第七章 系统函数

7.1 系统函数与系统特性

7.2 系统的因果性与稳定性

7.3 信号流图

7.4 系统的结构

§7.1 系统函数与系统特性

一、系统函数的零点与极点

LTI的系统函数是复变量s或z的有理分式，是s或z的有理多项式B(•)与A(•)之比，即：

$$H(\bullet)=\frac{B(\bullet)}{A(\bullet)}$$

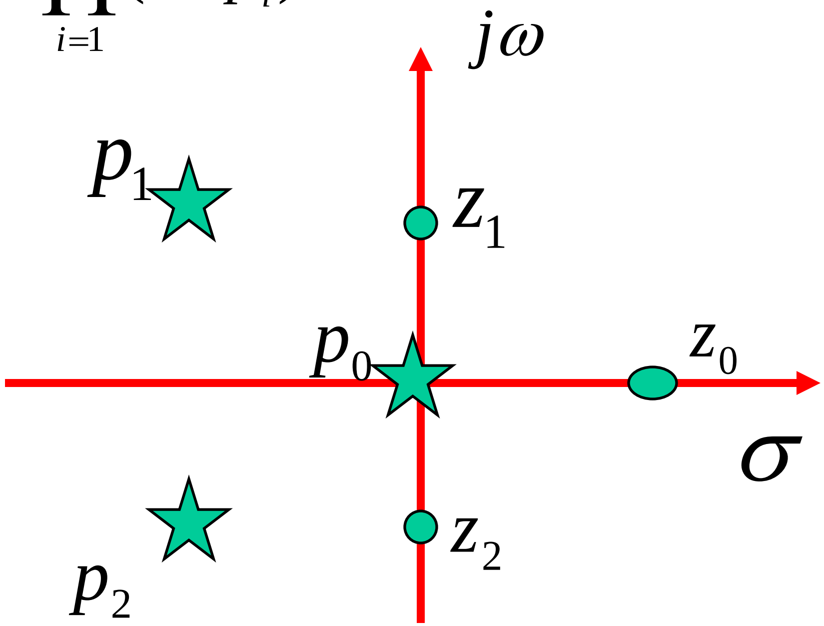
对于连续系统：$H(s)=\dfrac{B(s)}{A(s)}=\dfrac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\ldots+b_1 s+b_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\ldots+a_1 s+a_0}$

对于离散系统：$H(z)=\dfrac{B(z)}{A(z)}=\dfrac{b_m z^m+b_{m-1}z^{m-1}+\ldots+b_1 z+b_0}{z^n+a_{n-1}z^{n-1}+\ldots+a_1 z+a_0}$

B(•)与A(•) 都是s或z的有理多项式，其中A(•) =0的根p_1，p_2，…，p_n称为系统的极点， B(•)=0的根z_1，z_2，…，z_m称为系统的零点。

系统函数也可写为：

$$H(s)=\frac{B(s)}{A(s)}=\frac{b_m\prod_{j=1}^{m}(s-z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)} \qquad H(z)=\frac{B(z)}{A(z)}=\frac{b_m\prod_{j=1}^{m}(z-z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(z-p_i)}$$

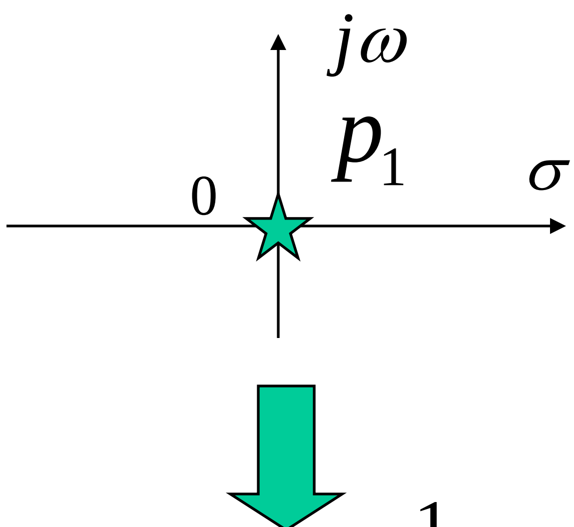


二、系统函数与时域响应

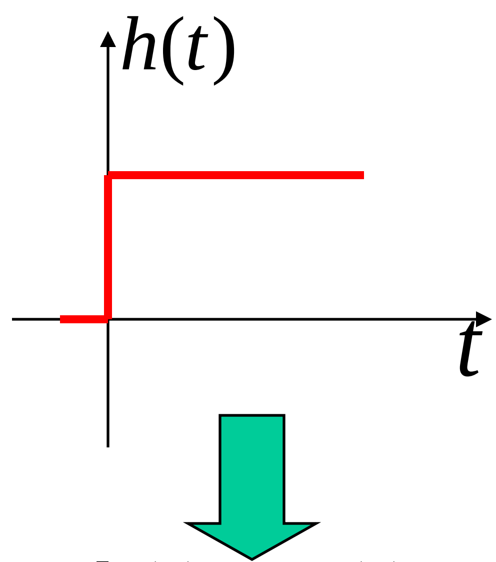
系统的自由响应的形式由A(•) =0的根决定，也即由系统的极点决定，冲激响应或单位序列响应的形式也由系统的极点决定。

