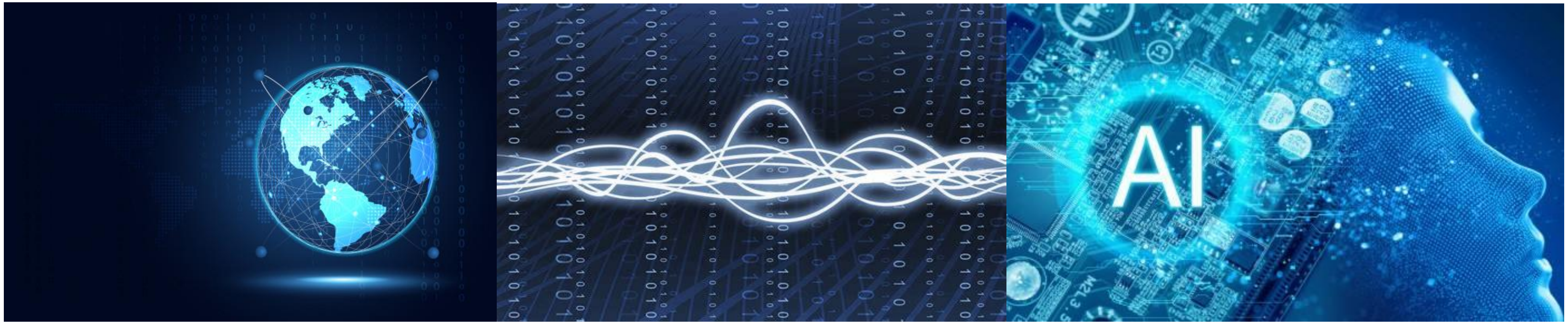


《数字信号处理》

授课教师：王丰

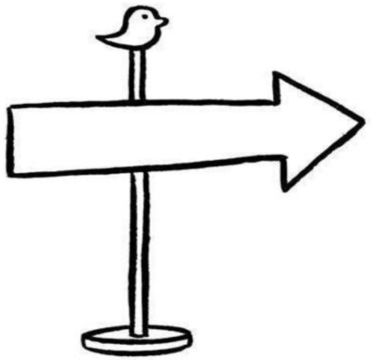
fengwang13@gdut.edu.cn

广东工业大学信息工程学院电子系

提纲-数字滤波器的基本结构

fengwang13@gdut.edu.cn

- 5.1 引言
- 5.2 IIR滤波器的基本结构
- 5.3 FIR滤波器的基本结构



5.1引言

fengwang13@gdut.edu.cn

滤波器定义：允许某些信号分量通过、同时阻止其它分量通过的系统称为滤波器。

数字滤波实际上是一种运算过程，其功能是将一组输入的数字序列通过一定的运算后转变为另一组输出的数字序列。

1、数字滤波器的工作原理

设 $x(n)$ 是系统的输入，$y(n)$ 是系统的输出，则

LTI 系统的输出为：

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}h(n-m)x(m)=F^{-1}[X(e^{j\omega})H(e^{j\omega})]$$

输入序列的频谱 $X(e^{j\omega})$ 经过滤波后，变成 $X(e^{j\omega})H(e^{j\omega})$，设计 $H(e^{j\omega})$，使滤波器输出 $X(e^{j\omega})H(e^{j\omega})$ 符合要求。

5.1引言

fengwang13@gdut.edu.cn

2、数字滤波器的表示：系统函数和差分方程

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{1-\sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}$$

$$y(n)=\sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k)+\sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)$$

