二叉树中的分治法与遍历法
Divide Conquer & Traversal

课程版本 v6.0　　主讲 令狐冲

扫描二维码关注微信/微博
获取最新面试题及权威解答

微信: ninechapter
微博: http://www.weibo.com/ninechapter
知乎: http://zhuanlan.zhihu.com/jiuzhang
官网: http://www.jiuzhang.com

大纲 Outline

- 二叉树（Binary Tree）问题的考点剖析
- 第一类考察形态：求值，求路径类二叉树问题
- 第二类考察形态：结构变化类二叉树问题
- 第三类考察形态：二叉查找树（Binary Search Tree）类问题
  - 非递归（Non-recursion or Iteration）版本的中序遍历（Inorder Traversal）

请在随课教程中先修如下内容：

什么是遍历（Traverse）

什么是分治（Divide Conquer）

递归三要素是什么

递归（Recursion），搜索（Search），遍历（Traverse），分治（Divide Conquer）之间的联系和区别是什么

什么是先序遍历（Pre-order），中序遍历（In-order），后序遍历（Post-order）

什么是结果类 ResultType，什么时候使用 ResultType

什么是二叉查找树（Binary Search Tree），他有什么特性？他有什么作用？

二叉树的高度是多少？

A: O(n)

B: O(logn)

C: O(h)

二叉树的高度是多少？

最坏 O(n) 最好 O(logn)

