

1 Weltraummission

a Satellitensimulation Erdumkreisung, Fluggeschwindigkeit, geostationäre Bahn

Das Schaltbild für die Simulation eines Satelliten um die Erde, enthält die Startparameter Startflugwinkel θ , Starthöhe h_0 , Startgeschwindigkeit v_0 und Startpositionswinkel δ . Es wird die Position (x_{sat}, y_{sat}) des Satelliten berechnet.

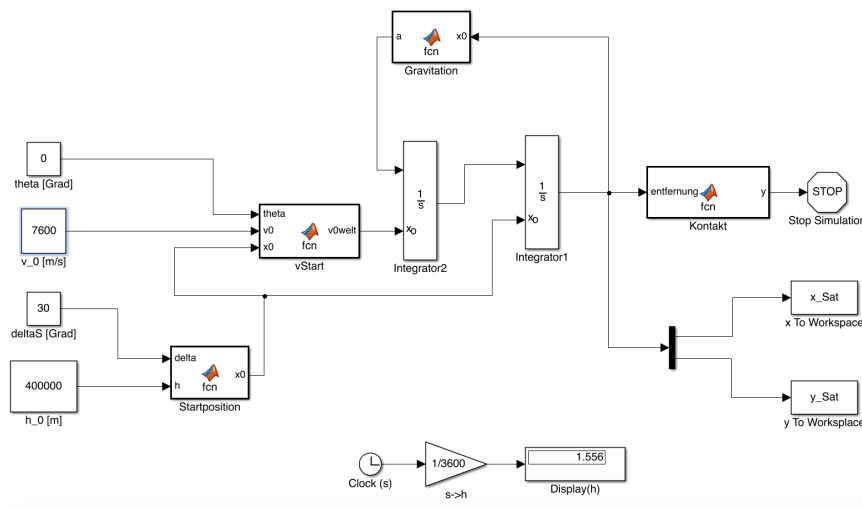


Abbildung 1: Schaltbild Erdumkreisung des Satelliten

Berechnung der Startposition:

$$\begin{aligned}
 \text{function } x0 &= \text{start}(\text{delta}, h) & (1) \\
 er &= 6378000; \\
 \text{bogen}_\delta &= \text{delta} * \pi / 180; \\
 x &= \cos(\text{bogen}_\delta) * (er + h); \\
 y &= \sin(\text{bogen}_\delta) * (er + h); \\
 x0 &= [x; y]
 \end{aligned}$$

Berechnung des Geschwindigkeitsvektors:

$$\begin{aligned}
\text{function } v0welt &= vStart(theta, v_0, x_0) \\
bogen_\theta &= \theta * \pi / 180; \\
norm_E &= x_0 / norm(x_0); \\
tan_E &= [norm_E(2); -norm_E(1)]; \\
t &= \cos(bogen_\theta) * v_0; \\
n &= \sin(bogen_\theta) * v_0; \\
v0welt &= (t * tan_E) + (n * norm_E);
\end{aligned} \tag{2}$$

Berechnung der Gravitation:

$$\begin{aligned}
\text{function } a &= Gravitation(x_0) \\
G &= 66.7 * 10^{(-12)}; \\
m_{Erde} &= 5.9 * 10^{24}; \\
r_{Erde} &= norm(x_0); \\
richtung &= -x_0 / r_{Erde}; \\
a &= richtung * (G * m_{Erde} / (r_{Erde})^2)
\end{aligned} \tag{3}$$

Berechnung des Ereignisses 'Kontakt zur Erde':

$$\begin{aligned}
\text{function } y &= Kontakt(entfernung) \\
entfernung &= norm(entfernung); \\
if(entfernung <= 6378000) &y = 1; \\
else &y = 0; \\
end;
\end{aligned} \tag{4}$$

a.1 Erdumkreisung

Bei einer Startgeschwindigkeit $v_0 = 7600 \text{ m/s}$ und einer Simulationszeit von $5600 \text{ s} = 1.556 \text{ h}$ ergibt sich folgende Umlaufbahn Sim time = 5600 s = 1.556 h