- 功能：把输入序列通过一定的运算变换成输出序列，对输入信号起到滤波的作用。

3、实现数字滤波器的两种方式：

(1) 软件编程

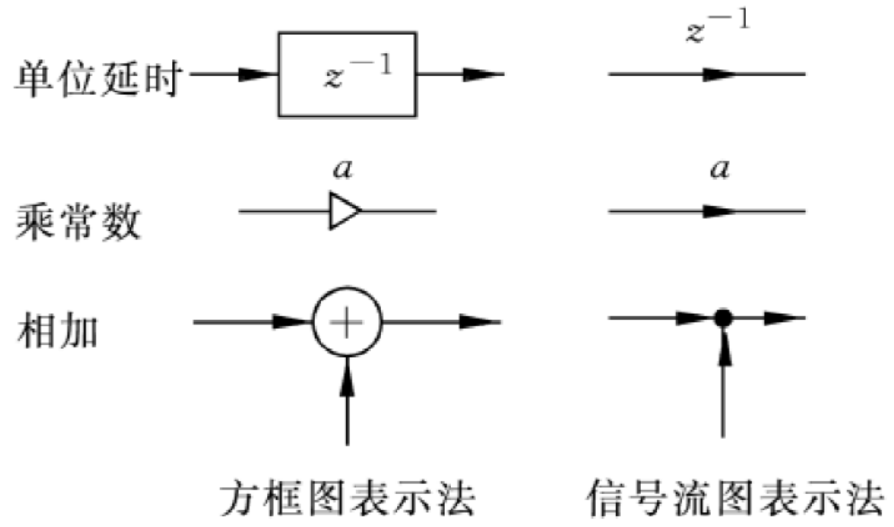
(2) 专用硬件或通用的数字信号处理器

5.1引言

fengwang13@gdut.edu.cn

4、结构表示：方框图和信号流图

- 实现一个数字滤波器需要三种基本运算单元：加法器，乘法器，延时器。



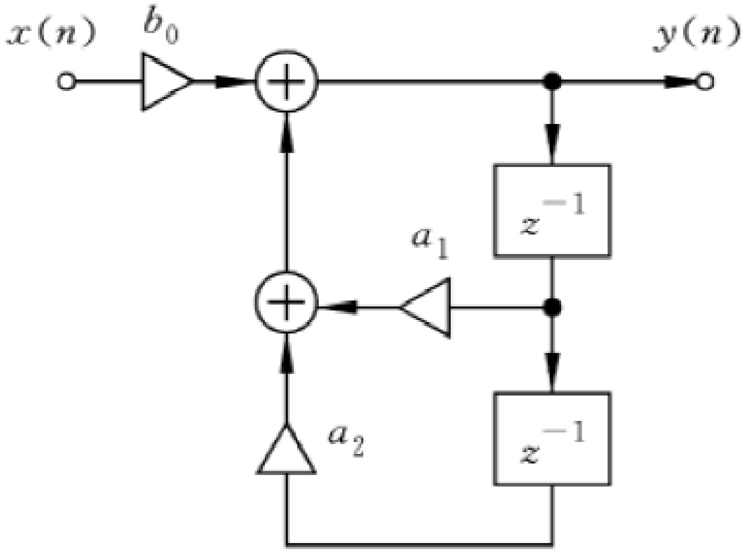
DF的结构直接影响系统运算的速度、精度和成本

5.1引言

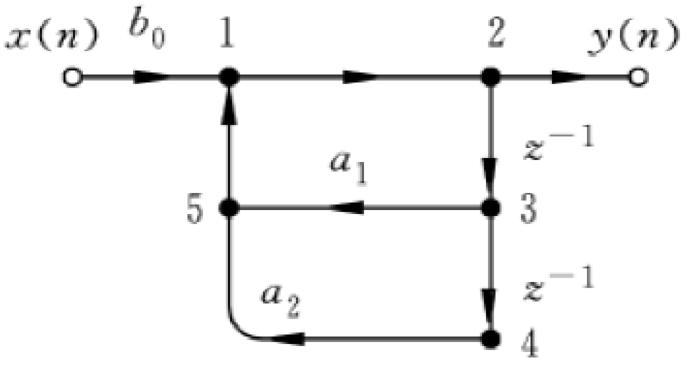
fengwang13@gdut.edu.cn

例 1：二阶数字滤波器

$$y(n) = a_1 y(n-1) + a_2 y(n-2) + b_0 x(n)$$



方框图结构



信号流图结构

- 由此可以看出系统的运算步骤和运算结构。

5.1引言

fengwang13@gdut.edu.cn

5、典型结构

- 无限长单位冲激响应（IIR）滤波器
- 有限长单位冲激响应（FIR）滤波器

- 不同的运算结构所需的存储单元及乘法次数不同，计算复杂性会影响计算速度。
- 在有限精度（有限字长）情况下，不同运算结构的误差及稳定性不同。
- 好的滤波器结构应该易于控制滤波器性能，适于模块化实现。

5.1引言

fengwang13@gdut.edu.cn

6、数字滤波器的分类

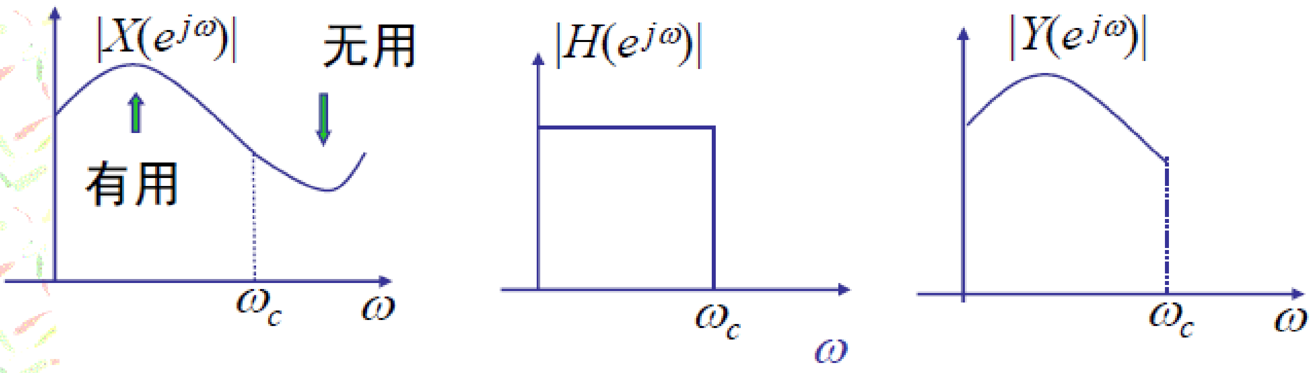
1. 从功能上分：低通、高通、带通、带阻
2. 从实现方法上分：FIR、IIR
3. 从设计方法上来分：Chebyshev、Butterworth
4. 从处理信号分：经典滤波器、现代滤波器

