电路分析基础

主讲：　董江莉
JLDONG@GDUT.EDU.CN

上节内容回顾

（复）阻抗Z

- $Z \overset{\text{def}}{=} \dfrac{\dot{U}}{\dot{I}}$

（复）导纳Y

- $Y \overset{\text{def}}{=} \dfrac{\dot{I}}{\dot{U}}$

1. 端口电压和电流取关联参考方向
2. Z和Y是一个用于计算的复数，不代表正弦量，因而不是相量
3. 二者互为倒数

电路的相量图

- 体现了电路中KCL和KVL的关系
- 体现了电路中电压和电流的相位关系

串联电路通常以电流作为参考相量；并联电路通常以电压作为参考相量

电阻元件电流电压同相；电感元件电压超前于电流90°；电容元件电压滞后于电流90°

利用相量平移求和法则，画出封闭的多边形表示电路的KCL和KVL关系

电阻电路的各种分析方法，在正弦稳态电路中是否适用?

	电阻电路	正弦电路相量
KCL	[填空1]	[填空2]
KVL	[填空3]	[填空4]
元件约束关系	[填空5]	[填空6]

①$\sum \dot{U} = 0$ ②$u = Ri$

③$i = Gu$ ④$\sum i = 0$

⑤$\sum \dot{I} = 0$ ⑥$\dot{U} = Z\dot{I}$

⑦$\sum u = 0$ ⑧$\dot{I} = Y\dot{U}$

作答

结论

	电阻电路	正弦电路相量
KCL	④$\sum i = 0$	⑤$\sum \dot{I} = 0$
KVL	⑦$\sum u = 0$	①$\sum \dot{U} = 0$
元件约束关系	②$u = Ri$　③$i = Gu$	⑥$\dot{U} = Z\dot{I}$　⑧$\dot{I} = Y\dot{U}$

结论

引入相量法，电阻电路和正弦电流电路依据的电路定律是相似的。

引入电路的相量模型，把列写时域微分方程转为直接列写相量形式的代数方程。

引入阻抗以后，可将电阻电路中讨论的所有网络定理和分析方法都推广应用于正弦稳态的相量分析中。直流($f=0$)是一个特例。

本次课学习内容及目标

知识目标

复述相量法分析正弦稳态电路的一般步骤

能力目标

灵活应用电路分析方法或定理，求解正弦稳态电路的相量响应

§9-1
- 阻抗和导纳

§9-2
- 电路的相量图

§9-3
- 正弦稳态电路的分析

§9-4
- 正弦稳态电路的功率

§9-5
- 复功率

§9-6
- 最大功率传输

第九章 正弦稳态电路的分析

§9-3 正弦稳态电路的分析

1. 相量法分析步骤

画出与时域电路相对应的相量形式的电路

选择适当的分析方法或定理求解待求的相量响应

将求得的相量响应变换为时域响应

§9-3 正弦稳态电路的分析

2. 相量法分析正弦稳态电路

- 例9-3-1（P217例9-5）　图9-8(a)中已知：

$u_S = 200\sqrt{2}\cos(314t + \frac{\pi}{3})V$，电流表$A$的读数为$2A$，电压表$V_1$、$V_2$的读数均为$200V$。求参数$R$、$L$、$C$，并做出该电路的相量图。

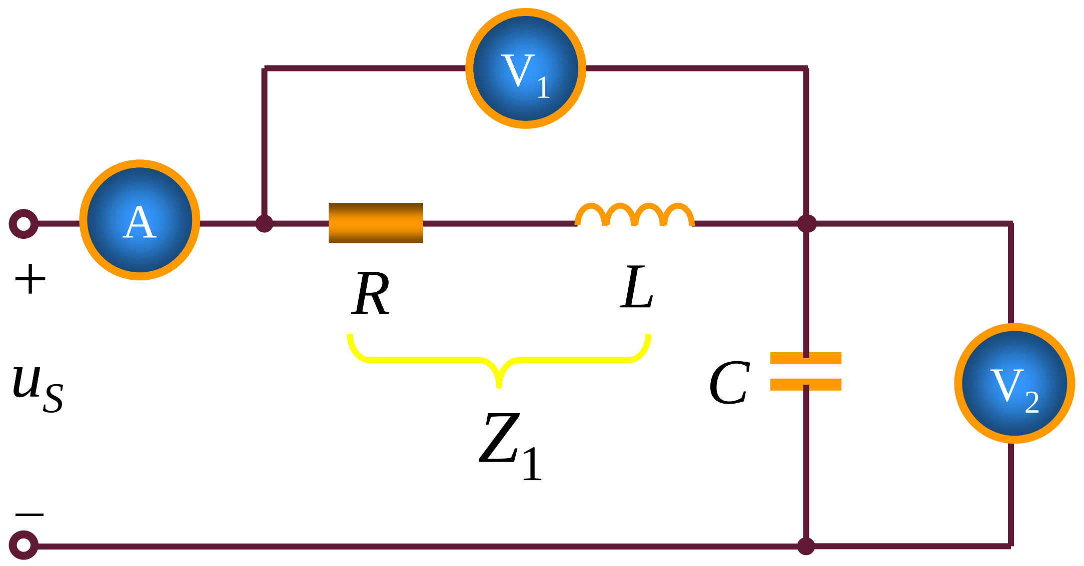
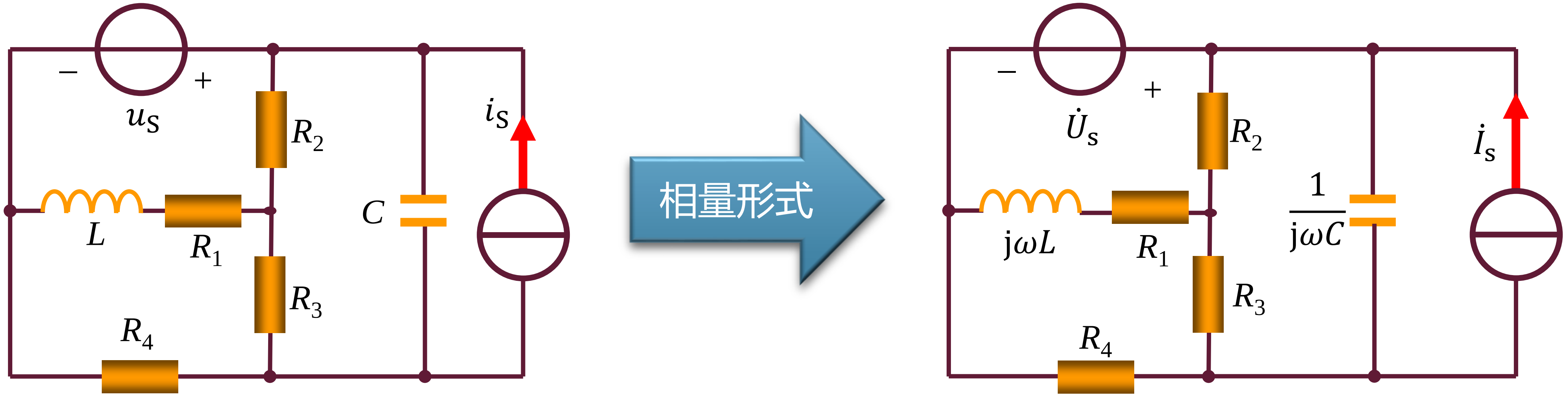


图9-8(a)

