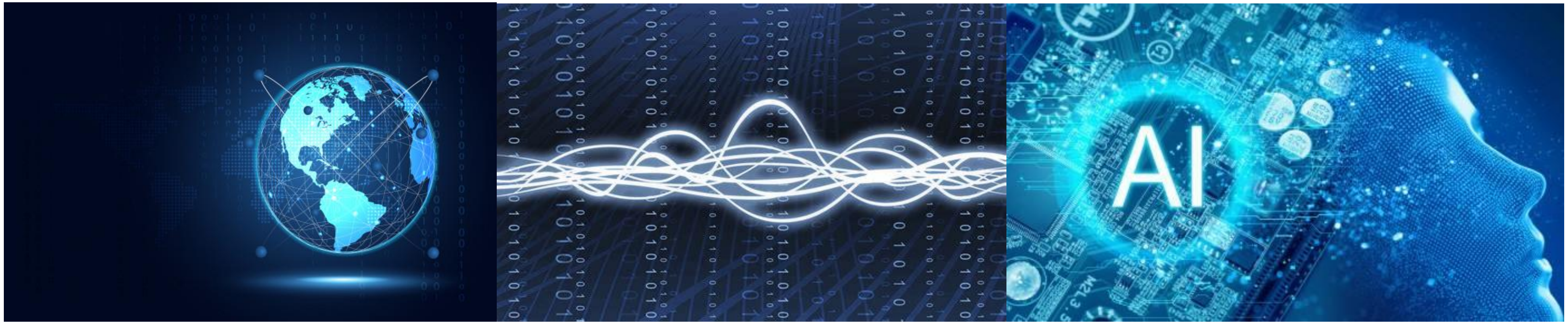


《数字信号处理》

授课教师：王丰

fengwang13@gdut.edu.cn

广东工业大学信息工程学院电子系

第七章　有限长单位冲激响应(FIR)数字滤波器的设计方法

fengwang13@gdut.edu.cn

主要内容

- 线性相位 FIR 数字滤波器的特点
- 窗函数设计法
- 频率抽样设计法
- IIR 与 FIR 数字滤波器的比较

7.1 引言

fengwang13@gdut.edu.cn

IIR 数字滤波器：

- 可以利用模拟滤波器设计，但相位非线性

FIR 数字滤波器：

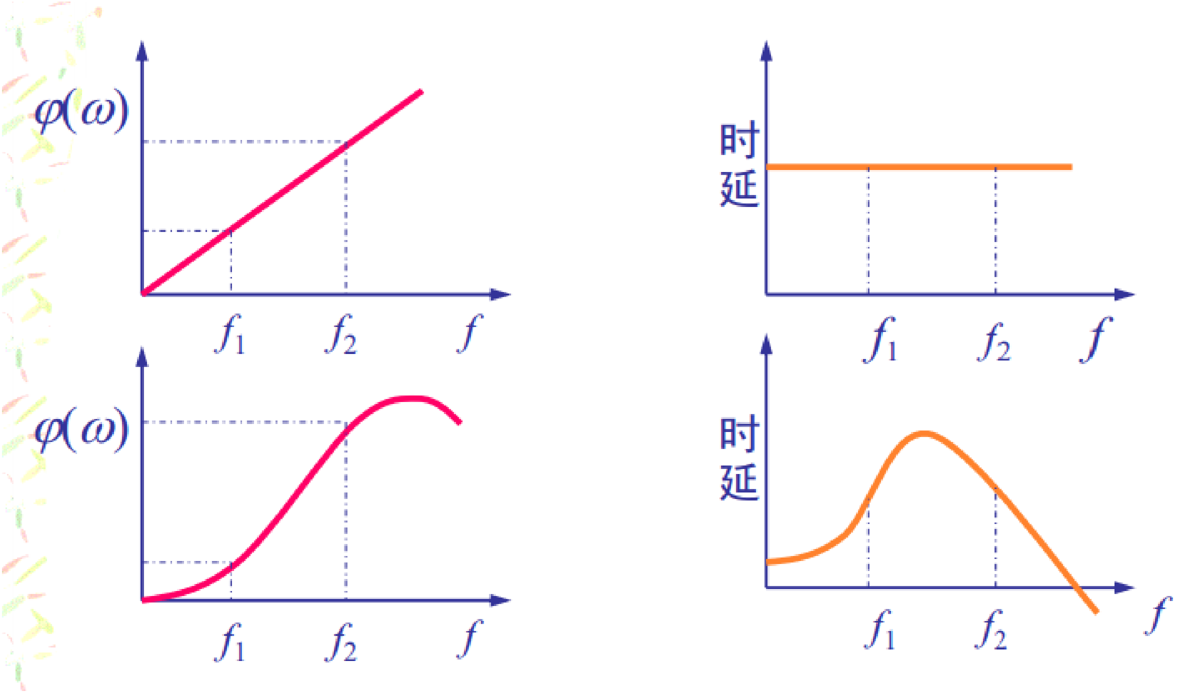
- 可以实现严格线性相位
- $h(n)$ 是有限长的：滤波器一定是稳定的
可用 FFT 计算，提高运算效率
- 任何非因果的有限长序列，经过一定的延时，都能成为因果序列：非因果系统可以转换为因果系统
- 滤波器性能要求相同的情况下，FIR 滤波器阶次比 IIR 滤波器要高得多

7.1 引言

fengwang13@gdut.edu.cn

□ 线性相位设计的重要性

- ✓ 系统非线性相移造成输出信号失真
- ✓ **系统相位特性决定了信号不同频率的时延**



7.2 线性相位 FIR 滤波器的特点

fengwang13@gdut.edu.cn

FIR 滤波器的单位冲激响应：$h(n) \quad 0 \le n \le N-1$

系统函数：$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n}$

在 z 平面有 $N-1$ 个零点

在 $z=0$ 处有 $N-1$ 阶极点

7.2.1 线性相位条件

$h(n)$ 为实序列时，其频率响应：

$$H(e^{j\omega})=\sum_{n=0}^{N-1} h(n) e^{-j\omega n} = H(\omega) e^{j\theta(\omega)} = \pm\left|H(e^{j\omega})\right| e^{j\theta(\omega)}$$

7.2 FIR 滤波器的分类

fengwang13@gdut.edu.cn

线性相位是指 $\theta(\omega)$ 是 ω 的线性函数

即群延时 $-\dfrac{d\theta(\omega)}{d\omega}=\tau$ 是常数

第一类线性相位：$\theta(\omega)=-\tau\omega$

时域约束条件：

1、h(n)为实序列

2、偶对称h(n)=h(N-1-n)

3、$\tau=(N-1)/2$

第二类线性相位：$\theta(\omega)=\beta-\tau\omega$

时域约束条件：

1、h(n)为实序列

2、奇对称h(n)=-h(N-1-n)

3、$\tau=(N-1)/2$

例1：判断$y(n)=0.3\sum_{k=0}^{4}x(n-k)$属于哪一类线性相位滤波器?