5.1引言

fengwang13@gdut.edu.cn

经典滤波器

- 假定输入信号 $x(n)$ 中的有用成分和希望去除的成分各自占有不同的频带，当 $x(n)$ 经过一个线性系统（即滤波器）后，可将欲去除的成分有效地去除。
- 如果信号和噪声的频谱相互重叠，那么经典滤波器将无能为力。



5.2无限长单位冲激响应IIR滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

5.2.1 IIR 滤波器的特点

(1) 系统的单位冲激响应 $h(n)$ 是无限长的；

(2) 系统函数 $H(z)$ 在有限 z 平面 $(0<|z|<\infty)$ 上，一定有极点存在；

(3) 结构上存在着输出到输入的反馈，或者说一定是递归型结构。

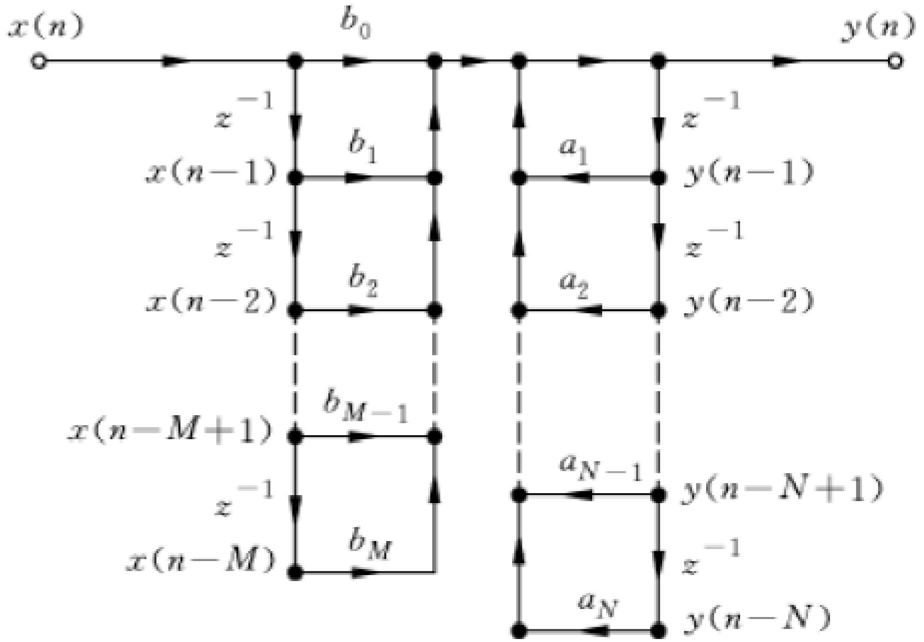
5.2无限长单位冲激响应IIR滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