2. 相量法分析正弦稳态电路

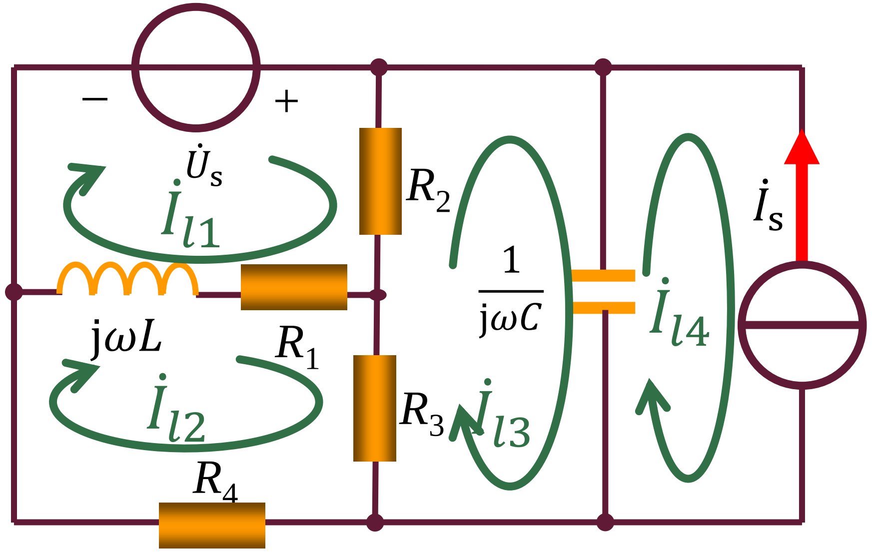
- 例9-3-2 列写电路的回路电流方程和节点电压方程。



图例9-3-2

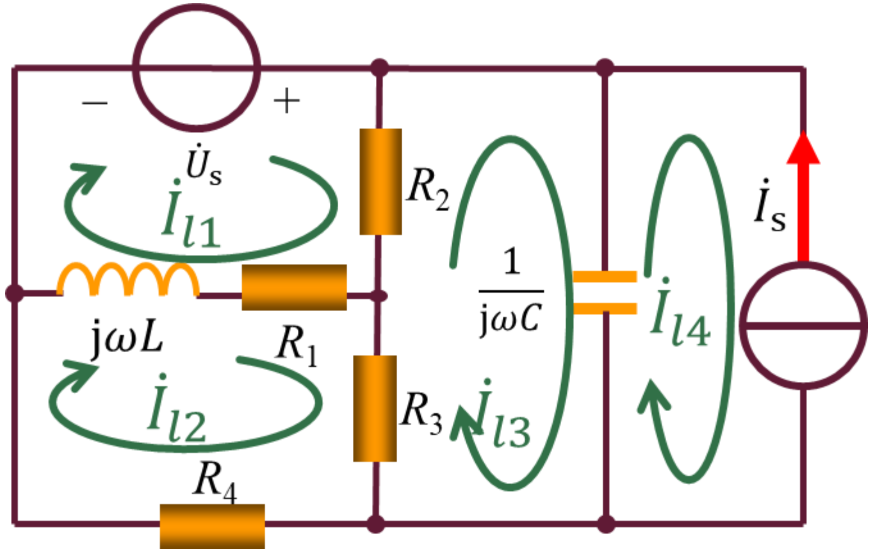
§9-3 正弦稳态电路的分析

2. 相量法分析正弦稳态电路



① 回路电流法方程:

$$
\begin{pmatrix}
R_1+R_2+j\omega L & -(R_1+j\omega L) & -R_2 & 0 \\
-(R_1+j\omega L) & R_1+R_3+R_4+j\omega L & -R_3 & 0 \\
-R_2 & -R_3 & R_2+R_3+\dfrac{1}{j\omega C} & -\dfrac{1}{j\omega C} \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{pmatrix}
\begin{bmatrix} \dot{I}_{l1} \\ \dot{I}_{l2} \\ \dot{I}_{l3} \\ \dot{I}_{l4} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} \dot{U}_s \\ 0 \\ 0 \\ -\dot{I}_s \end{bmatrix}
$$



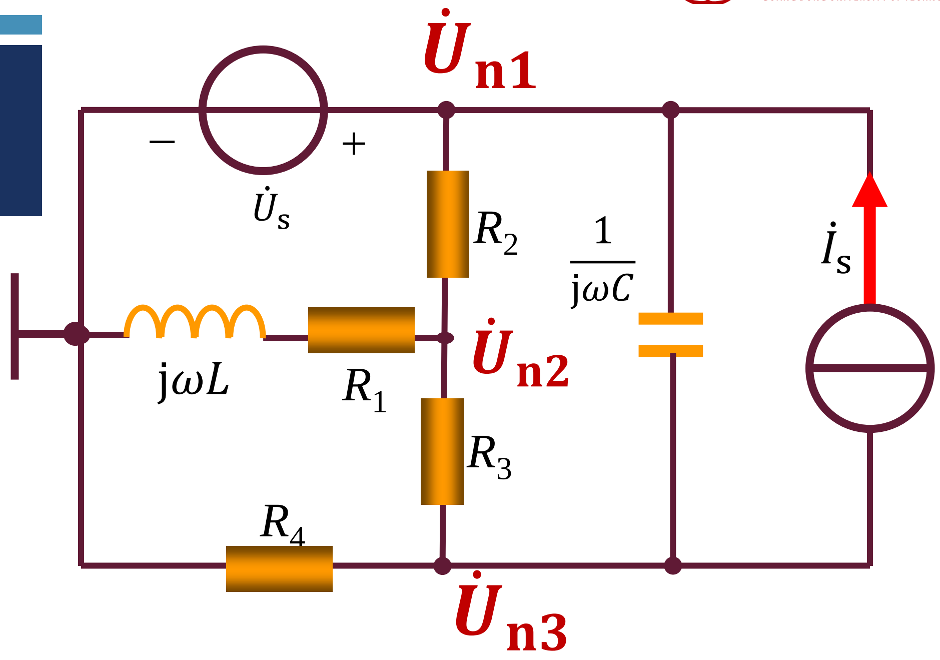
解 **回路方程**

$$
\begin{cases}
(R_1+R_2+j\omega L)\dot{I}_1-(R_1+j\omega L)\dot{I}_2-R_2\dot{I}_3=\dot{U}_s \\
(R_1+R_3+R_4+j\omega L)\dot{I}_2-(R_1+j\omega L)\dot{I}_1-R_3\dot{I}_3=0 \\
(R_2+R_3+\dfrac{1}{j\omega C})\dot{I}_3-R_2\dot{I}_1-R_3\dot{I}_2-\dfrac{1}{j\omega C}\dot{I}_4=0 \\
\dot{I}_4=-\dot{I}_s
\end{cases}
$$

§9-3 正弦稳态电路的分析

2. 相量法分析正弦稳态电路

② 节点电压法方程：

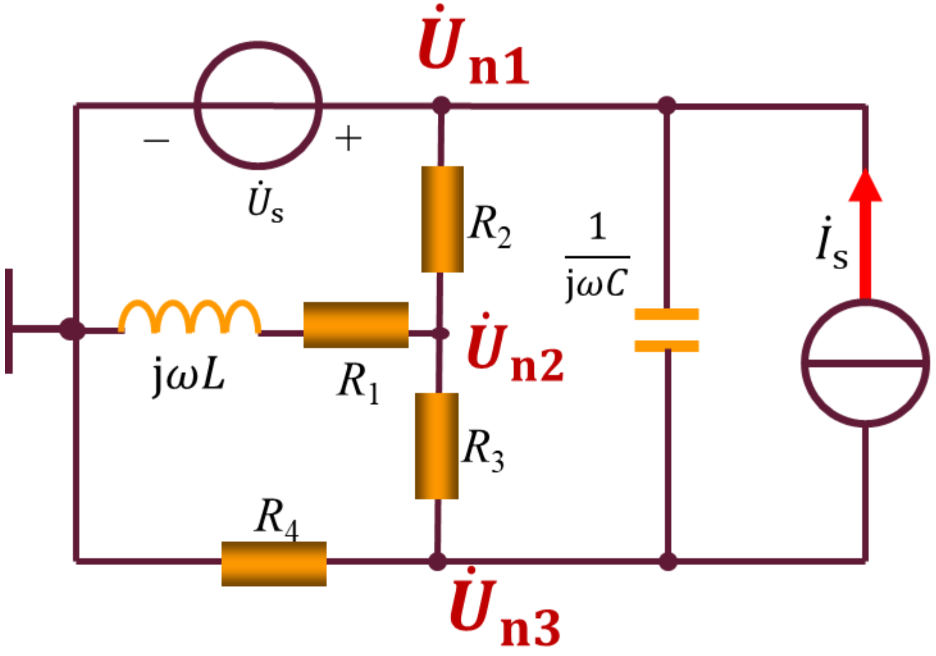


$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_1 + j\omega L} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_3} \\ -j\omega C & -\frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + j\omega C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{n1} \\ \dot{U}_{n2} \\ \dot{U}_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_s \\ 0 \\ -\dot{I}_s \end{bmatrix}$$