Ans:【第一类线性相位滤波器】

例2：若$h(n)=(0.3-0.4\cos(n\pi/15))R_N(n)$是第一类线性相位滤波器，则N=?

Ans:【31】

7.2 线性相位 FIR 滤波器的特点

fengwang13@gdut.edu.cn

1、第一类线性相位：

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n} = H(\omega)e^{-j\omega\tau}$$

$$H(\omega)\cos(\omega\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\cos(\omega n)$$

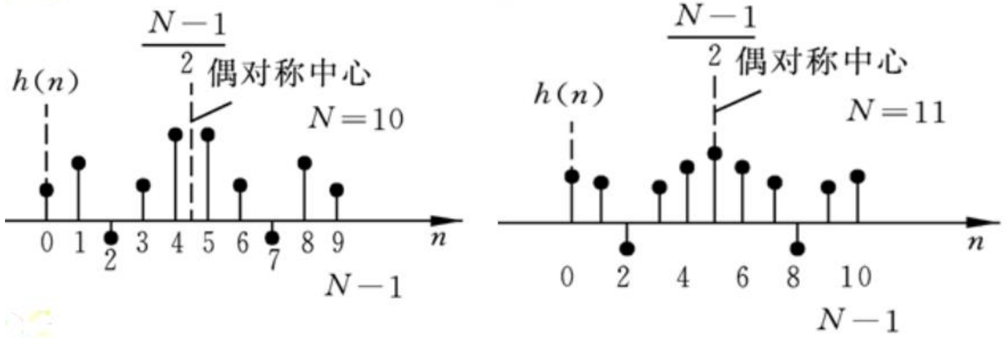
$$H(\omega)\sin(\omega\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin(\omega n)$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(\omega\tau)}{\cos(\omega\tau)} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin(\omega n)}{\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\cos(\omega n)}$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin(\omega\tau)\cos(\omega n) - \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\cos(\omega\tau)\sin(\omega n) = 0$$

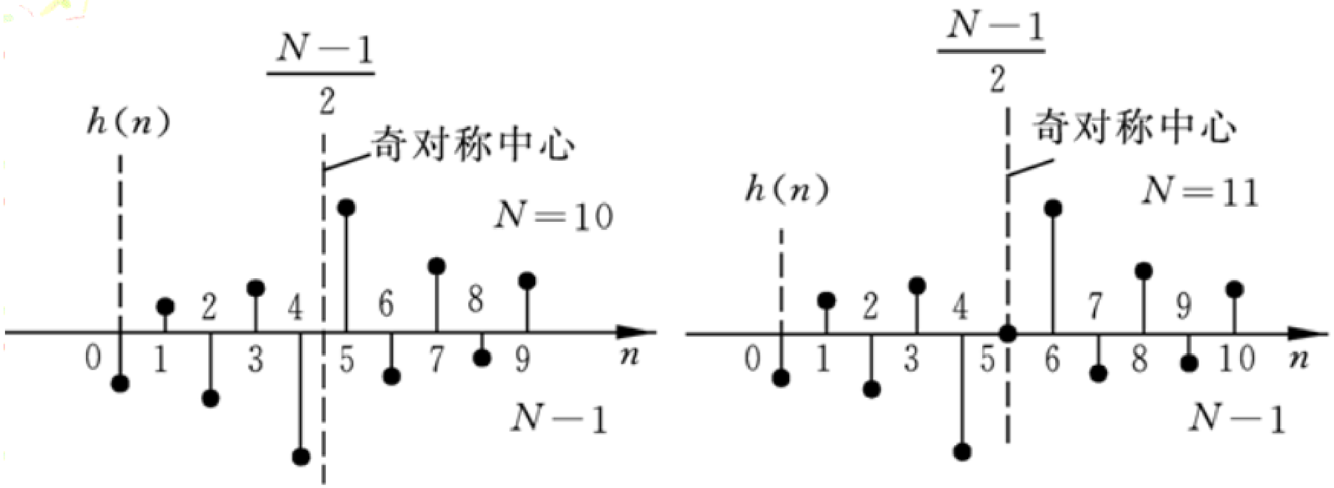
$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin[(\tau - n)\omega] = 0$$

- 等式成立的条件：$\begin{cases} h(n) = h(N-1-n) & 0 \le n \le N-1 \\ \tau = \dfrac{N-1}{2} \end{cases}$



2、第二类线性相位：$\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin\left[(\tau-n)\omega-\beta\right]=0$

$$\begin{cases} h(n)=-h(N-1-n) \quad 0\le n\le N-1 \\ \tau=\dfrac{N-1}{2} \\ \beta=\pm\pi/2 \end{cases}$$



