

电路分析基础

主讲： 董江莉

JLDONG@GDUT.EDU.CN

上节内容回顾

	表达式	物理含义
瞬时功率	$p(t) = u(t)i(t)$	电路在瞬时吸收的功率
有功功率 (平均功率)	$P = UI \cos \varphi$	电路中电阻部分消耗的功率，将电能转化为机械能或热能，可直观感受到
无功功率	$Q = UI \sin \varphi$	电路中储能元件与交流电源往复交换的功率，将电能转化为电磁能，建立交变的电磁场（如变压器）
视在功率	$S = UI$	相当于在给定电压和电流下所能获得的最大有功功率，反映了为确保网络能正常工作，外电路需传给网络的能量或该网络的容量

§9-1

• 阻抗和导纳

§9-2

• 电路的相量图

§9-3

• 正弦稳态电路的分析

§9-4

• 正弦稳态电路的功率

§9-5

• 复功率

§9-6

• 最大功率传输

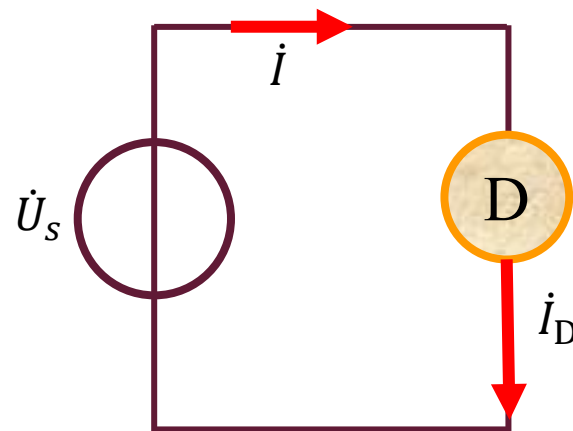
第九章 正弦稳态电路的分析

例 9-4-3 已知：电动机 $P_D = 1000W$, $\cos \varphi_D = 0.8$, $U_S = 220V$, $f = 50Hz$, 电压源额定电流 $I = 5A$, 试求：

(1) $S =$ [填空1]

(2) $P =$ [填空2]

(3) $Q =$ [填空3]



图例9-4-3

A. 1000VA

B. 800W

C. 660W

D. 1100VA

E. 880W

F. 600W

§9-4 正弦稳态电路的功率

引入

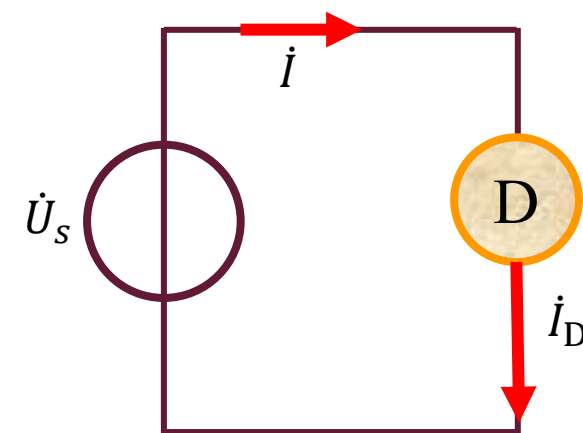
- 例9-4-3 已知：电动机 $P_D = 1000W$ ， $\cos \varphi_D = 0.8$ ， $U_S = 220V$ ， $f = 50Hz$ 。若电压源额定电流 $I = 5A$ ，试分析发动机工作情况。

分析： 若要使电动机达到额定功率，则

$$I_D = \frac{P_D}{U_S \cos \varphi_D} = \frac{1000}{220 \times 0.8} A = 5.68A$$

从电压源角度分析，电动机所能获得的有功功率为

$$P' = U_S I \cos \varphi_D = 220 \times 5 \times 0.8 W = 880W$$



图例9-4-3

本次课学习内容及目标

知识目标

- 阐述功率因数提高的意义和方法
- 列写最大传输功率的条件

能力目标

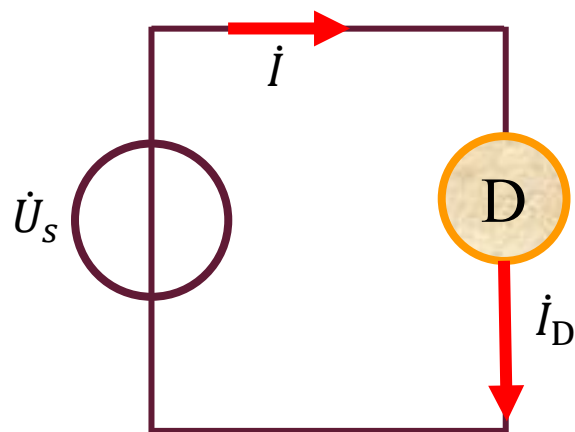
- 计算提高功率因数的补偿电容量
- 计算电路最大传输功率及匹配条件

§9-4 正弦稳态电路的功率

8. 功率因数的提高

功率
因数
低带
来的
问题

①设备不能充分利用，电流到了额定值，但功率容量还有剩余。

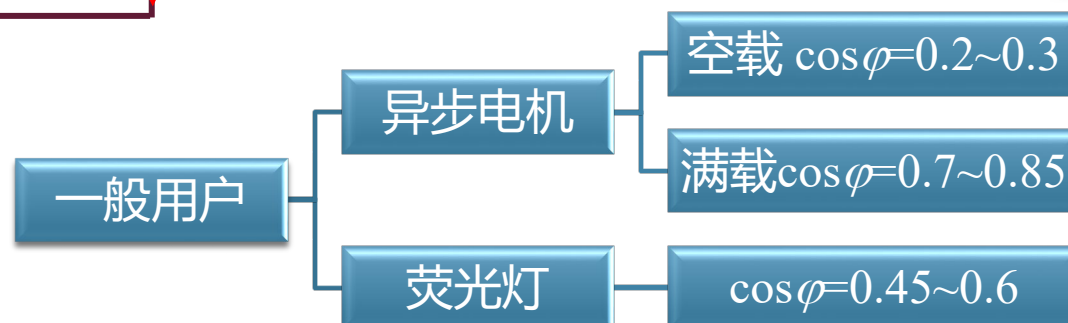


$$P = UI \cos \varphi = S \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = 1, \quad P = S = 1100 \text{ W}$$