解

结点方程

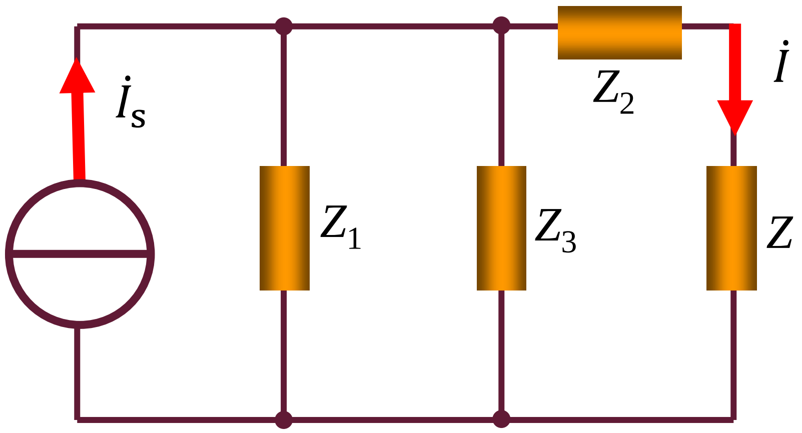
$$\begin{cases} \dot{U}_{n1} = \dot{U}_s \\ \left(\dfrac{1}{R_1 + j\omega L} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right)\dot{U}_{n2} - \dfrac{1}{R_2}\dot{U}_{n1} - \dfrac{1}{R_3}\dot{U}_{n3} = 0 \\ \left(\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4} + j\omega C\right)\dot{U}_{n3} - \dfrac{1}{R_3}\dot{U}_{n2} - j\omega C\dot{U}_{n1} = -\dot{I}_s \end{cases}$$



§9-3 正弦稳态电路的分析

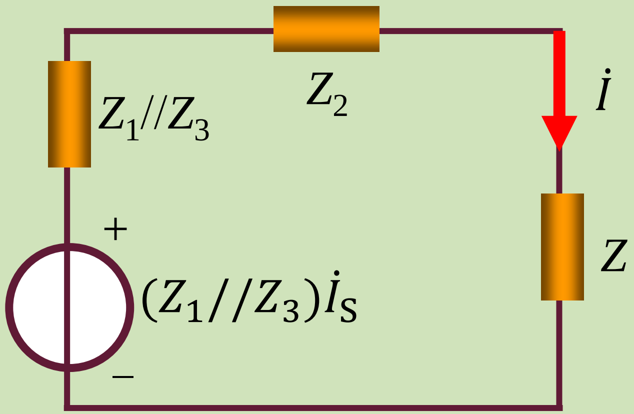
2. 相量法分析正弦稳态电路

- 例9-3-3 已知：$\dot{I}_s = 4\underline{/90°}\,A$，$Z_1 = Z_2 = -j30\Omega$，$Z_3 = 30\Omega$，$Z_4 = 45\Omega$，求电流$\dot{I}$。



图例9-3-3

解 方法一：电源变换



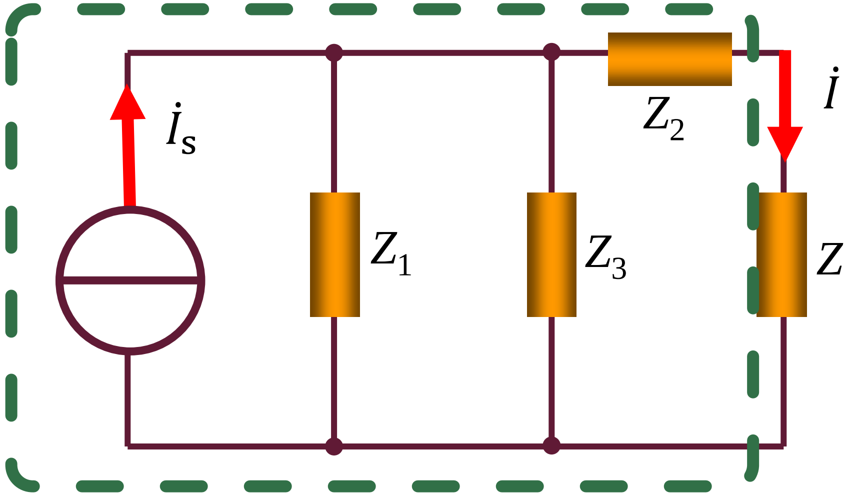
$$\dot{I} = \frac{\dot{I}_S(Z_1//Z_3)}{Z_1//Z_3 + Z_2 + Z}$$

$$= 1.13\underline{/81.9°}\,\text{A}$$

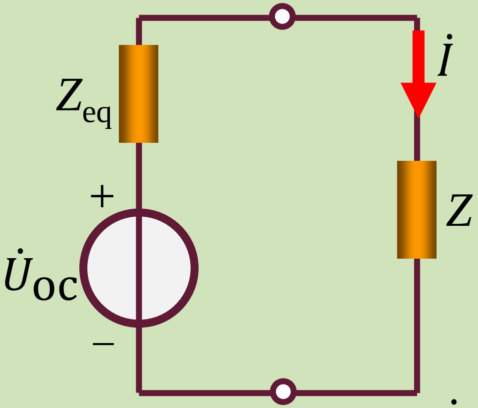
§9-3 正弦稳态电路的分析

2. 相量法分析正弦稳态电路

- 例9-3-3 已知：$\dot{I}_s = 4\underline{/90°}\,A$，$Z_1 = Z_2 = -j30\Omega$，$Z_3 = 30\Omega$，$Z_4 = 45\Omega$，求电流$\dot{I}$。



解 方法二：戴维南等效变换



开路电压：

$\dot{U}_{OC} = \dot{I}_s(Z_1//Z_3) = 84.86\underline{/45^o}\,V$

等效电阻：

$Z_{eq} = Z_1//Z_3 + Z_2 = (15 - j45)\Omega$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{OC}}{Z_{eq} + Z} = \frac{84.86\underline{/45°}}{15 - j45 + 45}\,A = 1.13\underline{/81.9°}\,A$$

§9-3 正弦稳态电路的分析

2. 相量法分析正弦稳态电路

当R任意改变时，通过R的电流$\dot{I}$不变时的条件

- 例9-3-4（P218例9-6）图9-9所示电路中R可变。在什么条件下$\dot{I}$可保持不变。

解 方法一：诺顿等效电路

- 详细解法见第六版课本P218
- 主要思想：理想电流源提供恒定的电流，因此等效电路的导纳应该为0

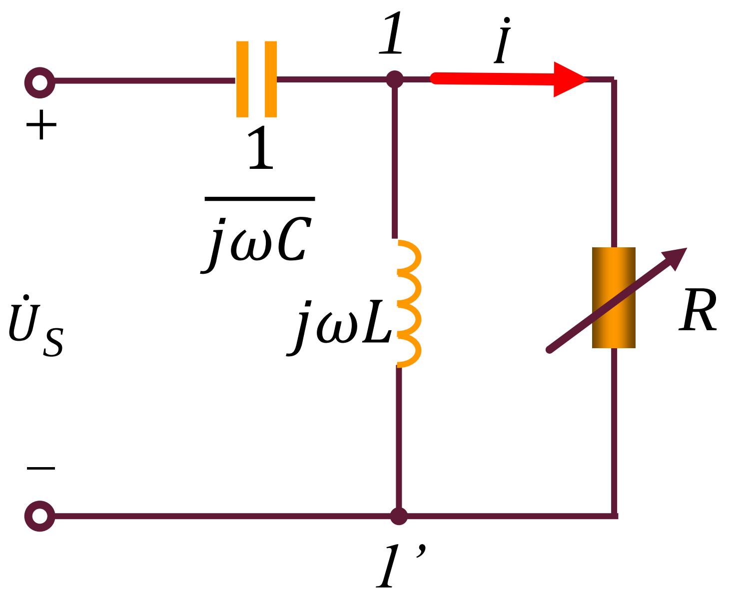


图9-9

§9-3 正弦稳态电路的分析

2. 相量法分析正弦稳态电路

当R任意改变时，通过R的电流$\dot{I}$不变时的条件

- 例9-3-4（P218例9-6）图9-9所示电路中R可变。在什么条件下$\dot{I}$可保持不变。

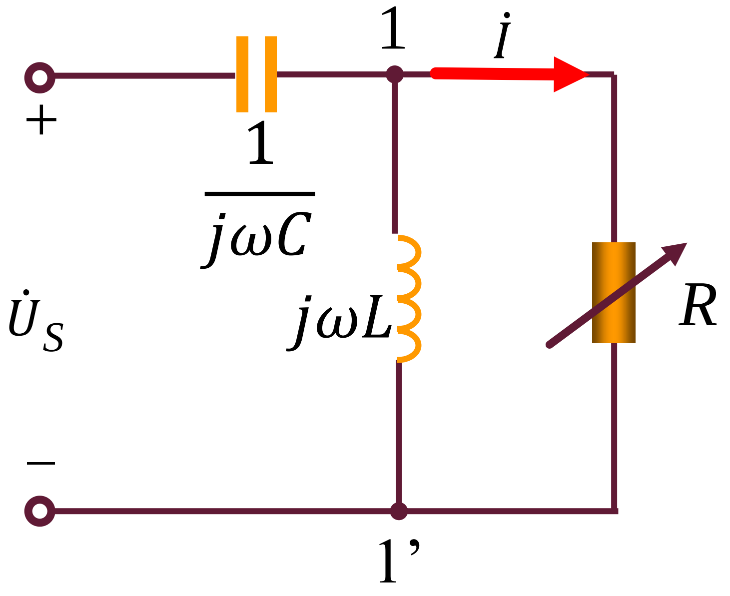


图9-9

解 方法二：节点电压法

- 设1’为参考节点，则有 $\left(j\omega C+\frac{1}{j\omega L}+\frac{1}{R}\right)\dot{U}_1=j\omega C\dot{U}_S$