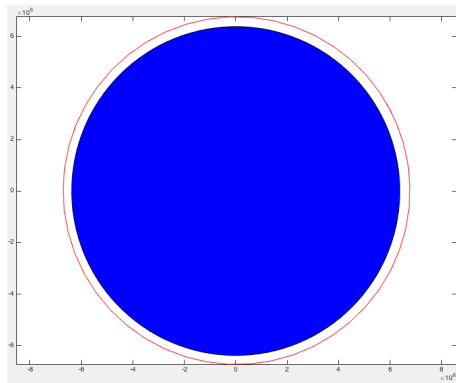


Abbildung 2: Erdumkreisung des Satelliten

a.2 Fluchtgeschwindigkeit

Bei einer Startgeschwindigkeit von $v_0 = 10800\text{m/s}$ und einer Simulationszeit von 1000000s ergibt sich folgende Flucht des Satelliten von der Erdumlaufbahn:

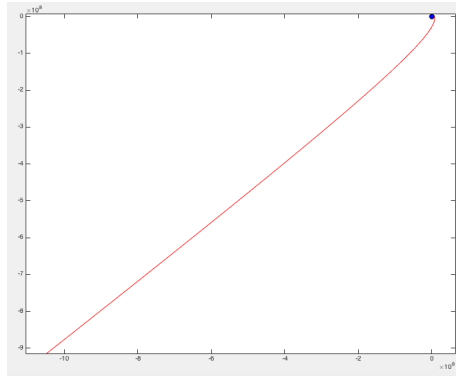


Abbildung 3: Flucht des Satelliten von der Erdumlaufbahn

a.3 Geostationäre Bahn

Bei einer Starthöhe von $h_0 = 36000\text{km}$ und einer Startgeschwindigkeit von $v_0 = 3000\text{m/s}$ ergibt sich eine genau ein Tag dauernde Umkreisung der Erde.

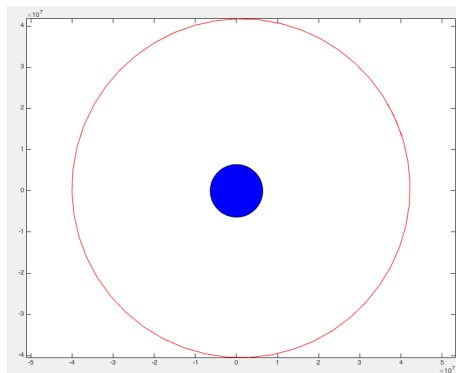


Abbildung 4: Geostationäre Bahn

b Mondumkreisung

Die Schaltung ändert sich gegenüber der Erdumkreisung nicht.