$$\cos \varphi = 0.7, \quad P = 0.7S = 770 \text{ W}$$

设备容量S（额定）
向负载送多少有功
功率要由负载的阻
抗角决定。



§9-4 正弦稳态电路的功率

8. 功率因数的提高

功率
因数
低带
来的
问题

①设备不能充分利用，电流到了额定值，但功率容量还有剩余。

②当输出相同的有功功率时，线路上电流大 $I=P/(U\cos\varphi)$ ，线路压降损耗大，能量损耗也大；线路的有色金属消耗量也增加。

$$P = UI \cos \varphi$$

$I \downarrow$

$U \uparrow$

$\cos \varphi \uparrow$

解决办法

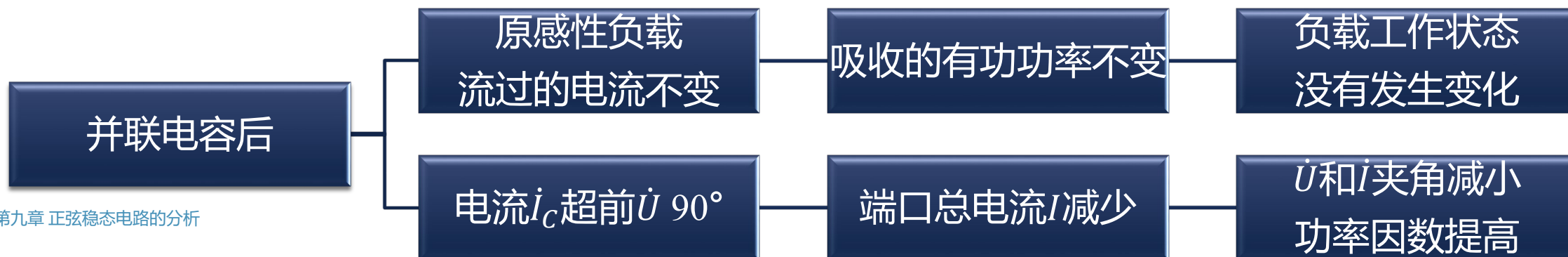
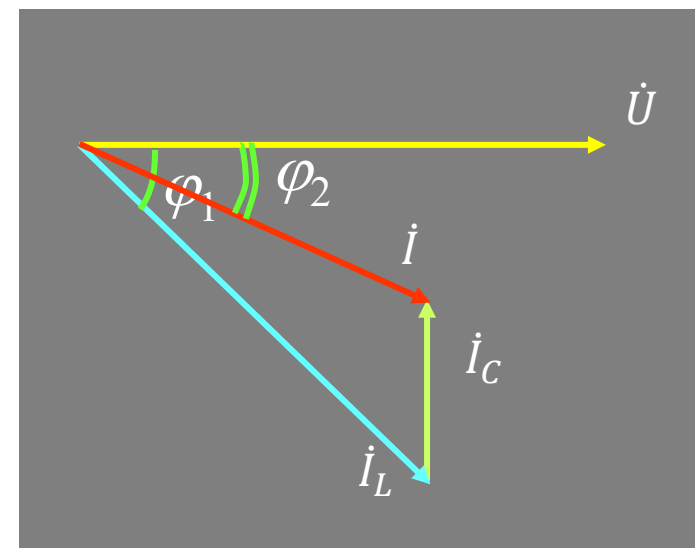
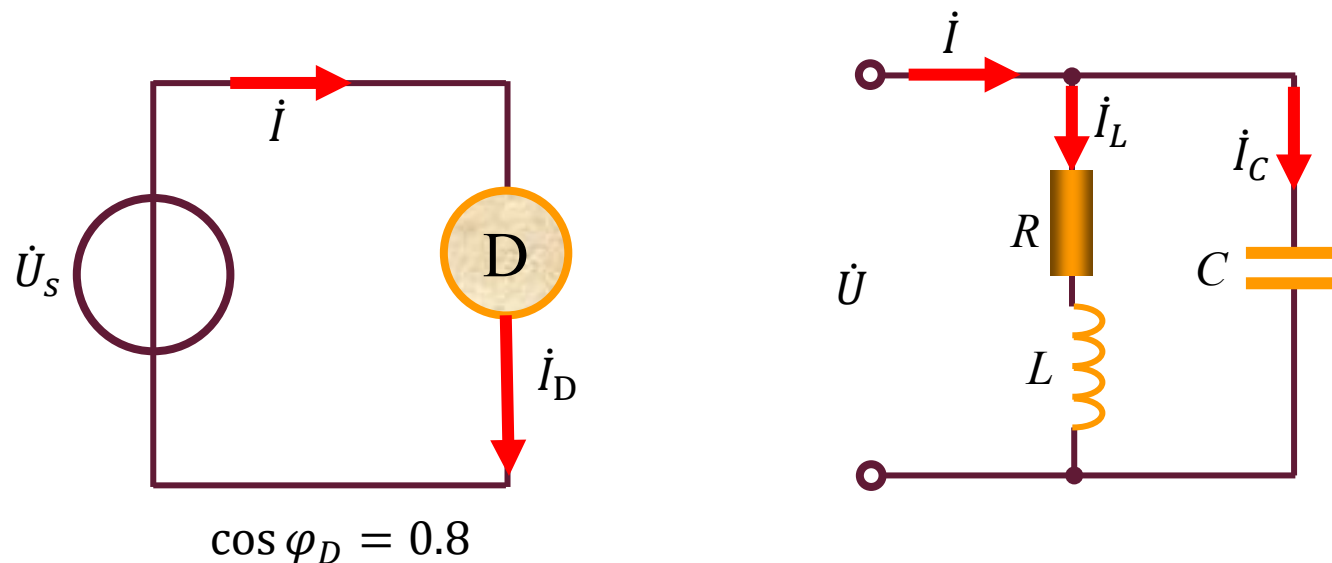
改进自身设备