7.2.2 线性相位FIR滤波器幅度函数$H(\omega)$的特点

fengwang13@gdut.edu.cn

由 $h(n)=\pm h(N-1-n) \quad 0\le n\le N-1$

系统函数：

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}=\sum_{n=0}^{N-1}\pm h(N-1-n)z^{-n}$$

$$=\sum_{m=0}^{N-1}\pm h(m)z^{-(N-1-m)} \qquad \text{令}\ m=N-1-n$$

$$=\pm z^{-(N-1)}\sum_{m=0}^{N-1}h(m)z^{m}$$

$$=\pm z^{-(N-1)}H(z^{-1})$$

$$H(z)=\frac{1}{2}[H(z)\pm z^{-(N-1)}H(z^{-1})]$$

$$=\frac{1}{2}[\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}\pm z^{-(N-1)}\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{n}]$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{N-1}h(n)[z^{-n}\pm z^{-(N-1)}z^{n}]$$

$$=z^{-\frac{N-1}{2}}\sum_{n=0}^{N-1}h(n)[\frac{z^{(\frac{N-1}{2}-n)}\pm z^{-(\frac{N-1}{2}-n)}}{2}]$$

$$H(e^{j\omega})=H(z)\big|_{z=e^{j\omega}}=\begin{cases} e^{-j\frac{N-1}{2}\omega}\sum\limits_{n=0}^{N-1}h(n)\cos\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right] & \text{"+"} \\ je^{-j\frac{N-1}{2}\omega}\sum\limits_{n=0}^{N-1}h(n)\sin\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right] & \text{"\_"} \end{cases}$$

7.2.2 线性相位FIR滤波器幅度函数$H(\omega)$的特点

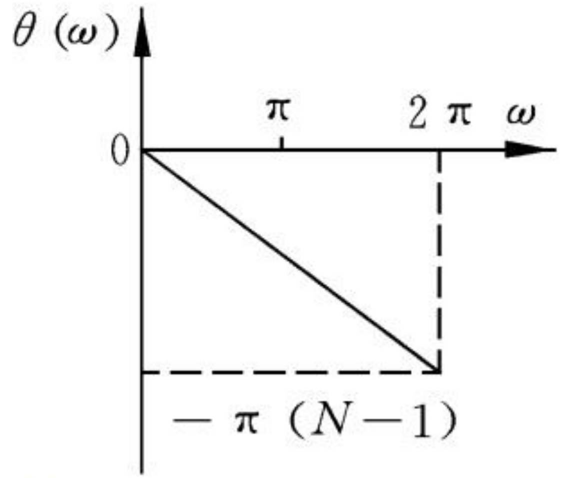
fengwang13@gdut.edu.cn

1、$h(n)$ 偶对称 $h(n)=h(N-1-n)$

- 频率响应：

$$H(e^{j\omega})=H(z)\Big|_{z=e^{j\omega}}=e^{-j\frac{N-1}{2}\omega}\underline{\sum_{n=0}^{N-1}h(n)\cos\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right]}$$

幅度函数：$H(\omega)$



相位函数：$\theta(\omega)=-\dfrac{N-1}{2}\omega$

为第一类线性相位 $\tau=\dfrac{N-1}{2}$

$h(n)$ 偶对称时的线性相位特性

7.2.2 线性相位FIR滤波器幅度函数$H(\omega)$的特点

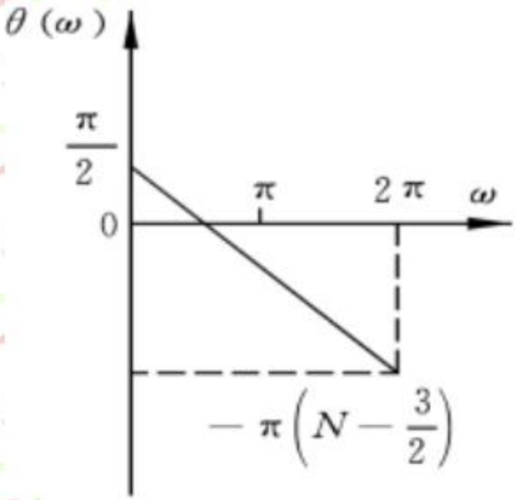
fengwang13@gdut.edu.cn

2、$h(n)$ 奇对称 $h(n)=-h(N-1-n)$

- 频率响应：

$$H(e^{j\omega})=H(z)\Big|_{z=e^{j\omega}}=e^{-j\frac{N-1}{2}\omega+j\frac{\pi}{2}}\underline{\sum_{n=0}^{N-1}h(n)\sin\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right]}$$

幅度函数： $H(\omega)$



$h(n)$ 奇对称时的 90° 相移线性相位特性

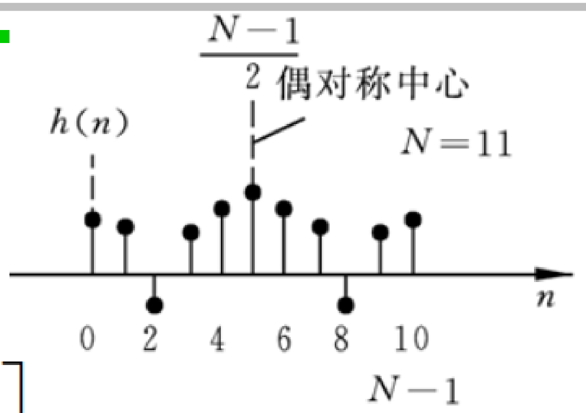
相位函数：$\theta(\omega)=-\frac{N-1}{2}\omega+\frac{\pi}{2}$

为第二类线性相位 $\tau=\frac{N-1}{2}$

$\beta=\pi/2$

3、幅度函数 $H(\omega)$ 的特点

(1) $h(n)$ 偶对称，N 为奇数



幅度函数：

$$H(\omega)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)\cos\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right]$$

$$\because \cos\left\{\left[\frac{N-1}{2}-(N-1-n)\right]\omega\right\}=\cos\left[\left(n-\frac{N-1}{2}\right)\omega\right]$$

$$=\cos\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right]$$

$\therefore \cos\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right]$ 对 $\frac{N-1}{2}$ 呈偶对称

$$H(\omega)=h\left(\frac{N-1}{2}\right)+\sum_{n=0}^{\frac{N-3}{2}}2h(n)\cos\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right]$$