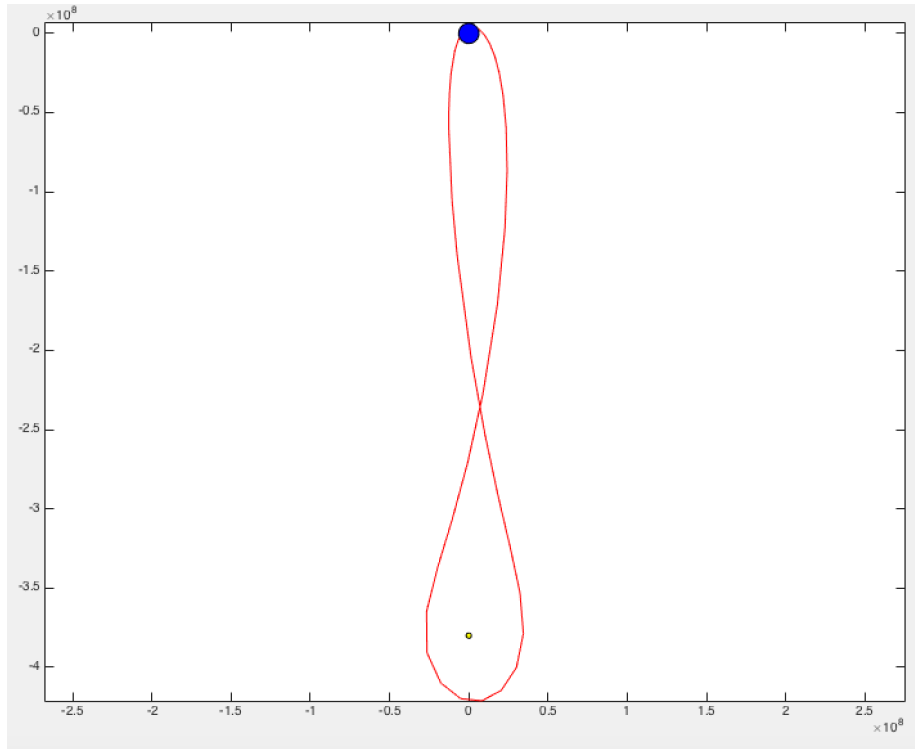


Abbildung 5: Erd- und Mondumkreisung des Satelliten

Die Gravitation ändert sich wie folgt:

$$\begin{aligned}
 & \text{function } a = \text{Gravitation}(x_0) & (5) \\
 & G = 66.743 * 10^{(-12)}; \\
 & m_{Erde} = 5.9736 * 10^{24}; \\
 & x_{Mond} = [0; -380000000]; \\
 & m_{Mond} = 7.3480 * 10^{22}; \\
 & v_{Mond} = x_0 - x_{Mond}; \\
 & r_{Erde} = \text{norm}(x_0); \\
 & r_{Mond} = \text{norm}(v_{Mond}); \\
 & richtung_E = -x_0 / r_{Erde}; \\
 & richtung_M = -v_{Mond} / r_{Mond}; \\
 & a_{Mond} = richtung_M * G * m_{Mond} / r_{Mond}^2; \\
 & a = (richtung_E * G * m_{Erde} / r_{Erde}^2) + a_{Mond};
 \end{aligned}$$

Bei einer Startgeschwindigkeit von $v_0 = 10960 \text{ m/s}$ und $\theta = 25^\circ$ ergibt sich eine achtförmige Umkreisung um Mond und Erde.