高压传输

提高功率因数

§9-4 正弦稳态电路的功率

8. 功率因数的提高——对于感性负载的分析



§9-4 正弦稳态电路的功率

8. 功率因数的提高

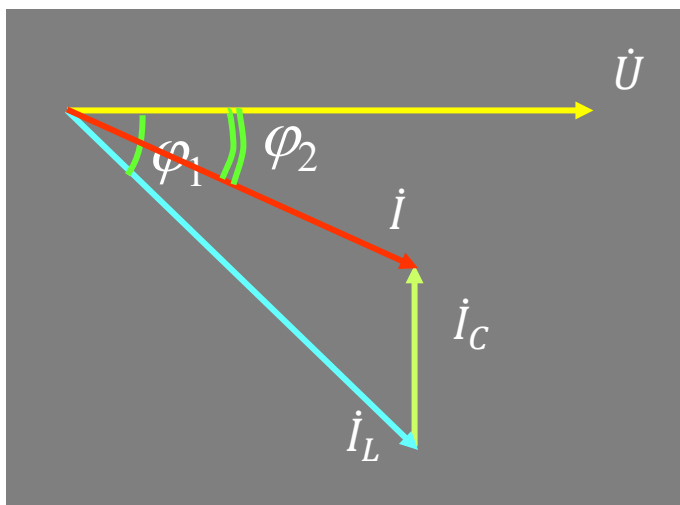
如何确定并联电容容量
(补偿电容容量)

由相量图可知

$$I_C = I_L \sin \varphi_1 - I \sin \varphi_2$$

电容不消耗有功功率

$$P = UI_L \cos \varphi_1 \\ = UI \cos \varphi_2$$



$$I_C = \frac{P}{U \cos \varphi_1} \sin \varphi_1 - \frac{P}{U \cos \varphi_2} \sin \varphi_2$$

$$C = \frac{P}{\omega U^2} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$

$$I_C = \frac{P}{U} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2) = \omega C U$$

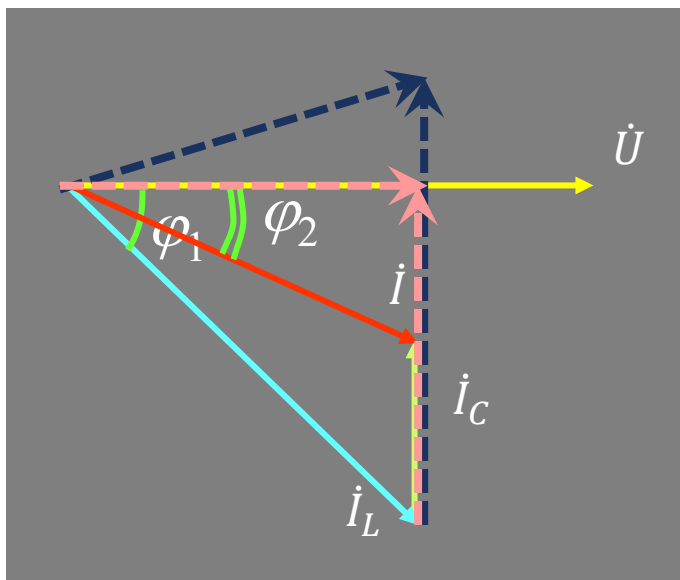
$$Q_C = -\omega C U^2 \\ = -P (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$

§9-4 正弦稳态电路的功率

8. 功率因数的提高

$$C = \frac{P}{\omega U^2} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$

$$Q_C = -\omega C U^2 = -P (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$



(无功补偿不同)
补偿容量不同

欠补偿

综合考虑，以提高到适当值为宜（0.9左右）。

全补偿

电容设备投资增加，经济效果不明显。

过补偿

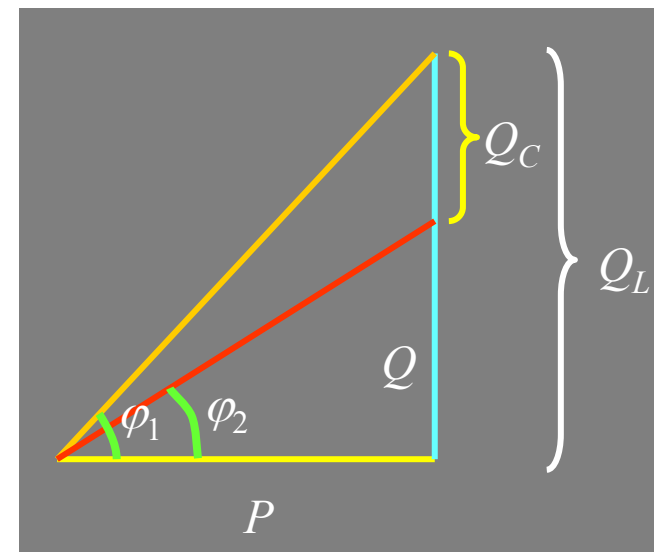
使功率因数又由高变低（电路性质由感性变为容性）。

§9-4 正弦稳态电路的功率

8. 功率因数的提高

从功率三角形分析

- $|Q_C| = |Q_L - Q| = P(\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2)$
- $|Q_C| = \omega C U^2$
- $C = \frac{P}{\omega U^2} (\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2)$