令 $\frac{N-1}{2}-n=m$

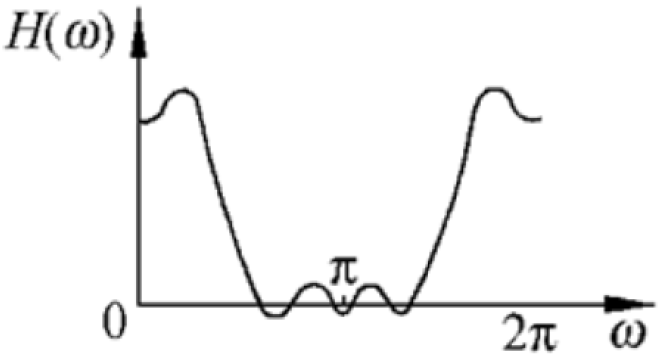
$$=h\left(\frac{N-1}{2}\right)+\sum_{m=1}^{\frac{N-1}{2}}2h\left(\frac{N-1}{2}-m\right)\cos(m\omega)$$

$$\therefore H(\omega)=\sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}}a(n)\cos(\omega n)$$

其中：$a(0)=h\left(\frac{N-1}{2}\right)$

$$a(n)=2h\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\qquad n=1,2,\dots,\frac{N-1}{2}$$

$$H(\omega)=\sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}}a(n)\cos(\omega n)$$

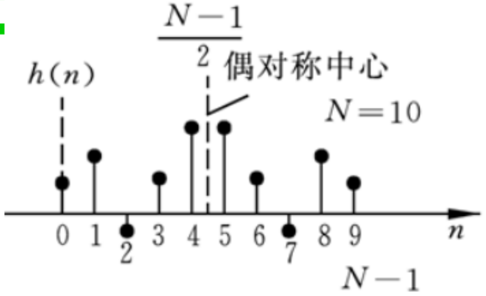


$\because \cos(\omega n)$ 对 $\omega=0,\ \pi,\ 2\pi$ 呈偶对称

$\therefore H(\omega)$ 对 $\omega=0,\ \pi,\ 2\pi$ 呈偶对称

- 可以设计低通、高通、带通、带阻滤波器

(2) $h(n)$ 偶对称，N 为偶数



幅度函数：

$$H(\omega)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)\cos\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right]$$

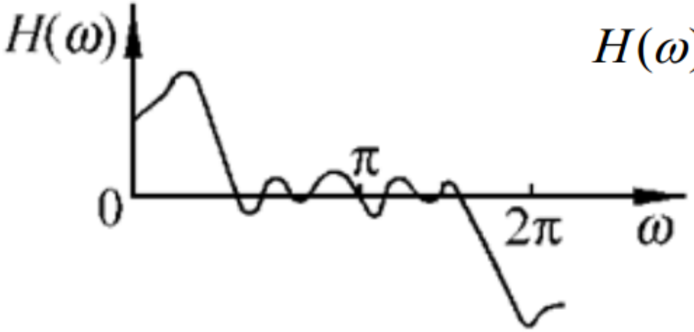
$$=\sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1}2h(n)\cos\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right] \quad 令\ n=\frac{N}{2}-m$$

$$=\sum_{m=1}^{\frac{N}{2}}2h\left(\frac{N}{2}-m\right)\cos\left[\left(m-\frac{1}{2}\right)\omega\right]$$

$$\therefore H(\omega)=\sum_{n=1}^{N/2}b(n)\cos\left[\omega\left(n-\frac{1}{2}\right)\right]$$

其中：$b(n)=2h(\frac{N}{2}-n)$

$n=1,2,\ldots,N/2$



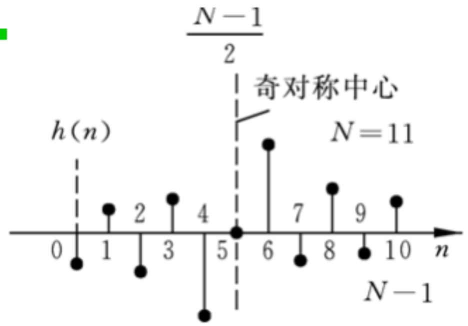
$$H(\omega)=\sum_{n=1}^{N/2}b(n)\cos\left[\omega\left(n-\frac{1}{2}\right)\right]$$

- $\omega=\pi$ 时， $\cos\left[\omega\left(n-\frac{1}{2}\right)\right]=0$

即 $H(\pi)=0$ $\therefore z=-1$ 是零点

- $H(\omega)$ 对 $\omega=0,\ 2\pi$ 呈偶对称 $H(\omega)$ 对 $\omega=\pi$ 呈奇对称
- $z=-1$ 为零点 故不能设计成高通、带阻滤波器

(3) $h(n)$ 奇对称，N 为奇数



幅度函数：

$$H(\omega)=\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right]$$

$$\because \sin\left\{\left[\frac{N-1}{2}-(N-1-n)\right]\omega\right\}=\sin\left[\left(n-\frac{N-1}{2}\right)\omega\right]$$

$$=-\sin\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right]$$

$\therefore \sin\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right]$ 对 $\frac{N-1}{2}$ 呈奇对称

$h(n)$ 奇对称且 N 为奇数 $\quad \therefore h\left(\frac{N-1}{2}\right)=0$

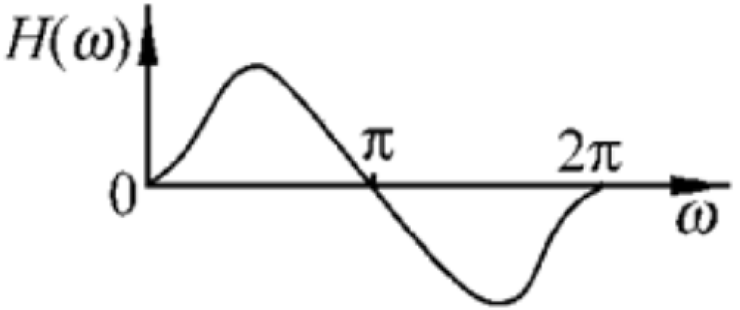
$$H(\omega)=\sum_{n=0}^{\frac{N-3}{2}} 2h(n)\sin\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right] \quad \text{令} \quad m=\frac{N-1}{2}-n$$

$$=\sum_{m=1}^{\frac{N-1}{2}} 2h\left(\frac{N-1}{2}-m\right)\sin(m\omega)$$

$$\therefore H(\omega)=\sum_{n=1}^{\frac{N-1}{2}} c(n)\sin(\omega n)$$

其中：$c(n)=2h\left(\frac{N-1}{2}-n\right) \qquad n=1,2,\ldots,\frac{N-1}{2}$

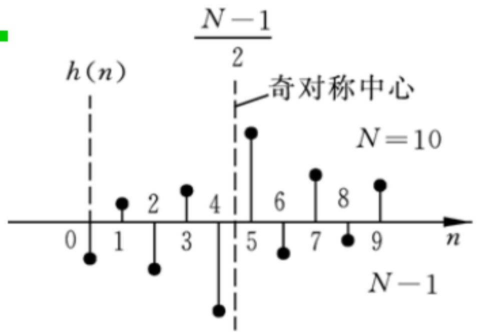
$$H(\omega)=\sum_{n=1}^{\frac{N-1}{2}} c(n)\sin(\omega n)$$