1、连续系统

(a)一阶极点在原点

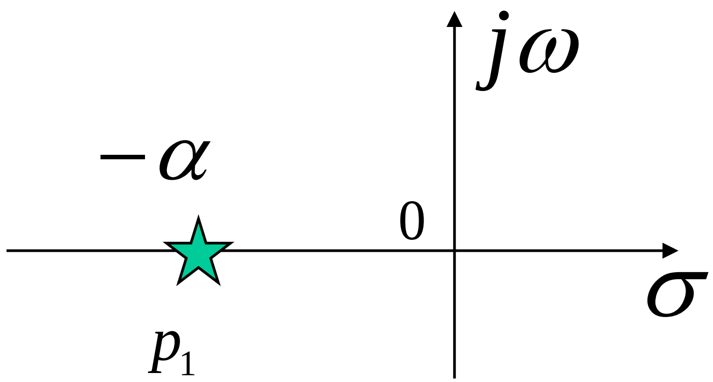


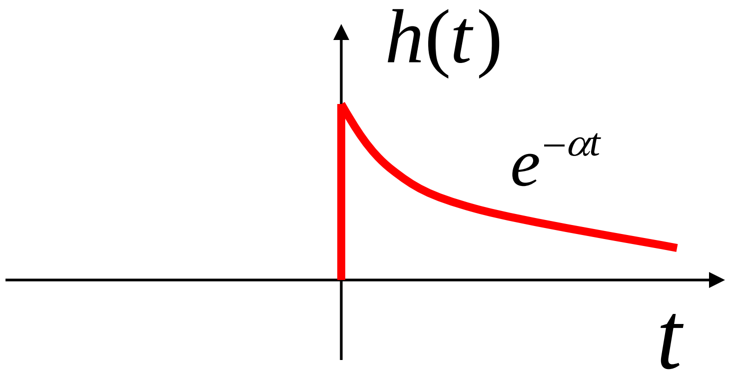
$$H(s)=\frac{1}{S}$$



$$h(t)=\varepsilon(t)$$

(b)一阶极点在负实轴

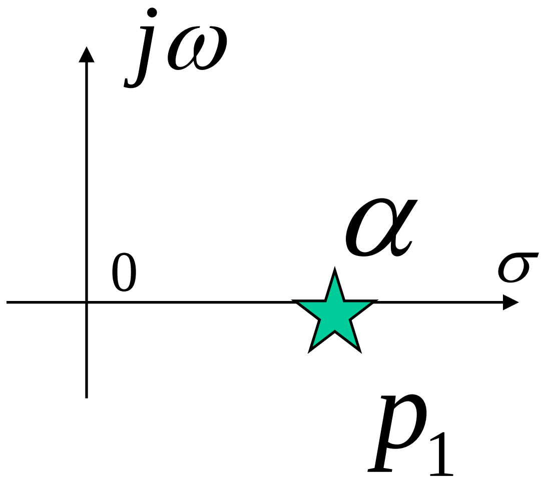


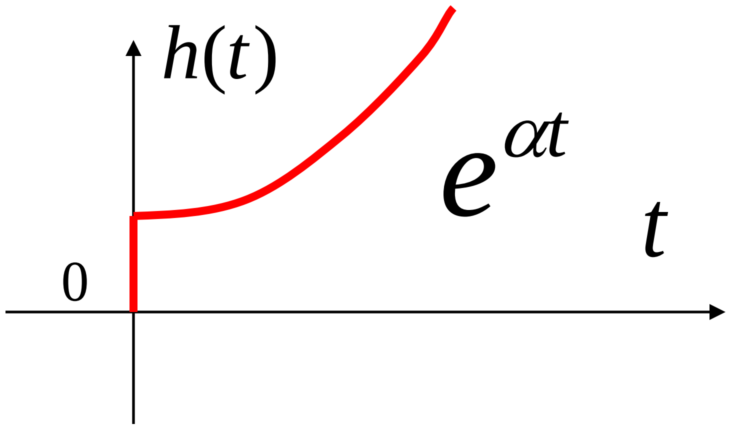


$$H(s)=\frac{1}{S+\alpha}$$

$$h(t)=e^{-\alpha t}\varepsilon(t)$$

(c)一阶极点在正实轴

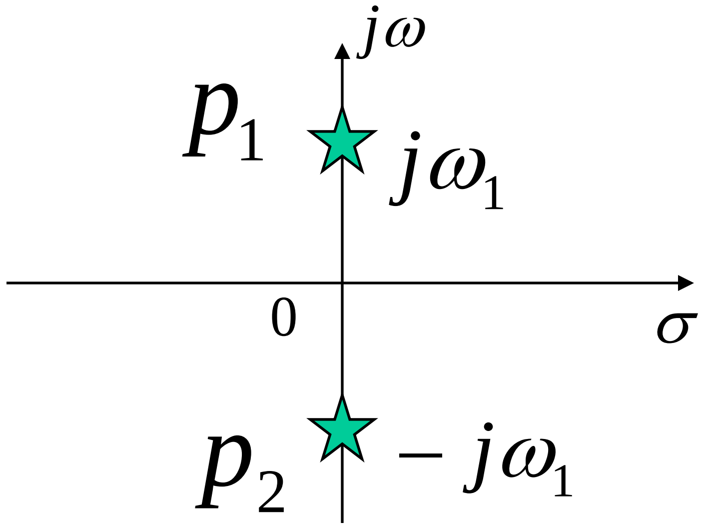


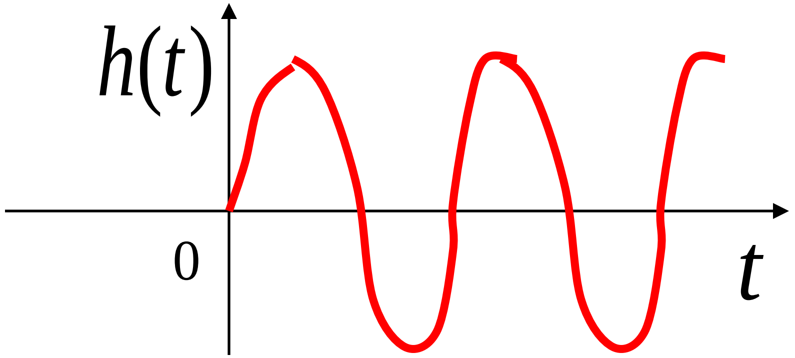


$$H(s)=\frac{1}{S-\alpha}$$

$$h(t)=e^{\alpha t}\varepsilon(t)$$

(d)一阶共轭极点在虚轴

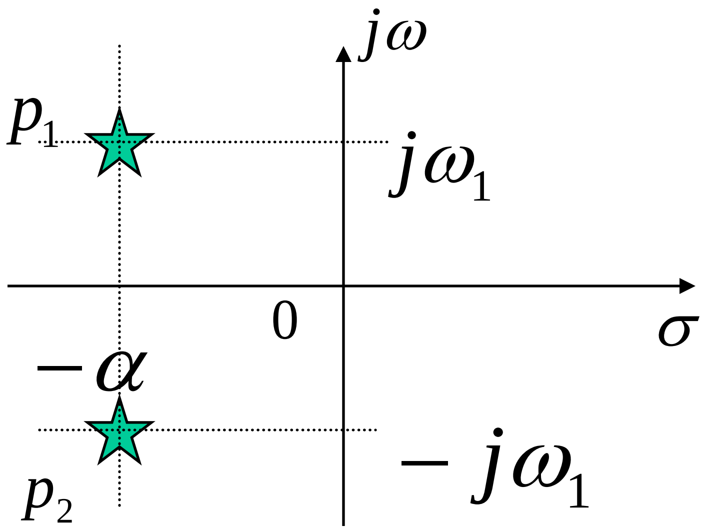


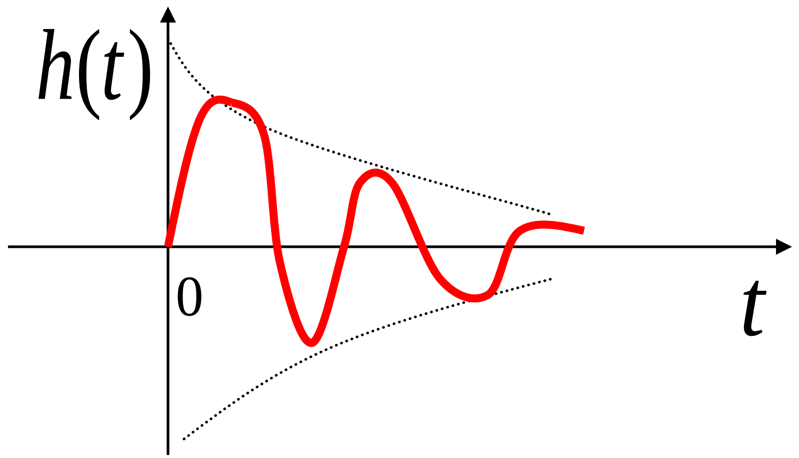


$$H(s)=\frac{\omega_1}{S^2+\omega_1^2}$$

$$h(t)=\sin\omega_1 t\cdot\varepsilon(t)$$

(e)一阶共轭极点在左半平面

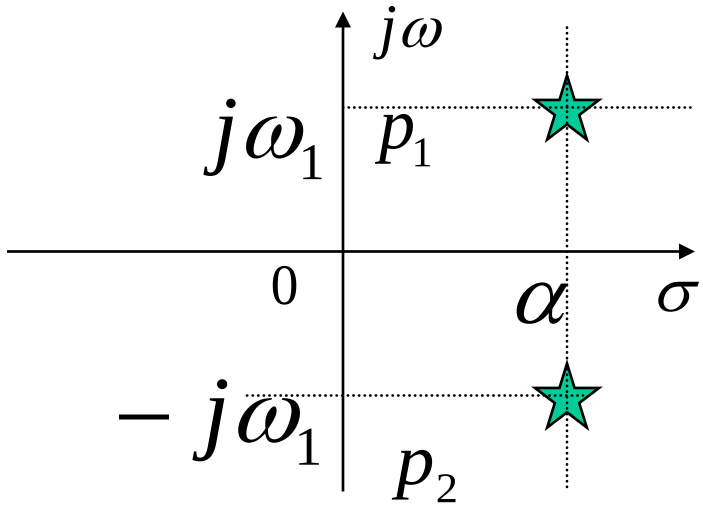


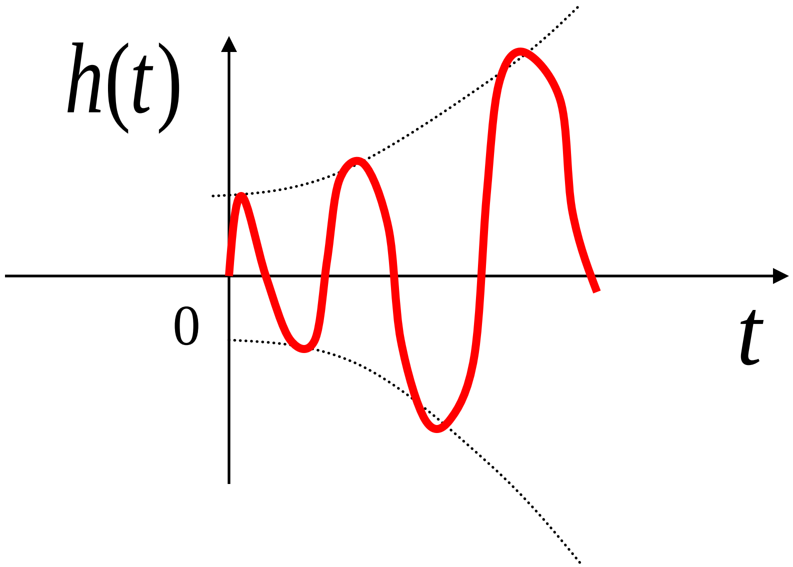


$$H(s) = \frac{\omega_1}{(S+\alpha)^2 + \omega_1^2}$$

$$h(t) = e^{-\alpha t} \sin\omega_1 t \cdot \varepsilon(t)$$

(f)一阶共轭极点在右半平面

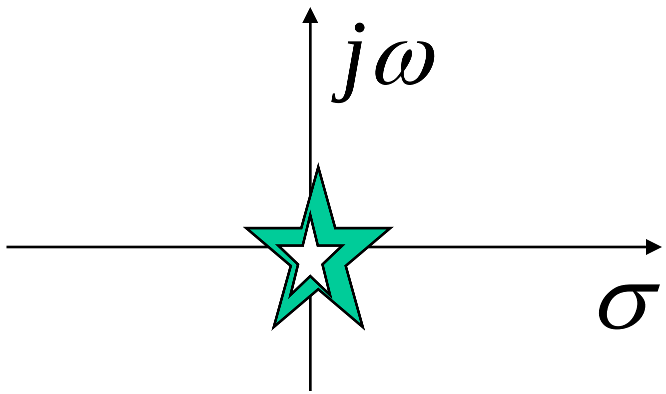


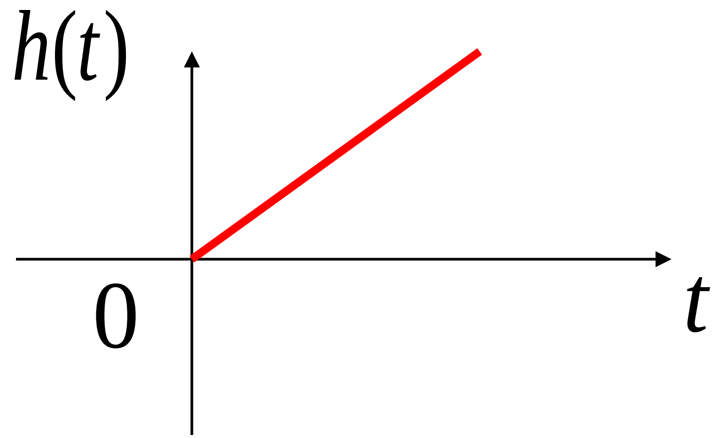


$$H(s) = \frac{\omega_1}{(S-\alpha)^2 + \omega_1^2}$$

$$h(t) = e^{\alpha t} \sin \omega_1 t \cdot \varepsilon(t)$$

(g)二阶极点在原点

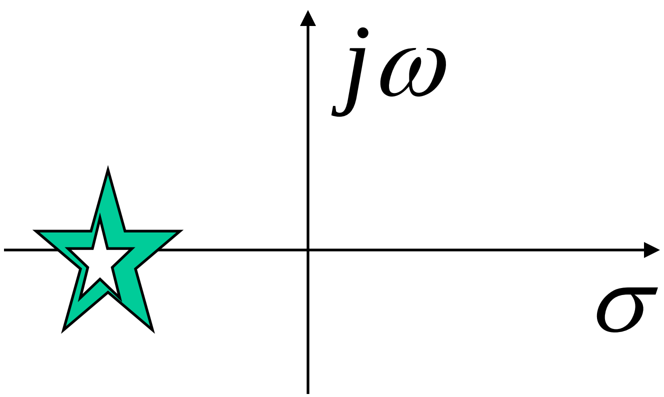


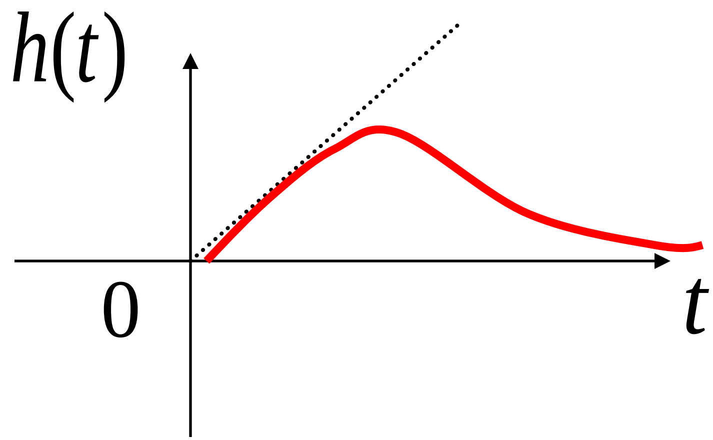


$$H(s)=\frac{1}{S^2}$$

$$h(t)=t\varepsilon(t)$$

(h)二阶极点在负实轴

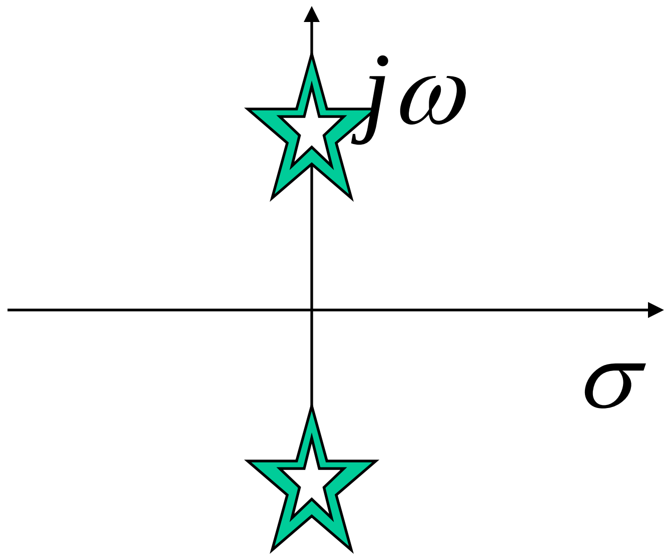


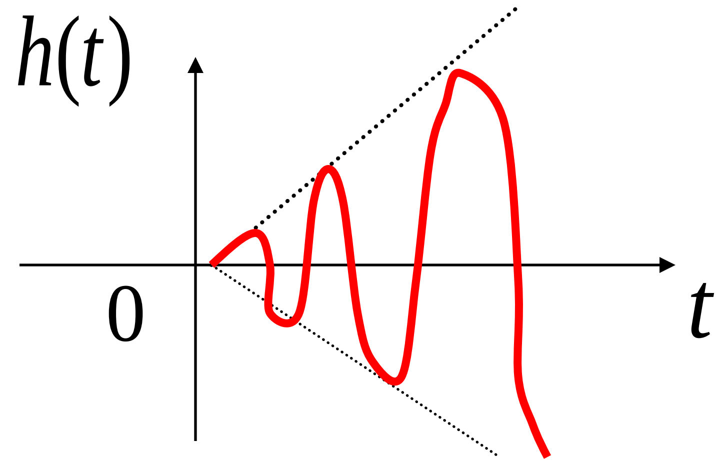


$$H(s)=\frac{1}{(S+\alpha)^2}$$

$$h(t)=te^{-\alpha t}\varepsilon(t)$$

(i)二阶共轭极点在虚轴

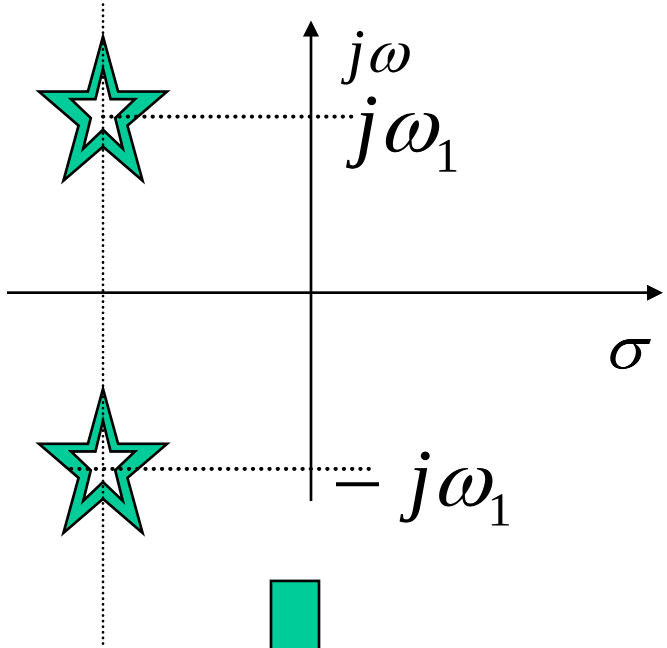


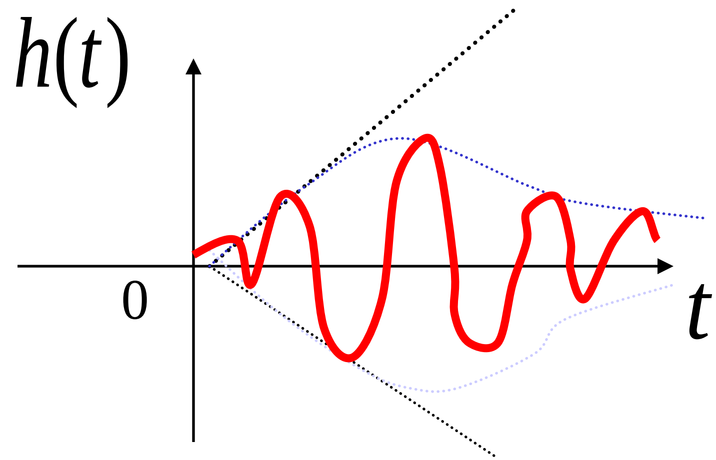


$$H(s)=\frac{2\omega S}{(S^2+\omega_1^2)^2}$$

$$h(t)=t\sin\omega_1 t\varepsilon(t)$$

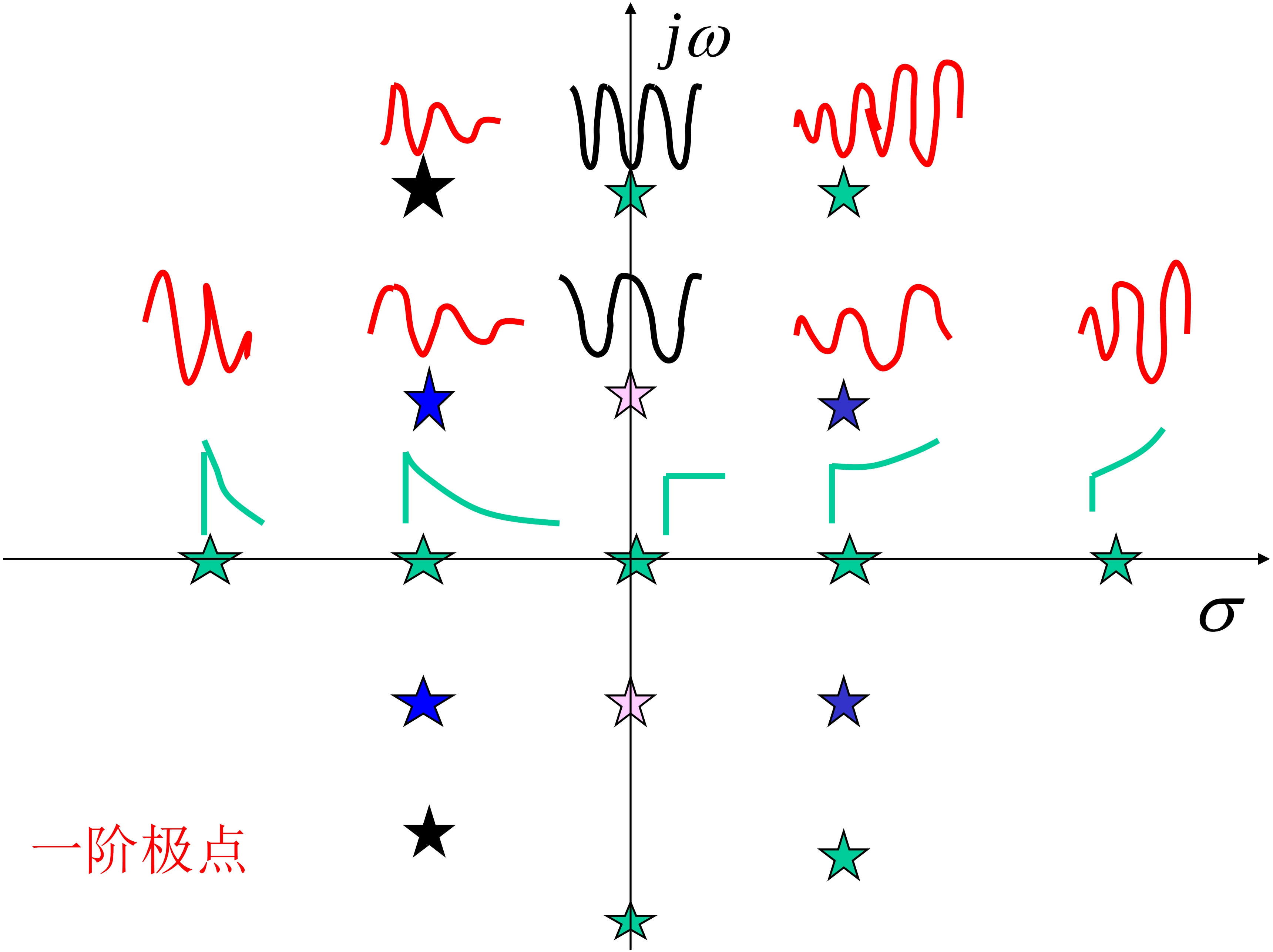
(i)二阶共轭极点在左半平面



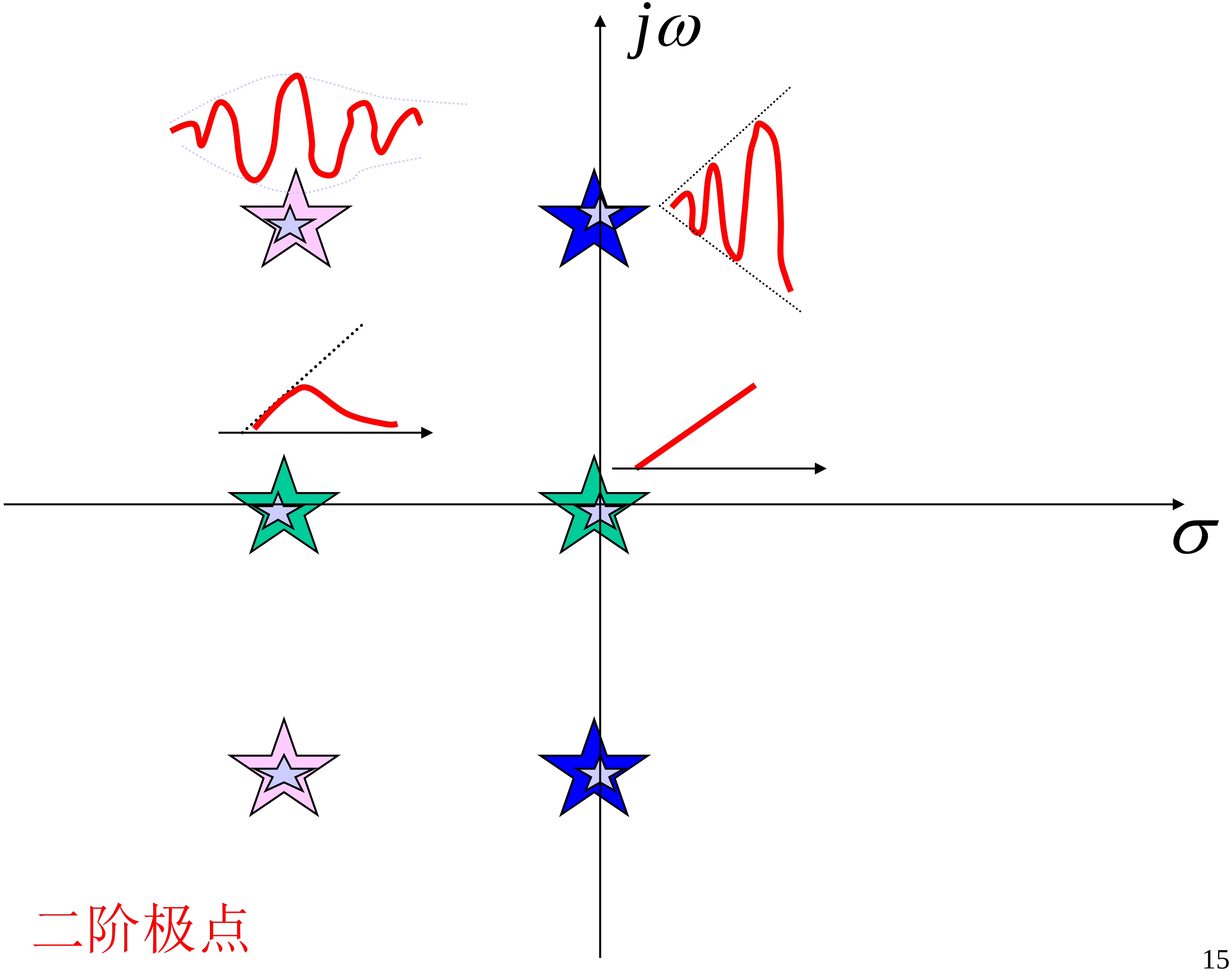


$$H(s)=\frac{2\omega(S+\alpha)}{[(S+\alpha)^2+\omega_1^2]^2}$$

$$h(t)=te^{-\alpha t}\sin\omega_1 t\cdot\varepsilon(t)$$



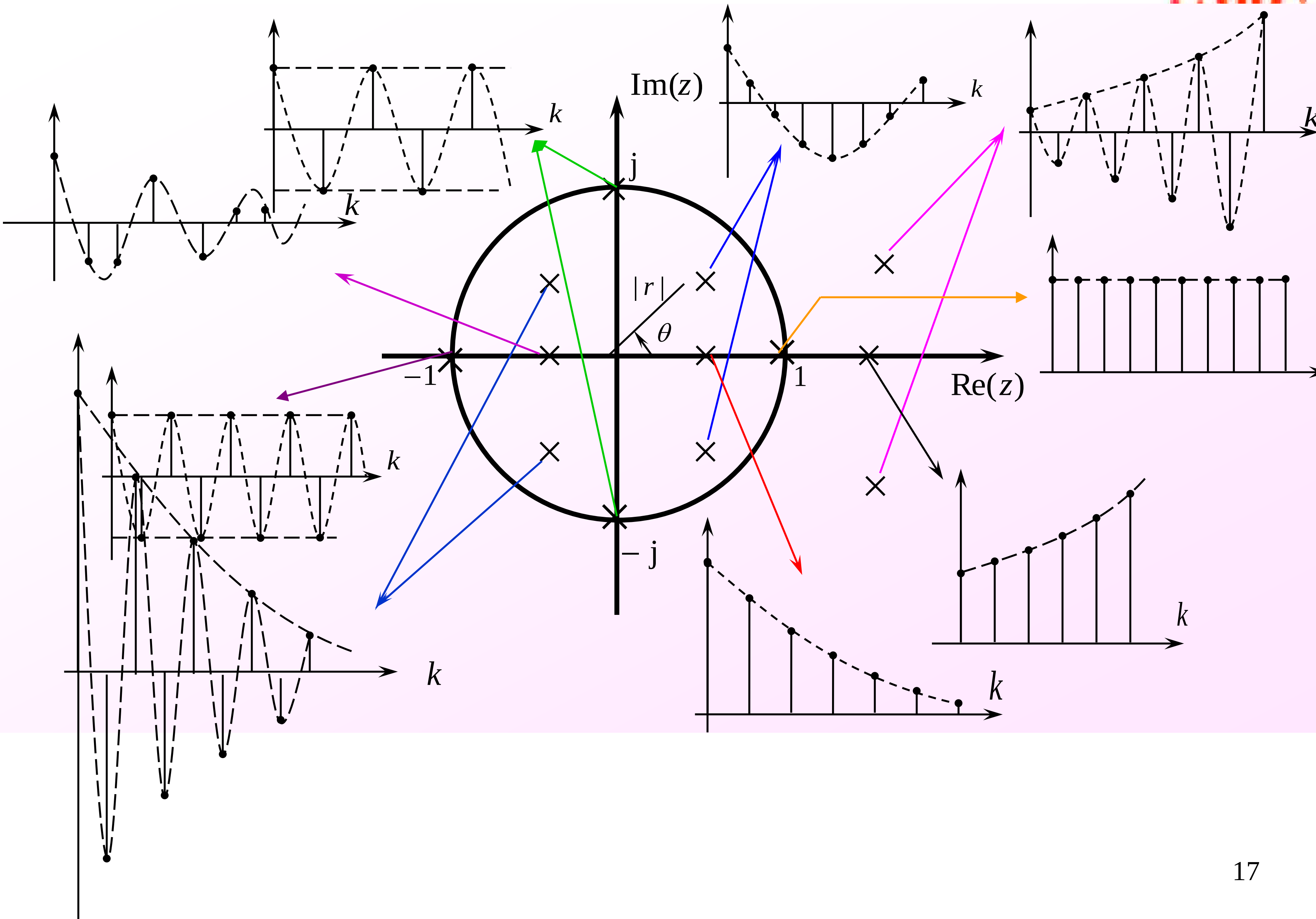
一阶极点



二阶极点

- 极点落在左半平面— h(t) 呈衰减趋势