解得：$\dot{I}=\frac{\dot{U}_1}{R}=\frac{j\omega C\dot{U}_S}{1+jR(\omega C-\frac{1}{\omega L})}$ $\dot{I}$与R无关 $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

§9-3 正弦稳态电路的分析

2. 相量法分析正弦稳态电路

当R任意改变时，通过R的电流$\dot{I}$不变时的条件

- 例9-3-4（P218例9-6）图9-9所示电路中R可变。在什么条件下$\dot{I}$可保持不变。

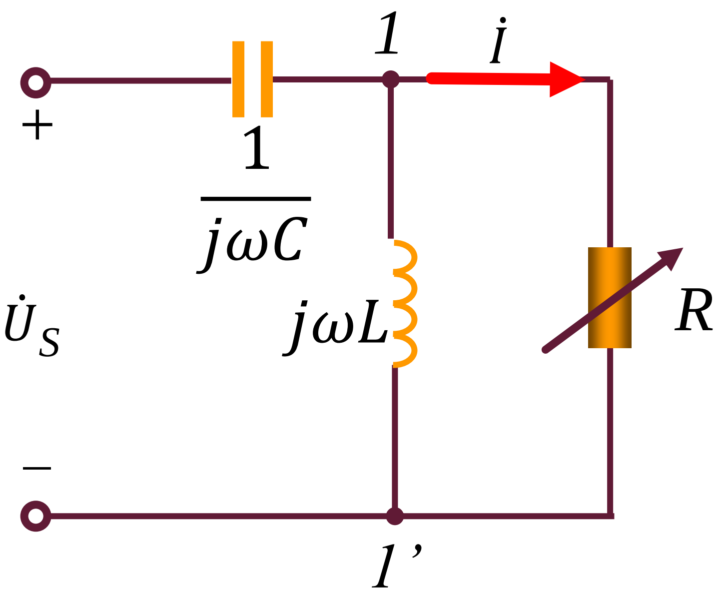


图9-9

解 方法三：$R\rightarrow\infty$时，$\dot{U}_{11'oc}\rightarrow\infty$

- $\dot{U}_{11'oc}=\dfrac{j\omega L\dot{U}_S}{j(\omega L-\frac{1}{\omega C})}\rightarrow\infty$ ⇒ $\omega=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

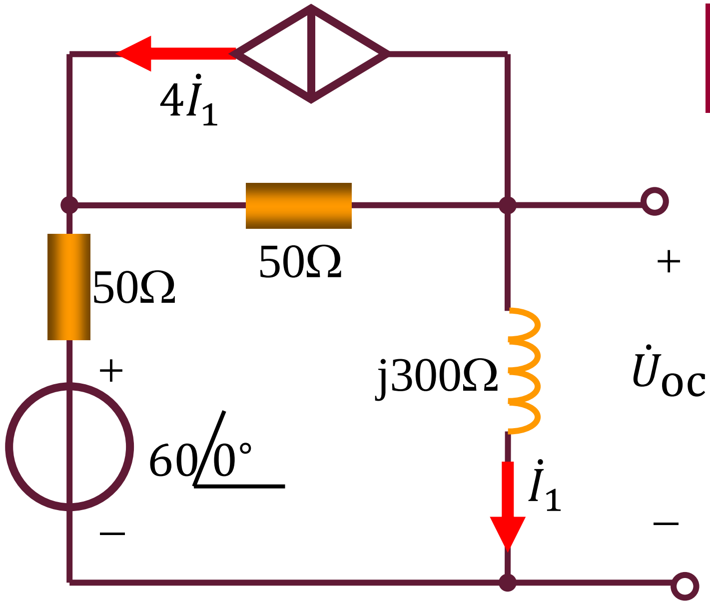
§9-3 正弦稳态电路的分析

2. 相量法分析正弦稳态电路

$$\dot{U}_{oc}=\frac{60}{1-j}V=30\sqrt{2}\underline{/45^\circ}\ V$$

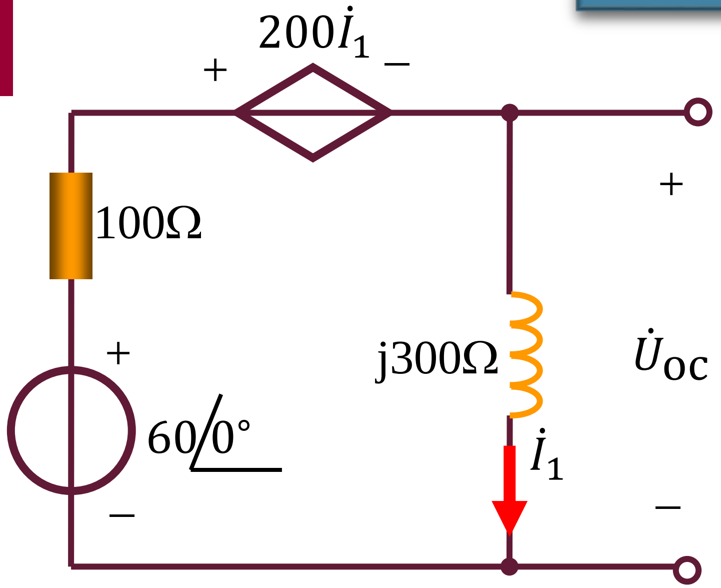
$$Z_{eq}=\frac{\dot{U}_{oc}}{\dot{I}_{sc}}=\frac{30\sqrt{2}\underline{/45^\circ}}{0.6}\Omega=50\sqrt{2}\underline{/45^\circ}\ \Omega$$

