
E_y	=	12133,7	12133,7	6639,8	6557,2
G_{xy}	=	8577,8	8577,8	8577,8	7964,3
ν_{xy}	=	-	-	0,673	0,652
ν_{yx}	=	-	-	0,673	0,652
t_{ges}	=		0,312		
Flächengewicht	=		5,3914E-10		

Abbildung 23: BerechnIngenieurskonstantenung Steg Bereich III

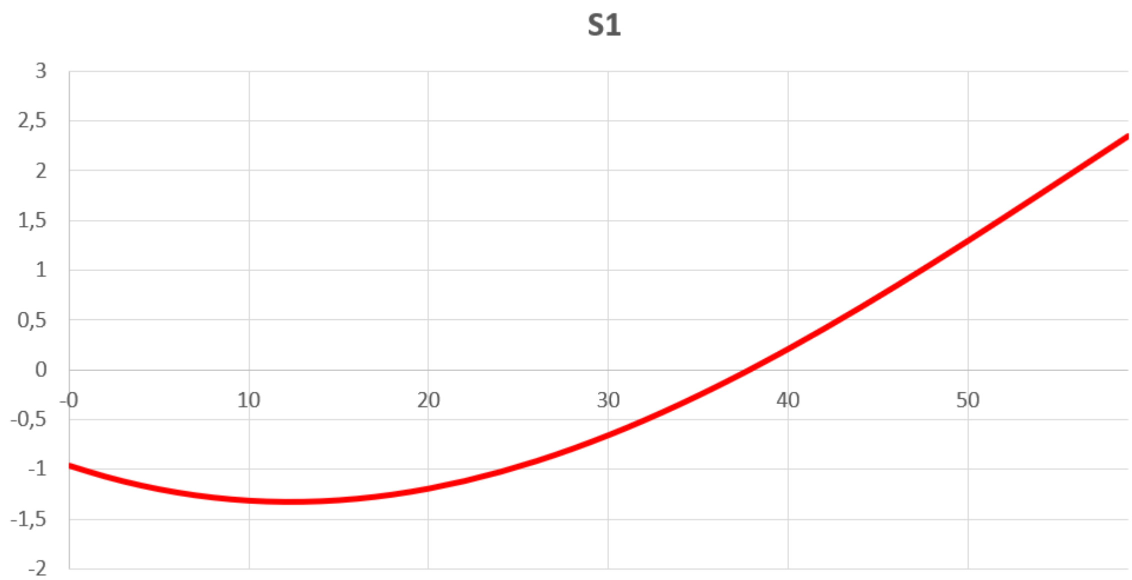


Abbildung 24: Schubfluss Bereich I

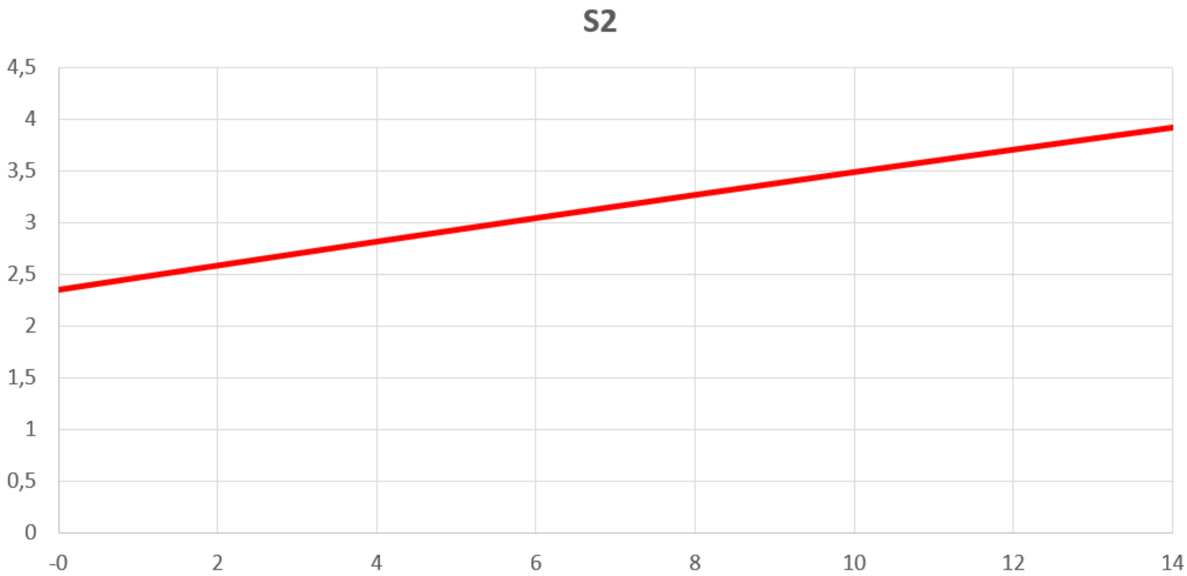


Abbildung 25: Schubfluss Bereich II