一般用 O(h) 来表示更合适

二叉树考点剖析

考察形态：二叉树上求值，求路径

代表例题：http://www.lintcode.com/problem/subtree-with-maximum-average/

考点本质：深度优先搜索（Depth First Search）

考察形态：二叉树结构变化

代表例题：http://www.lintcode.com/problem/invert-binary-tree/

考点本质：深度优先搜索（Depth First Search）

考察形态：二叉查找树（Binary Search Tree）

代表例题：http://www.lintcode.com/problem/validate-binary-search-tree/

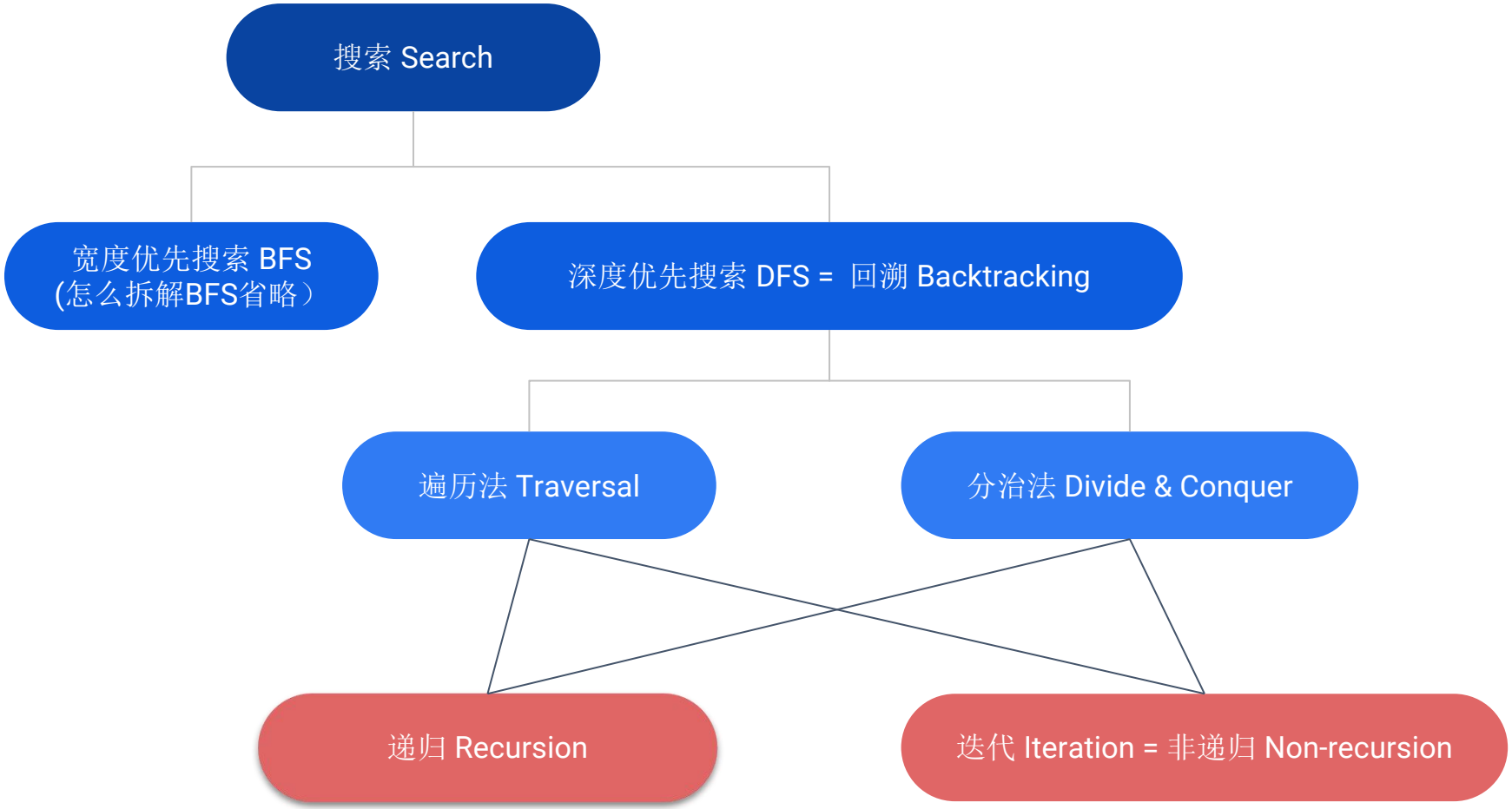
考点本质：深度优先搜索（Depth First Search）

Tree-based Depth First Search

不管二叉树的题型如何变化

考点都是基于树的深度优先搜索

一张图搞明白：递归，DFS，回溯，遍历，分治，迭代



将递归和非递归理解为算法的一种实现方式而不是算法

独孤九剑 —— 破枪式

碰到二叉树的问题，就想想整棵树在该问题上的结果

和左右儿子在该问题上的结果之间的联系是什么

第一类考察形态

二叉树上求值，求路径

Maximum / Minimum / Average / Sum / Paths

Minimum Subtree

http://www.lintcode.com/problem/minimum-subtree/

http://www.jiuzhang.com/solutions/minimum-subtree/

求和最小的子树

Binary Tree Paths

http://www.lintcode.com/problem/binary-tree-paths/

http://www.jiuzhang.com/solutions/binary-tree-paths/

求从根（root）到叶（leaf）的所有路径

Lowest Common Ancestor

http://www.lintcode.com/problem/lowest-common-ancestor/

http://www.jiuzhang.com/solutions/lowest-common-ancestor/

with parent pointer vs no parent pointer

follow up: LCA II & III

休息5分钟

Take a break

第二类考察形态

二叉树结构变化

Flattern Binary Tree to Linked List

http://www.lintcode.com/problem/flatten-binary-tree-to-linked-list/

http://www.jiuzhang.com/solutions/flatten-binary-tree-to-linked-list/

第三类考察形态

二叉搜索树
Binary Search Tree

BST 基本性质

- 从定义出发：
  - 左子树都比根节点小
  - 右子树都不小于根节点

- 从效果出发：
  - 中序遍历 in-order traversal 是“不下降”序列
  - 如图，中序遍历为 1 2 3 4 5

- 性质：
  - 如果一棵二叉树的中序遍历不是“不下降”序列，则一定不是BST
  - 如果一棵二叉树的中序遍历是不下降，也未必是BST
    - 比如下面这棵树就不是 BST，但是它的中序遍历是不下降序列。
    - 1
    - / \
    - 1 1

Kth Smallest Element in BST

https://www.lintcode.com/problem/kth-smallest-element-in-a-bst/

https://www.jiuzhang.com/solution/kth-smallest-element-in-a-bst/

时间复杂度如何分析？

BST的高度是多少

A: O(n)

B: O(logn)

C: O(h)

BST的高度是多少

同样是最坏 O(n) 最好 O(logn)

用 O(h) 表示更合适

只有 Balanced Binary Tree (平衡二叉树) 才是 O(logn)