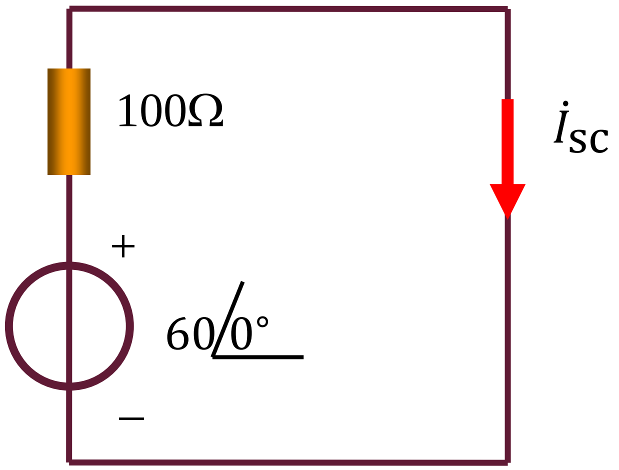
- 例9-3-5 求图示电路的戴维南等效电路。



图例9-3-5

解

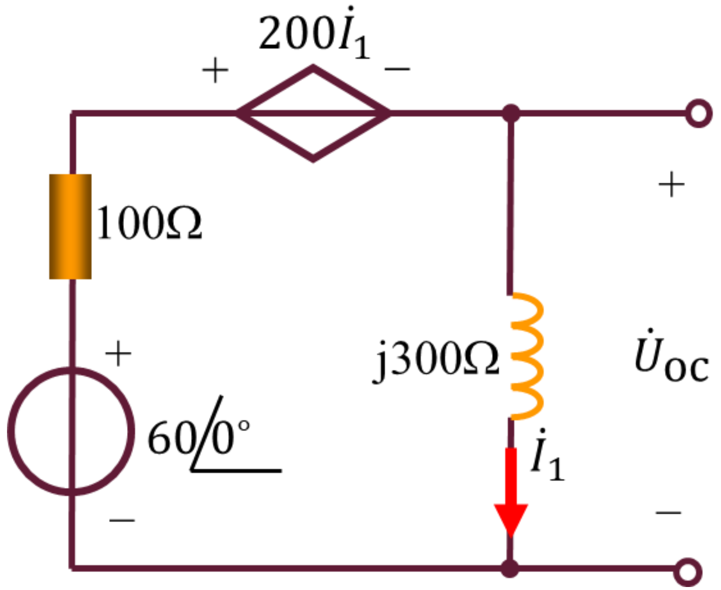


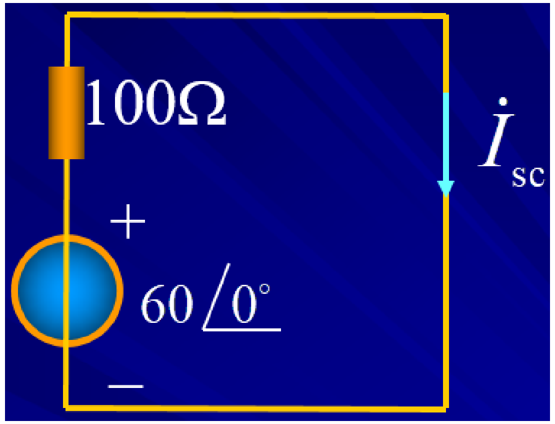


解 **求开路电压：**

$$\dot{U}_{OC} = -200\dot{I}_1 - 100\dot{I}_1 + 60 = -300\dot{I}_1 + 60 = -300\frac{\dot{U}_{OC}}{j300} + 60$$

$$\Rightarrow \dot{U}_{OC} = \frac{60}{1-j}\,\mathrm{V} = 30\sqrt{2}\angle 45^\circ\ \mathrm{V}$$





求短路电流：

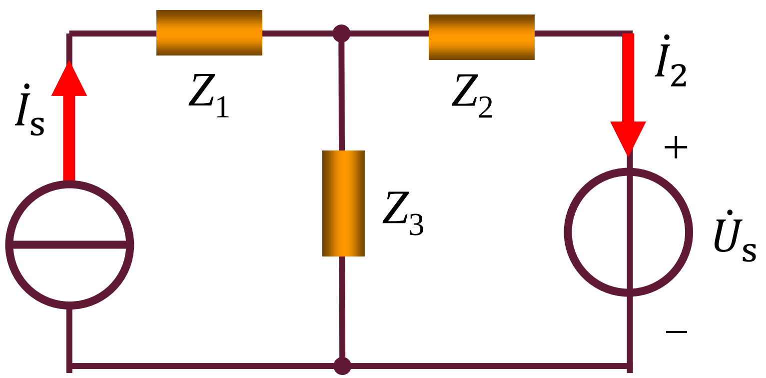
$$\dot{I}_{SC} = 60/100\mathrm{A} = 0.6\ \mathrm{A}$$

$$\Rightarrow Z_{eq} = \frac{\dot{U}_{OC}}{\dot{I}_{SC}} = \frac{30\sqrt{2}/45^\circ}{0.6}\Omega = 50\sqrt{2}/45^\circ\ \Omega$$

§9-3 正弦稳态电路的分析

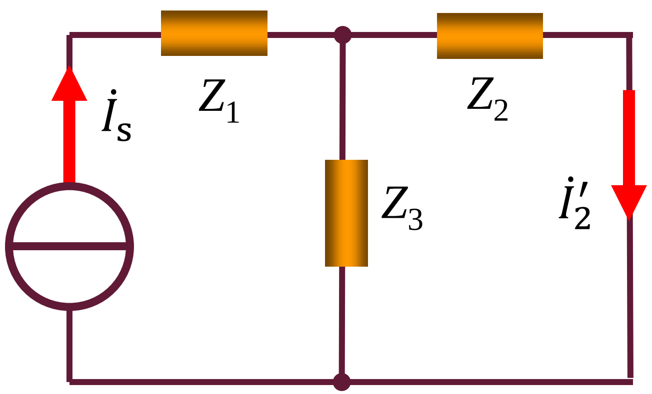
2. 相量法分析正弦稳态电路

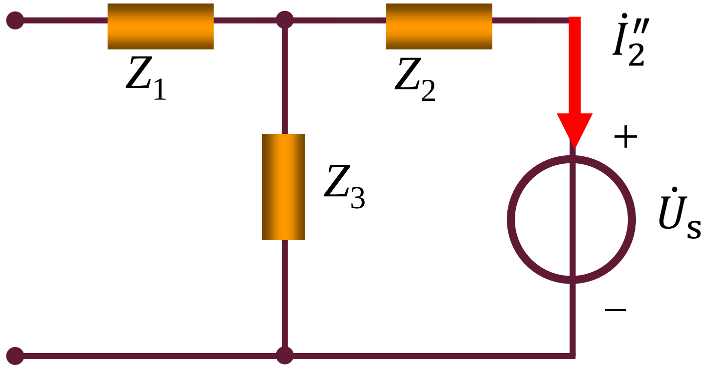
- 例9-3-6用叠加定理计算。已知：$\dot{U}_S = 100\underline{/45°}\,V$，$\dot{I}_S = 4\underline{/0°}\,A$，$Z_1 = Z_2 = 50\underline{/30°}\,\Omega$，$Z_3 = 50\underline{/-30°}\,\Omega$。求电流$\dot{I}_2$。



图例9-3-6

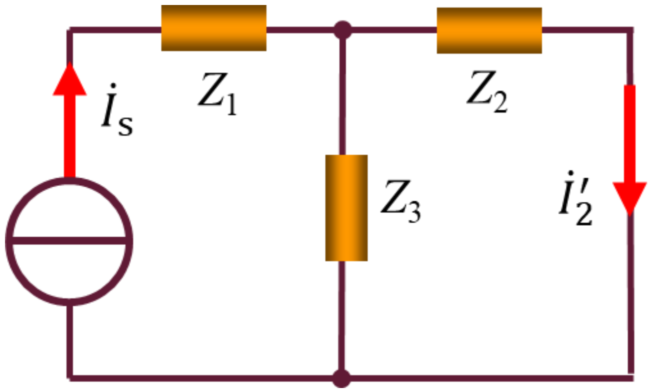
解





解

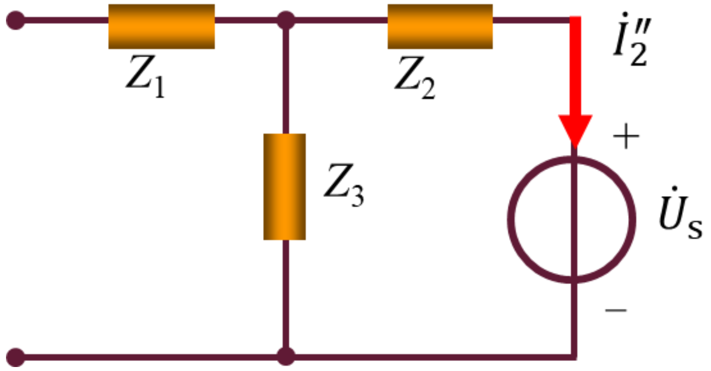
(1) $\dot{I}_s$ 单独作用($\dot{U}_s$ 短路):



$$\dot{I}'_2 = \dot{I}_s \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} = 4\angle 0^\circ \times \frac{50\angle 30^\circ}{50\angle -30^\circ + 50\angle 30^\circ} \text{A}$$

$$= \frac{200\angle 30^\circ}{50\sqrt{3}} \text{A} = 2.31\angle 30^\circ \text{ A}$$

(2) $\dot{U}_s$ 单独作用($\dot{I}_s$ 开路):



$$\dot{I}''_2 = -\frac{\dot{U}_s}{Z_2 + Z_3} = \frac{-100\angle 45^\circ}{50\sqrt{3}} \text{A} = 1.155\angle -135^\circ \text{ A}$$

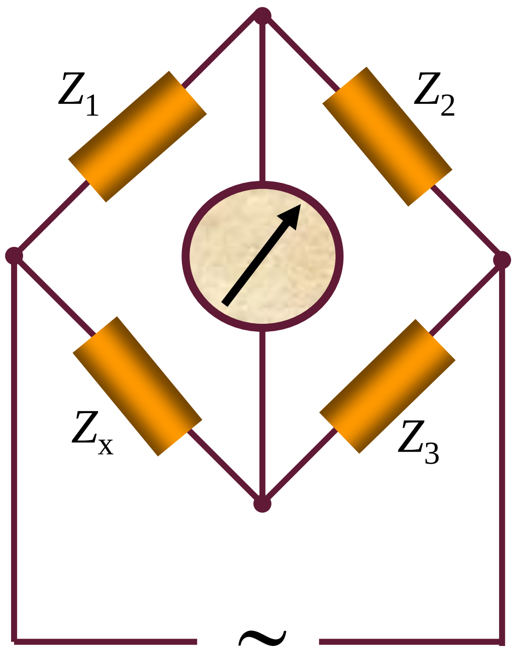
$$\dot{I}_2 = \dot{I}'_2 + \dot{I}''_2 = (2.31\angle 30^\circ + 1.155\angle -135^\circ)\text{A}$$