- $\omega=0,\ \pi,\ 2\pi$ 时 $\quad \sin(\omega n)=0 \quad \therefore z=\pm 1$ 是零点
- $\because \ \sin(\omega n)$ 对 $\ \omega=0,\ \pi,\ 2\pi$ 呈奇对称

  $\therefore \ H(\omega)$ 对 $\omega=0,\ \pi,\ 2\pi$ 呈奇对称
- 只能用来设计带通滤波器
- 由于有 90° 相移，主要用于设计离散 Hilbert 变换器及微分器。

(4) $h(n)$ 奇对称，N 为偶数



幅度函数：

$$H(\omega)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)\sin\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right]$$

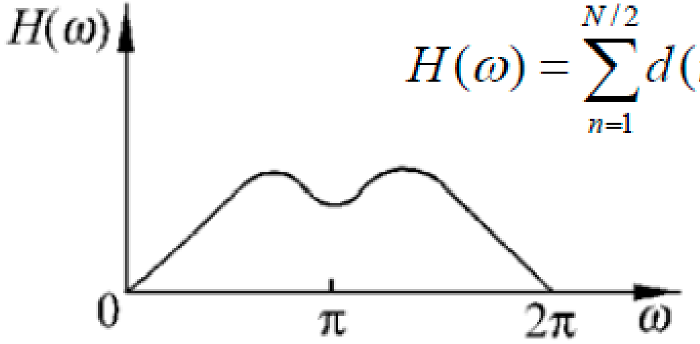
$$=\sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1}2h(n)\sin\left[\left(\frac{N-1}{2}-n\right)\omega\right]\quad 令\ n=\frac{N}{2}-m$$

$$=\sum_{m=1}^{\frac{N}{2}}2h\left(\frac{N}{2}-m\right)\sin\left[\left(m-\frac{1}{2}\right)\omega\right]$$

$$\therefore H(\omega)=\sum_{n=1}^{N/2}d(n)\sin\left[\omega\left(n-\frac{1}{2}\right)\right]$$

其中：$d(n)=2h\left(\frac{N}{2}-n\right)$

$n=1,2,\ldots,N/2$



- $\omega=0,\ 2\pi$ 时 $\sin\left[\omega\left(n-\frac{1}{2}\right)\right]=0 \quad \therefore z=1$ 是零点
- $H(\omega)$ 对 $\omega=0,\ 2\pi$ 呈奇对称，对 $\omega=\pi$ 呈偶对称
- 可以设计高通、带通滤波器
- 有 90° 相移，适用于Hilbert 变换器和微分器
- 选频滤波器采用 $h(n)$ 为偶对称设计

7.2.2 线性相位FIR滤波器(小结)

fengwang13@gdut.edu.cn

- 任一种线性相位 FIR 滤波器的群延时都是 $(N-1)/2$。
- 各种线性相位 FIR 滤波器的特点不同，应根据实际需要选择合适的 FIR 滤波器，设计时遵循约束条件。
- 低通：$h(n)$ 偶对称，N 为奇数或偶数
- 高通：$h(n)$ 偶对称，N 为奇数；$h(n)$ 奇对称，N 为偶数
- 带阻：$h(n)$ 偶对称，N 为奇数
- 带通：4 种皆可
- 微分器及 Hilbert 变换器：$h(n)$ 奇对称
- 选频性滤波器：$h(n)$ 偶对称

fengwang13@gdut.edu.cn

7.2.3 线性相位 FIR 滤波器的零点位置

由 $H(z)=\pm z^{-(N-1)}H(z^{-1})$ 得：

(1) 若 $z=z_i$ 是 $H(z)$ 的零点，则 $z=z_i^{-1}$ 也是零点

$$\because H(z_i)=0$$

$$\therefore H(z_i^{-1})=\pm z_i^{(N-1)}H(z_i)=0$$

(2) $h(n)$ 为实数，则零点共轭成对，

即 z_i^*, $1/z_i^*$ 也是零点

线性相位滤波器的零点是互为倒数的共轭对

即共轭成对且镜像成对

7.3 窗函数设计法

fengwang13@gdut.edu.cn

7.3.1 设计思路　　时域设计

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) e^{-j\omega n} \rightarrow H_d(e^{j\omega})$$

$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d\left(e^{j\omega}\right) e^{j\omega n} d\omega$$

$$h(n) = w(n) h_d(n)$$

$w(n)$：窗函数序列

要选择合适的形状和长度

7.3 窗函数设计法

fengwang13@gdut.edu.cn

1、理想线性相位低通滤波器设计

频率响应：$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} e^{-j\omega\alpha} & -\omega_c \le \omega \le \omega_c \\ 0 & -\pi \le \omega \le -\omega_c, \omega_c \le \omega \le \pi \end{cases}$

单位抽样响应：

$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{-j\omega\alpha} e^{j\omega n} d\omega = \frac{\omega_c}{\pi}\frac{\sin[\omega_c(n-\alpha)]}{\omega_c(n-\alpha)}$$