- 一阶极点落在虚轴上— h(t) 等幅振荡
- 极点落在右半平面或多阶极点在虚轴上— h(t)呈增长趋势
- 一阶极点落在原点— h(t)等于ε (t)

2、离散系统



- 极点落在单位圆内— **h(k)** 呈衰减趋势
- 极点落在单位圆外或多阶极点在单位圆上— **h(k)**呈增长趋势
- 一阶极点落在单位圆上— **h(k)** 幅度不随**k**变化

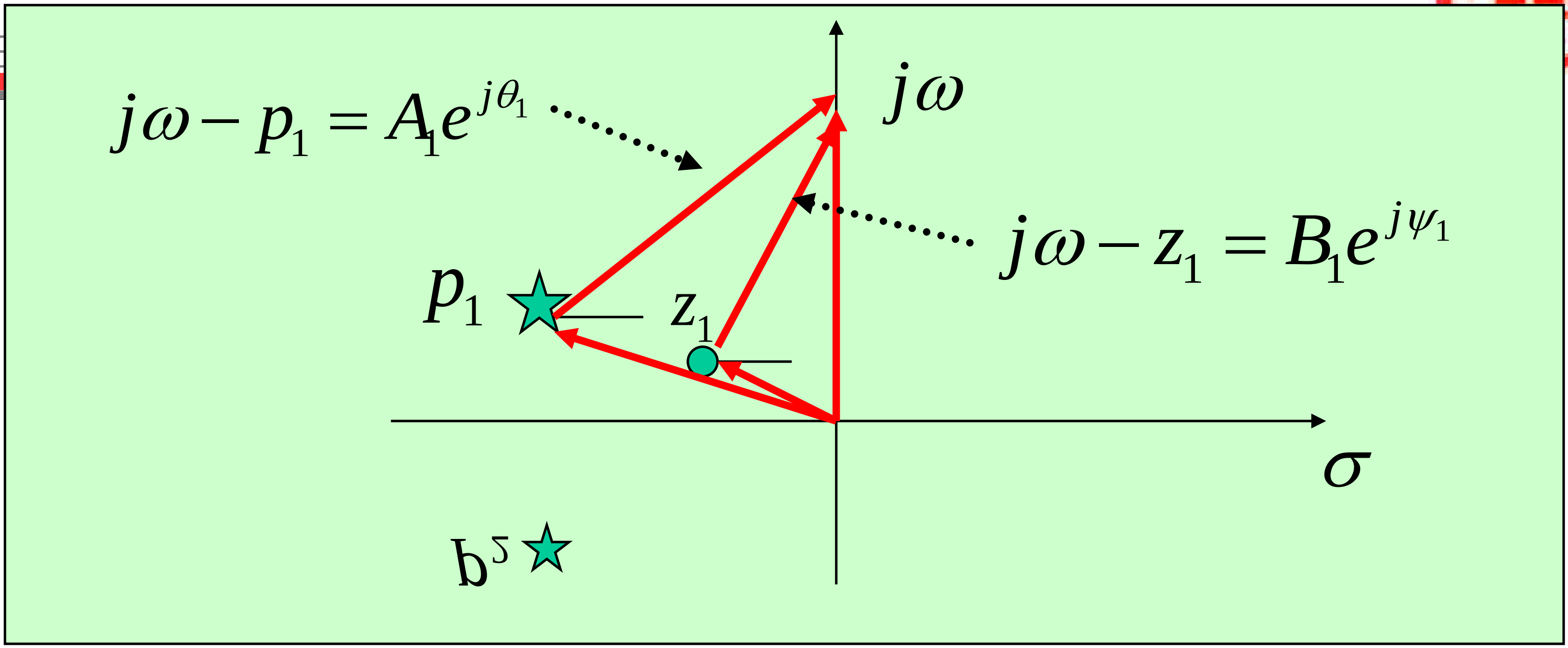
三、系统函数与频域响应

系统的零极点与系统的频域响应也有直接关系。

1、连续系统

若系统的极点均在左半平面，则H(s)在虚轴上收敛，即s=jω时：

$$H(j\omega)=\frac{b_m\prod_{j=1}^{m}(j\omega-z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(j\omega-p_i)}$$



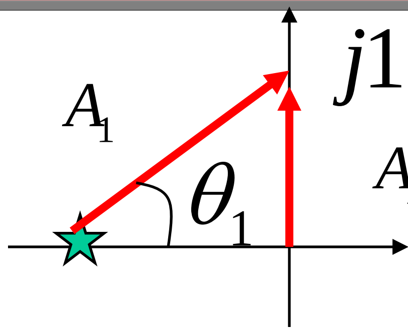
$$H(j\omega) = \frac{b_m \prod_{j=1}^{m} (j\omega - z_j)}{\prod_{i=1}^{n} (j\omega - p_i)} = b_m \frac{B_1 B_2 \cdots B_m}{A_1 A_2 \cdots A_n} e^{j\left(\sum_{l=1}^{m} \psi_l - \sum_{i=1}^{n} \theta_i\right)}$$

幅频响应$|H(j\omega)|=\dfrac{b_m B_1 B_2 \cdots B_m}{A_1 A_2 \cdots A_n}$

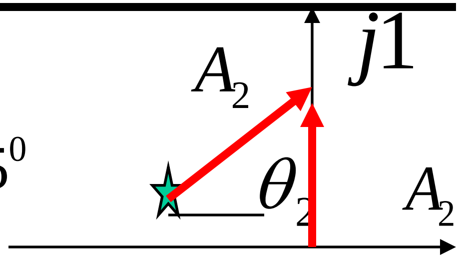
相频响应$\varphi(\omega)=\sum_{l=1}^{m}\psi_l-\sum_{i=1}^{n}\theta_i$

例7.1：已知$H(s)=\dfrac{1}{s^3+2s^2+2s+1}$求当 $\omega=1$ 时的幅频和相位。

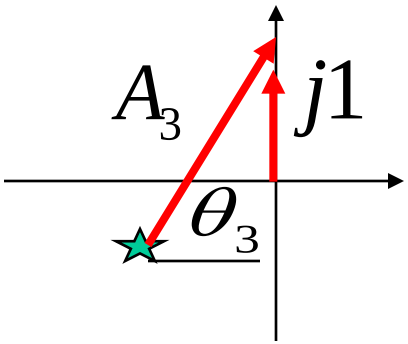
$$H(s)=\frac{1}{(s+1)(s-\frac{-1-j\sqrt{3}}{2})(s-\frac{-1+j\sqrt{3}}{2})}$$



$A_1 = \sqrt{2} \qquad \theta = 45^0$



$A_2 = \sqrt{2 - \sqrt{3}} \quad \theta_2 = 15^0$



$A_3 = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \quad \theta_3 = 75^0$

$$|H(j1)| = \frac{1}{A_1 A_2 A_3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\theta(j1) = -(45^0 + 15^0 + 75^0) = -135^0$$

例 7.2 已知二阶线性连续系统的系统函数为

$$H(s)=\frac{s-\alpha}{s^2+2\alpha s+\omega_0^2}$$

式中，$\alpha>0,\ \omega_0>0,\ \omega_0>\alpha$。粗略画出系统的幅频和相频特性曲线。

葺

解 $H(s)$有一个零点$s_1=\alpha$; 有两个极点，分别为

$$p_{1,2}=-\alpha\pm j\sqrt{\omega_0^2-\alpha^2}=-\alpha\pm j\beta$$

式中，$\beta=\sqrt{\omega_0^2-\alpha^2}$ 于是$H(s)$又可表示为

$$H(s)=\frac{s-\alpha}{(s-p_1)(s-p_2)}$$

由于$H(s)$的极点p_1和p_2都在左半平面，因此，系统的频率特性为

$$H(j\omega)=H(s)\big|_{s=j\omega}=\frac{j\omega-\alpha}{(j\omega-p_1)(j\omega-p_2)}$$

$$令Be^{j\phi} = j\omega - \alpha, A_1 e^{j\theta_1} = j\omega - p_1, A_2 e^{j\theta_2} = j\omega - p_2,$$