5.2.2 直接型结构

$$y(n)=\sum_{k=1}^{N}a_k y(n-k)+\sum_{k=0}^{M}b_k x(n-k)$$

1、直接 I 型结构



结构特点：

直接实现

第一个网络实现零点

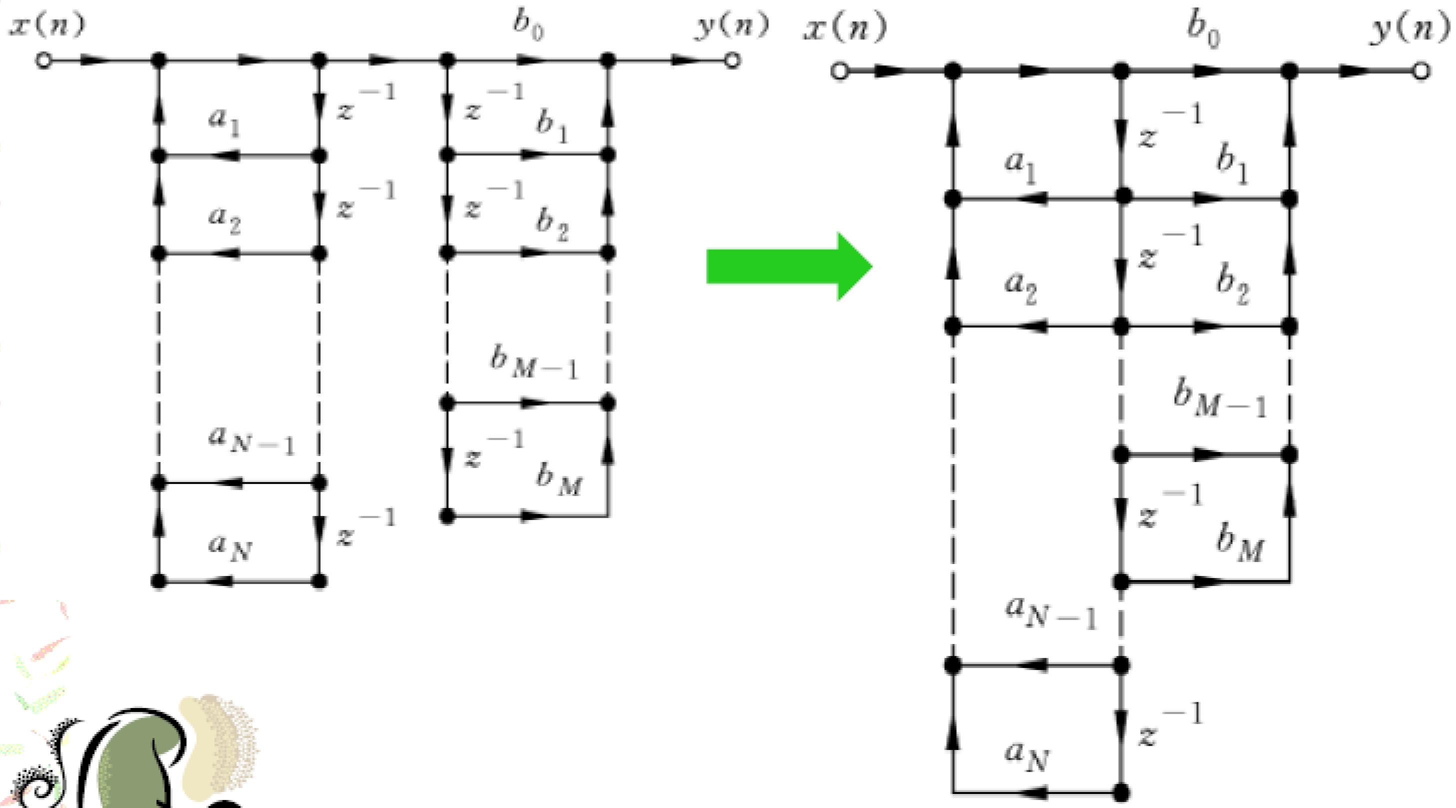
第二个网络实现极点

$N+M$ 个时延单元

5.2无限长单位冲激响应IIR滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

2、直接 II 型（典范型）结构



Max (*N*, *M*) 个时延单元

5.2无限长单位冲激响应IIR滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

5.2.3 级联型 (Cascade Form)

将系统函数按零极点因式分解：

$$H(z)=\frac{\sum_{k=0}^{M}b_k z^{-k}}{1-\sum_{k=1}^{N}a_k z^{-k}}=A\frac{\prod_{k=1}^{M_1}(1-p_k z^{-1})\prod_{k=1}^{M_2}(1-q_k z^{-1})(1-q_k^* z^{-1})}{\prod_{k=1}^{N_1}(1-c_k z^{-1})\prod_{k=1}^{N_2}(1-d_k z^{-1})(1-d_k^* z^{-1})}$$

A 为常数

$$M=M_1+2M_2$$

$$N=N_1+2N_2$$

p_k 和 c_k 分别为实数零、极点

q_k,q_k^* 和 d_k,d_k^* 分别为复共轭零、极点

- 将共轭因子组合成实系数的二阶因子：

$$H(z)=A\frac{\prod_{k=1}^{M_1}(1-p_k z^{-1})\prod_{k=1}^{M_2}(1+\beta_{1k}z^{-1}+\beta_{2k}z^{-2})}{\prod_{k=1}^{N_1}(1-c_k z^{-1})\prod_{k=1}^{N_2}(1-\alpha_{1k}z^{-1}-\alpha_{2k}z^{-2})}$$

- 若将实数的两个一阶因子组合成二阶因子，则 $H(z)$ 可完全分解成有相同形式的子网络结构，即实系数的二阶因子形式（这对时分多路复用特别有用）

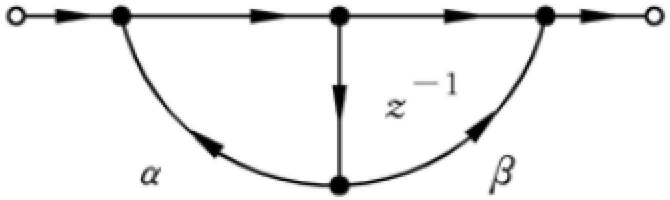
$$H(z)=A\prod_{k}\frac{(1+\beta_{1k}z^{-1}+\beta_{2k}z^{-2})}{(1-\alpha_{1k}z^{-1}-\alpha_{2k}z^{-2})}=A\prod_{k}H_k(z)$$

5.2无限长单位冲激响应IIR滤波器

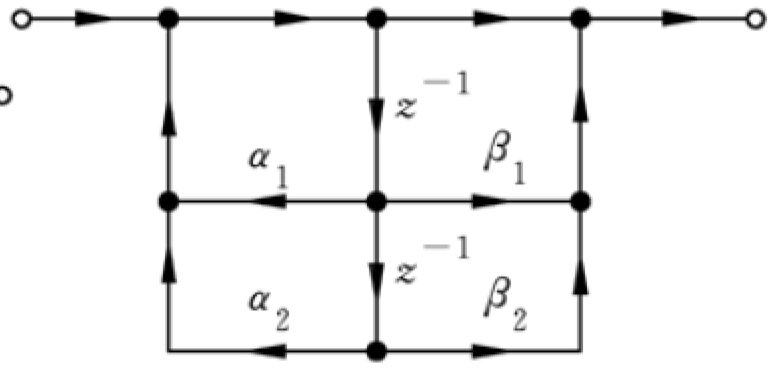
fengwang13@gdut.edu.cn

级联结构 ($M=N$)