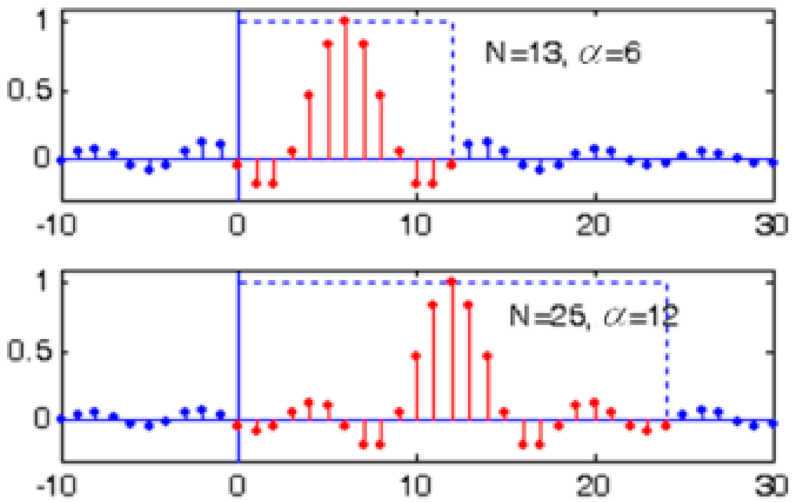
中心点为 α 的偶对称无限长非因果序列

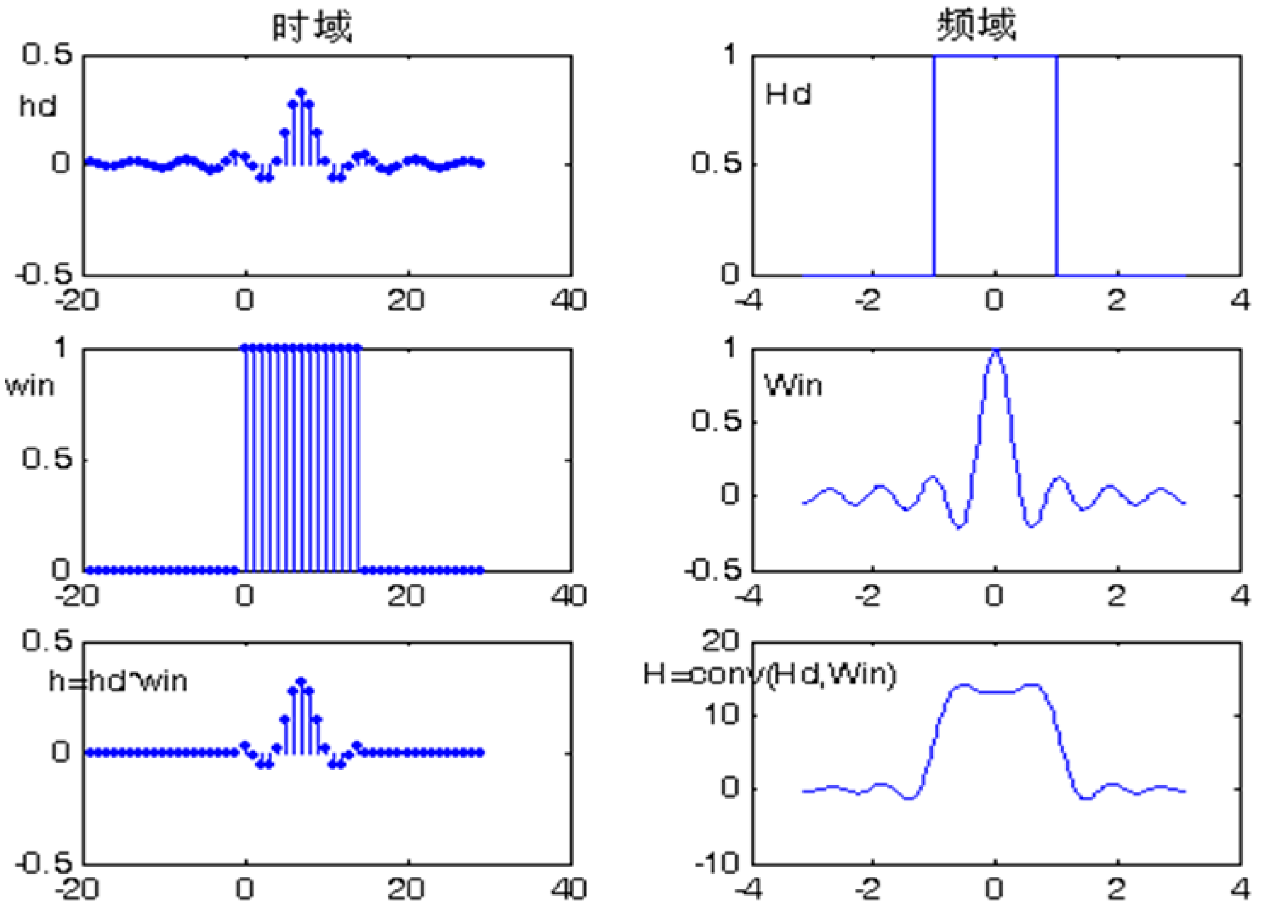
按第一类线性相位条件，得 $\alpha = \dfrac{N-1}{2}$

取矩形窗：$w(n) = R_N(n)$

则 FIR 滤波器的单位抽样响应：

$$h(n) = h_d(n)w(n) = \begin{cases} \dfrac{\omega_c}{\pi} \dfrac{\sin[\omega_c(n-\frac{N-1}{2})]}{\omega_c(n-\frac{N-1}{2})} & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & \text{其它} \ n \end{cases}$$





7.3 窗函数设计法

fengwang13@gdut.edu.cn

2、加窗处理后对频率响应的影响

时域乘积相当于频域卷积 $h(n)=h_d(n)w(n)$

$$H(e^{j\omega})=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}H_d(e^{j\theta})\,W(e^{j(\omega-\theta)})d\theta$$

理想滤波器的频率响应：$H_d(e^{j\omega})=H_d(\omega)e^{-j\frac{N-1}{2}\omega}$

幅度函数：$H_d(\omega)=\begin{cases}1 & |\omega|\le\omega_c\\ 0 & \omega_c\le|\omega|\le\pi\end{cases}$

矩形窗的频率响应：$W_R(e^{j\omega})=e^{-j\omega\frac{N-1}{2}}\underline{\frac{\sin(\omega N/2)}{\sin(\omega/2)}}$

