动规四要素与高频题
4 DP Key Points & Coordinate DP

课程版本 v6.0　　　　主讲 令狐冲

扫描二维码关注微信/微博
获取最新面试题及权威解答

微信: ninechapter
微博: http://www.weibo.com/ninechapter
知乎: http://zhuanlan.zhihu.com/jiuzhang
官网: http://www.jiuzhang.com

本节课的学习目的

完整的掌握动态规划问题的分析方法和原理

“入门”动态规划而非“精通”

解决动态规划问题的步骤

1. 判断是否采用动态规划
2. 归类属于哪一型动态规划
3. 按照动规四要素解题

判断是否采用动态规划

三要

1. 求最值
2. 求方案总数
3. 求可行性

三不要

1. 求所有具体的方案（最坏情况下用了DP也没有优化效果）
2. 输入数据无序（除了背包类）
3. 暴力算法时间复杂度已经多项式级别（2^n → n^2）

归类属于哪一型动态规划

坐标型

- 二维坐标
- 一维坐标（接龙）

序列型

- 单序列型
- 双序列型
- 划分型

背包型

区间型

博弈型

树型

状态压缩型

独孤九剑 —— 破气式

动态规划四要素：

状态，方程，初始化，答案

递归四要素 vs 动规四要素

动规的状态 State —— 递归的**定义**

- 用 f[i] 或者 f[i][j] 代表在某些特定条件下某个规模更小的问题的答案
- 规模更小用参数 i,j 之类的来划定

动规的方程 Function —— 递归的**拆解**

- 大问题如何拆解为小问题
- f[i][j] = 通过规模更小的一些状态求 max / min / sum / or 来进行推导

动规的初始化 Initialize —— 递归的**出口**

- 设定无法再拆解的极限小的状态下的值
- 如 f[i][0] 或者 f[0][i]

动规的答案 Answer —— 递归的**调用**

- 最后要求的答案是什么
- 如 f[n][m] 或者 max(f[n][0], f[n][1] … f[n][m])

递归四要素完全对应动规四要素

这也就是为什么动态规划可以使用
“递归”版本的记忆化搜索来解决的原因！

记忆化搜索 vs 多重循环

优点：从搜索转换，不易写错

缺点：递归导致 StackOverflow，没有空间优化余地

缺点：循环条件和顺序非常容易写错

优点：没有递归，有空间优化余地（滚动数组）

坐标型动态规划

状态：坐标

方程：根据移动规则

初始化：第0行第0列

答案：目标坐标

Triangle

https://www.lintcode.com/problem/triangle/

https://www.jiuzhang.com/solution/triangle/

让我们用多重循环的重做一下这个题

自顶向下的动态规划

九章算法

状态：坐标

方程：从哪儿来

初始化：起点

答案：终点

```python
def minimumTotal(self, triangle):
    n = len(triangle)

    # state: dp[i][j] 代表从 0, 0 走到 i, j 的最短路径值
    dp = [[0] * (i + 1) for i in range(n)]

    # initialize: 三角形的左边和右边要初始化
    # 因为他们分别没有左上角和右上角的点
    dp[0][0] = triangle[0][0]
    for i in range(1, n):
        dp[i][0] = dp[i - 1][0] + triangle[i][0]
        dp[i][i] = dp[i - 1][i - 1] + triangle[i][i]

    # function: dp[i][j] = min(dp[i - 1][j - 1], dp[i - 1][j]) + triangle[i][j]
    # i, j 这个位置是从位置 i - 1, j 或者 i - 1, j - 1 走过来的
    for i in range(2, n):
        for j in range(1, i):
            dp[i][j] = min(dp[i - 1][j], dp[i - 1][j - 1]) + triangle[i][j]

    # answer: 最后一层的任意位置都可以是路径的终点
    return min(dp[n - 1])
```

