

# Zelf veelvlakken bouwen

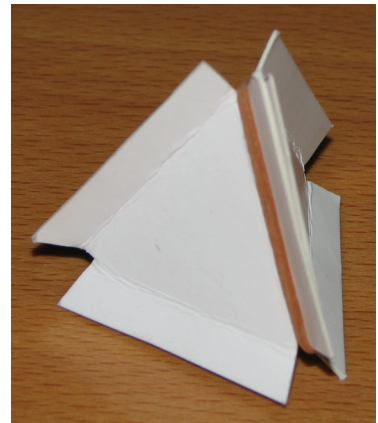
Op pagina's 3 en 4 staan een heleboel veelvlakken met hun namen. Bij elk veelvlak - naast of onder de naam - staat een "etiketje" met de veelhoeken die je nodig hebt om dit veelvlak te bouwen. Als het "etiketje" een **GROENE** kleur heeft, kun je dit veelvlak bouwen met wat in deze envelop zit, het "Basispakket" van bouwplaten.

Alle veelvlakken met een **ORANJE** etiketje kun je **NIET** bouwen met dit "Basispakket". Daar heb je een andere envelop met bouwplaten voor nodig, het "Aanvullend pakket". Als je het leuk vindt om de veelvlakken met oranje etiketjes ook te bouwen, dan kun je de meester of juf op de Weekendschool vragen om de envelop met het Aanvullend pakket.

Er zitten in deze envelop een paar bouwplaten met gelijkzijdige driehoeken, vierhoeken, vijfhoeken en zeshoeken, allemaal met "plakrandjes". Er zitten ook kleine elastiekjes in. De "plakrandjes" zijn niet echt plakrandjes, maar het zijn randjes waaromheen elastiekjes gelegd kunnen worden om twee veelhoeken aan elkaar vast te maken. De plakrandjes moet je wegdenken als je hoekpunten en zijvlakken telt.

## ***Zo maak je een veelvlak***

1. De veelhoeken die je nodig hebt voor het veelvlak dat je wilt bouwen (driehoeken, vierhoeken, vijfhoeken, zeshoeken), kun je eenvoudig uit de bouwplaat drukken.
2. Vouw dan de "plakrandjes" langs de stippellijnen. De stippellijnen zijn in feite rijen gaatjes om het makkelijker te maken om een mooie rechte vouw te maken.
3. Leg twee veelhoeken met de "plakrandjes" tegen elkaar aan.
4. Neem een elastiekje en doe die om de twee "plakrandjes".
5. Neem nu de volgende veelhoek en zet die ook met een elastiekje om de "plakrandjes" vast aan wat je al gemaakt hebt.



6. Bouw zo verder tot het veelvlak klaar is.

## ***Nog wat tips***

1. Begin simpel. Start met een eenvoudig veelvlak, bijvoorbeeld met vier driehoekjes. Dan weet je of je het leuk vindt en krijg je de handigheid om grotere of moeilijkere veelvlakken te bouwen.
2. Bij elk veelvlak op pagina's 3 en 4 staat op het etiketje welke veelhoeken je nodig hebt, en hoeveel. Dan kun je voor je begint aan een veelvlak, controleren of je voldoende materiaal hebt. Als je materiaal tekort komt kun je je juf of meester op de Weekendschool vragen of ze voor extra materiaal kunnen zorgen.
3. Op pagina 5 en verder staat wat informatie over veelvlakken. Dat hoeft je alleen te lezen als je het leuk vindt om meer over veelvlakken te leren. Je kunt gaan bouwen zonder dat te lezen.
4. Je kunt natuurlijk in je eentje aan de slag gaan, maar misschien is het wel zo leuk om het samen met je familie of een vriendje of vriendinnetje te doen!
5. Je kunt natuurlijk de vlakken mooi inkleuren of er iets op tekenen.

### ***Kom je materiaal te kort?***

Voor de veelvlakken met een ORANJE etiket heb je meer nodig dan wat in deze envelop zit. Je juf of meester heeft extra bouwplaten (zie hieronder) en ook reserve elastiekjes als je een echt grote figuur wilt bouwen of als je meer wilt bouwen. Maar als het klaar is willen we het resultaat wel graag kunnen bewonderen, dus neem je het dan een keer mee naar school?