提高电源设备利用率，充分利用设备能力

减少传输线的损耗，减少线路有色金属消耗量

提高功率
因数

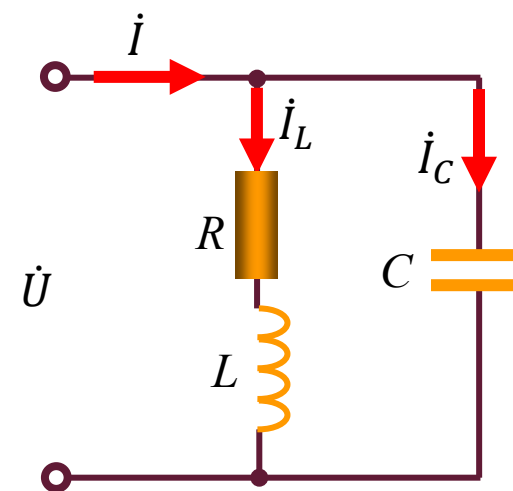
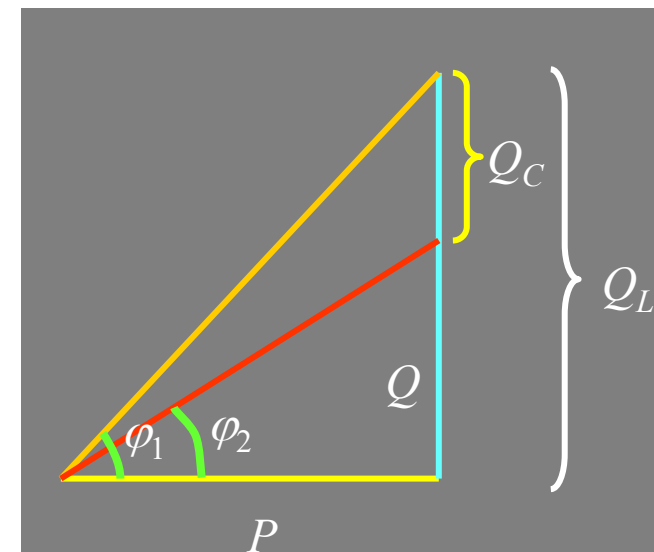
向负载输
送的有功
功率不变

向负载输
送的无功
功率减少

减小电流
输出

感性负载吸收的Q不变
电容“产生”Q来补偿

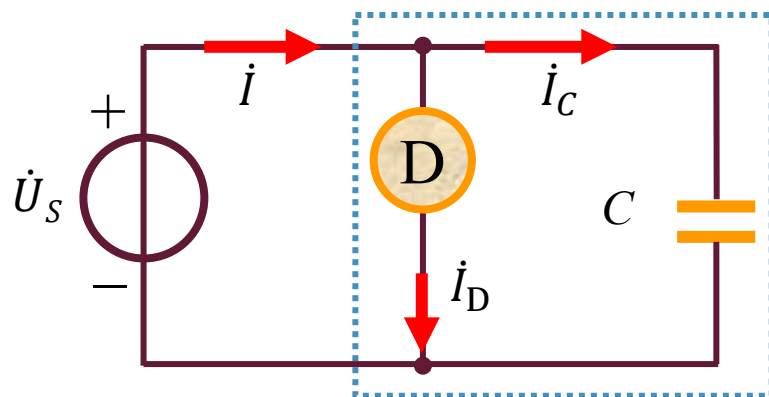
并联电容后，电源向负载输送的有功功率 $UI_L \cos \varphi_1 = UI \cos \varphi_2$ 不变，但是电源向负载输送的无功 $UI \sin \varphi_2 < UI_L \sin \varphi_1$ 减少了，减少的这部分无功功率由电容“产生”来补偿，使感性负载吸收的无功功率不变，而功率因数得到改善。



§9-4 正弦稳态电路的功率

8. 功率因数的提高

- 例9-4-3 已知：电动机 $P_D = 1000W$ ， $\cos \varphi_D = 0.8$ ， $U_S = 220V$ ， $f = 50Hz$ ， $C = 30\mu F$ 。求负载电路的功率因数，并判断 I 是否小于 $5A$ 。



第九章 正弦稳态电路的分析

图例9-4-3

$$I_D = \frac{P_D}{U \cos \varphi_D} = \frac{1000}{220 \times 0.8} A = 5.68 A$$

$$\cos \varphi_D = 0.8 \text{ (感性)}, \quad \varphi_D = 36.8^\circ$$

$$\text{设 } \dot{U}_S = 220 \angle 0^\circ V, \text{ 则 } \dot{I}_D = 5.68 \angle -36.8^\circ A, \quad \dot{I}_C = 220 \cdot j\omega C = j2.08 A$$

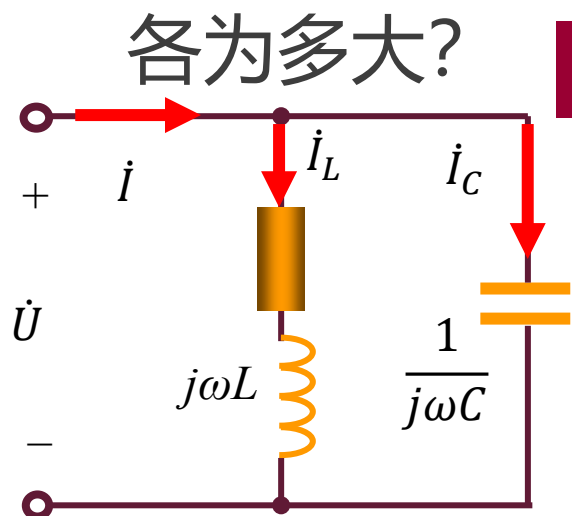
$$\dot{I} = \dot{I}_D + \dot{I}_C = (4.54 - j1.33) A = 4.73 \angle -16.3^\circ A$$

$$\cos \varphi = \cos[0^\circ - (-16.3^\circ)] = 0.96$$

§9-4 正弦稳态电路的功率

8. 功率因数的提高

- 例9-4-4 已知： $f = 50\text{Hz}$, $U = 220\text{V}$, $P = 10\text{kW}$, $\cos \varphi_1 = 0.6$ 。
要使功率因数提高到0.9，求并联电容C，并联前后电路的总电流各为多大？