自底向上的动态规划

九章算法

状态：坐标

方程：到哪儿去

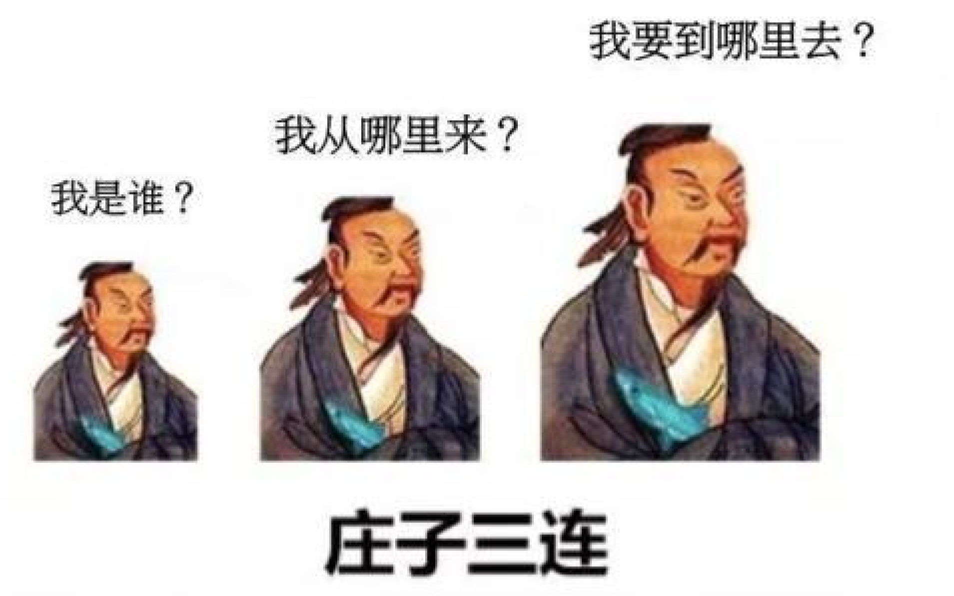
初始化：终点

答案：起点

```
def minimumTotal(self, triangle):
    n = len(triangle)

    # state: dp[i][j] 代表从 i,j  走到最底层的最短路径值
    dp = [[0] * (i + 1) for i in range(n)]

    # initialize: 初始化终点（最后一层）
    for i in range(n):
        dp[n - 1][i] = triangle[n - 1][i]

    # function: 从下往上倒过来推导，计算每个坐标到哪儿去
    # dp[i][j] = min(dp[i + 1][j], dp[i + 1][j + 1]) + triangle[i][j]
    for i in range(n - 2, -1, -1):
        for j in range(i + 1):
            dp[i][j] = min(dp[i + 1][j], dp[i + 1][j + 1]) + triangle[i][j]

    # answer: 起点就是答案
    return dp[0][0]
```

自顶向下 vs 自底向上

两种方法都可以，你爱用哪个用哪个
一个关心从哪儿来，一个关心到哪儿去
我比较喜欢**自顶向下**（正着循环不容易写错）



DP空间优化的技巧——滚动数组

见 《九章算法强化班》或《动态规划专题班》

休息 5 分钟

Take a break

Knight Shortest Path I & II

https://www.lintcode.com/problem/knight-shortest-path

https://www.jiuzhang.com/solution/knight-shortest-path

https://www.lintcode.com/problem/knight-shortest-path-ii

https://www.jiuzhang.com/solution/knight-shortest-path-ii

八个方向 vs 四个方向

哪个可以用动态规划，为什么？

接龙型动态规划

属于“坐标型”动态规划的一种

题型一般是告诉你一个接龙规则，让你找最长的龙

Longest Increasing Subsequence

http://www.lintcode.com/problem/longest-increasing-subsequence/

http://www.jiuzhang.com/solutions/longest-increasing-subsequence/

接龙规则：从左到右一个比一个大

Longest Increasing Subsequence

- 将n个数看做n个木桩，目的是从某个木桩出发，从前向后，从低往高，看做多能踩多少个木桩。
- state: f[i] 表示（从任意某个木桩）跳到第i个木桩，最多踩过多少根木桩
- function: f[i] = max{f[j] + 1}, j必须满足 j < i && nums[j] < nums[i]
- initialize: f[0..n-1] = 1
- answer: max{f[0..n-1]}

