一、填空题：（每小题 3 分，合计 18 分）

1．设向量$\vec{a}$与三个坐标面的夹角分别为ξ,η,ζ，则$\cos^2\xi+\cos^2\eta+\cos^2\zeta=$____.

2. 设数量场$u=\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，则$grad\ u|_{(1,0,1)}$ =________________.

3. 二次积分$\int_1^4 dx\int_x^4 \frac{1}{x\ln y}dy$ =________.

4. Σ为圆柱面$x^2+y^2=1$介于$z=0,z=1$之间部分，则$\iint_\Sigma (x+1)dS=$___________ .

5. 若积分$\int_L (x^4+4xy^\lambda)dx+(6x^{\lambda-1}y^2-5y^4)dy$在$xoy$平面内与路径无关，则$\lambda=$___.

6. 设函数$f(x)=\begin{cases} x,0\le x<1 \\ -1,1\le x\le 2\end{cases}$. 已知$S(x)$是$f(x)$在$[0,2]$的余弦级数的和函数，则$S(2022)=$__________.

二、选择题：（每小题 3 分，合计 30 分）

（注：请考生将选择题答案写入下面表格中.）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1．空间直线$\frac{x+2}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-5}$与平面$4x+3y+3z+1=0$的位置关系是（　　）.

A、互相垂直　B、互相平行　C、不平行也不垂直　D、直线在平面上

2．曲线$\begin{cases} z=2-x^2 \\ y=0\end{cases}$绕$z$轴旋转一周所得的曲面与曲面$z=(x-1)^2+(y-1)^2$的交线在$xoy$面上的投影曲线方程为（　　）

A、$\begin{cases} x^2+y^2-x-y=0 \\ z=0\end{cases}$　　**B**、$\begin{cases} 2x^2+y^2-2x-2y=0 \\ z=0\end{cases}$

C、$x^2+y^2-x-y=0$　　**D**、$2x^2+y^2-2x-2y=0$

函数$z=3(x^2+y^2)-x^3$ 的极值点是（　　）.

A、(0,0)与（2,0）　B、(2,0)　C、(0,0)　D、无

4. 若$z=f(x,y)$在(x_0,y_0)处沿x轴反方向的方向导数A，则$f(x,y)$ 在该点对x的偏导数（　　）.

A、不一定存在　B、为A　C、为$-A$　D、一定不存在

5. 设$I_1=\iint_D \ln^3(x+y)dxdy, I_2=\iint_D (x+y)^3dxdy, I_3=\iint_D [\sin(x+y)]^3dxdy$，其中$D$由$x=0,\quad y=0,\quad x+y=\frac{1}{2}, x+y=1$所围成，则$I_1,I_2,I_3$的大小顺序为（　　）.

A、$I_1<I_2<I_3$　B、$I_3<I_2<I_1$　C、$I_3<I_1<I_2$　D、$I_1<I_3<I_2$

6. 已知L是曲线$x^2+y^2=a^2$，则曲线积分$\int_L (x+y)^2 ds=$（　　）.

A、a^2　B、a^3　C、$2\pi a^3$　D、πa^4

7. 设级数$\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-1)^n$ 的收敛半径是 1，则级数在$x=3$点（　　）.

A、绝对收敛　B、条件收敛　C、发散　D、不能确定敛散性

8. 曲面$x^2+\cos(xy)+yz+x=0$在点$(0,1,-1)$处的切平面方程为（　　）.

A、$x+y+z=2$ B、$x-y+z=-2$ C、$x-2y+z=-3$ D、$x-y-z=0$

9. 设Σ为球面$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$的外侧，则$\oiint_{\Sigma} zdxdy=$（ ）.

A、$\frac{4}{3}\pi R^3$ B、0 C、π D、$\frac{2}{3}\pi R^3$

10. 若级数$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$收敛，则级数$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ ____________ .

A. 一定绝对收敛； B. 一定条件收敛； C. 一定发散；D. 可能收敛也可能发散.

三、计算题:（每小题 7 分，共 35 分）

1、求过直线$L:\begin{cases} x-z+4=0 \\ x+5y+z=0 \end{cases}$，并与平面$x-4y-8z+12=0$交成二面角为$\frac{\pi}{4}$的平面方程。

2、设$z=z(x,y)$是由方程$\varphi(x-az,y-bz)=0$所确定的隐函数，其中φ可微，求$a\frac{\partial z}{\partial x}+b\frac{\partial z}{\partial y}$。

3、设$f(x,\ y)$为连续函数，且$f(x,\ y)=\frac{\sin y}{y}-\iint_D f(u,\ v)dudv$，其中$D$是由直线$x=0,\ y=\pi,\ y=x$ 围成的区域，求$f(x,\ y)$.

4、计算$\int_L (x^2-3y)dx-xdy$，其中L是由点（0，1）经圆$(x-1)^2+(y-1)^2=1$的下半圆周到点（2，1）的路径。

5、计算曲面积分$I=\iint_{\Sigma} 2x^3dydz+2y^3dzdx+3(z^2-1)dxdy$ ，其中Σ是曲面$z=1-x^2-y^2$，$(z\ge 0)$上侧.

四、（9 分）求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} n(x-1)^{n-1}$的收敛域、和函数$S(x)$ ，并求级数$\sum_{n=2}^{\infty} n(\frac{-1}{2})^n$的和$s$.

五、（8 分）(以下题目二选一，多做不多给分)

1、一根绳长$2\,\mathrm{m}$，截成三段，分别折成圆、正三角形与正方形，问：这三段分别为多长时使所得的面积总和最小，并求该最小值.

2、将周长为$2p$的矩形绕它的一边旋转而构成一个圆柱体，问矩形的边长各为多少时，才可使圆柱体体积最大？