2 Crazy Pendulum

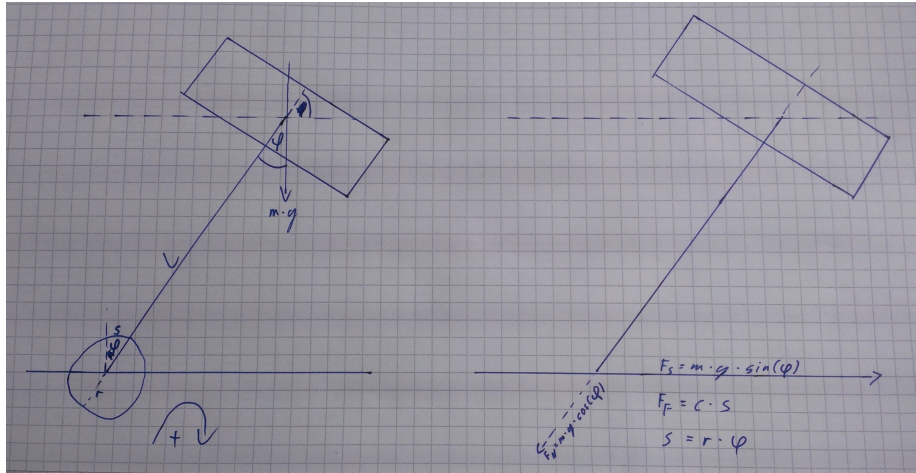


Abbildung 6: Freikörperbild des Pendels

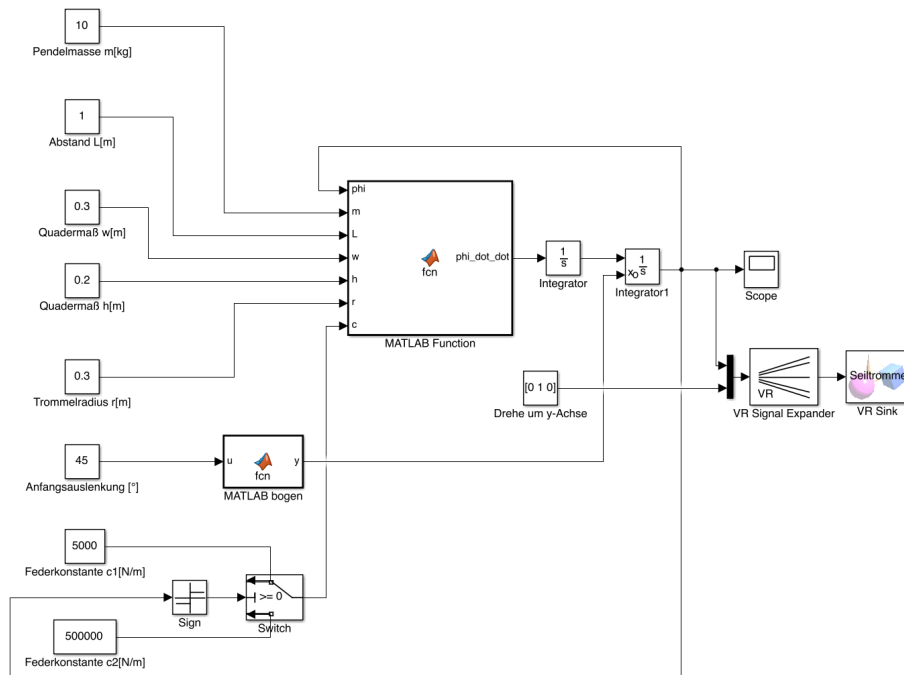


Abbildung 7: Schaltbild Crazy Pendulum

Die Winkelbeschleunigung ist wie folgt:

$$\begin{aligned}
 \text{function } \phi'' &= \text{fcn}(\phi, m, L, w, h, r, c) & (6) \\
 g &= 9.81; \\
 M_g &= m * g * \sin(\phi) * (L + h/2); \\
 M_f &= r * r * \phi * c; \\
 J_s &= (1/12 * m * (h^2) + (w^2)); \\
 J_a &= J_s + m * ((L + h/2)^2); \\
 \phi'' &= (M_g - M_f) / (J_a);
 \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich eine Bewegung des Pendels:

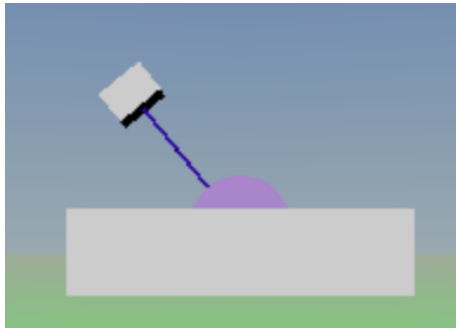


Abbildung 8: Schaltbild Crazy Pendulum

Die Winkelkurve ähnelt einem Sinus, zeigt jedoch die Eigenschaften der Feder. Der Hochpunkt wird durch eine relativ geringe Steigung erreicht, die durch die weiche Feder bestimmt wird. Der Tiefpunkt wird durch die harte Feder mit einer höheren Steigung erreicht.