图例9-4-4

解

$$\cos \varphi_1 = 0.6 \text{ (感性)} , \quad \varphi_1 = 53.13^\circ$$

$$\cos \varphi_2 = 0.9 , \quad \varphi_2 = 25.84^\circ$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{P}{\omega U^2} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2) \\ &= \frac{10 \times 10^3}{314 \times 220^2} (\tan 53.13^\circ - \tan 25.84^\circ) \text{F} = 557 \mu \text{F} \end{aligned}$$

§9-4 正弦稳态电路的功率

若要使功率因数从0.9再提高到0.95，试问还应增加多少并联电容？ I 变为多少？

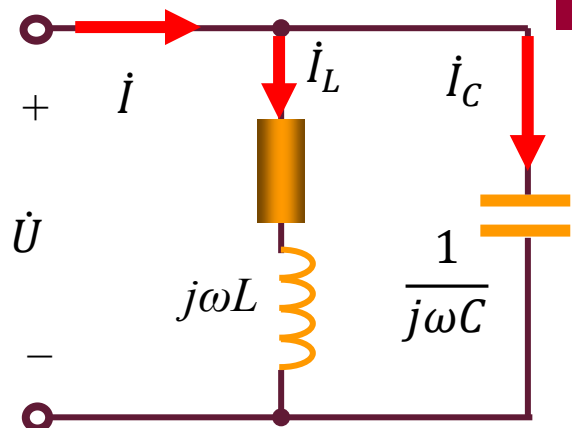
8. 功率因数的提高

- 例9-4-4 已知： $f = 50\text{Hz}$ ， $U = 220\text{V}$ ， $P = 10\text{kW}$ ， $\cos \varphi_1 = 0.6$ 。

要使功率因数提高到0.9，求并联电容 C ，并联前后电路的总电流

各为多大？

解



图例9-4-4

$$\cos \varphi_1 = 0.6 \text{ (感性)}, \quad \varphi_1 = 53.13^\circ$$

$$\cos \varphi_2 = 0.9, \quad \varphi_2 = 25.84^\circ$$

$$\text{并联电容前: } I_L = \frac{P}{U \cos \varphi_1} = \frac{10 \times 10^3}{220 \times 0.6} \text{ A} = 75.8 \text{ A}$$

$$\text{并联电容后: } I = \frac{P}{U \cos \varphi_2} = \frac{10 \times 10^3}{220 \times 0.9} \text{ A} = 50.5 \text{ A}$$

$$C_{0.95} = 103 \mu\text{F}$$

$$I' = 47.8 \text{ A}$$

§9-1

• 阻抗和导纳

§9-2

• 电路的相量图

§9-3

• 正弦稳态电路的分析

§9-4

• 正弦稳态电路的功率

§9-5

• 复功率

§9-6

• 最大功率传输

第九章 正弦稳态电路的分析

若复数 $F = a + jb = |F|e^{j\theta}$, F^* 为其共轭复数, 则:

$$F^* = \textcircled{1}a\textcircled{2}jb = \textcircled{3}|F|e^{\textcircled{4}j\theta}$$

① [填空1] ② [填空2] ③ [填空3] ④ [填空4]

A. +

B. -

C. \pm

D. 0

作答

§9-6 最大功率传输

- 一端口网络 N_s 向终端负载 Z 传输功率
- 通信系统、电子电路等传输功率较小，不计传输效率时，分析使负载获得最大功率的条件

有功功率

利用戴维南定理/诺顿定理
化简为等效电路进行研究

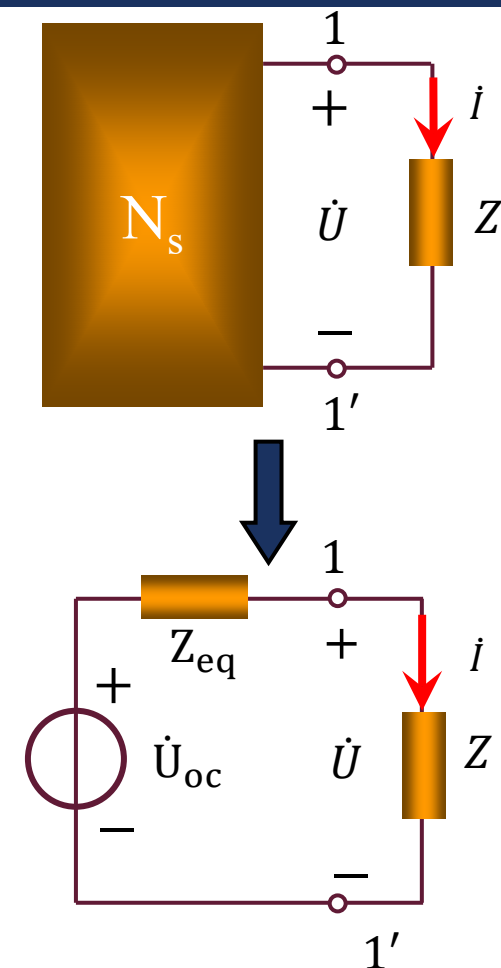


图9-14 最大功率传输

§9-6 最大功率传输

■ 设 $Z_{\text{eq}} = R_{\text{eq}} + jX_{\text{eq}}$, $Z = R + jX$, 则有

■
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{\text{oc}}}{Z_{\text{eq}} + Z} \Rightarrow I = \frac{U_{\text{oc}}}{\sqrt{(R_{\text{eq}} + R)^2 + (X_{\text{eq}} + X)^2}}$$

■ 负载吸收的有功功率为

$$P = RI^2 = \frac{RU_{\text{oc}}^2}{(R_{\text{eq}} + R)^2 + (X_{\text{eq}} + X)^2}$$