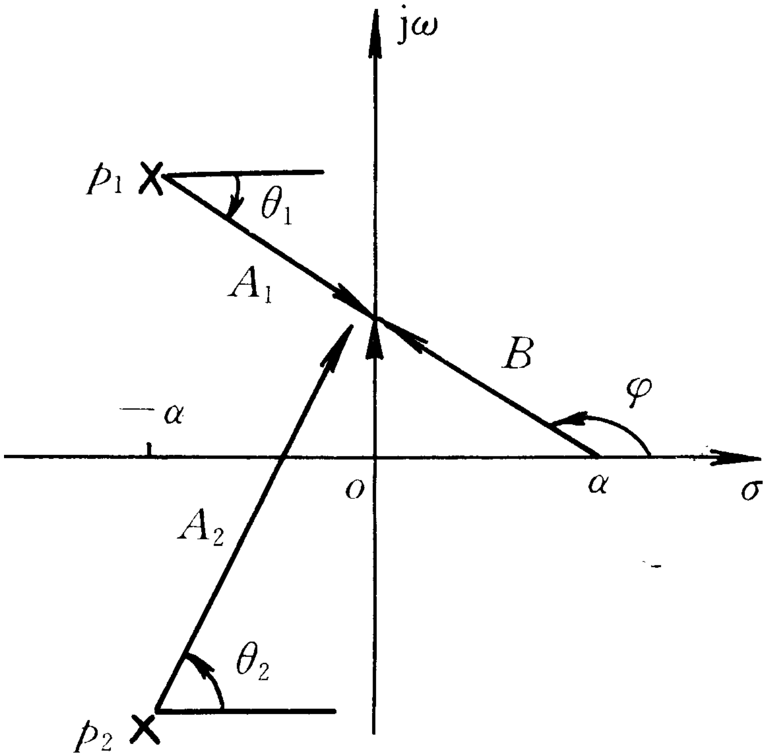
则H(jω)又可表示为

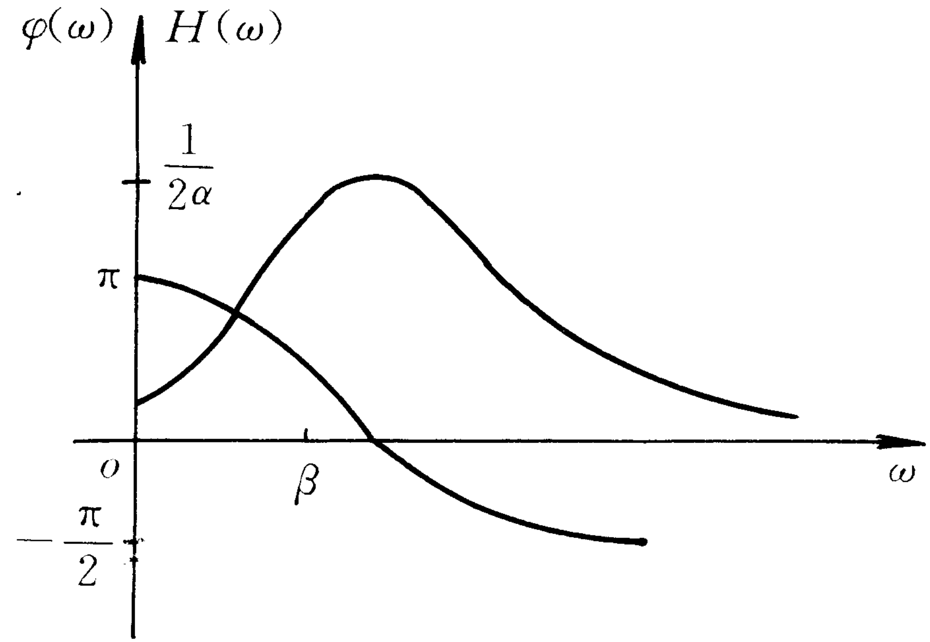
$$H(j\omega) = \frac{Be^{j\phi}}{A_1 e^{j\theta_1} \cdot A_2 e^{j\theta_2}} = \frac{B}{A_1 A_2} e^{j(\varphi - \theta_1 - \theta_2)} = H(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$$

幅频特性和相频特性分别为

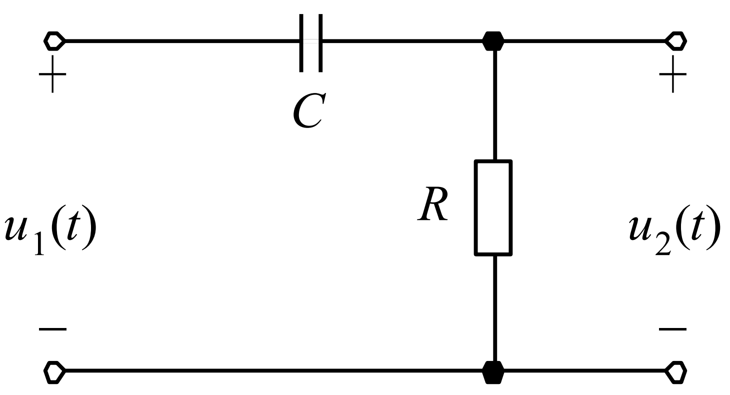
$$H(\omega) = \frac{B}{A_1 A_2}$$

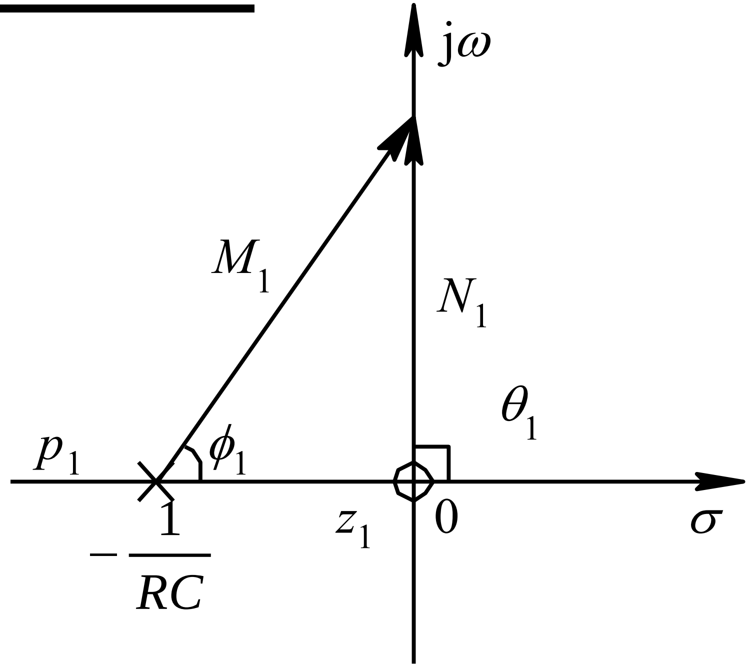
$$\phi(\omega) = \phi - (\theta_1 + \theta_2)$$


jω
p_1
θ_1
A_1
B
φ
−α
o
α
σ
A_2
θ_2
p_2


φ(ω)
H(ω)
$\frac{1}{2\alpha}$
π
o
β
ω
$-\frac{\pi}{2}$

例：RC高通滤波器如图所示，试分析其频响特性。





解： RC高通滤波器的系统函数为

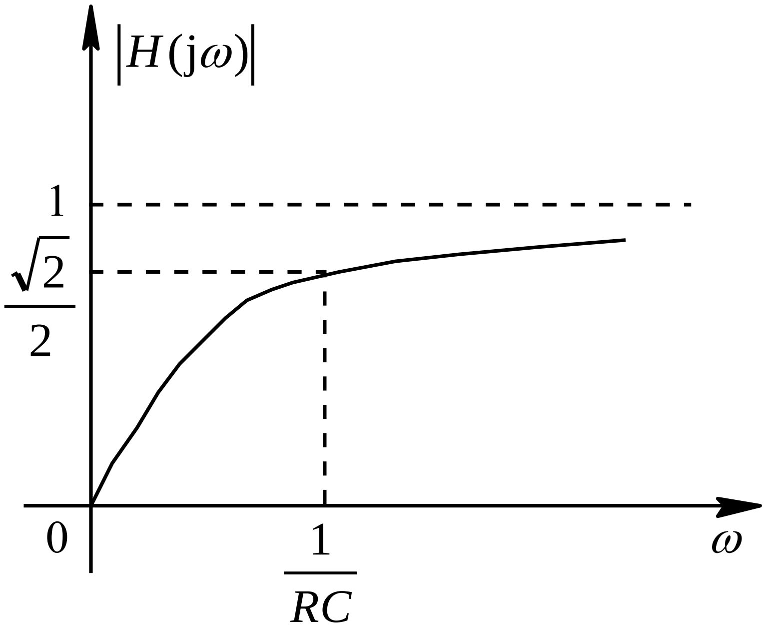
$$H(s)=\frac{U_2(s)}{U_1(s)}=\frac{R}{R+\dfrac{1}{sC}}=\frac{s}{s+\dfrac{1}{RC}}$$

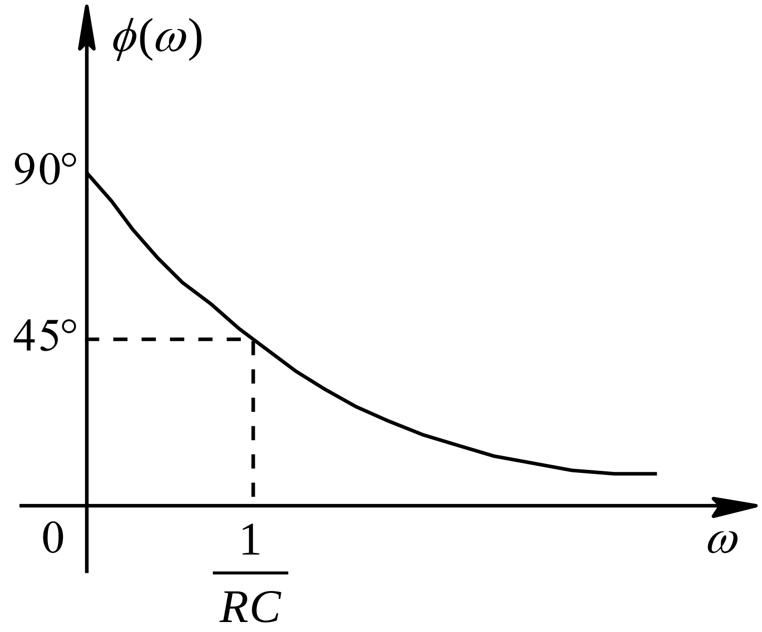
$$H(j\omega)=H(s)\Big|_{s=j\omega}=\frac{j\omega}{j\omega+\dfrac{1}{RC}}$$

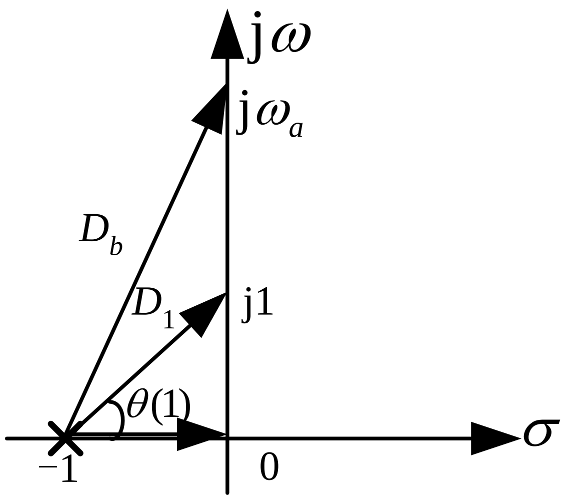
零点矢量为 $j\omega-z_1=N_1e^{j\theta_1}$，极点矢量为 $j\omega-p_1=M_1e^{j\varphi_1}$，于是

$$H(j\omega)=\frac{N_1}{M_1}e^{j(\theta_1-\varphi_1)}=|H(j\omega)|\cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

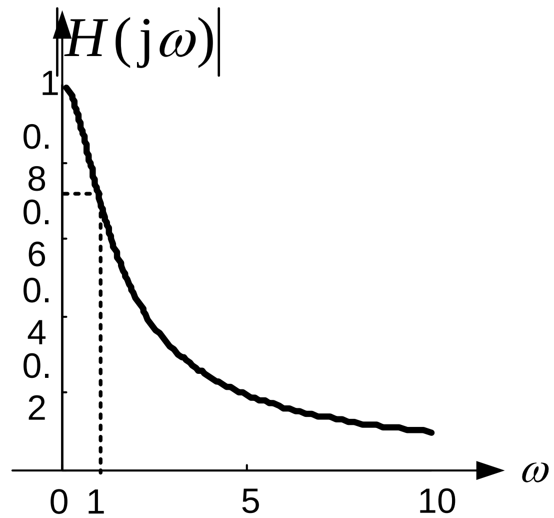
$$|H(j\omega)|=\frac{N_1}{M_1},\quad \varphi(\omega)=\theta_1-\varphi_1$$


$|H(\mathrm{j}\omega)|$
1
$\frac{\sqrt{2}}{2}$
0
$\frac{1}{RC}$
ω

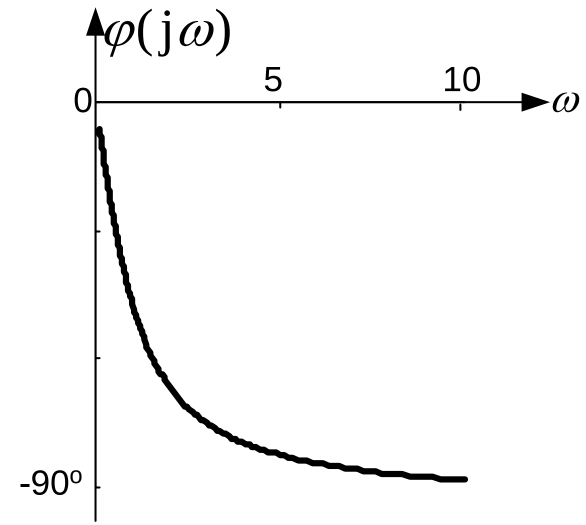

$\phi(\omega)$
90°
45°
0
$\frac{1}{RC}$
ω



jω
jω_a
D_b
D_1
j1
θ(1)
σ
−1
0



|H(jω)|
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1
5
10
ω

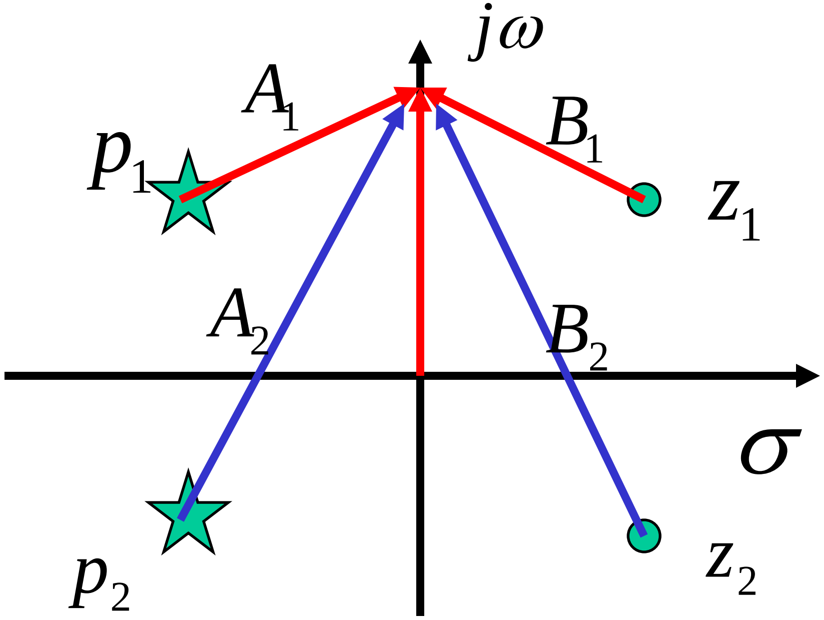


φ(jω)
0
5
10
ω
-90°

全通函数

若系统的幅频响应$|H(j\omega)|$为常数，则相应的系统称为全通系统。

设一个二阶系统的系统函数在左半平面有一对共轭极点$p_1=-\alpha+j\beta$， $p_2=-\alpha-j\beta$, 在右半平面有一对共轭零点$z_1=\alpha+j\beta$，$z_2=\alpha-j\beta$，那么其零点和极点是关于虚轴镜像对称的。