幅度函数：$W_R(\omega)$

7.3 窗函数设计法

fengwang13@gdut.edu.cn

则 FIR 滤波器的频率响应：

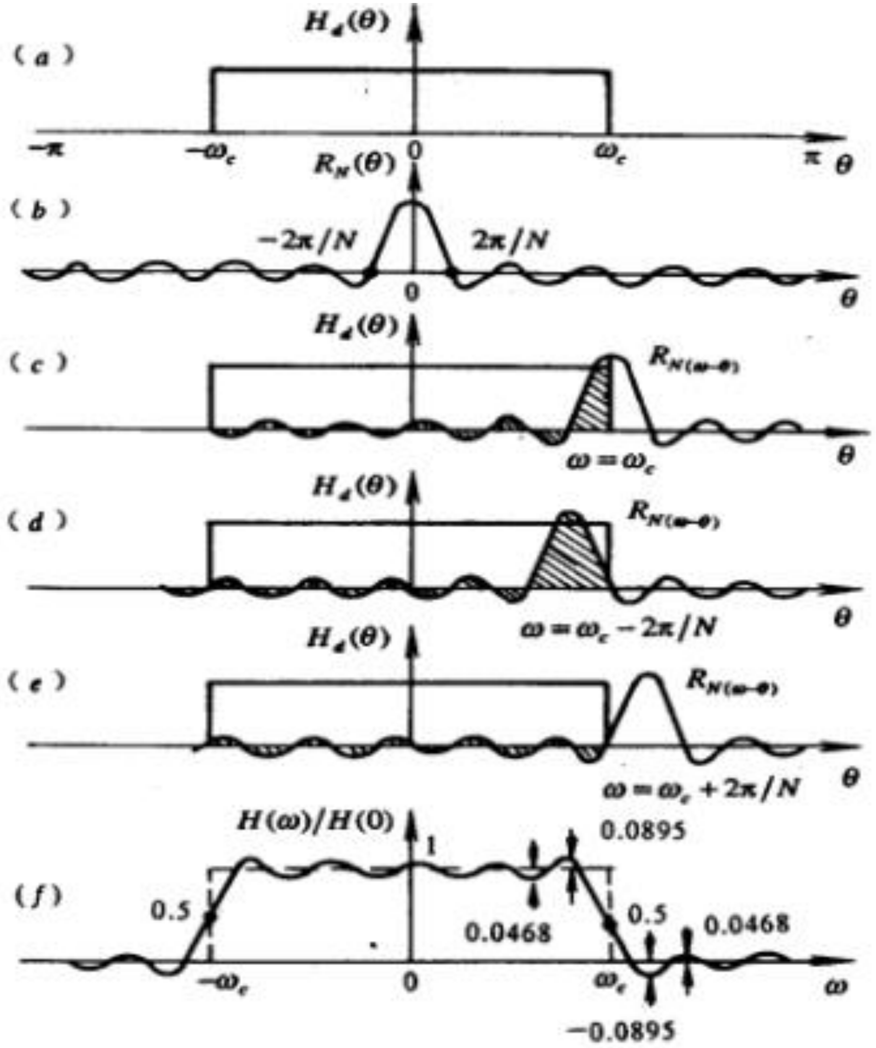
$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d(\theta)e^{-j\frac{N-1}{2}\theta} W_R(\omega-\theta)e^{-j\frac{N-1}{2}(\omega-\theta)}d\theta$$

$$= e^{-j\frac{N-1}{2}\omega}\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d(\theta)\, W_R(\omega-\theta)d\theta$$

幅度函数：$H(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d(\theta)\, W_R(\omega-\theta)d\theta$

矩形窗的卷积过程：

FIR-conv.SWF



7.3 窗函数设计法

fengwang13@gdut.edu.cn

- 加窗后，不连续点 ω_c 处边沿加宽形成过渡带，其宽度（正负肩峰之间的宽度）等于窗谱的主瓣宽度。
- 在 $\omega = \omega_c \pm \dfrac{2\pi}{N}$ 处出现肩峰值，两侧形成起伏振荡，振荡的幅度和多少取决于旁瓣的幅度和多少。
- 肩峰的大小影响滤波器通带的平稳和阻带的衰减。
- 改变 N 只能改变窗谱的主瓣宽度，不能改变主瓣与旁瓣的相对比例。其相对比例由窗函数形状决定，称为 Gibbs 效应，由矩形窗突变的截断效应造成。

幅度函数：$W_R(\omega) = \dfrac{\sin(\omega N/2)}{\sin(\omega/2)} \approx N\dfrac{\sin(\omega N/2)}{N\omega/2} = N\dfrac{\sin x}{x}$

7.3.2 各种常用窗函数

- 窗函数的要求：
  - 窗谱主瓣尽可能窄以获得较陡的过渡带；
  - 尽量减少窗谱最大旁瓣的相对幅度，以减小肩峰和波纹。
- 用窗函数法设计 FIR 滤波器时，首先由所要求的阻带最小衰减 δ_2(dB) 确定窗函数的形状，再由过渡带宽 $\Delta\omega$ 的要求确定窗长的点数 N。

7.3.2各种常用窗函数

fengwang13@gdut.edu.cn

窗函数	窗谱性能指标		加窗后滤波器性能指标	
	旁瓣峰值 (dB)	主瓣宽度	过渡带宽 $\Delta\omega$	阻带最小衰减 (dB)
矩形窗	−13	$4\pi/N$	$1.8\ \pi/N$	−21
三角形窗	−25	$8\pi/N$	$6.1\ \pi/N$	−25
汉宁窗	−31	$8\pi/N$	$6.2\ \pi/N$	−44
海明窗	−41	$8\pi/N$	$6.6\ \pi/N$	−53
布拉克曼窗	−57	$12\pi/N$	$11\ \pi/N$	−74
凯泽窗 $(\beta=7.865)$	−57		$10\ \pi/N$	−80