- 分解为一阶及二阶系统的串联，每级子系统都用典范型实现。



一阶基本节结构



二阶基本节结构

5.2无限长单位冲激响应IIR滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

5.2.4 并联型 (Paralle Form)

将因式分解的 $H(z)$ 展成部分分式：$(M \le N)$

$$H(z) = G_0 + \sum_{k=1}^{N_1} \frac{A_k}{1 - c_k z^{-1}} + \sum_{k=1}^{N_2} \frac{\gamma_{0k} + \gamma_{1k} z^{-1}}{1 - \alpha_{1k} z^{-1} - \alpha_{2k} z^{-2}}$$

$$N = N_1 + 2N_2$$

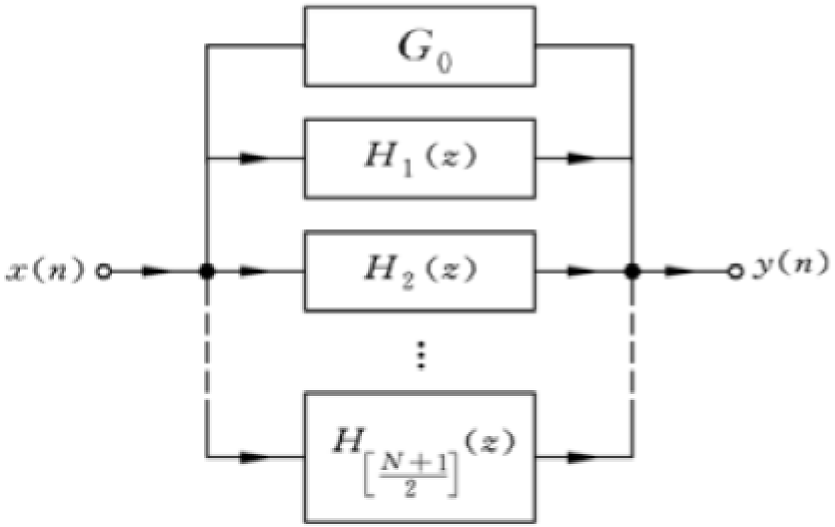
组合成实系数二阶多项式 $(M = N)$：

$$H(z) = G_0 + \sum_{k=1}^{\left[\frac{N+1}{2}\right]} \frac{\gamma_{0k} + \gamma_{1k} z^{-1}}{1 - \alpha_{1k} z^{-1} - \alpha_{2k} z^{-2}} = G_0 + \sum_{k=1}^{\left[\frac{N+1}{2}\right]} H_k(z)$$

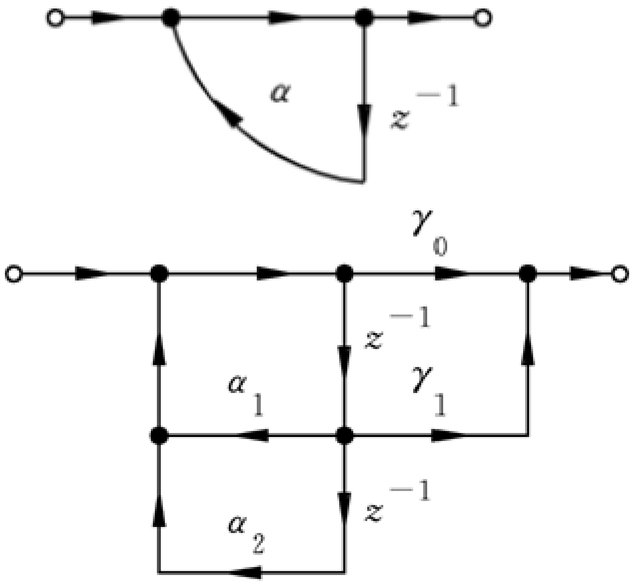
5.2无限长单位冲激响应IIR滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