令$s_1=\alpha-j\beta$， $s_2=\alpha+j\beta$， 则
$p_1=-s_1$， $p_2=-s_2, z_1= s_2, z_2= s_1$

$$H(s)=\frac{(s-s_1)(s-s_2)}{(s+s_1)(s+s_2)}$$

$$H(j\omega)=\frac{(j\omega-s_1)(j\omega-s_2)}{(j\omega+s_1)(j\omega+s_2)}=\frac{B_1B_2}{A_1A_2}e^{j(\psi_1+\psi_2-\theta_1-\theta_2)}$$

$$A_1=B_1, A_2=B_2$$

全通系统

幅频特性 $|H(j\omega)|=1$

相频特性 $\varphi(\omega)=\psi_1+\psi_2-\theta_1-\theta_2$

$$=2\pi-2\arctan\left(\frac{2\alpha\omega}{\alpha^2+\beta^2-\omega^2}\right)$$

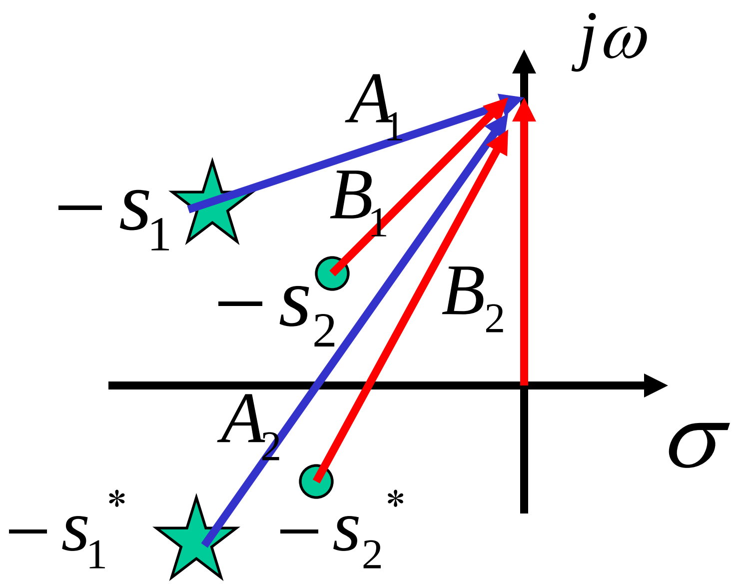
最小相移函数

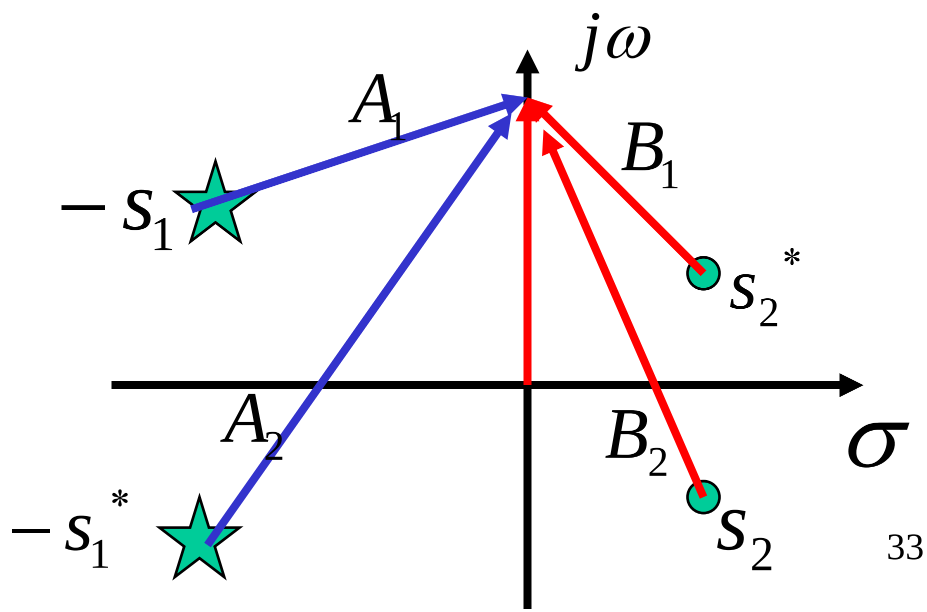
若系统函数的两个极点$-s_1$和$-s_1^*$，两个零点$-s_2$和$-s_2^*$都在左半平面，系统函数为：

$$H_a(s)=\frac{(s+s_2)(s+s_2^*)}{(s+s_1)(s+s_1^*)}$$

另一系统函数的两个极点$-s_1$和$-s_1^*$在左半平面，两个零点s_2和s_2^*在右半平面，系统函数为：

$$H_b(s)=\frac{(s-s_2)(s-s_2^*)}{(s+s_1)(s+s_1^*)}$$





幅频特性 $|H_a(j\omega)| = |H_b(j\omega)|$

相频特性 $\varphi_a(\omega) = \psi_1 + \psi_2 - \theta_1 - \theta_2$

$$\varphi_b(\omega) = (\pi - \psi_1) + (\pi - \psi_2) - \theta_1 - \theta_2$$

$$\varphi_b(\omega) - \varphi_a(\omega) = 2\pi - 2(\psi_1 + \psi_2)$$

ω从0到∞时$(\psi_1 + \psi_2)$从0到π，因此

$$\varphi_b(\omega) - \varphi_a(\omega) = 2\pi - 2(\psi_1 + \psi_2) \geq 0$$

也即$0 \leq \omega < \infty$时$\varphi_b(\omega) \geq \varphi_a(\omega)$

对于具有相同幅频特性的系统函数，零点位于左半平面的系统函数的相频特性最小，称为最小相移函数。

2、离散系统

若系统的极点均在单位圆内，则H(z)在单位圆上收敛，即|z|=1时：

$$H(e^{j\theta}) = \frac{b_m \prod_{j=1}^{m} (e^{j\theta} - z_j)}{\prod_{i=1}^{n} (e^{j\theta} - p_i)}$$

式中$\theta = \omega T_s$， ω为角频率， T_s为取样周期

$$H(e^{j\theta}) = b_m \frac{B_1 B_2 \cdots B_m}{A_1 A_2 \cdots A_n} e^{j(\sum_{l=1}^{m} \psi_l - \sum_{i=1}^{n} \theta_i)}$$

例 已知离散系统的系统函数为

$$H(z)=\frac{6(z-1)}{4z+1} \qquad |z|>\frac{1}{4}$$

求系统的频率响应，粗略画出系统的幅频响应和相频响应曲线。

解 由于H（z）的收敛域为 $|z|>\frac{1}{4}$，所以H（z）在单位圆上收敛。H（z）有一个极点 $p_1=-\frac{1}{4}$，有一个零点z_1=1。系统的频率响应为

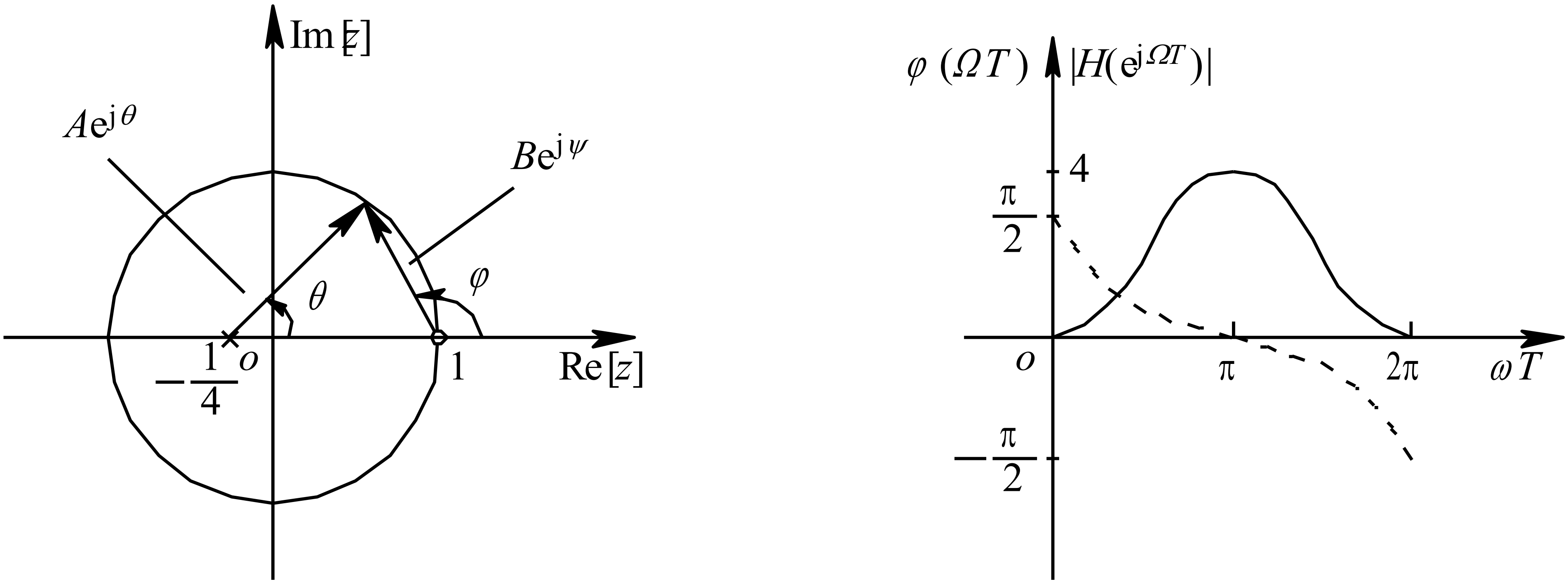
$$H(e^{j\theta})=H(z)\Big|_{z=e^{j\theta}}=\frac{3}{2}\left[\frac{e^{j\theta}-1}{e^{j\theta}-\left(-\frac{1}{4}\right)}\right]$$

令 $Ae^{j\phi}=e^{j\theta}-\left(-\frac{1}{4}\right), Be^{j\varphi}=e^{j\theta}-1,$ 则有

$$H(e^{j\theta})\frac{3}{2}\cdot\frac{Be^{j\varphi}}{Ae^{j\phi}}=\left|H(e^{j\theta})\right|e^{j\phi(\theta)}$$

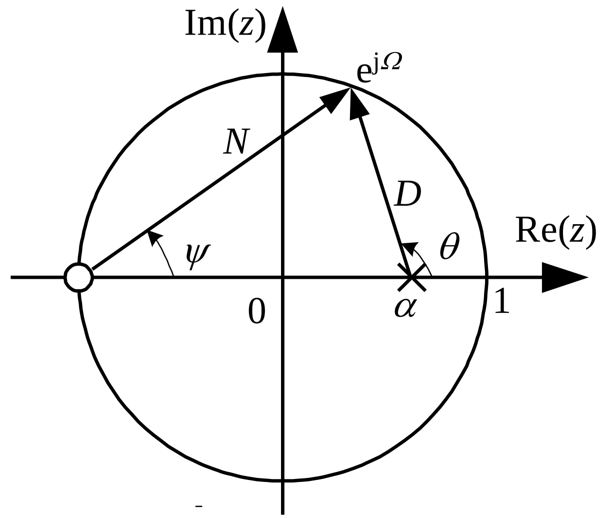
$$\left|H(e^{j\theta})\right|=\frac{3B}{2A}$$

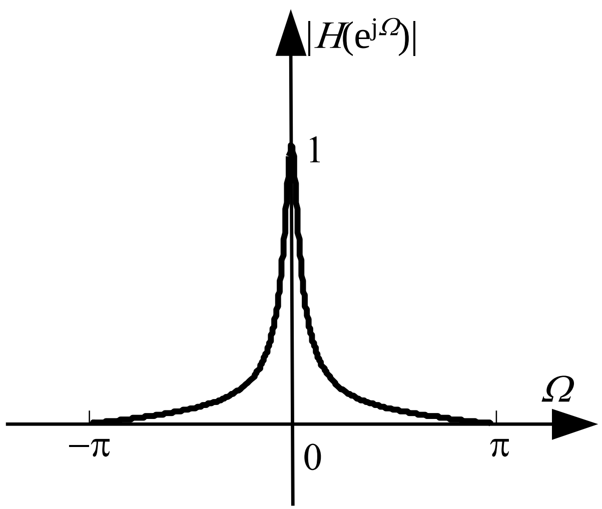
$$\varphi(\theta)=\varphi-\phi$$

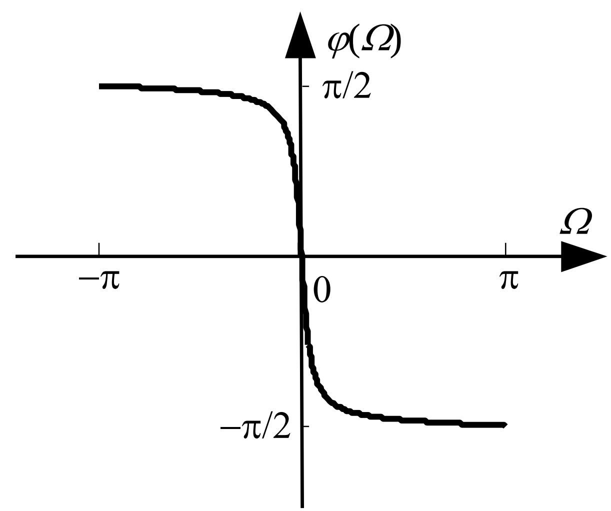


Im [z]
Re [z]
$Ae^{j\theta}$
$Be^{j\psi}$
θ
φ
$-\frac{1}{4}$
o
1
$\varphi(\Omega T)$ $|H(e^{j\Omega T})|$
4
$\frac{\pi}{2}$
$-\frac{\pi}{2}$
o
π
2π
ωT

(a) (b)


Im(z)
e^{jΩ}
N
D
ψ
θ
Re(z)
0
α
1


|H(e^{jΩ})|
1
Ω
−π
0
π


φ(Ω)
π/2
Ω
−π
0
π
−π/2

§7.2 系统的因果性与稳定性

一、系统的因果性

因果系统指系统的零状态响应不出现于激励之前的系统。

连续系统因果性的充分必要条件：$h(t)=0, t<0$

或者系统函数$H(s)$的收敛域为：$\sigma > \sigma_0$

离散系统因果性的充分必要条件：$h(k)=0, k<0$

或者系统函数$H(z)$的收敛域为$|z| > \rho_0$

二、系统的稳定性

稳定系统指对于任意有界的输入，零状态响应也有界的系统。

连续系统稳定性的充分必要条件：

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\, dt \le M$$

离散系统稳定性的充分必要条件：

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| \le M$$

连续因果系统稳定性的充分必要条件：

$$\int_0^{\infty} |h(t)|\, dt \le M$$

离散因果系统稳定性的充分必要条件：

$$\sum_{k=0}^{\infty} |h(k)| \le M$$

z变换H(z)的收敛域由满足$\sum |h(n)z^{-n}| < \infty$的那些z值确定。如单位圆上收敛，此时则有$\sum |h(n)| < \infty$，即系统稳定；也就是说，收敛域包括单位圆的系统是稳定的。