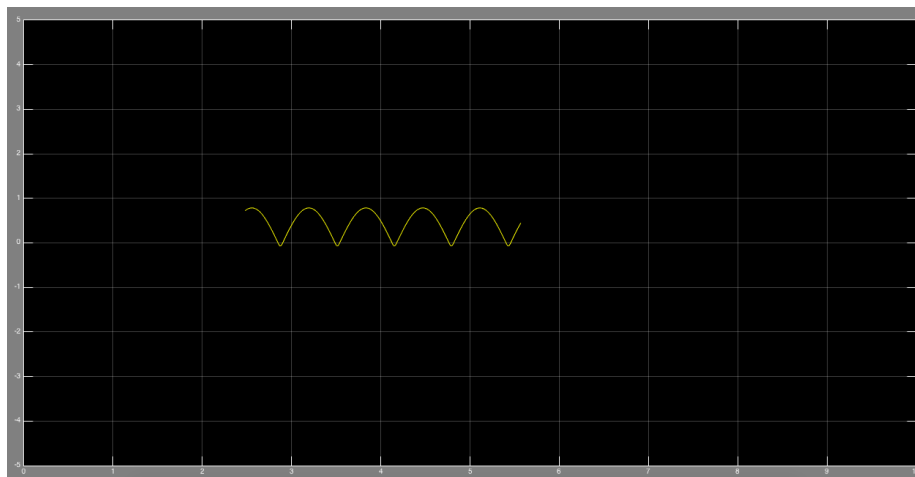


Abbildung 9: $\phi(t)$

3 Schwingungsgedämpfter Tisch

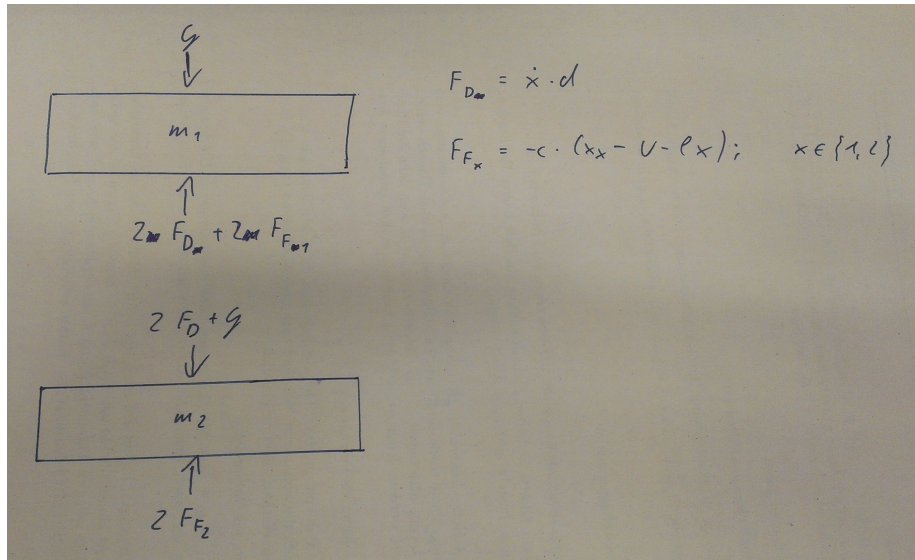


Abbildung 10: Freikörperbild

$$F_{D_x} = \dot{x} * d \quad (7)$$

Abbildung 11: Kraft - Dämpfer

$$F_{F_x} = -c * (x_x - u - l_x) \quad (8)$$

Abbildung 12: Kraft - Feder