并联结构 $(M=N)$



并联结构的
一阶基本节和二阶基本节结构



- 将 $H(z)$ 分解为一阶及二阶系统的并联（部分分式展开），每级子系统都用典范型实现。

5.2无限长单位冲激响应IIR滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

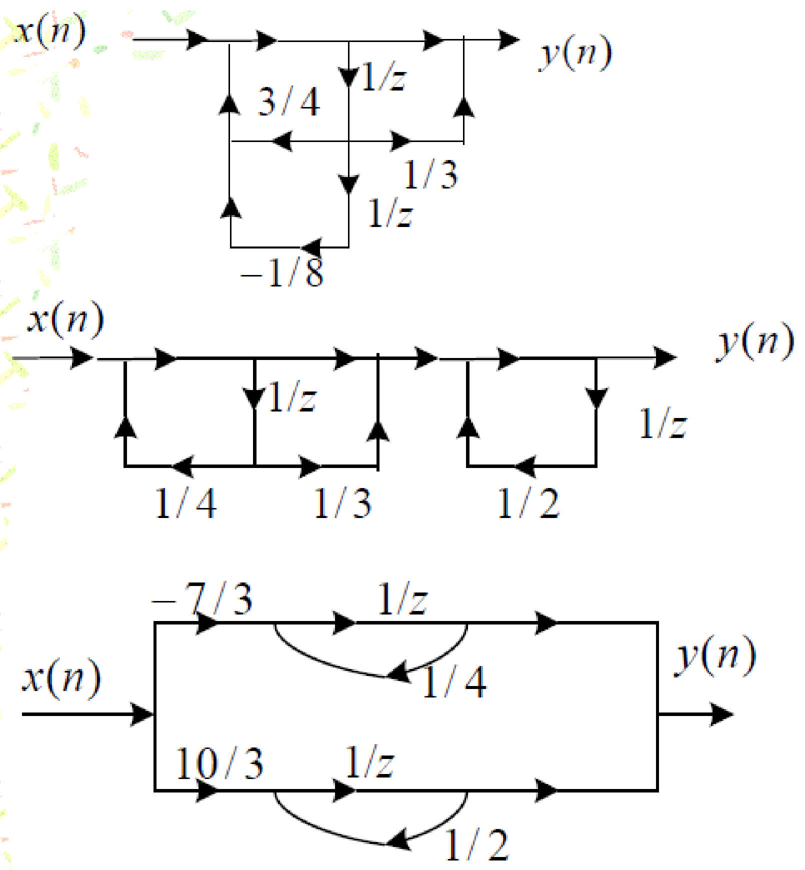
例 4：用典范型和一阶级联型、并联型实现 IIR 滤波器

$$y(n)=x(n)+\frac{1}{3}x(n-1)+\frac{3}{4}y(n-1)-\frac{1}{8}y(n-2)$$

解：典范型、一阶级联和并联的系统函数表示：

$$H(z)=\frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}=\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}\right)\left(\frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}\right)$$

$$=\frac{-{7}/{3}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}+\frac{{10}/{3}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$



5.2 小结

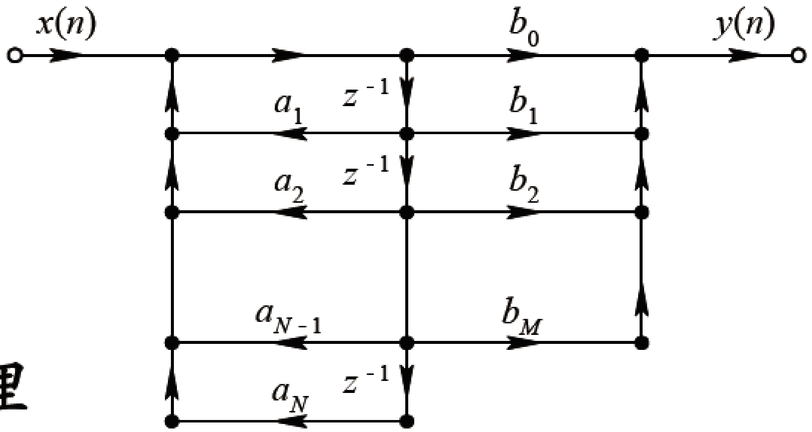
fengwang13@gdut.edu.cn

- **目的**：已知系统函数H(z)，实现其运算结构（加法器、延迟器、数乘器），表现为框图或流图。

$$H(z)=\frac{\sum_{m=0}^{M} b_m z^{-m}}{1-\sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}$$

- **原因**：DF的结构直接影响系统运算的速度、精度和成本。

- **分类**：IIR DF；FIR DF



- IIR DF基本结构：

  直接II型（典范型）

- 其他结构：对H(z)的处理

5.3有限长单位冲激响应FIR滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

5.3.1 FIR 滤波器的特点

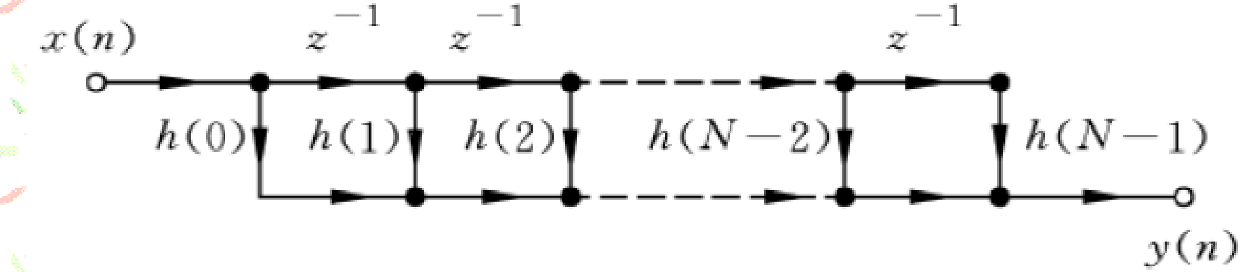
- 系统的单位冲激响应 $h(n)$ 在有限个 n 值处不为零。
- 系统函数 $H(z)$ 在 $0<|z|<\infty$ 的有限 z 平面中只有零点，系统的全部极点都在 $z=0$ 处（稳定系统）。
- 结构上没有输出到输入的反馈，是非递归结构，但在频率抽样结构中，也包含有反馈的递归部分。
- FIR 滤波器的最大特点是可以有严格的线性相位，这对某些信号（如图像信号）的传输非常重要。