对于既是稳定的又是因果的连续系统，其系统函数H(s)的极点都在s平面的左半平面；若系统函数的极点都在左半平面，则系统既是稳定的又是因果的。

对于既是稳定的又是因果的离散系统，其系统函数H(z)的极点都在z平面的单位圆内；若系统函数的极点都在单位圆内，则系统既是稳定的又是因果的。

已知离散系统的单位响应为 $h(k)=2\varepsilon(k)$，

则系统是 ___C___。

(A)因果、稳定系统　　(B)非因果、稳定系统

(C)因果、非稳定系统　　(D)非因果、非稳定系统

已知系统函数 $H(z)=\dfrac{z(z-0.5)}{(z+0.5)(z-2)}$ ，试写出所有可能的收敛域，求每种收敛域所对应的单位序列响应，并说明系统的稳定性和因果性。

解：

$$H(z)=\frac{z(z-0.5)}{(z+0.5)(z-2)}=\frac{0.4z}{z+0.5}+\frac{0.6z}{z-2}$$

由于的极点为-0.5、2，所以有三种可能的收敛域：

(1) |z|<0.5，收敛域为圆内，并不包含单位圆，所以此时的系统是不稳定的反因果系统，其单位序列响应为

$$h(k)=-[0.4(-0.5)^k+0.6(2)^k]\varepsilon(-k-1)$$

(2) 0.5<|z|<2，收敛域为环内，并包含单位圆，所以此时的系统是稳定的非因果系统，其单位序列响应为

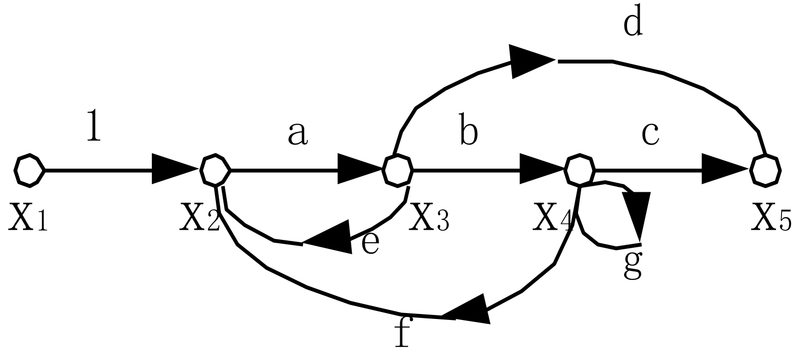
$$h(k) = 0.4(-0.5)^k \varepsilon(k) - 0.6(2)^k \varepsilon(-k-1)$$

(3) |z|>2，收敛域为圆外，并不包含单位圆，所以此时的系统是不稳定的因果系统，其单位序列响应为

$$h(k) = [0.4(-0.5)^k + 0.6(2)^k]\varepsilon(k)$$

§7.3 信号流图

一、信号流图：用点和线来描述系统

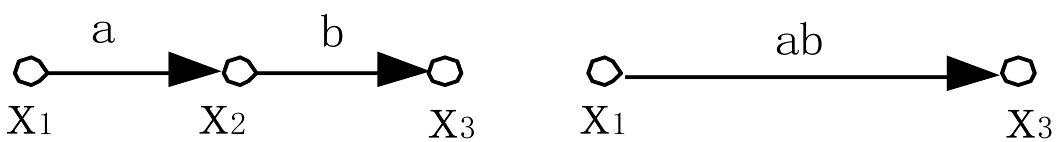


节点和支路 信号流图中每个节点对应于一个变量，连接两个节点间的有向线段称为支路，支路增益即两个节点间的系统函数。

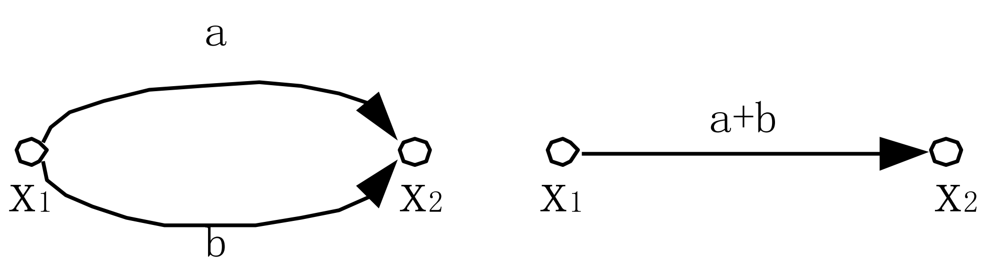
源点与汇点

通路、开通路、闭通路（回路）、自回路、前向通路

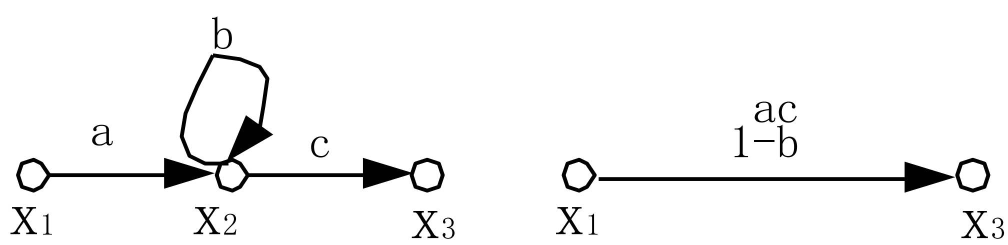
化简1:



化简2:



化简3:



二、梅森公式

$$H=\frac{1}{\Delta}\sum_i P_i\Delta_i$$

$$\Delta=1-\sum_j L_j+\sum_{m,n}L_mL_n-\sum_{p,q,r}L_pL_qL_r+\ldots$$

Δ 称为信号流图的特征行列式，其中

$\sum_j L_j$ 是所有不同回路的增益之和

$\sum_{m,n}L_mL_n$ 是所有两两不接触回路的增益乘积之和

$\sum_{p,q,r}L_pL_qL_r$是所有三个都互不接触回路的增益乘积之和

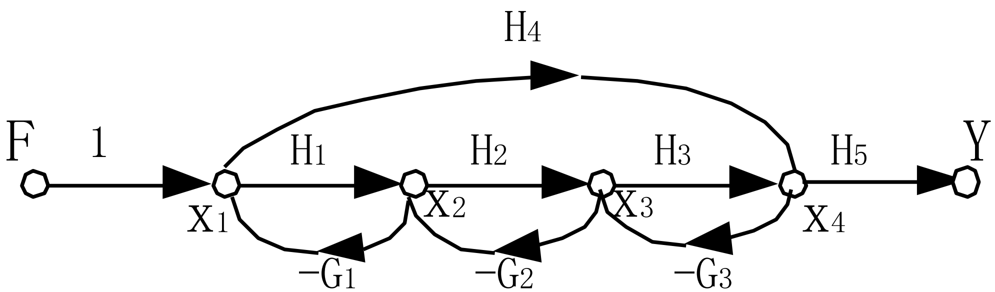
$$H=\frac{1}{\Delta}\sum_i P_i\Delta_i$$

i 表示由源点到汇点的第i条前向通路的标号

P_i 是由源点到汇点的第i条前向通路的增益

Δ_i 称为第i条前向通路特征行列式的余因子，是与第i条前向通路不接触的子图的特征行列式。

例7.5 求图中信号流图的系统函数。



解：有4个回路：

$$x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_1, L_1 = -G_1H_1$$

$$x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow x_2, L_2 = -G_2H_2$$

$$x_3 \rightarrow x_4 \rightarrow x_3, L_3 = -G_3H_3$$

$$x_1 \rightarrow x_4 \rightarrow x_3 \rightarrow x_2 \rightarrow x_1, L_4 = -G_1G_2G_3H_4$$

只有一对两两互不接触的回路 $x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_1$和$x_3 \rightarrow x_4 \rightarrow x_3$

$$L_1L_3 = G_1G_3H_1H_3$$

$$\Delta = 1 - \sum_j L_j + \sum_{m,n} L_mL_n$$

$$= 1 + (G_1H_1 + G_2H_2 + G_3H_3 + G_1G_2G_3H_4) + G_1G_3H_1H_3$$

有两条前向通路：

$$F \to x_1 \to x_2 \to x_3 \to x_4 \to Y, P_1 = H_1 H_2 H_3 H_5$$

各回路都与该通路相接触，因此 $\Delta_1 = 1$

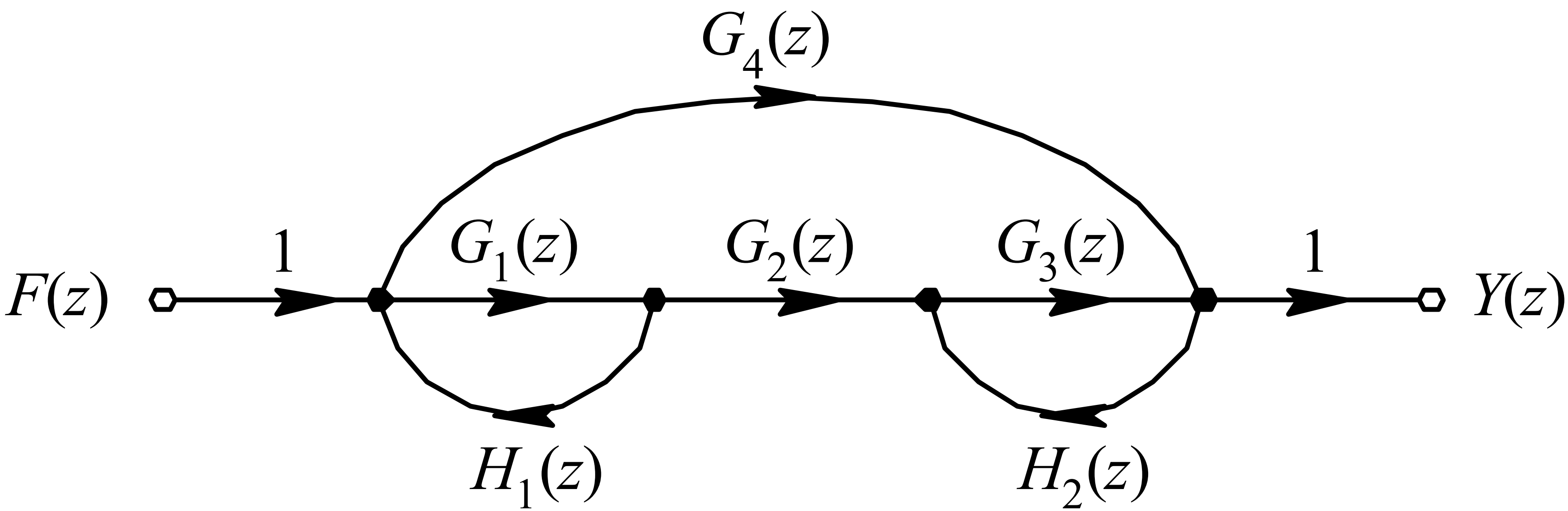
$$F \to x_1 \to x_4 \to Y, P_2 = H_4 H_5$$

与此通路不接触的回路有：$x_2 \to x_3 \to x_2$

$$\Delta_2 = 1 - \sum_j L_j = 1 + G_2 H_2$$

$$H = \frac{1}{\Delta} \sum_i P_i \Delta_i = \frac{H_1 H_2 H_3 H_5 + H_4 H_5 (1 + G_2 H_2)}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_2 G_3 H_4 + G_1 G_3 H_1 H_3}$$

例　已知离散系统的信号流图表示如图所示，求系统函数 $H(z)$。



解 系统信号流图中共有两个环，其中，环1的传输函数L_1=$H_1(z)G_1(z)$,环2的传输函数L_2=$H_2(z)G_3(z)$，并且环1和环2不接触。因此，流图特征行列式为

$$\Delta = 1-(L_1+L_2)+(L_1L_2)$$
$$=1-[H_1(z)G_1(z)+H_2(z)G_3(z)]+[H_1(z)G_1(z)H_2(z)G_3(z)]$$

有两条前向通路：

$$P_1 = G_4(z) \qquad \Delta_1 = 1$$

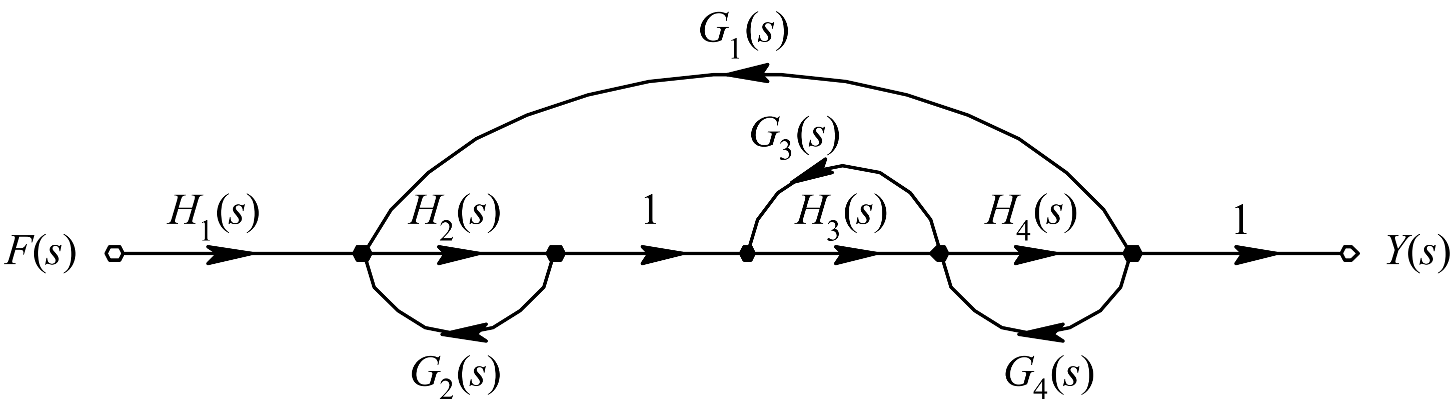
$$P_2 = G_1(z)G_2(z)G_3(z) \qquad \Delta_2 = 1$$

于是得系统函数为

$$H(z)=\frac{\sum_{i=1}^{2}P_i\Delta_i}{\Delta}$$

$$=\frac{G_4(z)+G_1(z)G_2(z)G_3(z)}{1-[H_1(z)G_1(z)+H_2(z)G_3(z)]+[H_1(z)G_1(z)H_2(z)G_3(z)]}$$

