

《数字信号处理》

办公室

工学1号馆701

邮箱

fengwang13@gdut.edu.cn

电话

15112136335

本课程主要内容总结

- 熟悉时域离散信号及系统
- 时域离散信号及系统的频域分析
 - ① 傅里叶变换 (DTFT)
 - ② 周期序列的离散傅里叶级数 (DFS) 及傅里叶变换
 - ③ 序列的Z变换
- 离散傅里叶变换 (DFT)
- 快速傅里叶变换 (FFT)
- 系统的基本网络结构
- 数字滤波器设计
 - ① IIR滤波器设计：间接法
 - ② 利用窗函数设计FIR滤波器

第一章：序列与系统

■ 典型序列

- 单位脉冲序列、单位阶跃序列、矩形序列、实指数序列、复指数序列、正弦序列、周期序列、主值序列、因果序列

■ 序列的运算

- 加法、乘法、移位、翻褶、尺度变化、卷积和

■ 时域离散系统

- 线性、时（移）不变、因果性、稳定性
- 线性时不变系统：
 - 输入与输出之间的关系
 - 因果性的充分必要条件： $h(n)=0, n<0$
 - 稳定性的充分必要条件： $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty$
 - 输入输出描述法：线性常系数差分方程
- 采样定理
 - 模拟信号的最高截止频率
 - 采样时间、采样频率、折叠频率、周期延拓
 - 采样信号不失真地恢复原模拟信号的条件

第二章 频域分析 (1/2)

- 时域离散傅里叶变换 (DTFT)
 - 正变换及反变换的数学表达式: $X(e^{j\omega}) = ?$ $x(n) = ?$
 - 存在的充分条件: 序列 $x(n)$ 绝对可和
 - 性质 (表2.3): 周期性 (2π)、线性、时移与频移性质、时域/频域卷积定理、帕斯瓦尔定理
 - 对称性 (共轭对称与共轭反对称)
 - 序列分解定理
 - 序列分为实部和虚部, **实部**对应的傅里叶变换具有共轭对称性, **虚部**和**j**一起对应的傅里叶变换具有共轭反对称性
 - 序列的共轭对称分量对应于该序列傅里叶变换的实部, 序列的共轭反对称分量对应该序列傅里叶变换的虚部 (**包括j**)
 - 常用序列傅里叶变换对 (表2.4)
 - 周期序列
 - 离散傅里叶级数 (DFS)
 - 变换表达式
 - 冲激函数 $\delta(t)$

第二章 频域分析 (2/2)

- 序列的傅里叶变换与模拟信号的傅里叶变换的关系
 - 数字域频率与模拟域频率的转换: $\omega = \Omega T$
 - 离散信号的频谱是模拟信号频谱的周期延拓, 周期为 $\Omega_s = 2\pi F_s = 2\pi/T$
- 序列的Z变换
 - 双边Z变换、单边Z变换
 - 正变换及反变换的数学表达式
 - 收敛域ROC: 圆内 (左)、圆外 (右)、圆环 (双边)
 - 常用Z变换及收敛域 (表2.1)
 - 围线积分法 (留数法)、部分分式法
 - Z变换的性质 (表2.2)
 - 单位圆上的Z变换就是序列的傅里叶变换 = 收敛域中包含单位圆
 - 系统频率响应函数 $H(e^{j\omega})$ 与系统函数 $H(z)$
 - 系统的因果性: $H(z)$ 的收敛域包含 ∞
 - 系统的稳定性: $H(z)$ 的收敛域包含单位圆
 - 利用 $H(z)$ 的零极点分布来分析 $H(e^{j\omega})$: 单位圆几何分析法

第三章 离散傅里叶变换 (1/2)

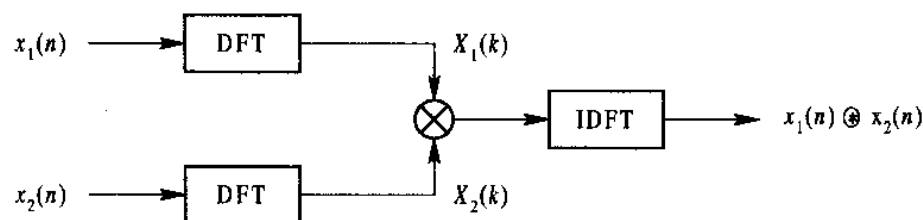
- N点离散傅里叶变换DFT
 - N点DFT正变换与IDFT反变换的数学表达式
 - $X(k)=?$ $x(n)=?$
 - DFT与Z变换的关系
 - $X(k)$ 是 $x(n)$ 的Z变换在单位圆上的N点等间隔采样
 - DFT的隐含周期性N
 - DFT的基本性质 (表3.3)
 - 线性
 - 时域/频域循环 (圆周) 移位定理
 - 圆环 (圆周) 卷积定理
 - 对称性: $x(n)$ 的实部和虚部乘以j的DFT分别是 $X(k)$ 的共轭对称分量和共轭反对称分量, $x(n)$ 的共轭对称分量和共轭反对称分量的DFT分别是 $X(k)$ 的实部和虚部乘以j
- 频域采样定理
 - 频域采样 $X(k)$ 恢复原序列 $x(n)$ 的条件
 - 频域采样点数 $N \geq$ 序列 $x(n)$ 的长度M

第三章 离散傅里叶变换 (2/2)