主观题 10分

设置

已知平衡电桥$Z_1 = R_1$，$Z_2 = R_2$，$Z_3 = R_3 + jwL_3$。

求：$Z_x = Rx + jwLx$。



作答

广东工业大学
GUANG DONG UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

解

平衡条件：$Z_1 Z_3 = Z_2 Z_x$ 得

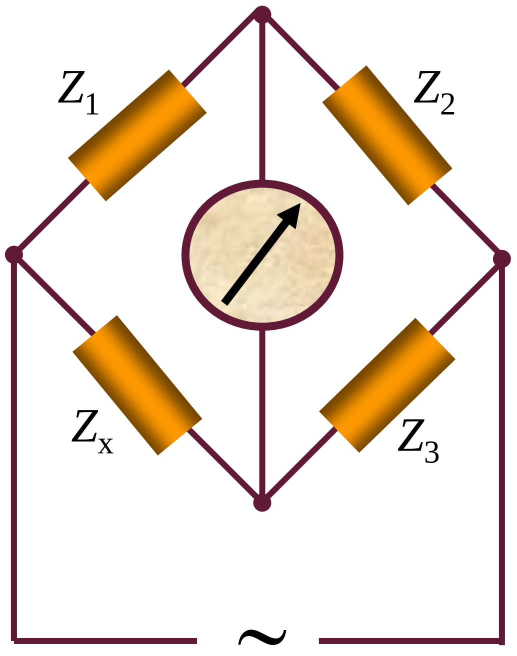
$$|Z_1|\angle\varphi_1 \bullet |Z_3|\angle\varphi_3 = |Z_2|\angle\varphi_2 \bullet |Z_x|\angle\varphi_x$$

$$|Z_1|\,|Z_3| = |Z_2|\,|Z_x|$$

$$\varphi_1 + \varphi_3 = \varphi_2 + \varphi_x$$

$$R_1(R_3 + j\omega L_3) = R_2(R_x + j\omega L_x)$$

$$R_x = R_1 R_3 / R_2\,,\quad L_x = L_3 R_1 / R_2$$



§9-3 正弦稳态电路的分析

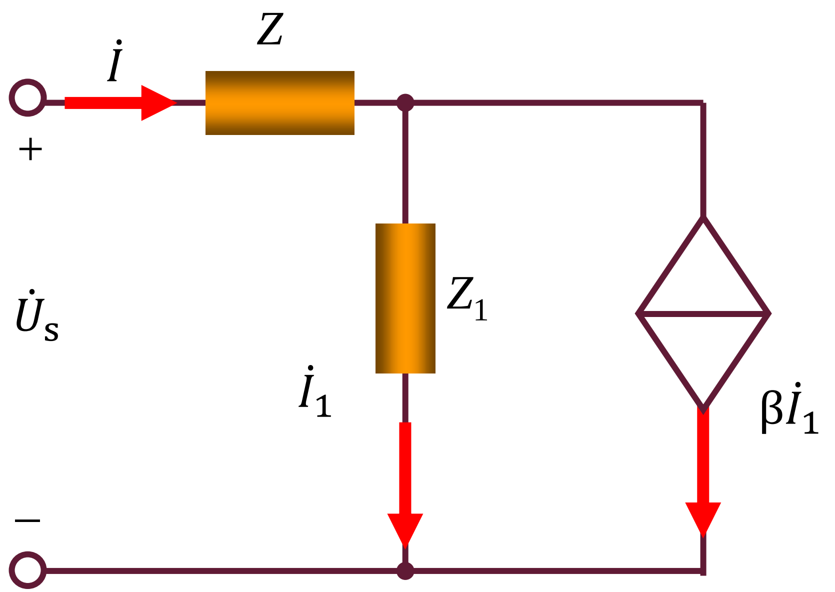
2. 相量法分析正弦稳态电路

- 例9-3-7 已知：$Z=(10+j50)\ \Omega$，$Z_1=(400+j1000)\Omega$。问β等于多少时，$\dot{I}_1$ 和$\dot{U}_s$ 相位相差90°?

解

分析：相位差为90°，可知道等效阻抗或等效导纳的实部为0

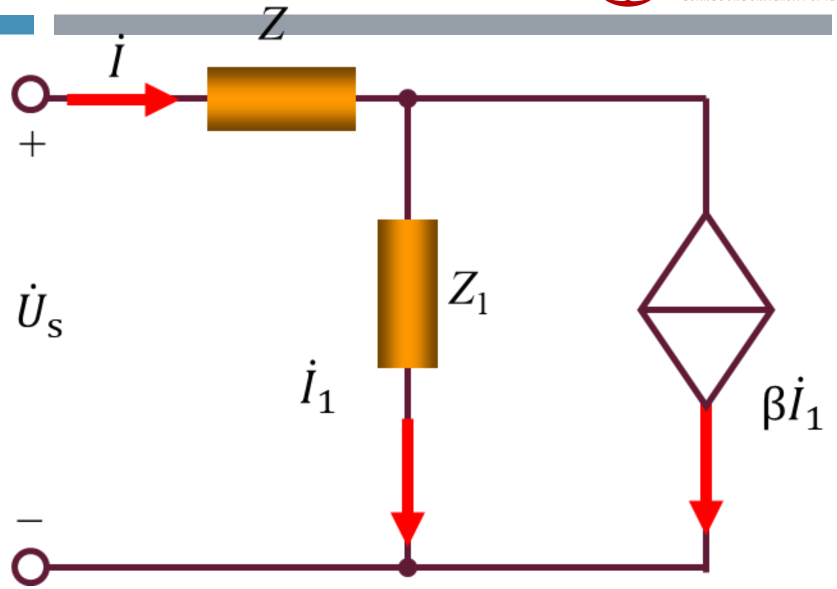
$\beta=-41$，$Z_{eq}=-j1000\Omega$
电流领先电压90°



图例9-3-7

解

分析：相位差为90°，可知道等效阻抗或等效导纳的实部为0



$$\dot{U}_s = Z\dot{I} + Z_1\dot{I}_1 = Z(1+\beta)\dot{I}_1 + Z_1\dot{I}_1$$

$$\frac{\dot{U}_s}{\dot{I}_1} = (1+\beta)Z + Z_1 = 410 + 10\beta + \mathrm{j}(50 + 50\beta + 1\,000)$$

令 $410 + 10\beta = 0$ ， $\beta = -41$

$$\frac{\dot{U}_s}{\dot{I}_1} = -\mathrm{j}1000$$ 故电流领先电压 90°。

§9-3 正弦稳态电路的分析

2. 相量法分析正弦稳态电路

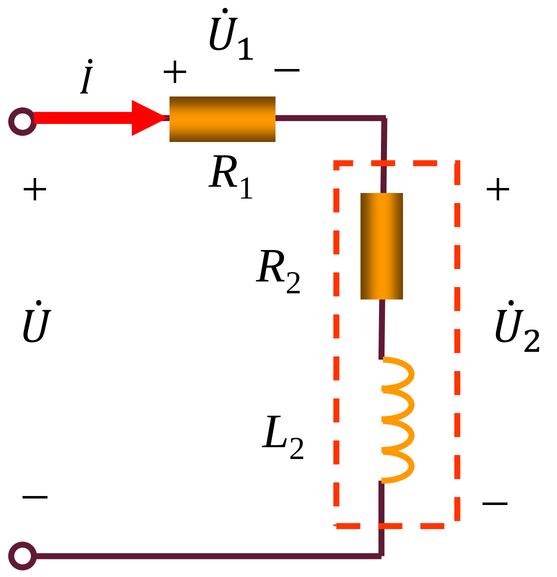
- 例9-3-8 已知：$U=115V$，$U_1=55.4V$，$U_2=80V$，$R_1=32\Omega$，$f=50Hz$。求线圈的电阻R_2和电感L_2。