5.3有限长单位冲激响应FIR滤波器

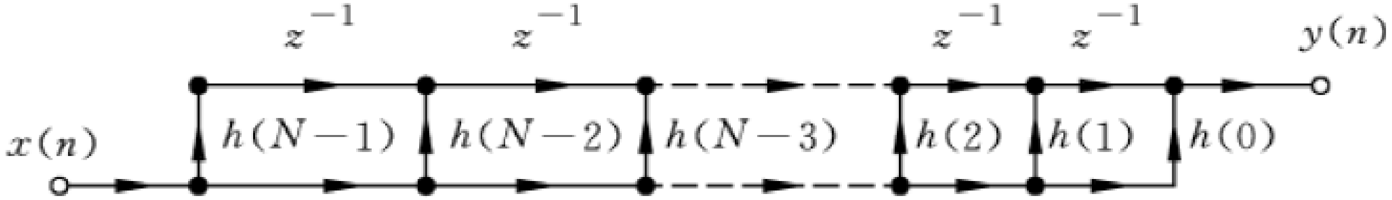
fengwang13@gdut.edu.cn

5.3.2 直接型（卷积型、横截型）结构

系统的差分方程：$y(n)=\sum_{m=0}^{N-1}h(m)x(n-m)$



转置结构



特点：N个延迟单元；不方便调整零点。

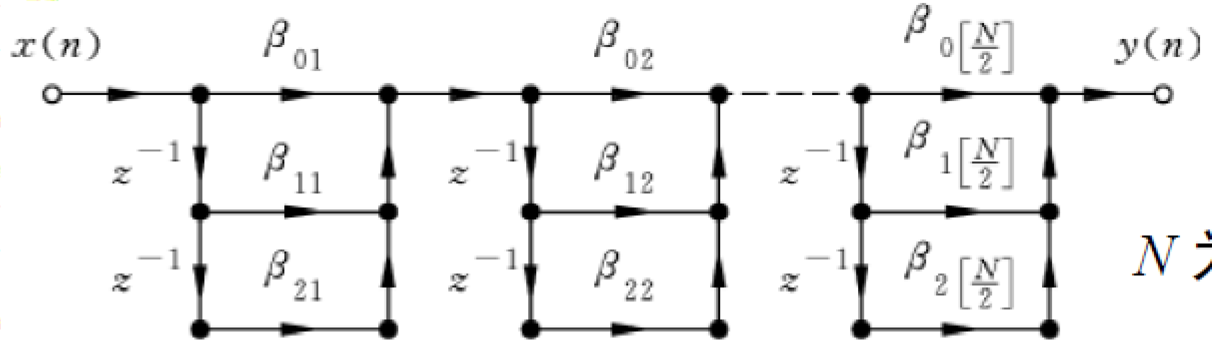
5.3有限长单位冲激响应FIR滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

5.3.3 级联型结构

将 $H(z)$ 分解为实系数二阶因子的乘积：

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}=\prod_{k=1}^{\left\lfloor\frac{N}{2}\right\rfloor}(\beta_{0k}+\beta_{1k}z^{-1}+\beta_{2k}z^{-2})$$



N 为奇数

特点：(1) 便于调整零点，每一节控制一对零点。

(2) 需要的系数 β_{ik} 比卷积型的系数 $h(n)$ 多，因而乘法次数多。

5.3有限长单位冲激响应FIR滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

5.3.6 线性相位 FIR 滤波器的结构

- 线性相位：是指滤波器产生的相移与输入信号频率成线性关系。
- 线性相位在物理上的体现：实质上就是不同频率的信号经过系统后，各频率成分的延迟时间是一致的。

若 FIR 滤波器的单位抽样响应 $h(n)$ 为实数，$0 \leqslant n \leqslant N-1$ 且满足：

偶对称： $h(n) = h(N-1-n)$

或奇对称：$h(n) = -h(N-1-n)$

即对称中心在 $(N-1)/2$ 处

则这种 FIR 滤波器具有严格线性相位。

5.3有限长单位冲激响应FIR滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

N 为奇数时

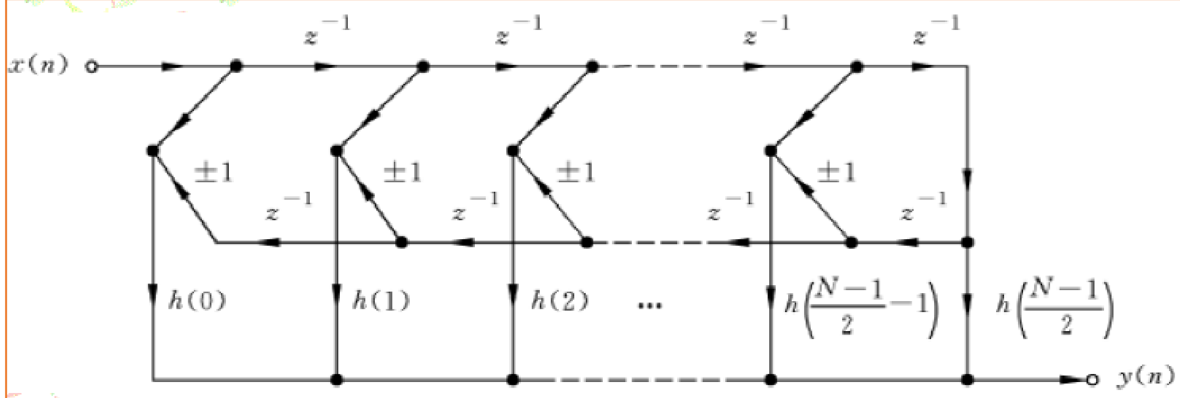
$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}$$

$$=\sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}-1}h(n)z^{-n}+h\left(\frac{N-1}{2}\right)z^{-\frac{N-1}{2}}+\sum_{n=\frac{N-1}{2}+1}^{N-1}h(n)z^{-n}$$