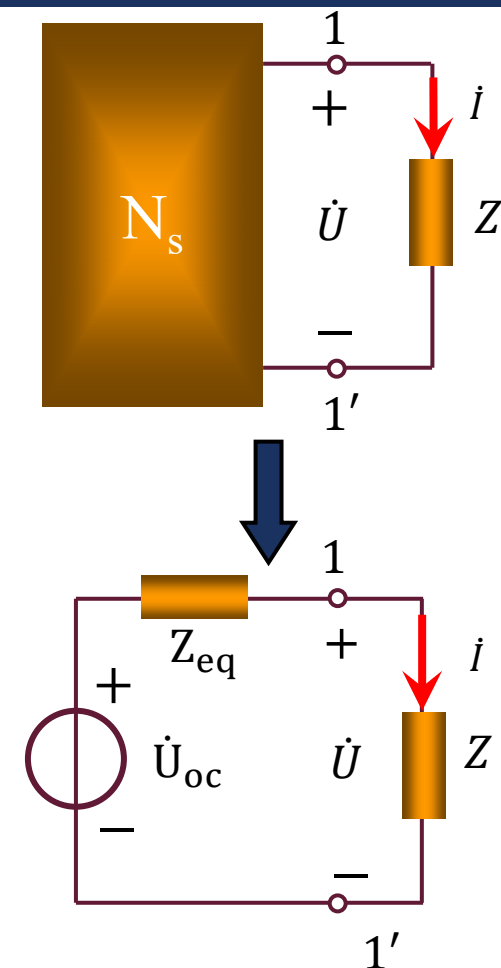


图9-14 最大功率传输

§9-6 最大功率传输

1. $Z = R + jX$ 可任意改变

① 先设 R 不变, X 可改变

$$X_{eq} + X = 0, \text{ 即 } X = -X_{eq}$$



$$P_{max} = \frac{RU_{oc}^2}{(R_{eq} + R)^2}$$

负载获得最大功率的条件: $Z = R_{eq} - jX_{eq} = Z_{eq}^*$

$$P = RI^2 = \frac{RU_{oc}^2}{(R_{eq} + R)^2 + (X_{eq} + X)^2}$$

② 再讨论 R 可改变

$$\begin{aligned} \frac{dP_{max}}{dR} &= \frac{U_{oc}^2(R_{eq} + R)^2 - 2RU_{oc}^2(R_{eq} + R)}{(R_{eq} + R)^4} \\ &= \frac{U_{oc}^2[(R_{eq} + R) - 2R]}{(R_{eq} + R)^3} = \frac{U_{oc}^2(R_{eq} - R)}{(R_{eq} + R)^3} \end{aligned}$$

P 对 R 、
 X 分别
求偏导
数而得

$$R = R_{eq}$$



$$P_{max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_{eq}}$$

共轭匹配

§9-6 最大功率传输

$$P = RI^2 = \frac{RU_{OC}^2}{(R_{eq} + R)^2 + (X_{eq} + X)^2}$$

2. 工程上的其他匹配条件

① 只允许 X 改变

■ $X_{eq} + X = 0$, 即 $X = -X_{eq}$, $P_{max} = \frac{RU_{OC}^2}{(R_{eq} + R)^2}$

② Z 为纯电阻

$$I = \frac{U_{oc}}{\sqrt{(R_{eq} + R)^2 + X_{eq}^2}} \Rightarrow P = \frac{RU_s^2}{(R_{eq} + R)^2 + X_{eq}^2} \Rightarrow R = \sqrt{R_{eq}^2 + X_{eq}^2} = |Z_{eq}|$$

§9-6 最大功率传输

2. 工程上的其他匹配条件

③ 允许 X 、 R 改变, 但 X/R 不变

$$P = RI^2 = \frac{RU_{OC}^2}{(R_{eq} + R)^2 + (X_{eq} + X)^2}$$

$\Leftrightarrow |Z|$ 可变, φ 不可变

$$Z = R + jX = |Z| \angle \varphi$$

替代

$$R = |Z| \cos \varphi, \quad X = |Z| \sin \varphi$$

对 $|Z|$ 求导

获得最大功率的
条件: $|Z| = |Z_{eq}|$

模匹配

$$P_{max} = \frac{\cos \varphi U_{OC}^2}{2|Z_{eq}| + 2(R_{eq} \cos \varphi + X_{eq} \sin \varphi)}$$

§9-6 最大功率传输

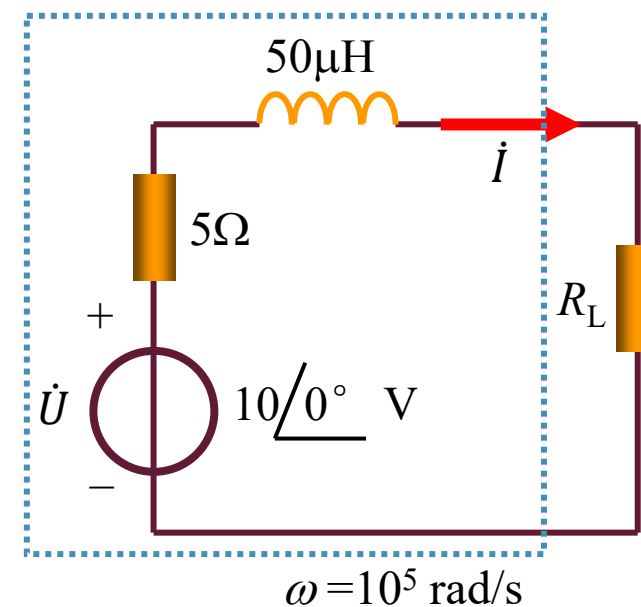
- 例9-6-1 电路如图。求：① $R_L = 5\Omega$ 时其消耗的功率；② $R_L = ?$ 能获得最大功率，并求最大功率；③在 R_L 两端并联一电容，问 R_L 和 C 为多大时能与内阻抗最佳匹配，并求最大功率。

解

$$Z_{eq} = R + jX_L = (5 + j5) \Omega$$

$$\textcircled{1} \dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z_{eq} + R_L} = \frac{10\angle 0^\circ}{5 + j5 + 5} \text{ A} = 0.89\angle -26.6^\circ \text{ A}$$

$$P_L = I^2 R_L = 0.89^2 \times 5 \text{ W} = 4 \text{ W}$$



图例9-6-1

§9-6 最大功率传输

- 例9-6-1 电路如图。求：① $R_L = 5\Omega$ 时其消耗的功率；② $R_L = ?$ 能获得最大功率，并求最大功率；③在 R_L 两端并联一电容，问 R_L 和 C 为多大时能与内阻抗最佳匹配，并求最大功率。