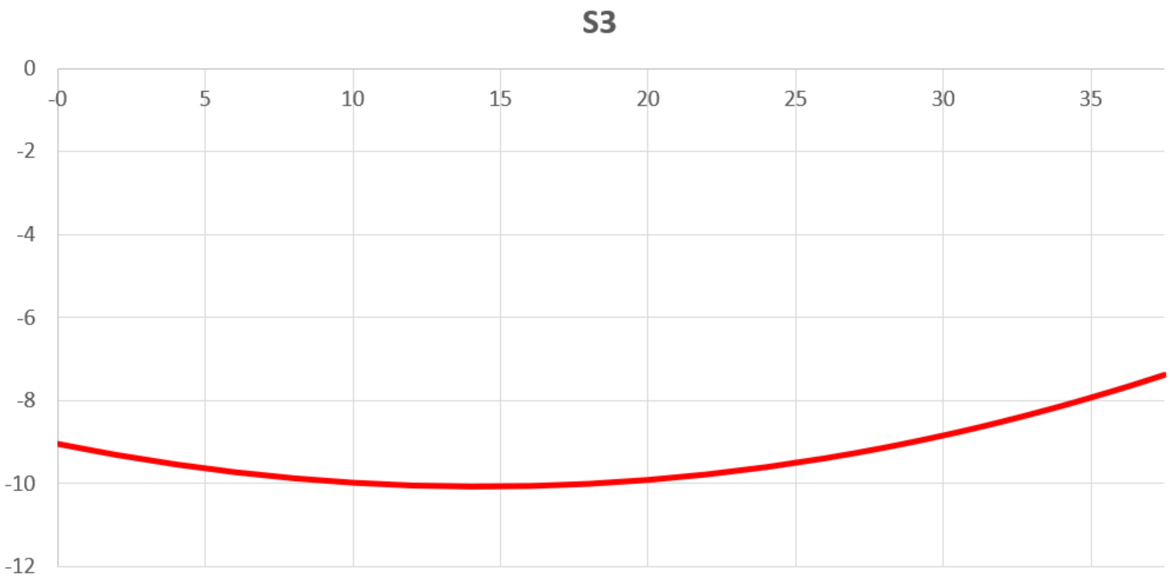


Abbildung 26: Schubfluss Bereich III

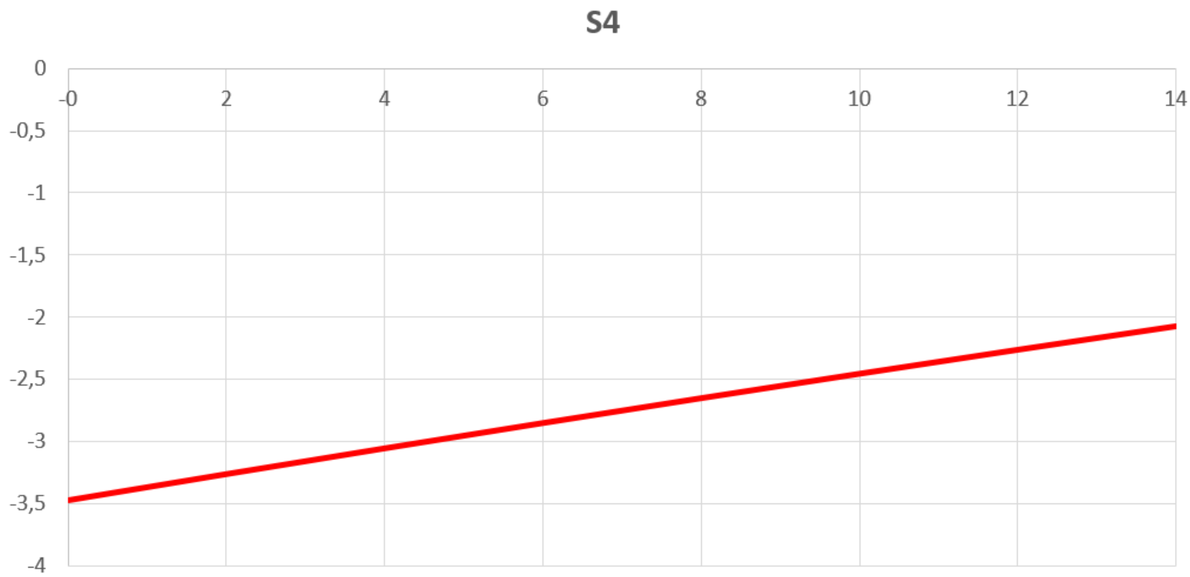


Abbildung 27: Schubfluss Bereich IV

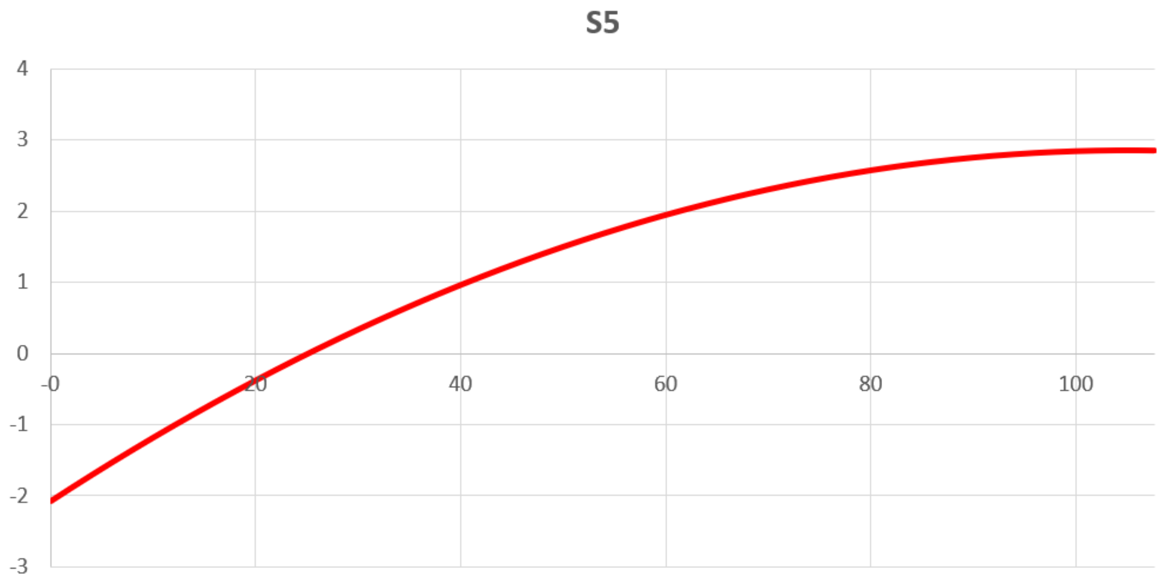


Abbildung 28: Schubfluss Bereich V

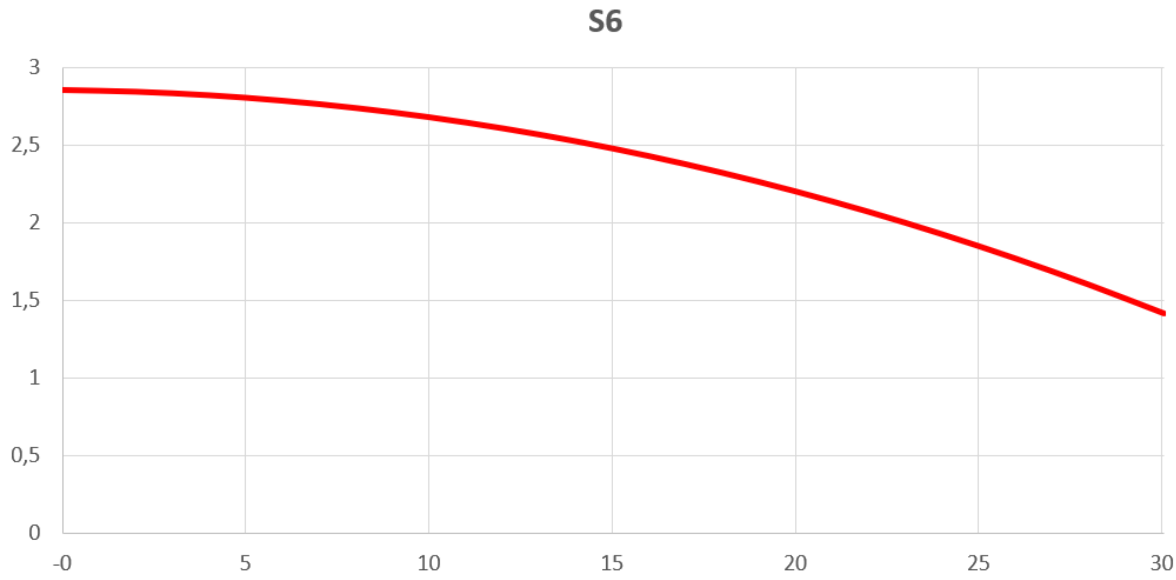


Abbildung 29: Schubfluss Bereich VI

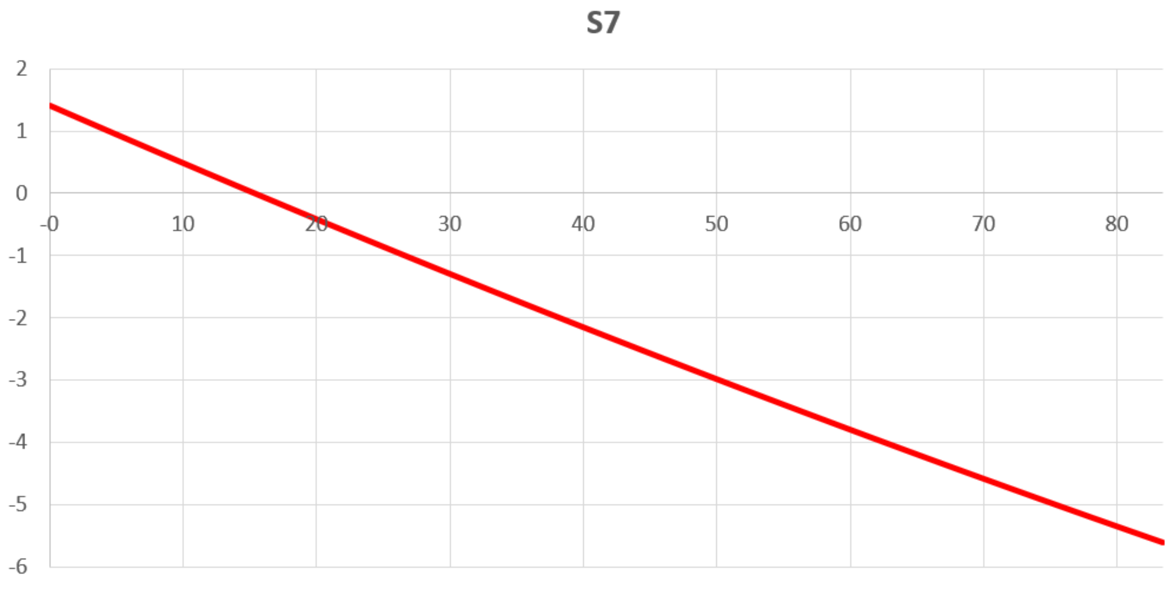


Abbildung 30: Schubfluss Bereich VII