阻带最小衰减只由窗形状决定

过渡带宽则与窗形状和窗宽 N 都有关

7.3.3 用窗函数法设计 FIR 滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

给定所需滤波器性能要求 $H_d(e^{j\omega})$，技术指标 ω_p，ω_{st}，$\delta_1\,(\mathrm{dB})$，$\delta_2\,(\mathrm{dB})$

对低通及高通滤波器：$\omega_c=(\omega_p+\omega_{st})/2$；对带通及带阻滤波器：$\omega_1=(\omega_{p1}+\omega_{st1})/2$，$\omega_2=(\omega_{p2}+\omega_{st2})/2$

求出理想的单位抽样响应 $h_d(n)=\mathrm{IDTFT}\,[H_d(e^{j\omega})]$

根据阻带衰减选择窗函数 $w(n)$，根据过渡带宽度确定 N 值：$N=\delta_2/\Delta\omega$，$\Delta\omega=\omega_{st}-\omega_p$

求所设计的 FIR 滤波器的单位抽样响应

$h(n)=h_d(n)\cdot w(n)$

计算频率响应 $H(e^{j\omega})$，检验指标是否满足要求

7.3.3 用窗函数法设计 FIR 滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

例 1：设计一个线性相位 FIR 低通滤波器，

给定抽样频率为 $\Omega_s = 2\pi \times 1.5 \times 10^4 (rad/\sec)$，

通带截止频率为 $\Omega_p = 2\pi \times 1.5 \times 10^3 (rad/\sec)$，

阻带截止频率为 $\Omega_{st} = 2\pi \times 3 \times 10^3 (rad/\sec)$，

阻带衰减不小于 –50dB，幅度特性如图所示：

解： **1)** 求数字频率

$$\omega_p = \Omega_p / f_s = 2\pi\Omega_p / \Omega_s = 0.2\pi$$

$$\omega_{st} = \Omega_{st} / f_s = 2\pi\Omega_{st} / \Omega_s = 0.4\pi$$

$$\delta_2 = 50dB$$

3dB截止频率： $\omega_c = \frac{1}{2}(\omega_p + \omega_{st}) = \frac{\Omega_c}{f_s} = 2\pi\frac{1/2(\Omega_p + \Omega_{st})}{\Omega_s} = 0.3\pi$

窗函数	窗谱性能指标		加窗后滤波器性能指标	
	旁瓣峰值 (dB)	主瓣宽度	过渡带宽 $\Delta\omega$	阻带最小衰减 (dB)
矩形窗	−13	$4\pi/N$	$1.8\ \pi/N$	−21
三角形窗	−25	$8\pi/N$	$6.1\ \pi/N$	−25
汉宁窗	−31	$8\pi/N$	$6.2\ \pi/N$	−44
海明窗	−41	$8\pi/N$	$6.6\ \pi/N$	−53
布拉克曼窗	−57	$12\pi/N$	$11\ \pi/N$	−74
凯泽窗 $(\beta = 7.865)$	−57		$10\ \pi/N$	−80

2) 选择窗函数：由 $\delta_2 = 50dB$ 确定海明窗（–53dB）

$$w(n) = \left[0.54 - 0.46\cos\frac{2\pi n}{N-1}\right]R_N(n)$$

确定 N 值： 海明窗带宽 $\Delta\omega = \frac{6.6\pi}{N}$

$$\Delta\omega = 2\pi\frac{\Omega_{st} - \Omega_p}{\Omega_s} = 0.2\pi$$

$$N = \frac{6.6\pi}{\Delta\omega} = \frac{6.6\pi}{0.2\pi} = 33 \qquad \tau = \frac{N-1}{2} = 16$$

7.3.3 用窗函数法设计 FIR 滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

3）理想低通滤波器的时域序列$h_d(n)=\frac{\sin(wc(n-\tau))}{\pi(n-\tau)}$，　$\tau=16$

海明窗函数：

$$w(n)=\left[0.54-0.46\cos\frac{2\pi n}{N-1}\right]R_N(n)$$

4）确定FIR滤波器：

$$h(n)=h_d(n)w(n)=\frac{\sin(w_c(n-16))}{\pi(n-16)}\left(0.54-0.46\cos\frac{\pi n}{16}\right)R_{33}(n)$$

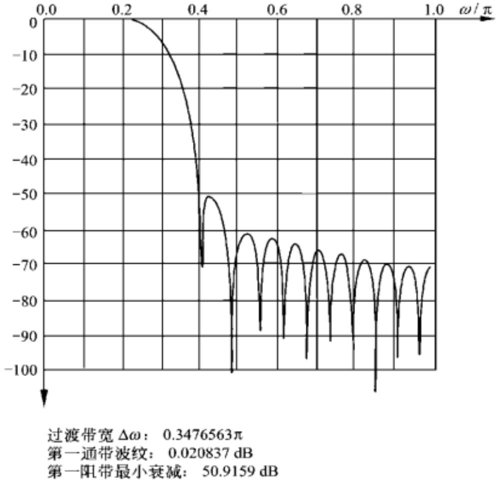
当n=(N-1)/2=16时，不加窗，取$h(16)=\frac{w_c}{\pi}=\frac{0.3\pi}{\pi}=0.3$

$$\therefore\ h(n)=\begin{cases}\frac{\sin(w_c(n-16))}{\pi(n-16)}\left(0.54-0.46\cos\frac{\pi n}{16}\right)R_{33}(n), & n\neq 16\\ 0.3, & n=16\end{cases}$$

5）求 $H(e^{j\omega})$，验证

若不满足，则改变 N 或窗形状重新设计

【注：考试时，第5步可省略】



IIR 和 FIR 数字滤波器的比较（重要）

fengwang13@gdut.edu.cn

IIR 滤波器	FIR 滤波器
$h(n)$ 无限长	$h(n)$ 有限长
极点位于 z 平面任意位置	极点固定在原点
滤波器阶次低	滤波器阶次高得多
非线性相位	可严格的线性相位
递归结构	一般采用非递归结构
不能用 FFT 计算	可用 FFT 计算
可用模拟滤波器设计	设计借助于计算机
用于设计规格化的选频滤波器	可设计各种幅频特性和相频特性的滤波器

作业

fengwang13@gdut.edu.cn

- 见PDF文件