Follow up: 二叉树经常被修改

如何优化 kthSmallest 这个操作？

优化方法

在 TreeNode 中增加一个 counter，代表整个树的节点个数

也可以用一个 HashMap<TreeNode, Integer> 来存储某个节点为代表的子树的节点个数

在增删查改的过程中记录不断更新受影响节点的 counter

在 kthSmallest 的实现中用类似 Quick Select 的算法去找到 kth smallest element

时间复杂度为 O(h)，h 为树的高度。

Strong Hire: 能够答出 Follow Up 的算法，并写出kthSmallest核心代码（不需要写增删查改，45分钟写不完的）， bug free or minor bug，不需要提示

Hire / Weak Hire : 能够答出 Follow up 的算法，大致写出 kthSmallest 核心代码，存在一定bug，或者需要提示

No Hire: 答不出 follow up

Strong No: 连第一问的 Inorder traversal 都不会写

Binary Search Tree Iterator

http://www.lintcode.com/problem/binary-search-tree-iterator/

http://www.jiuzhang.com/solution/binary-search-tree-iterator/

阅读全文并背诵

Binary Search Tree Iterator

该 Iterator 算法即 non-recursion 的 inorder traversal，不仅仅适用于 BST，任何 Binary Tree 都可以

- stack 中保存一路走到当前节点的所有节点
- stack的栈顶 一直存储 iterator 指向的当前节点
- hasNext() 只需要判断 stack 是否为空
- next() 只需要返回 stack 的栈顶值，并将 iterator 挪到下一个点，对 stack 进行相应的变化

挪到下一个点的算法如下：

- 如果当前点存在右子树，那么就是右子树中“**一路向左**”最左边的那个点
- 如果当前点不存在右子树，则是走到当前点的路径中，第一个左拐的点

相关题：

http://www.lintcode.com/problem/inorder-successor-in-binary-search-tree/

http://www.lintcode.com/problem/validate-binary-search-tree/ 不用递归

http://www.lintcode.com/problem/binary-tree-inorder-traversal/ 不用递归

Closest Binary Search Tree Value

https://www.lintcode.com/problem/closest-binary-search-tree-value/

http://www.jiuzhang.com/solution/closest-binary-search-tree-value/

如果使用中序遍历，时间复杂度是多少？

如果使用 lowerBound / upperBound 的方法，时间复杂度是多少？

Follow up: 寻找 k 个最接近的值

https://www.lintcode.com/problem/closest-binary-search-tree-value-ii/

https://www.jiuzhang.com/solution/closest-binary-search-tree-value-ii/

如果是用中序遍历得到从小到大的所有值，接下来的问题相当于之前学过的哪个题？

有没有更快的办法？

Strong Hire

找1个点和找k个点都答出来，且找 k 个点的能用 O(k + logn) 的时间复杂度

Hire

找1个点和找k个点都答出来，且找 k 个点的能用 O(klogn) 的时间复杂度完成，少 bug，无需提示

Weak Hire:

找1个点和找k个点都答出来，且找 k 个点的能分别用 O(klogn) 和 O(n) 的时间复杂度完成，bug 多，需要提示

No Hire

答出1个点，答不出 k 个点非O(n)的算法

Strong No Hire

啥都答不出来

Related Questions

- Search Range in Binary Search Tree
- http://www.lintcode.com/problem/search-range-in-binary-search-tree/
- Insert Node in a Binary Search Tree
- http://www.lintcode.com/problem/insert-node-in-a-binary-search-tree/
- Remove Node in a Binary Search Tree
- http://www.lintcode.com/problem/remove-node-in-binary-search-tree/
- http://www.mathcs.emory.edu/~cheung/Courses/171/Syllabus/9-BinTree/BST-delete.html

本章节的补充自学内容

请在随课教程中自学如下内容：

- Morris 算法：使用 O(1) 的额外空间复杂度对二叉树进行先序遍历（Preorder Traversal）
- 用非递归的方法实现先序遍历，中序遍历和后序遍历
- 二叉查找树（Binary Search Tree）的增删查改
- Java 自带的平衡排序二叉树 TreeMap / TreeSet 的介绍和面试中的应用