解

方法一：设$\dot{I}$为参考方向，有：

$\dot{I}=I\underline{/0°}\,A$，$\dot{U}_1=55.4\underline{/0°}\,V$，$\dot{U}=115\underline{/\theta}\,V$，$\dot{U}_2=80\underline{/\theta_2}\,V$

根据KVL，有$\dot{U}=\dot{U}_1+\dot{U}_2$，则 $\begin{cases}55.4+80\cos\theta_2=115\cos\theta\\ 80\sin\theta_2=115\sin\theta\end{cases}$

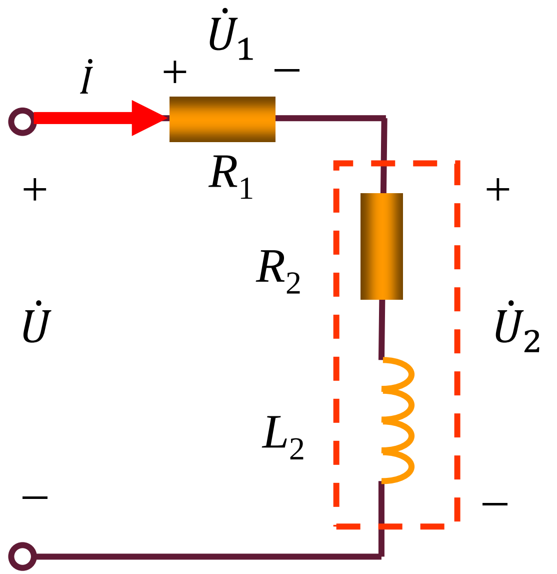


图例9-3-8

§9-3 正弦稳态电路的分析

2. 相量法分析正弦稳态电路

- 例9-3-8 已知：$U=115V$，$U_1=55.4V$，$U_2=80V$，$R_1=32\Omega$，$f=50Hz$。求线圈的电阻R_2和电感L_2。



图例9-3-8

解

$$\begin{cases}55.4+80\cos\theta_2=115\cos\theta\\ 80\sin\theta_2=115\sin\theta\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\cos\theta_2=0.424\\ \theta_2=64.93°\end{cases}$$

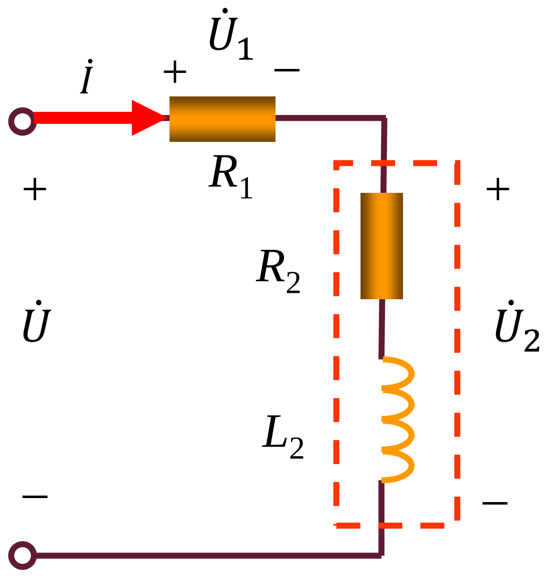
$$I=\frac{U_1}{R_1}=1.73A \qquad Z_2=\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}}=R_2+j2\pi fL_2$$

$$R_2=19.6\Omega,\ L=0.133H$$

§9-3 正弦稳态电路的分析

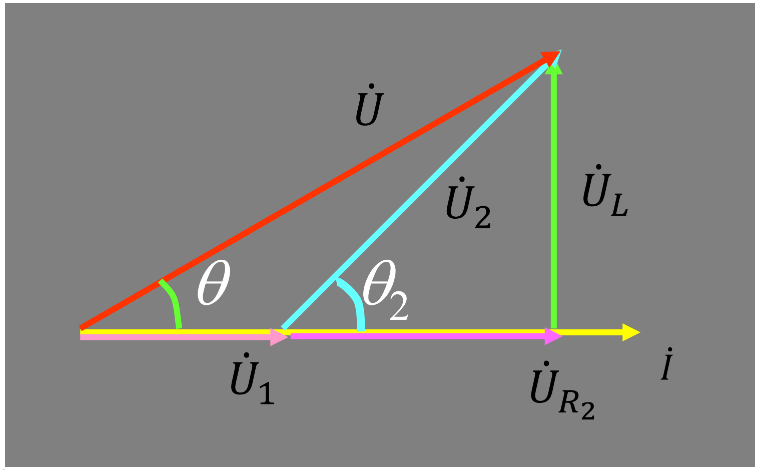
2. 相量法分析正弦稳态电路

- 例9-3-8 已知：$U=115V$，$U_1=55.4V$，$U_2=80V$，$R_1=32\Omega$，$f=50Hz$。求线圈的电阻R_2和电感L_2。



图例9-3-8

解 方法二：相量图法



$R_2=19.6\Omega$

$L=0.133H$

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = \dot{U}_1 + \dot{U}_{R_2} + \dot{U}_L$$

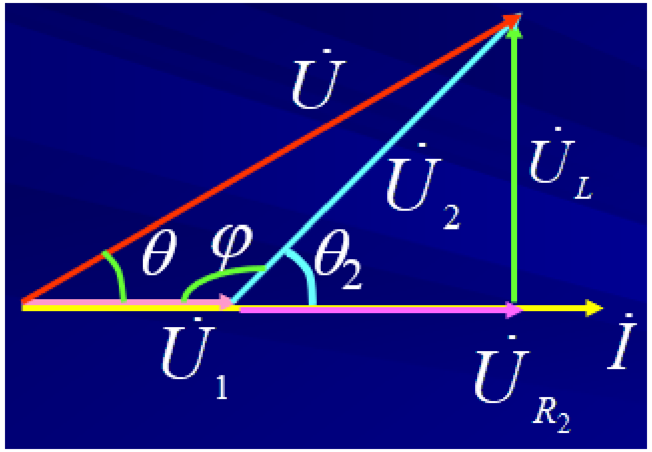
$$U^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2\cos\phi$$

$$\cos\phi = -0.4237 \qquad \phi = 115.1°$$

$$\theta_2 = 180° - \phi = 64.9°$$

$$I = U_1/R_1 = 55.4/32\text{A} = 1.73\text{A}$$

$$|Z_2| = U_2/I = 80/1.73\Omega = 46.2\Omega$$
$$R_2 = |Z_2|\cos\theta_2 = 19.6\Omega$$
$$X_2 = |Z_2|\sin\theta_2 = 41.8\Omega$$
$$L = X_2/(2\pi f) = 0.133\text{H}$$