Russian Doll Envelopes

http://www.lintcode.com/problem/russian-doll-envelopes/

http://www.jiuzhang.com/solution/russian-doll-envelopes/

接龙规则：大信封套小信封

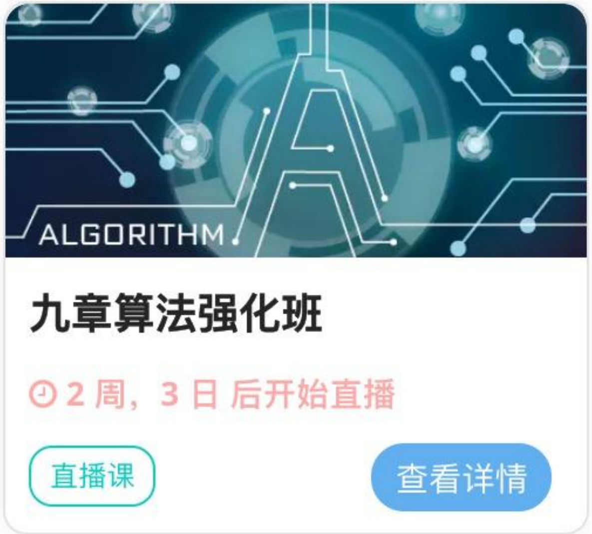
Largest Divisible Subset

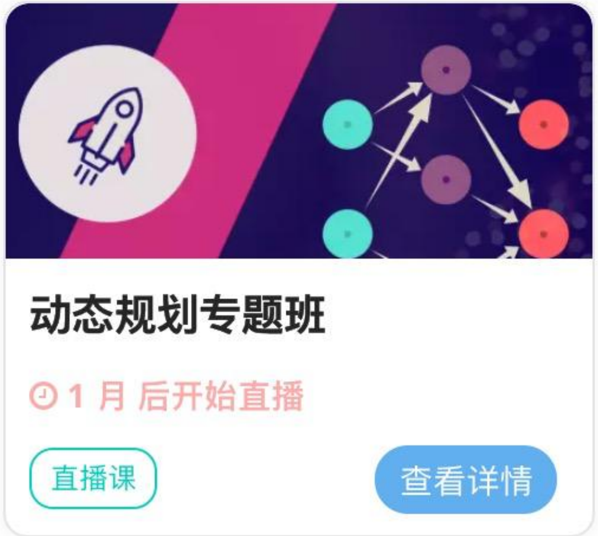
http://www.lintcode.com/en/problem/largest-divisible-subset/

http://www.jiuzhang.com/solutions/largest-divisible-subset/

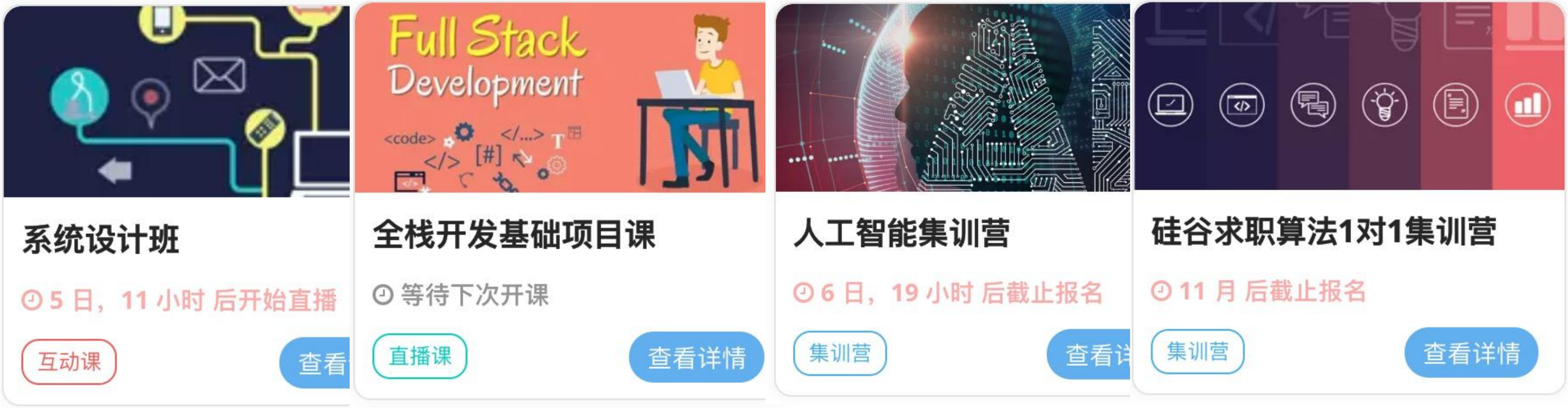
接龙规则：后面的数可以整除前面的数

想要精通动态规划？


ALGORITHM
九章算法强化班
2 周，3 日 后开始直播
直播课
查看详情


动态规划专题班
1 月 后开始直播
直播课
查看详情

后序课程推荐



Full Stack
Development
系统设计班
5 日，11 小时 后开始直播
互动课
查看
全栈开发基础项目课
等待下次开课
直播课
查看详情
人工智能集训营
6 日，19 小时 后截止报名
集训营
查看详
硅谷求职算法1对1集训营
11 月 后截止报名
集训营
查看详情

师父领进门，修行靠自身

祝大家都能找到自己理想的工作!

拿到 Offer 记得微信上告诉我哦!