$$m_x * \ddot{x}_x = 2 * F_{F_x} - 2 * F_{D_x} - F_{G_x} \quad (9a)$$

$$\Leftrightarrow \ddot{x}_x = \frac{2}{m} (F_{F_x} - D_{D_x}) - g \quad (9b)$$

Abbildung 13: Berechnung der Differentialgleichungen der Massen

$$0 = \frac{2}{m}(-c * (x_0 - L_0)) - g \quad (10a)$$

$$\frac{m * g}{-2 * c} + L_0 = x_0 \quad (10b)$$

Abbildung 14: Berechnung der Ruhelagen der Massen

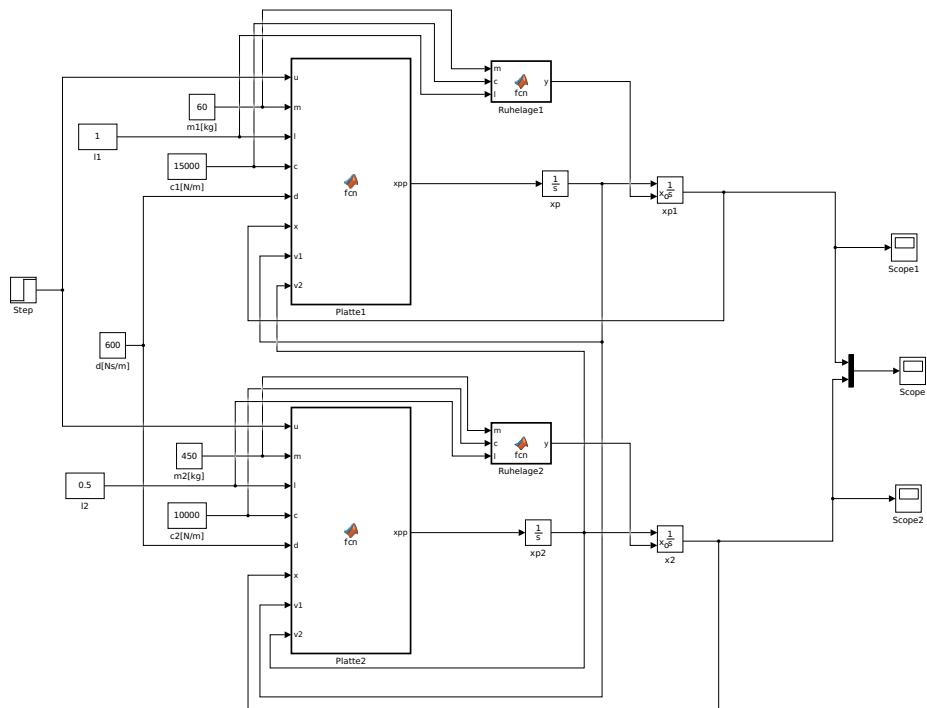


Abbildung 15: Schaltbild schwingungsgedämpfter Tisch

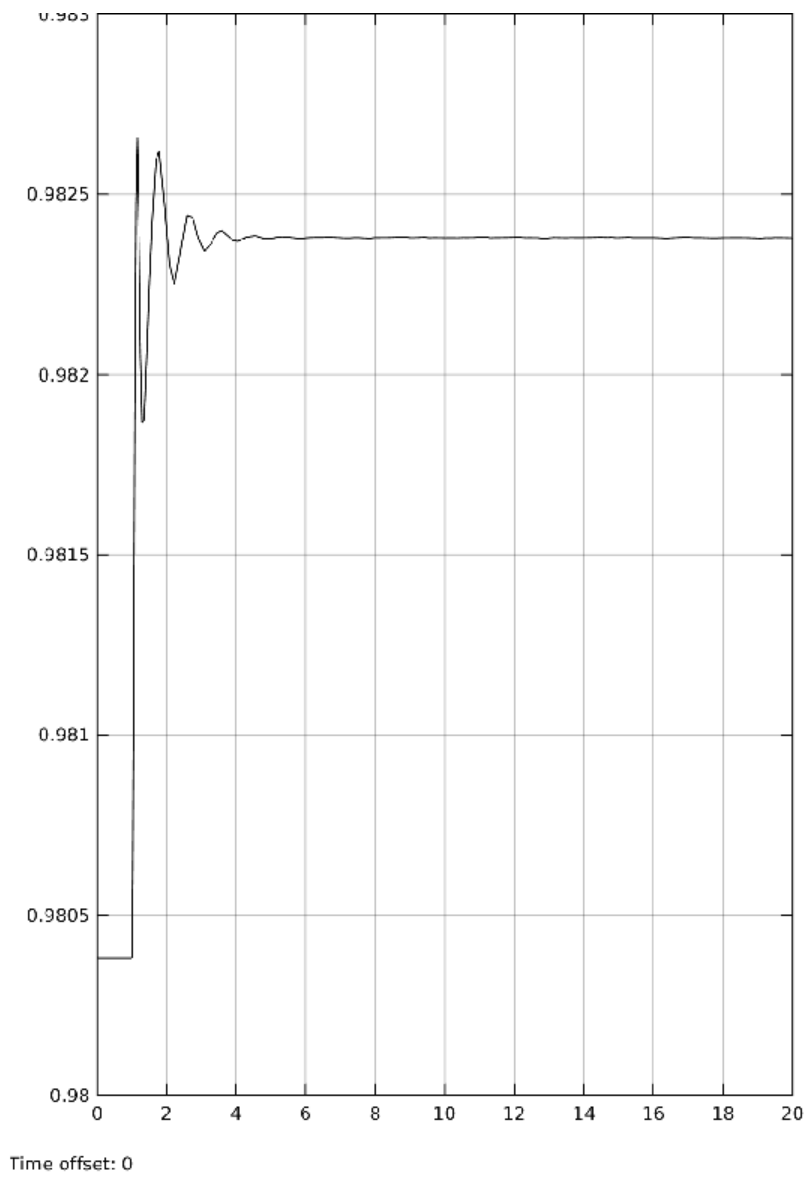


Abbildung 16: Graph von $x_1(t)$

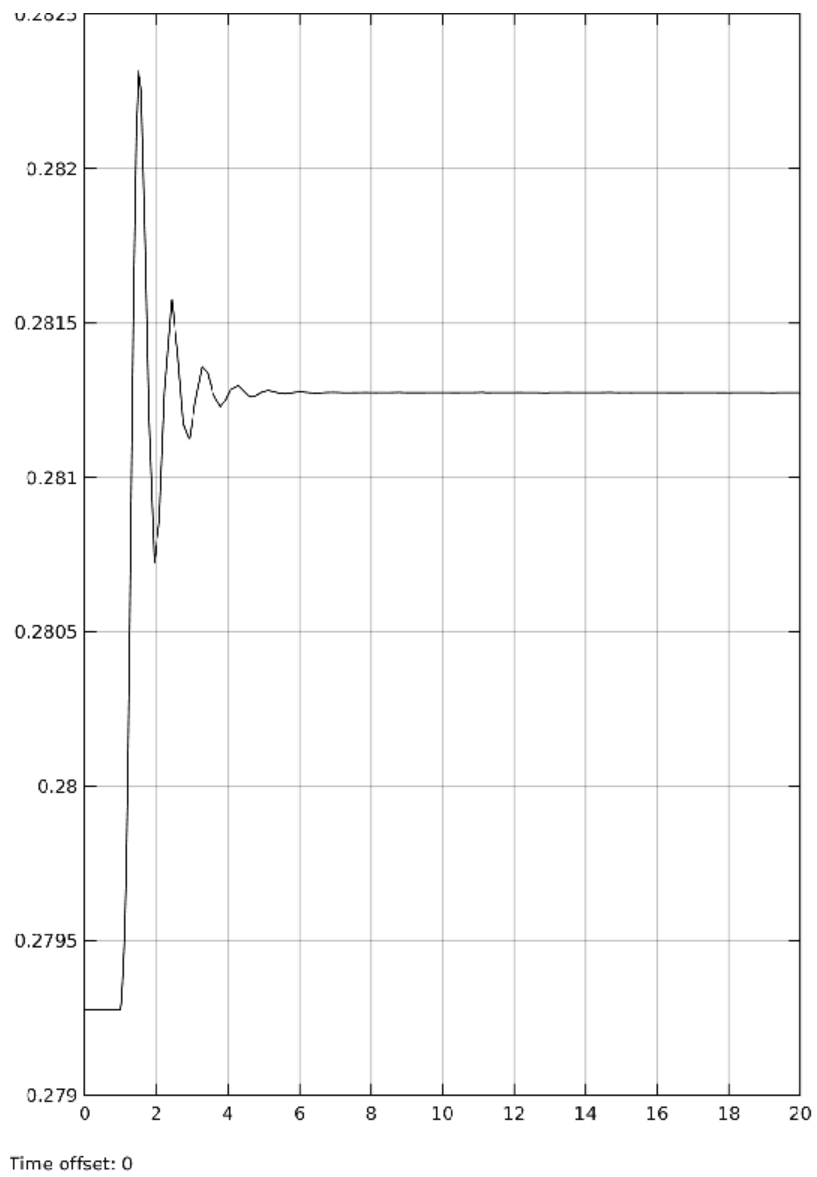


Abbildung 17: Graph von $x_2(t)$