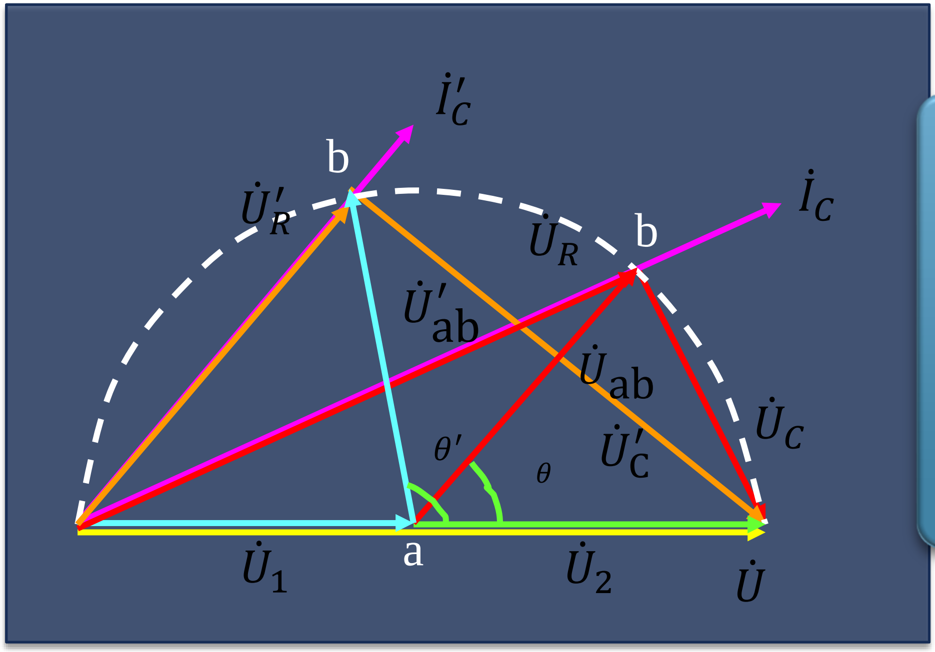


§9-3 正弦稳态电路的分析

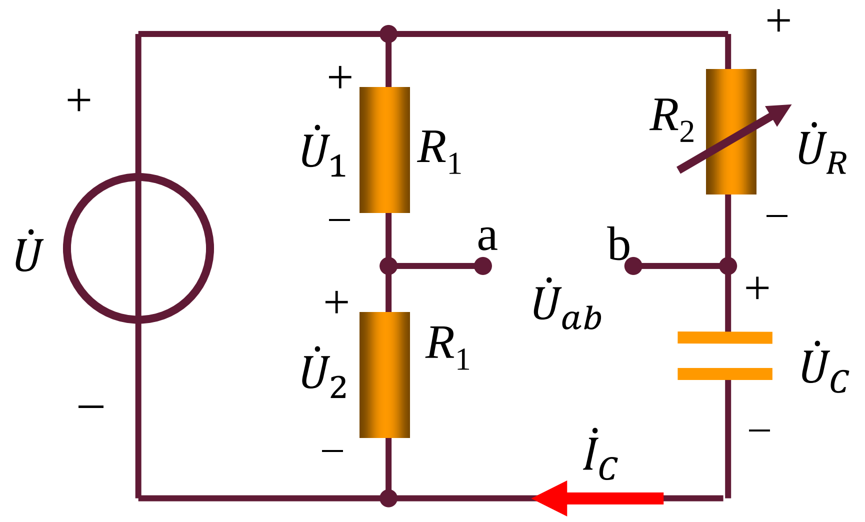
2. 相量法分析正弦稳态电路

- 例9-3-9 移相桥电路。当R_2由$0 \to \infty$时，$\dot{U}_{ab}$如何变化?

解



- $U_{ab} = \frac{1}{2}U$
- 移相角范围：$0 \sim 180°$



图例9-3-6

解

用相量图分析

$$\dot{U}=\dot{U}_1+\dot{U}_2\ ,\quad \dot{U}_1=\dot{U}_2=\frac{\dot{U}}{2}$$

$$\dot{U}=\dot{U}_R+\dot{U}_C\quad \dot{U}_{\mathrm{ab}}=\dot{U}_R-\dot{U}_1$$

$R_2=0$， $\theta=180^\circ$ ；

当$R_2\to\infty$， $\theta=0^\circ$ 。

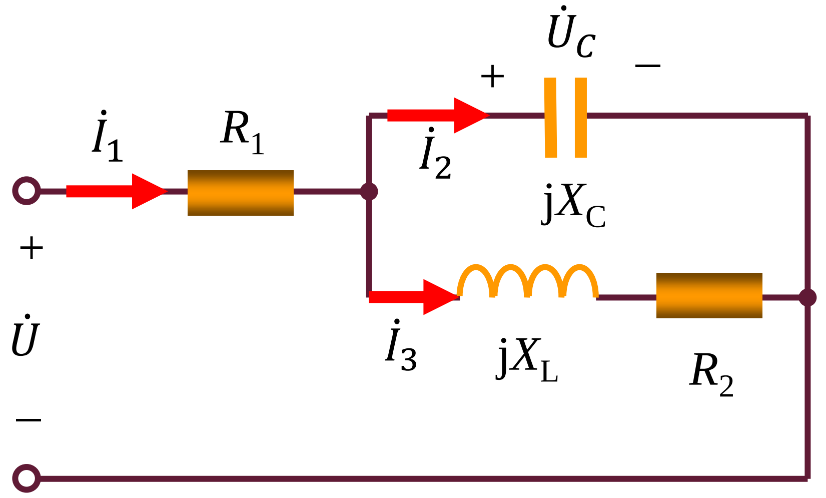
由相量图可知,当R_2改变, $U_{\mathrm{ab}}=\dfrac{1}{2}U$不变,相位改变。

θ为移相角， 移相范围$80^\circ\sim0^\circ$。

§9-3 正弦稳态电路的分析

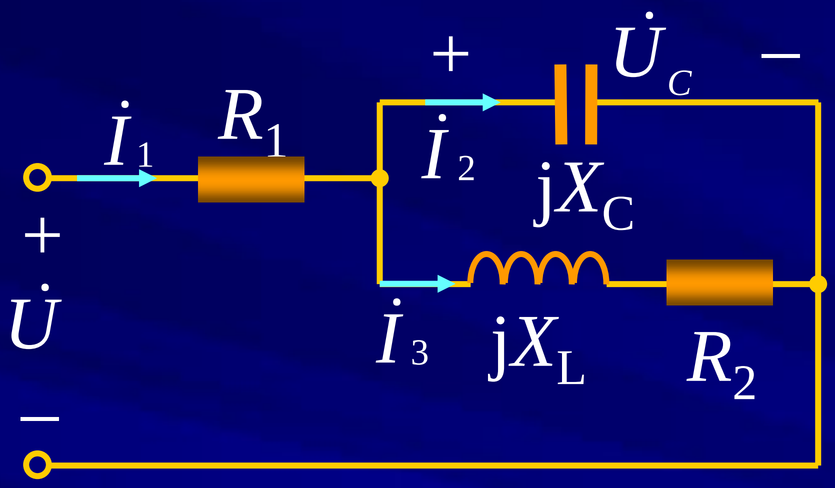
2. 相量法分析正弦稳态电路

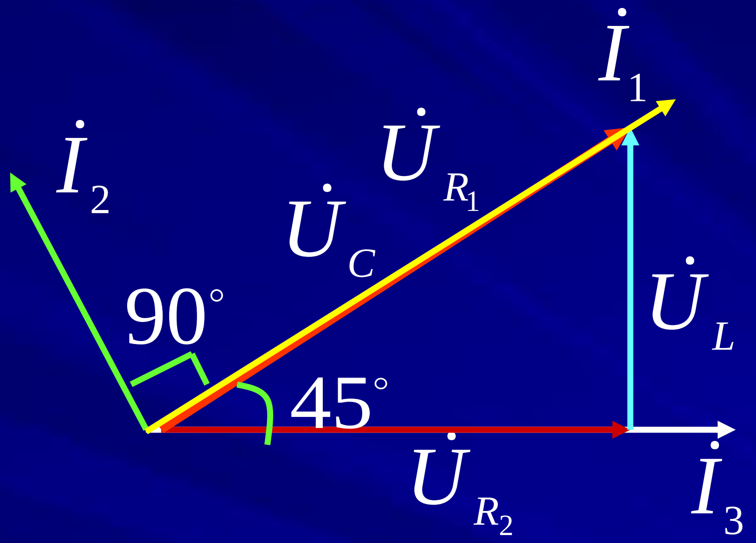
- 例9-3-10 图示电路，$I_2 = 10A$， $I_3 = 10\sqrt{2}A$，$U = 200V$，$R_1 = 5\Omega$， $R_2 = X_L$。求：I_1、X_C、X_L、R_2。



图例9-3-10

解





$$\dot I_1 = \dot I_2 + \dot I_3 = (10\sqrt{2} + 10\angle 135^\circ)\,\text{A} = 10\angle 45^\circ\,\text{A} \Rightarrow I_1 = 10\text{A}$$

$$\dot U = \dot U_{R_1} + \dot U_C \Rightarrow 200 = 5\times 10 + U_C \Rightarrow U_C = 150\text{V}$$

$$\dot U_C = \dot U_{R_2} + \dot U_L \Rightarrow U_C = \sqrt{2U_{R_2}^2} \Rightarrow U_{R_2} = U_L = 75\sqrt{2}\text{V}$$

$$X_C = -\frac{150}{10}\Omega = -15\Omega \qquad R_2 = X_L = \frac{75\sqrt{2}}{10\sqrt{2}}\Omega = 7.5\Omega$$

回顾与总结

	电阻电路	正弦电路相量
KCL	$\sum i = 0$	$\sum \dot{I} = 0$
KVL	$\sum u = 0$	$\sum \dot{U} = 0$
元件约束关系	$u = Ri \quad i = Gu$	$\dot{U} = Z\dot{I} \quad \dot{I} = Y\dot{U}$

引入相量法，利用电路的相量模型，把时域微分方程直接列写为相量形式的代数方程，即可使用与电阻电路相似的电路定律进行相量求解。

课件参考及参考教材

- 邱关源，罗先觉. 电路（第6版）. 高等教育出版社.
- 陈晓平，李长杰. 电路原理（第4版）. 机械工业出版社.
- 王向军. 电路. 机械工业出版社.
- 卢飒. 电路分析基础（第2版）. 电子工业出版社.