In dit BASIS pakket (voor de veelvlakken met de GROENE etiketjes) vind je de volgende bouwplaten:

- C 8 vierhoeken en 32 driehoeken
- D 12 vijfhoeken en 7 driehoeken
- 2 x E 2 x 12 zeshoeken en 2 driehoeken

Hier zie je de ***afgeknotte icoesaëder*** (voetbalveelvlak), ***tetraëder*** (regelmatig 4-vlak) en ***icoesaëder*** (regelmatig 20-vlak) in elkaar

In het AANVULLEND pakket dat je van de juf of meester kunt krijgen als je de veelvlakken wilt bouwen met de ORANJE etiketjes, vind je de volgende bouwplaten:

- A 44 driehoeken
- B 28 vierhoeken
- F 6 achthoeken en 6 driehoeken
- 4 x G 4 x 3 tienhoeken en 4 x 3 zeshoeken
- H 2 zevenhoeken en 2 negenhoeken en 16 driehoeken

### ***Tot slot***

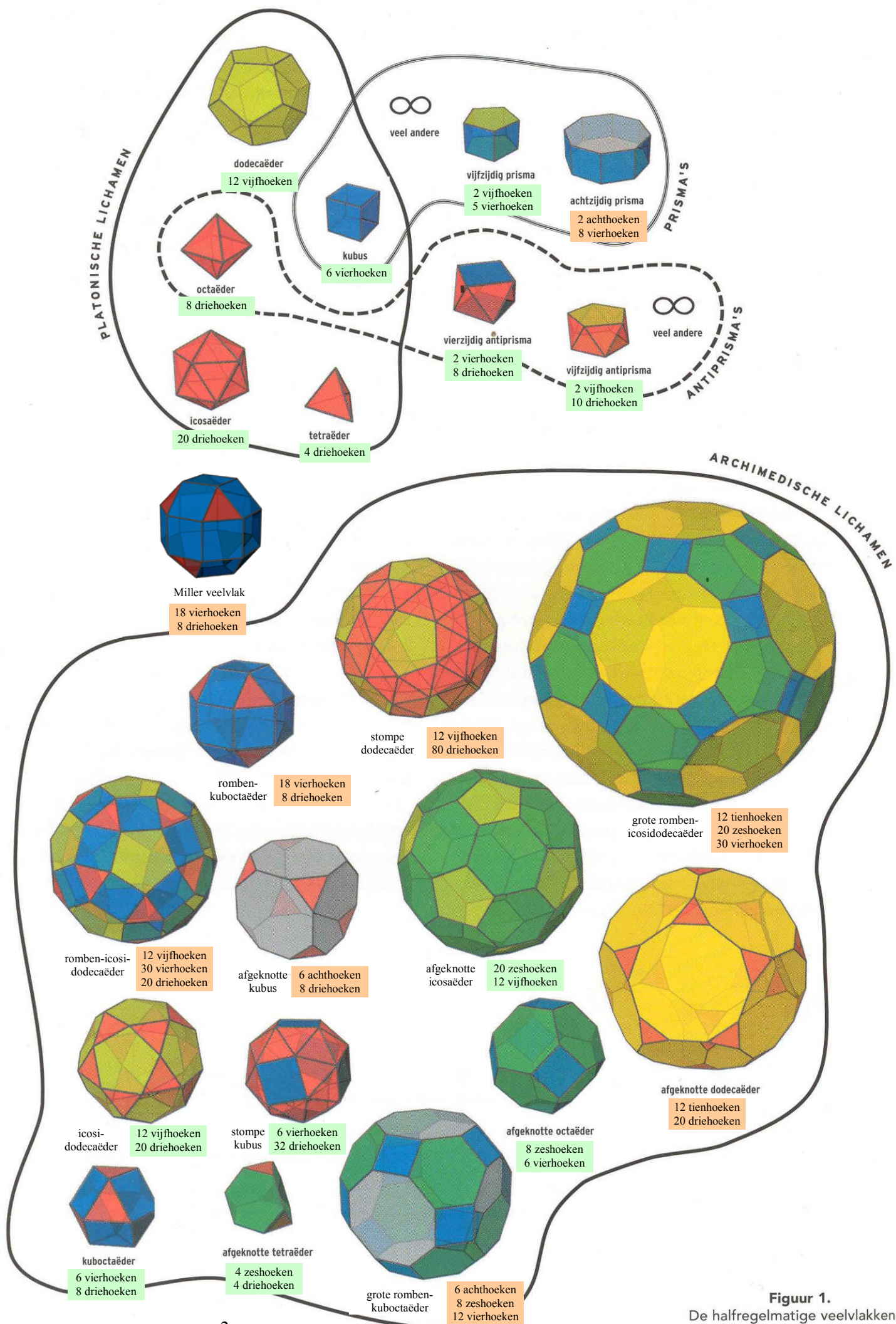
Als je een mooi veelvlak gemaakt hebt, neem je die dan mee naar school? Dan wil je juf of meester er vast een foto van maken en kunnen we zien wat je gemaakt hebt!

We wensen je veel plezier met deze bouwplaten. En eigenlijk hopen we dat je aan alles van wiskunde plezier zult beleven, want het meeste van wiskunde is LEUK. We hopen dat je dat na de wiskundelessen ook bent gaan zien.

Succes!

Hans de Jong  
Fred Heutink

De plaatjes van de veelvlakken zijn met dank geleend uit het blad Pythagoras van februari 2003.