令 $n=N-1-m$，

再将 m 换成 n

$$=\sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}-1}h(n)\left[z^{-n}\pm z^{-(N-1-n)}\right]+h\left(\frac{N-1}{2}\right)z^{-\frac{N-1}{2}}$$



$h(n)$ 偶对称，取 “+”

$h(n)$ 奇对称，取 “−”，且 $h\left(\frac{N-1}{2}\right)=0$

5.3有限长单位冲激响应FIR滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

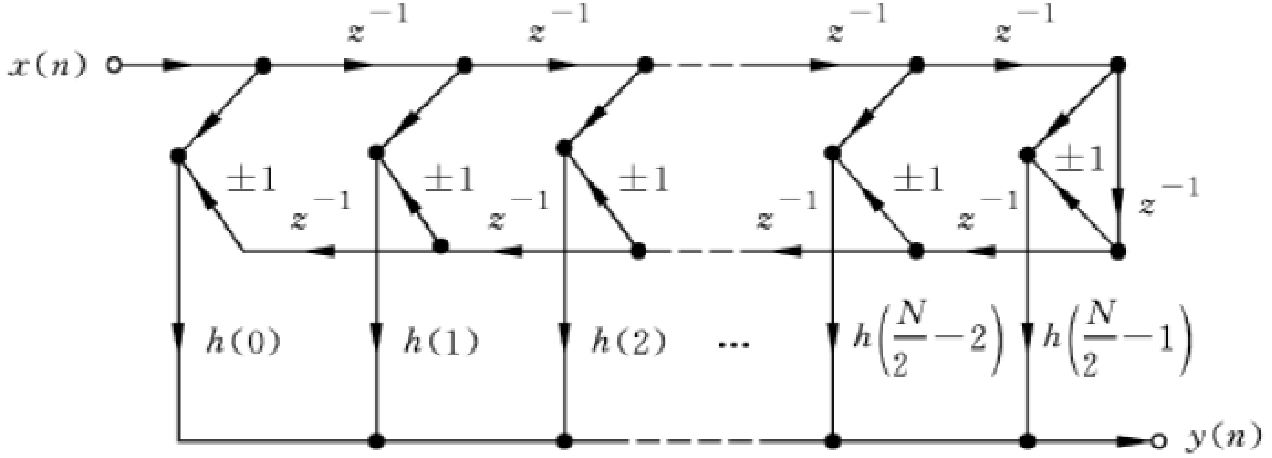
N 为偶数时

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}=\sum_{n=0}^{(N/2)-1}h(n)z^{-n}+\sum_{n=N/2}^{N-1}h(n)z^{-n}$$

$$=\sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1}h(n)\left[z^{-n}\pm z^{-(N-1-n)}\right]$$

令 $n=N-1-m$,

再将 m 换成 n



$h(n)$ 偶对称，取“+”；$h(n)$ 奇对称，取“−”

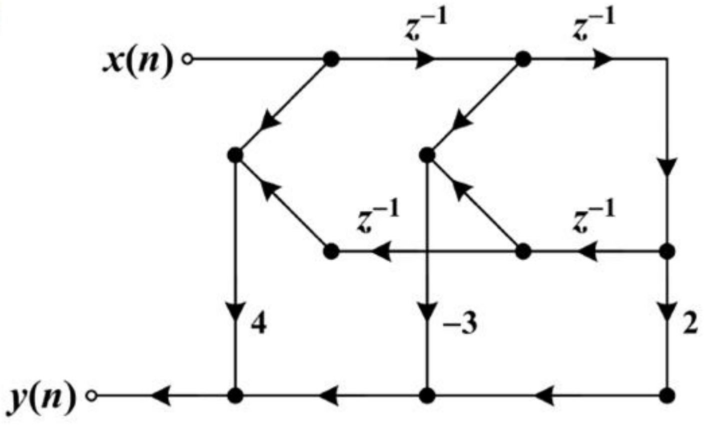
5.3有限长单位冲激响应FIR滤波器

fengwang13@gdut.edu.cn

[例] 已知一个四阶(N=5)线性相位FIR滤波器的单位冲激响应 $h(n)$ 为 $h(0)=h(4)=4$，$h(1)=h(3)=-3$，$h(2)=2$，试画出该滤波器的线性相位结构。

[解] 该滤波器的系统函数为

$$H(z)=\sum_{n=0}^{4}h(n)z^{-n}=4(1+z^{-4})-3(z^{-1}+z^{-3})+2z^{-2}$$



作业

fengwang13@gdut.edu.cn

5.1（1）
5.3（1）
5.5
5.6【其中（1）直接I型、典范型】（2）、（3）
5.7（d）
5.8（1）、（3）
5.11