Abbildung 31: Schubfluss Bereich $VIII$

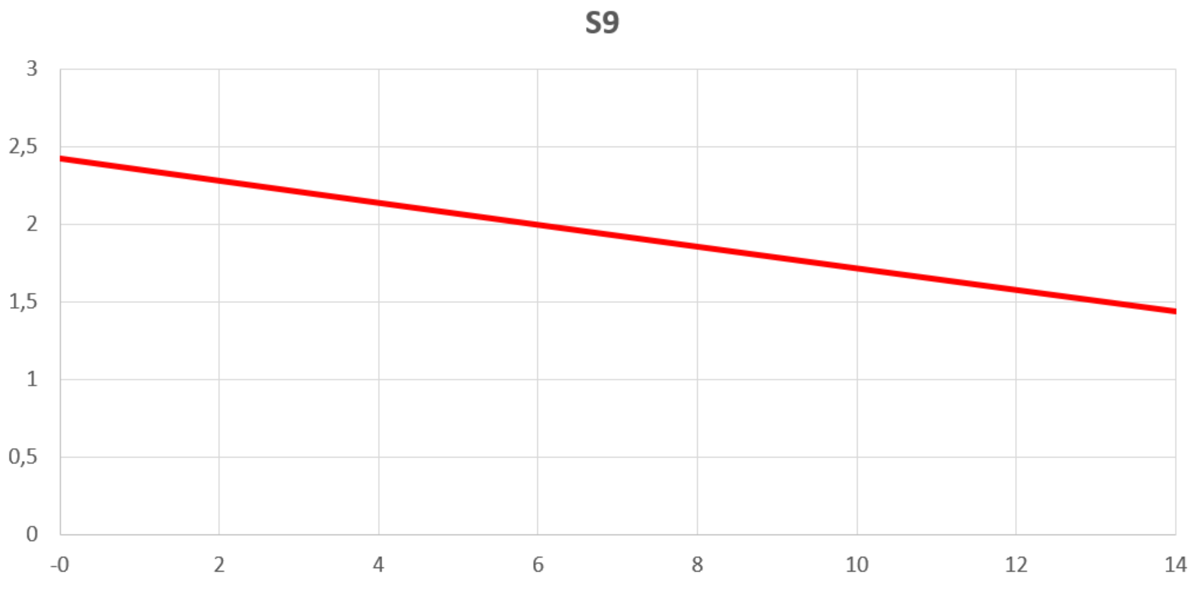


Abbildung 32: Schubfluss Bereich IX

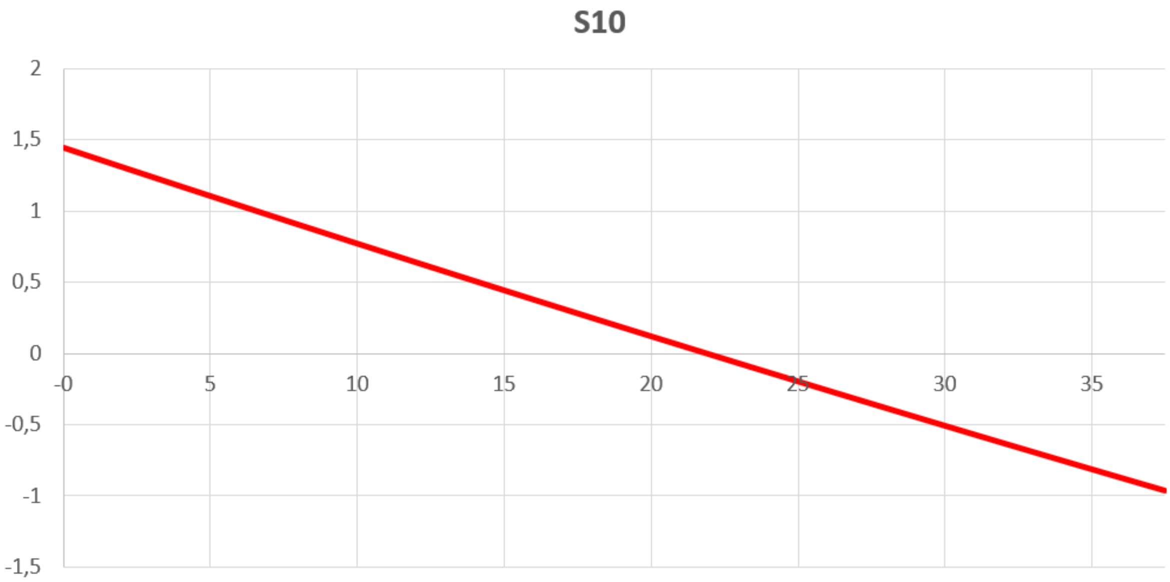


Abbildung 33: Schubfluss Bereich X

ABD-Matrix

1892,9	1273,7	0,0	0,0	0,0	0,0
1273,7	1892,9	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	1338,1	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,0	3,8	2,6	1,6