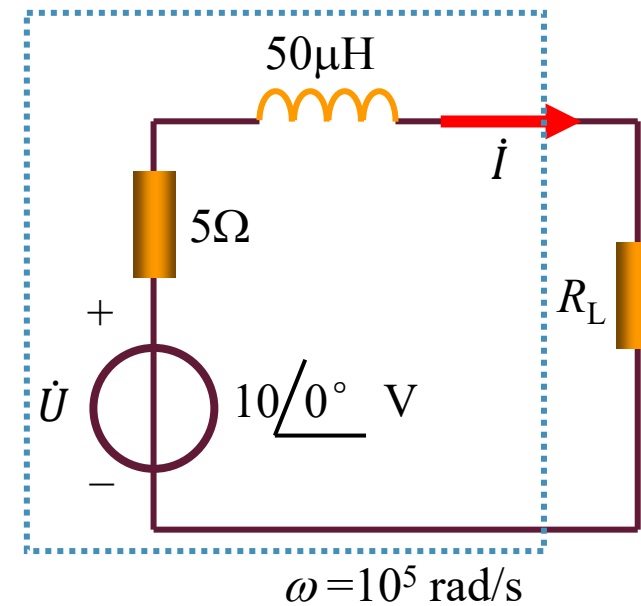
解

② 模匹配时，能获得最大功率

$$R_L = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} \Omega = 7.07 \Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z_{eq} + R_L} = \frac{10\angle 0^\circ}{5 + j5 + 7.07} \text{ A} = 0.776\angle -22.6^\circ \text{ A}$$

$$P_{Lmax} = I^2 R_L = 0.776^2 \times 7.07 \text{ W} = 4.15 \text{ W}$$



图例9-6-1

§9-6 最大功率传输

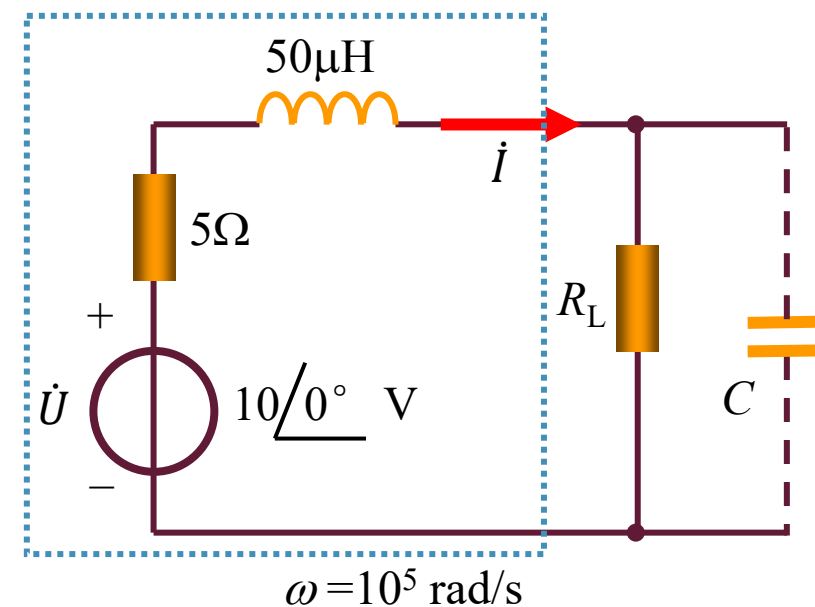
- 例9-6-1 电路如图。求：① $R_L = 5\Omega$ 时其消耗的功率；② $R_L = ?$ 能获得最大功率，并求最大功率；③在 R_L 两端并联一电容，问 R_L 和 C 为多大时能与内阻抗最佳匹配，并求最大功率。

解

③ 共轭匹配时，能获得最大功率

$$Z_L = R \parallel \frac{1}{j\omega C} = \frac{R_L}{1 + (\omega C R_L)^2} - j \frac{\omega C R_L^2}{1 + (\omega C R_L)^2}$$

$$Z_L = Z_{eq}^* = (5 - j5) \Omega$$



图例9-6-1

§9-6 最大功率传输

- 例9-6-1 电路如图。求：① $R_L = 5\Omega$ 时其消耗的功率；② $R_L = ?$ 能获得最大功率，并求最大功率；③在 R_L 两端并联一电容，问 R_L 和 C 为多大时能与内阻抗最佳匹配，并求最大功率。

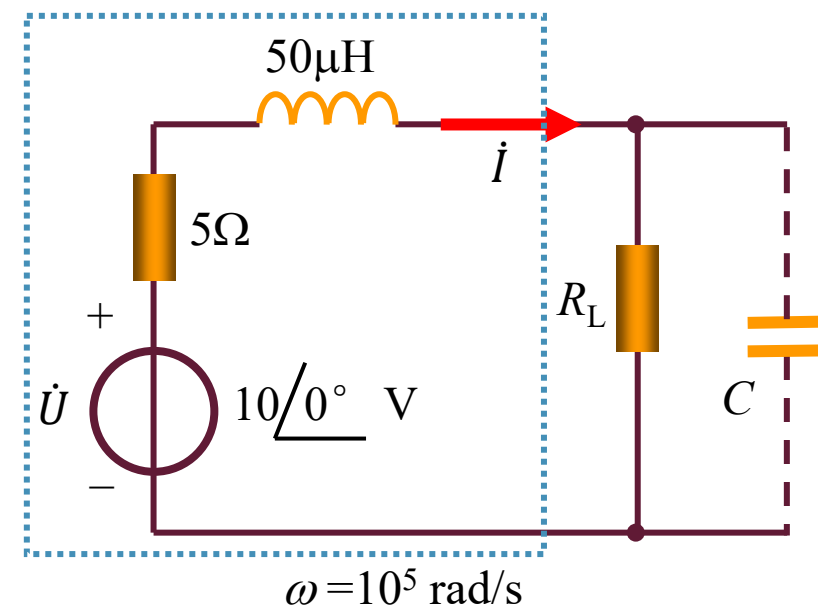
解

③ 共轭匹配时，能获得最大功率

$$\begin{cases} \frac{R_L}{1 + (\omega C R_L)^2} = 5 \\ \frac{\omega C R_L^2}{1 + (\omega C R_L)^2} = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} R_L = 10 \Omega \\ C = 1 \mu F \end{cases} \text{ 获得最大功率}$$