■ DFT的应用

■ 计算线性卷积

- 线性卷积与L点循环卷积的相等条件： $L \geq N+M-1$
- 原理框图：补零+L点DFT+相乘+L点IDFT+取前N+M-1个序列值



- 对连续信号进行谱分析：计算信号的傅里叶变换
 - 连续信号的持续（记录）时间 T_p 、最高频率 f_c
 - 采样间隔 T 、采样频率 F_s 、采样点数 $N = T_p/T$
 - 得到长度为 N 的 $x(n)$ 序列，进行 N 点的DFT
 - 模拟信号频谱的频域采样间隔 F （频率分辨率）： $F = 1/T_p = 1/NT = F_s/N$
 - 重要公式： $F_s > 2f_c$ 、 $N > 2f_c/F$ 、 $T_p \geq 1/F$

第四章 快速傅里叶变换(FFT)

- 直接计算DFT的运算量：
 - N^2 次复数乘法次数+ $N*(N-1)$ 复数加法次数
- N点FFT算法
 - 时域抽取法基2FFT：DIT-FFT
 - 蝶形(Bufferfly)运算符号及运算量：1次复数乘法+2次复数加法
 - $\log_2(N)$ 次分解、每次分解有 $N/2$ 个蝶形运算
 - 运算量：复数乘法次数 $N/2\log_2(N)$ +复数加法次数 $N\log_2(N)$
 - 画出8点DIT-FFT的运算流图： $x(n) \rightarrow X(k)$
 - 输入倒位输出顺位
 - 使用树状图来确定倒位序号
 - 频域抽取法基2FFT：DIF-FFT
 - 蝶形(Bufferfly)运算符号及运算量：1次复数乘法+2次复数加法
 - $\log_2(N)$ 次分解、每次分解有 $N/2$ 个蝶形运算
 - 运算量：复数乘法次数 $N/2\log_2(N)$ +复数加法次数 $N\log_2(N)$
 - 画出8点DIF-FFT的运算流图： $x(n) \rightarrow X(k)$
 - 输入顺位输出倒位

第五章 系统的网络结构

- **时域离散系统的描述方法**
 - 差分方程
 - 单位脉冲响应 $h(n)$
 - 系统函数 $H(z)$
- **信号流图表示网络结构**
 - 基本运算：乘法、加法、单位延迟
 - 基本信号流图
- **IIR系统的基本网络结构**
 - 直接型（I型、II型典范型）、级联型（相乘）、并联型（相加）
- **FIR系统的基本网络结构**
 - 直接型、级联型

第六章 无限脉冲响应IIR数字滤波器 (1/2)

■ 数字滤波器

- 什么是数字滤波器？
- **技术指标**：通带边界频率 ω_p 、阻带截止频率 ω_s 、通带衰减 α_p 、阻带衰减 α_s
- 设计方法：**间接法**、直接法

■ 模拟滤波器的设计

- 巴特沃斯(Butterworth)低通滤波器设计步骤：
 - ① 根据技术指标 Ω_p 、 Ω_s 、 α_p 、 α_s ，求出滤波器阶数 N
 - ② 求出归一化极点 p_k ，得到归一化低通原型系统函数 $G_a(p)$
 - ③ 将 $G_a(p)$ 去归一化。将 $p=s/\Omega_c$ 带入 $G_a(p)$ ，得到实际的滤波器系统函数
- 例题6.4

第六章 无限脉冲响应IIR数字滤波器 (2/2)

■ 脉冲响应不变法设计IIR数字滤波器

■ 设计的基本步骤

- ① 将数字滤波器设计指标转换为相应的模拟滤波器指标。设采样周期为 T ，则 $\Omega_p = \omega_p/T$ 、 $\Omega_s = \omega_s/T$
- ② 设计相应的巴特沃斯低通模拟滤波器，得到模拟系统函数 $H_a(s)$
- ③ 将模拟滤波器系统函数 $H_a(s)$ 转换为数字滤波器系统函数 $H(z)$

● 双线性变换法设计IIR数字滤波器

● 设计的基本步骤

- ① 预畸变校正计算相应模拟滤波器的技术指标 $\Omega_p = 2/T \cdot \tan(\omega_p/2)$ 、 $\Omega_s = 2/T \cdot \tan(\omega_s/2)$ 。（若无给出，可取 $T=1$ ）
- ② 设计巴特沃斯低通模拟滤波器 $H_a(s)$
- ③ 令 $s = 2 \cdot (1 - z^{-1}) / (1 + z^{-1})$ ，用双线性变换法将 $H_a(s)$ 转换为数字滤波器 $H(z)$

第七章 有限脉冲响应FIR数字滤波器 (2/2)

■ FIR线性相位结构

- $h(n) = \pm h(N-n-1)$ 奇/偶对称
- **第一类** $\theta(\omega) = -\tau\omega$ 、**第二类** $\theta(\omega) = \theta_0 - \tau\omega$, τ 为常数, θ_0 是初始相位

■ 利用窗函数法设计FIR滤波器

■ 设计步骤

- ① 根据指标要求, 选择窗函数的类型, 并估计窗口长度 N
- ② 构造希望逼近的频率响应函数 $H_d(e^{j\omega})$
- ③ 计算 $h_d(n)$
- ④ 加窗得到设计结果: $h(n) = h_d(n)w(n)$

■ 祝同学们考试顺利!