例 已知系统的信号流图表示如图所示，求系统函数。



解 系统信号流图中共有4个环，传输函数为

$$L_1 = H_2(s)G_2(s)$$

$$L_2 = H_3(s)G_3(s)$$

$$L_3 = H_4(s)G_4(s)$$

$$L_4 = H_2(s)H_3(s)H_4(s)G_1(s)$$

其中，环1和环2互不接触，环1和环3不接触。

因此，流图特征行列式为

$$L_1L_2 = H_2(s)G_2(s)H_3(s)G_3(s)$$

$$L_1L_3 = H_2(s)G_2(s)H_4(s)G_4(s)$$

$$\Delta = 1-(L_1+L_2+L_3+L_4)+(L_1L_2+L_1L_3)$$

$$= 1-[H_2(s)G_2(s)+H_3(s)G_3(s)+H_4(s)G_4(s)+H_2(s)H_3(s)H_4(s)G_1(s)]$$

$$+[H_2(s)G_2(s)H_3(s)G_3(s)+H_2(s)G_2(s)+H_4(s)G_4(s)]$$

有1条前向通路：

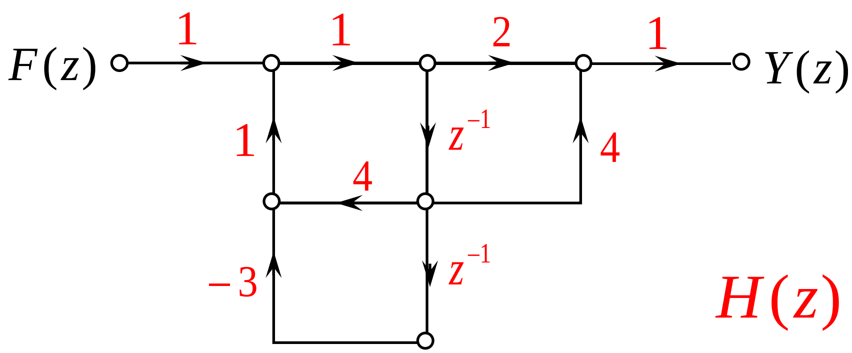
$$P_1 = H_1(s)H_2(s)H_3(s)H_4(s)$$

$$\Delta_1 = 1$$

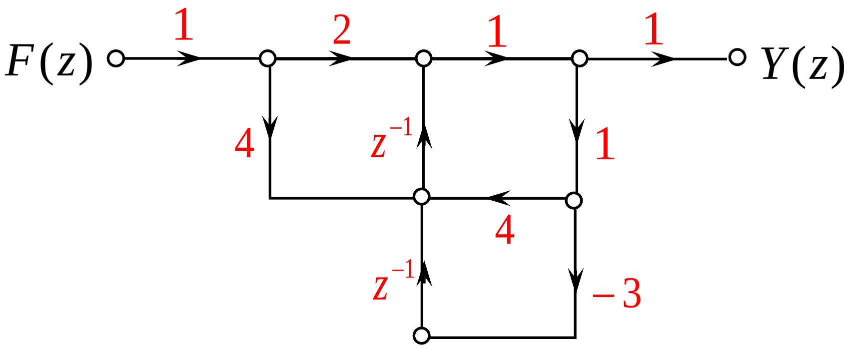
得到系统函数为

$$H(s)=\frac{P_1\Delta_1}{\Delta}=\frac{H_1(s)H_2(s)H_3(s)H_4(s)}{\Delta}$$

两个离散系统的信号流图如图所示，求其系统函数$H(z)$。



$$H(z)=\frac{2+4z^{-1}}{1-4z^{-1}+3z^{-2}}=\frac{2z^2+4z}{z^2-4z+3}$$

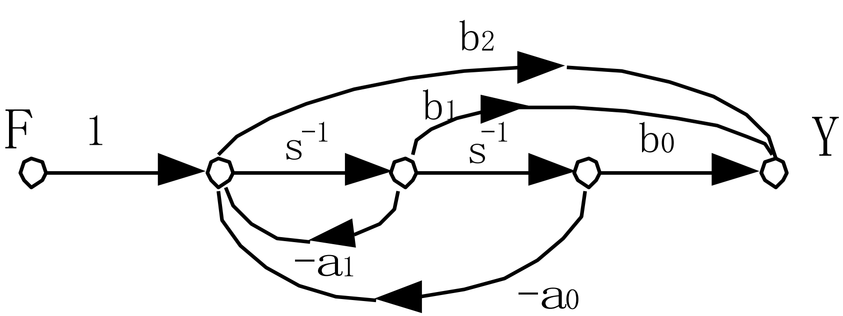


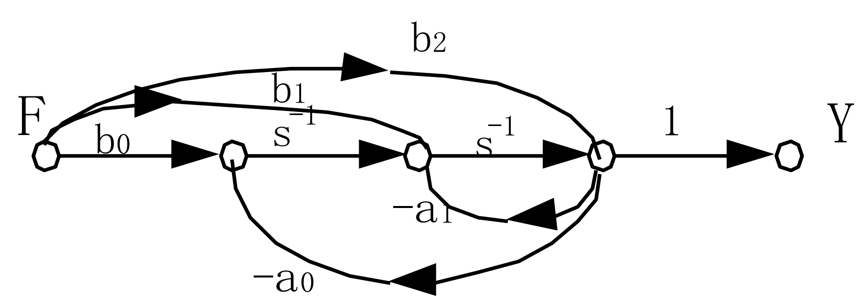
§7.4 系统的结构

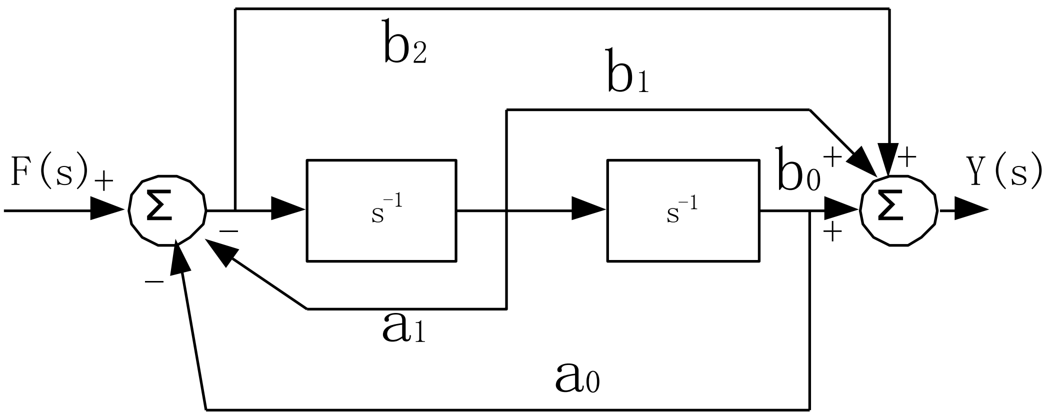
一、直接实现

$$H(s)=\frac{b_2s^2+b_1s+b_0}{s^2+a_1s+a_0}=\frac{b_2+b_1s^{-1}+b_0s^{-2}}{1+a_1s^{-1}+a_0s^{-2}}=\frac{b_2+b_1s^{-1}+b_0s^{-2}}{1-(-a_1s^{-1}-a_0s^{-2})}$$

分母可以看作特征行列式，有两个相互接触的回路，增益分别为$-a_1s^{-1}$和$-a_0s^{-2}$。分子表示三条前向通路，增益分别为b_2，b_1s^{-1}和b_0s^{-2}，并且前向通路都与回路相接触。可得到两种信号流图：







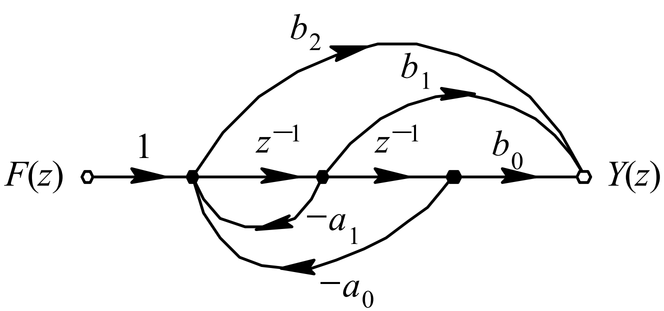
b2
b1
F(s)
+
Σ
s-1
s-1
b0
+
+
Σ
Y(s)
−
+
−
a1
a0

例 已知二阶离散系统的系统函数为

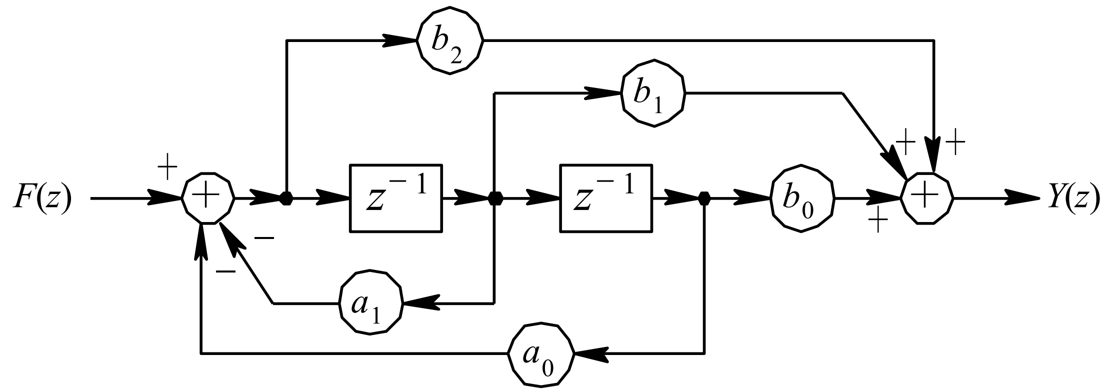
$$H(z)=\frac{b_2z^2+b_1z+b_0}{z^2+a_1z+a_0}$$

解 系统函数$H(z)$的分子分母同除以z^2，得

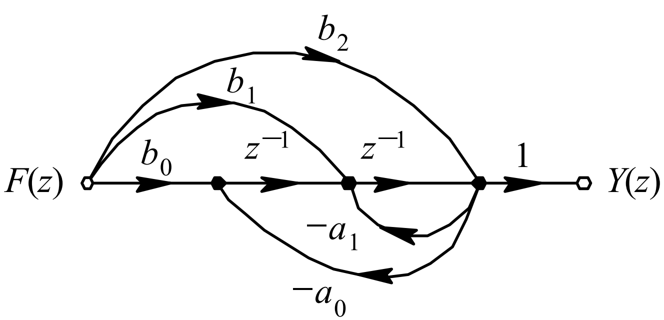
$$H(z)=\frac{b_2+b_1z^{-1}+b_0z^{-2}}{1-(-a_1z^{-1}-a_0z^{-2})}$$


F(z)
1
z−1
z−1
b0
b1
b2
Y(z)
−a1
−a0

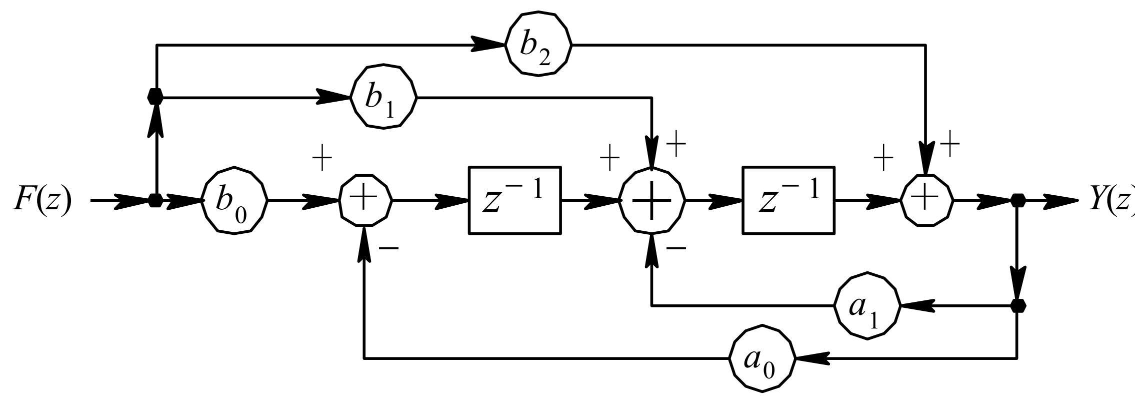
(a)


F(z)
z−1
z−1
b2
b1
b0
a1
a0
Y(z)

(b)


F(z)
b0
b1
b2
z−1
z−1
1
Y(z)
−a1
−a0

(c)


F(z)
b0
b1
b2
z−1
z−1
a1
a0
Y(z)

(d)

二、级联和并联实现

级联形式是将系统函数分解为子系统的乘积，其中每个子系统可以用直接形式实现。

并联形式是将系统函数分解为子系统之和，其中每个子系统可以用直接形式实现。

例 已知离散系统的系统函数为

$$H(z)=\frac{z(3z+2)}{(z+1)(z^2+5z+6)}$$

用串联形式信号流图模拟系统

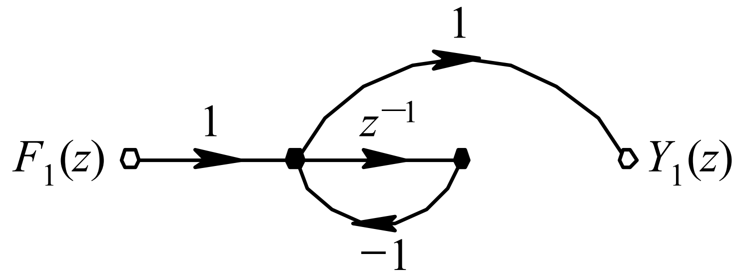
解 H（z）可以表示为

$$H(z)=H_1(z)\cdot H_2(z)$$

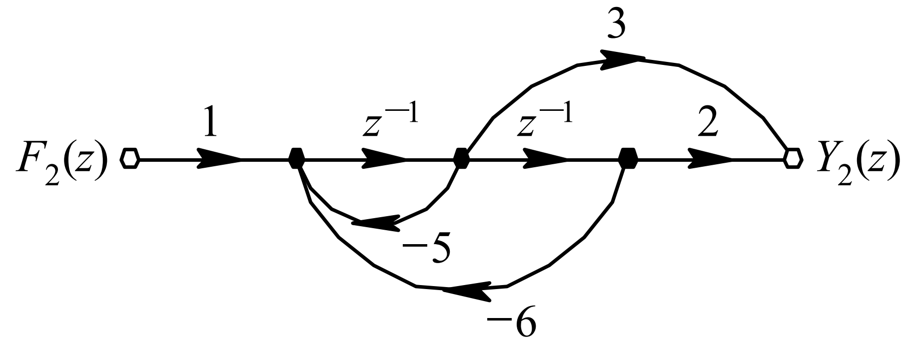
式中：

$$H_1(z)=\frac{z}{z+1}=\frac{1}{1-(-z^{-1})}$$

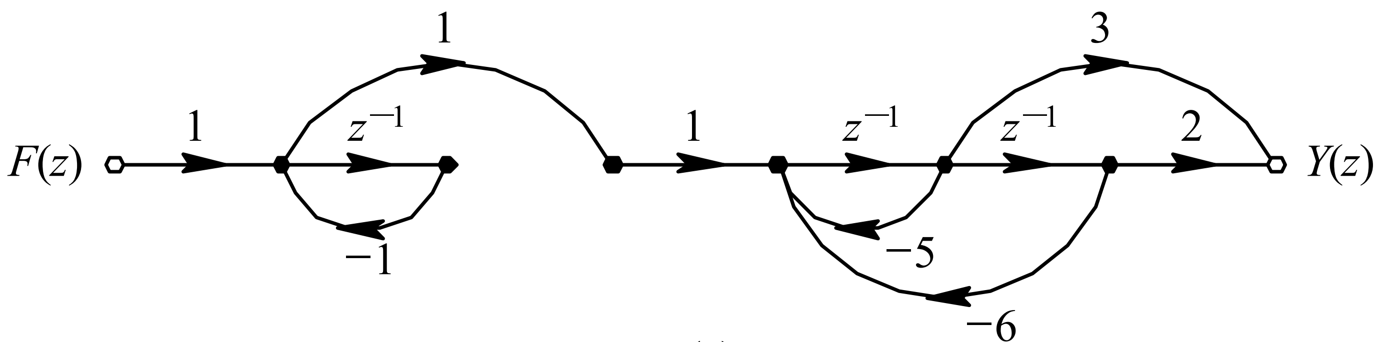
$$H_2(z)=\frac{3z+2}{z^2+5z+6}=\frac{3z^{-1}+2z^{-2}}{1-(-5z^{-1}-6z^{-2})}$$