$$I = \frac{10 \angle 0^\circ}{10} \text{ A} = 1 \text{ A}$$

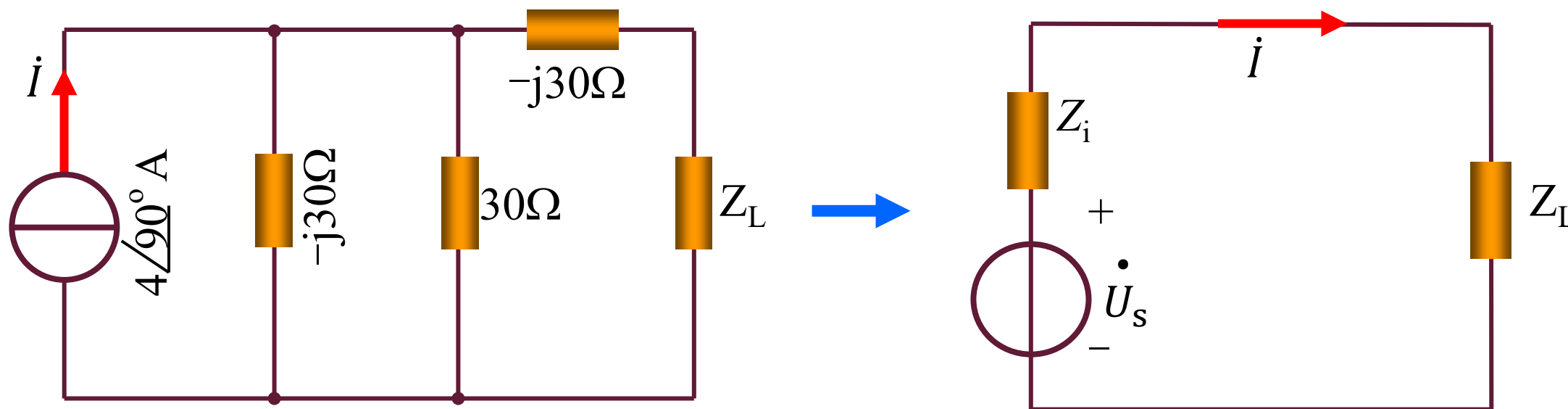
$$P_{max} = I^2 R_i = 1^2 \times 5 \text{ W} = 5 \text{ W}$$



图例9-6-1

§9-6 最大功率传输

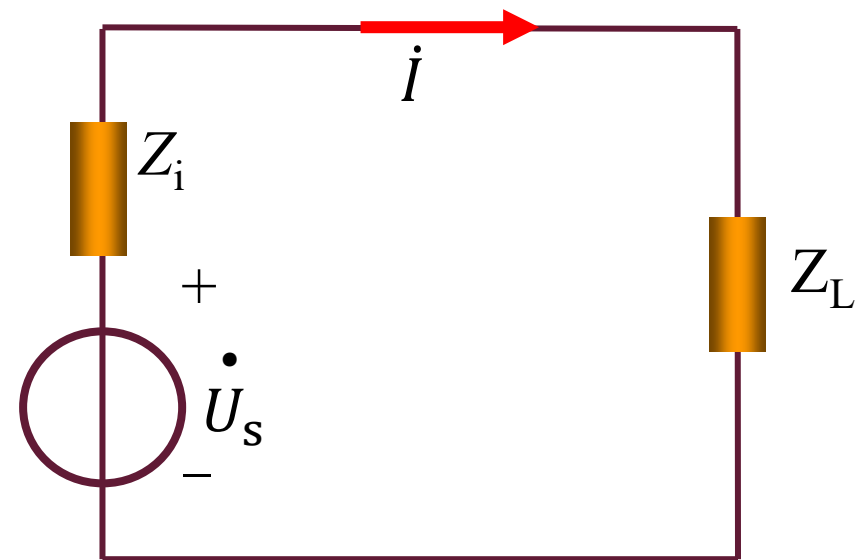
- 例9-6-2 电路如图。求 $Z_L = ?$ 时能获得最大功率，并求最大功率。



图例9-6-2

$$Z_L = Z_i^* = (15 + j45) \Omega$$

$$P_{max} = 120W$$



解
$$Z_i = -j30 + \frac{-j30 \times 30}{-j30 + 30} \Omega = (15 - j45) \Omega$$

$$\dot{U}_s = j4 \cdot \frac{-j30 \times 30}{30 - j30} = 60\sqrt{2} \angle 45^\circ \text{ V}$$

当 $Z_L = Z_i^* = (15 + j45) \Omega$ 共轭匹配

有
$$P_{\max} = \frac{(60\sqrt{2})^2}{4 \times 15} \text{ W} = 120 \text{ W}$$

回顾与总结

- 为什么要提高功率因数？
- 提高功率因数的方法有哪些？
- 什么是共轭匹配？什么是模匹配？分别对应什么工程情况？

课件参考及参考教材

- 邱关源, 罗先觉. 电路 (第6版) . 高等教育出版社.
- 陈晓平, 李长杰. 电路原理 (第4版) . 机械工业出版社.
- 王向军. 电路. 机械工业出版社.
- 卢飒. 电路分析基础 (第2版) . 电子工业出版社.