0,0	0,0	0,0	2,6	3,8	1,6
0,0	0,0	0,0	1,6	1,6	2,7

Inverse ABD-Matrix

9,6543E-4	-6,4962E-4	2,0207E-36	-1,5222E-18	1,2093E-18	-4,4991E-19
-6,4962E-4	9,6543E-4	-1,3597E-36	1,0243E-18	-8,1373E-19	3,0274E-19
2,0207E-36	-1,3597E-36	7,473E-4	-6,7337E-19	3,8381E-19	1,6847E-19
-1,5222E-18	1,0243E-18	-6,7337E-19	5,0725E-1	-2,8912E-1	-1,2691E-1
1,2093E-18	-8,1373E-19	3,8381E-19	-2,8912E-1	5,0725E-1	-1,2691E-1
-4,4991E-19	3,0274E-19	1,6847E-19	-1,2691E-1	-1,2691E-1	5,1617E-1

Ingenieurskonstanten

		mit QKB		ohne QKB	
		Membran	Biegung	Membran	Biegung
E_x	=	12133,7	12133,7	6639,8	6231,4
E_y	=	12133,7	12133,7	6639,8	6231,4
G_{xy}	=	8577,8	8577,8	8577,8	6123,7
v_{xy}	=	-	-	0,673	0,570
v_{yx}	=	-	-	0,673	0,570
t_{ges}	=		0,156		
Flächengewicht	=		2,6957E-10		

Abbildung 34: Ingenieurskonstanten Flügelschale