1
1
z^{-1}
$F_1(z)$
$Y_1(z)$
-1

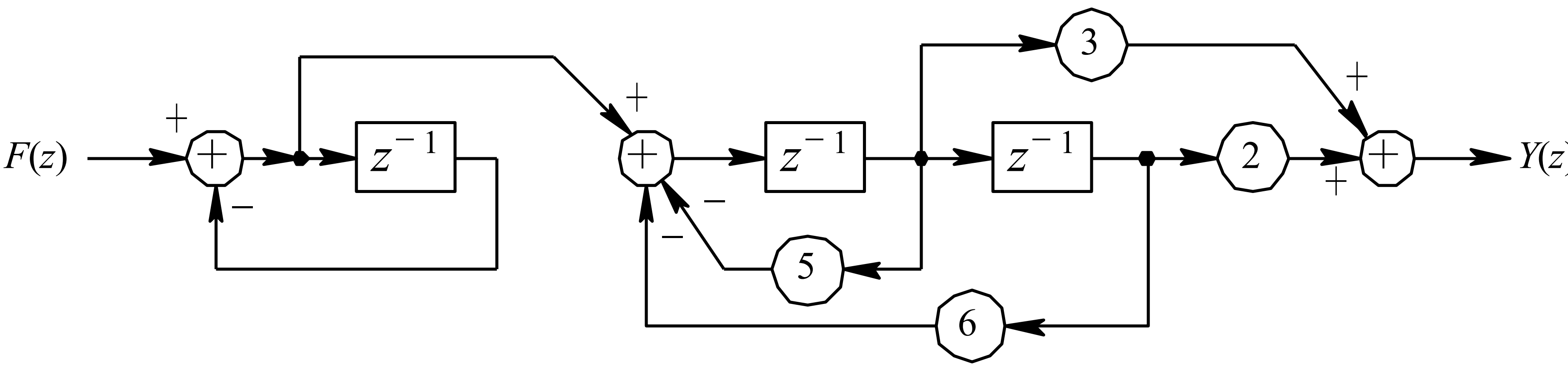
(a)


3
1
z^{-1}
z^{-1}
2
$F_2(z)$
$Y_2(z)$
-5
-6

(b)


1
3
1
z^{-1}
1
z^{-1}
z^{-1}
2
$F(z)$
$Y(z)$
-1
-5
-6

(c)


3
+
+
+
$F(z)$
z^{-1}
z^{-1}
z^{-1}
2
$Y(z)$
−
−
−
+
5
6

(d)

例 已知离散系统的系统函数为

$$H(z)=\frac{z^3+9z^2+23z+16}{(z+2)(z^2+7z+12)}$$

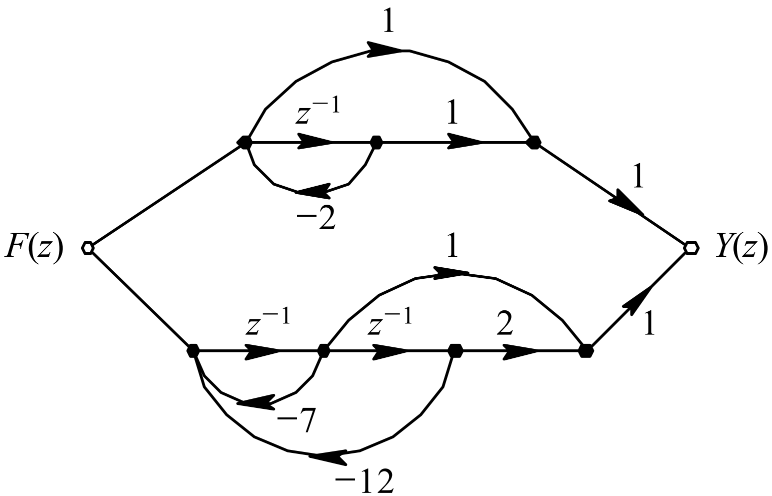
用并联形式信号流图模拟系统

解 H（z）可以表示为

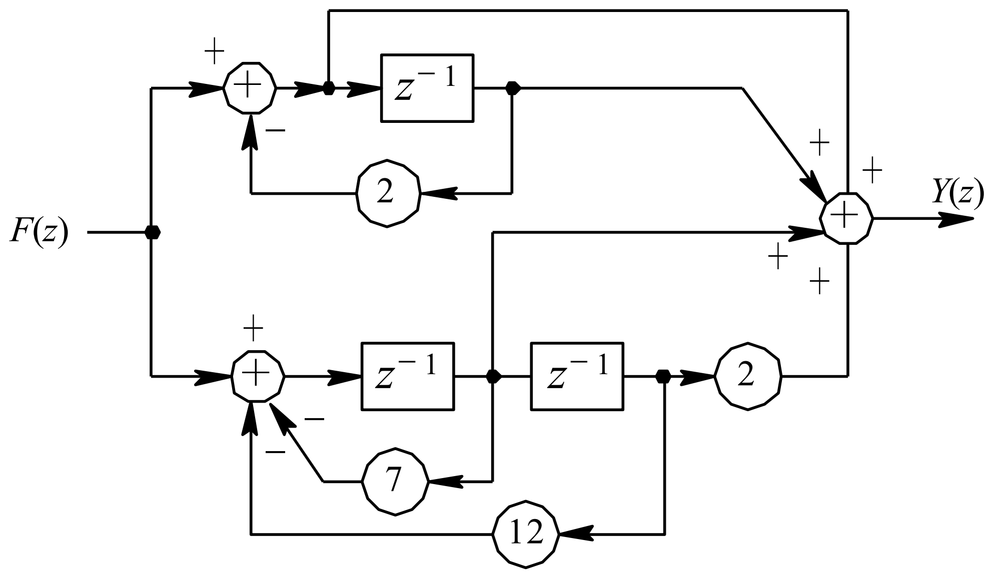
$$H(z)=\frac{z+1}{z+2}+\frac{z+2}{z^2+7z+12}=H_1(z)+H_2(z)$$

$$H_1(z)=\frac{z+1}{z+2}=\frac{1+z^{-1}}{1-(-2z^{-1})}$$

$$H_2(z)=\frac{z+2}{z^2+7z+12}=\frac{z^{-1}+2z^{-2}}{1-(-7z^{-1}-12z^{-2})}$$



(*a*)



(*b*)

例 已知线性连续系统的系统函数为

$$H(s)=\frac{s^2+2s}{s^3+8s^2+19s+12}$$

求系统级联形式信号流图。

解 用一阶节和二阶节的级联模拟系统。$H(s)$又可以表示为

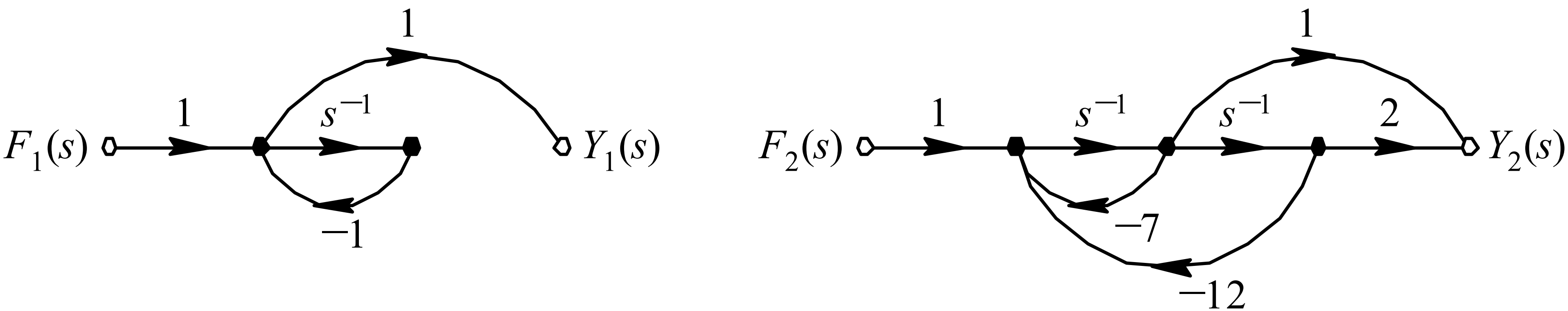
$$H(s)=\frac{s}{(s+1)}\cdot\frac{s+2}{(s+3)(s+4)}=H_1(s)\cdot H_2(s)$$

式中，$H_1(s)$和$H_2(s)$分别表示一阶和二阶子系统。 它们的表示式为

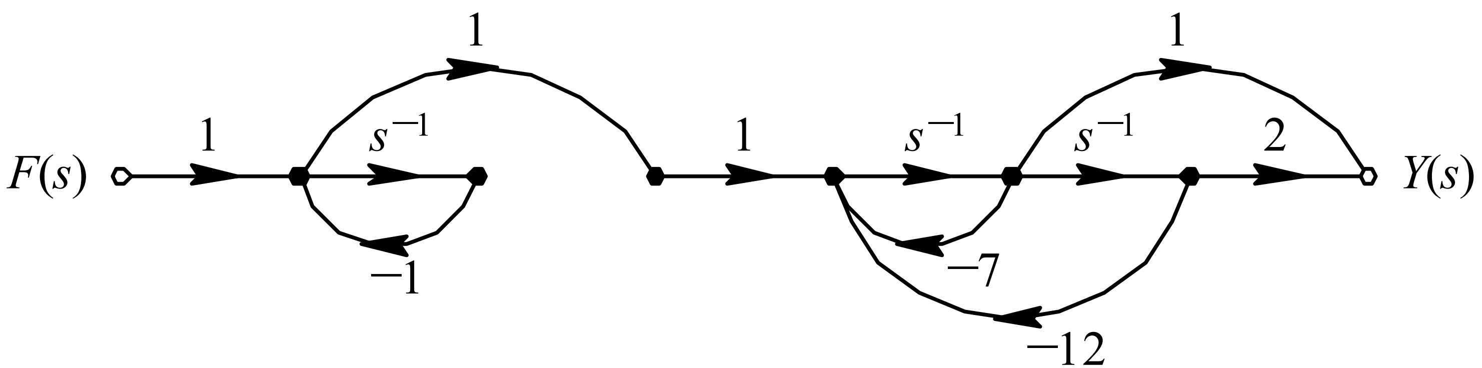
$$H_1(s)=\frac{s}{s+1}=\frac{1}{1-(-s^{-1})}$$

$$H_2(s)=\frac{s+2}{(s+3)(s+4)}=\frac{s+2}{s^2+7s+12}$$

$$=\frac{s^{-1}+2s^{-2}}{1-(-7s^{-1}-12s^{-2})}$$



(*a*)



(*b*)

例 已知线性连续系统的系统函数$H(s)$为

$$H(s)=\frac{2s+8}{s^3+6s^2+11s+6}$$

求系统级联形式信号流图。

解 用一阶节和二阶节的级联模拟系统。$H(s)$又可以表示为

$$H(s)=\frac{2s+8}{(s+1)[(s+2)(s+3)]}$$

$$=\frac{3}{s+1}+\frac{-3s-10}{s^2+5s+6}$$

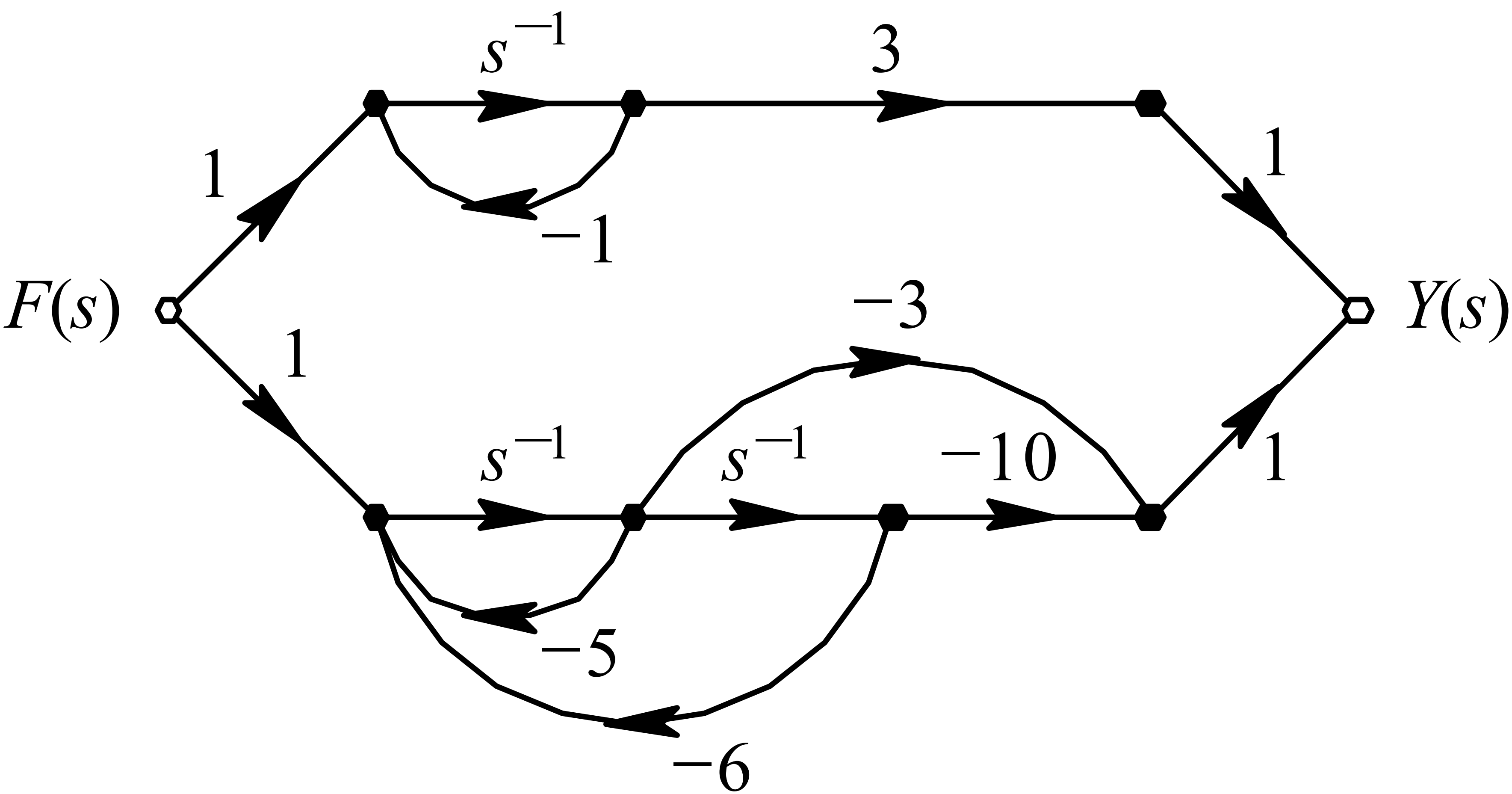
$$=H_1(s)+H_2(s)$$

式中：

$$H_1(s)=\frac{3}{s+1}=\frac{3s^{-1}}{1-(-s^{-1})}$$

$$H_2(s)=\frac{-3s-10}{s2+5s+6}$$

$$=\frac{-3s^{-1}-10s^{-2}}{1-(-5s^{-1}-6s^{-2})}$$


s^{-1}
3
1
-1
$F(s)$
$Y(s)$
1
-3
s^{-1}
s^{-1}
-10
1
-5
-6