**Figuur 1.**  
De halfregelmatige veelvlakken



PLATONISCHE FRAGMENTEN

DELTAËELVLAKKEN



delta-6-vlak  
6 driehoeken



delta-10-vlak  
10 driehoeken



delta-16-vlak  
16 driehoeken



delta-14-vlak  
14 driehoeken



delta-12-vlak  
12 driehoeken



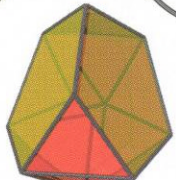
icosaëder  
20 driehoeken



octaëder  
8 driehoeken



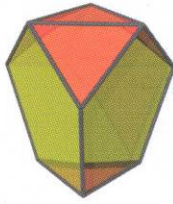
tetraëder  
4 driehoeken



metadiverminderde  
icosaëder  
2 vijfhoeken  
10 driehoeken



verminderde icosaëder  
1 vijfhoek  
15 driehoeken



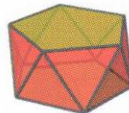
triverminderde icosaëder  
3 vijfhoeken  
5 driehoeken



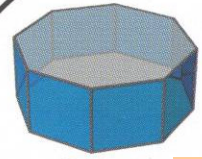
vierzijdige piramide  
1 vierhoek  
4 driehoeken



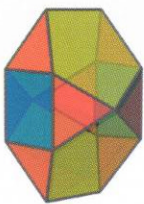
vijfzijdige piramide  
1 vijfhoek  
5 driehoeken



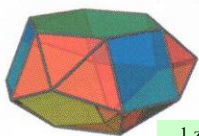
vijfzijdig antiprisma  
2 vijfhoeken  
10 driehoeken



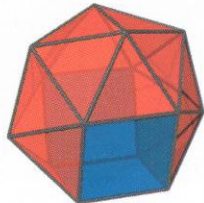
achtzijdig prisma  
2 achthoeken  
8 vierhoeken



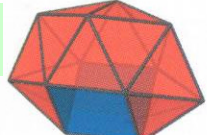
tweemanen-  
birotunda  
4 vijfhoeken  
2 vierhoeken  
8 driehoeken



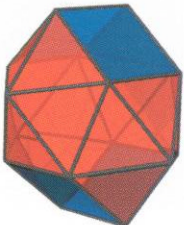
driehoekige hebes-  
fenorotunda  
1 zeshoek  
3 vijfhoeken  
3 vierhoeken  
13 driehoeken



hebesfeno-  
megacorona  
3 vierhoeken  
18 driehoeken



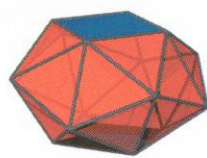
sfenomega-  
corona  
2 vierhoeken  
16 driehoeken



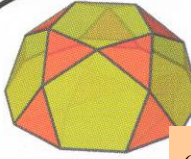
disfeno-  
cingulum  
4 vierhoeken  
20 driehoeken



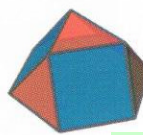
sfenocorona  
2 vierhoeken  
12 driehoeken



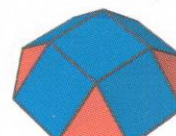
stomp vierhoekig  
antiprisma  
2 vierhoeken  
24 driehoeken



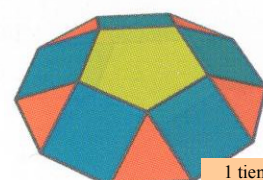
vijfzijdige rotunda  
1 tienhoek  
6 vijfhoeken  
10 driehoeken



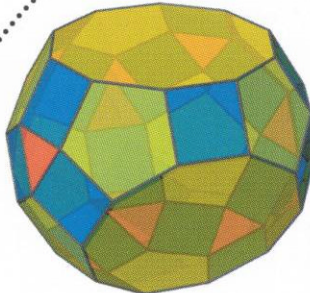
driezijdige  
koepel  
1 zeshoek  
3 vierhoeken  
4 driehoeken



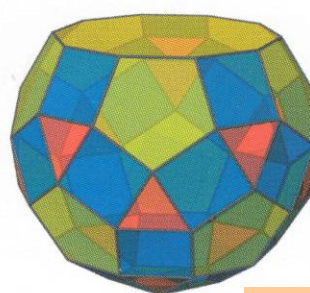
vierzijdige  
koepel  
1 achthoek  
5 vierhoeken  
4 driehoeken



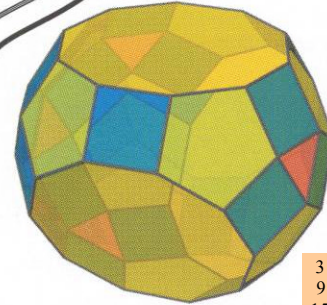
vijfzijdige koepel  
1 tienhoek  
1 vijfhoek  
5 vierhoeken  
5 driehoeken



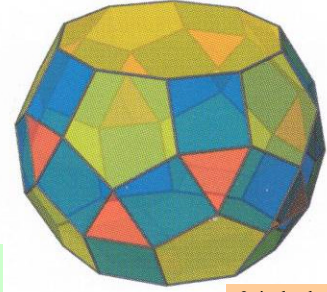
metadiverminderde  
romben-icosidodecaëder  
2 tienhoeken  
10 vijfhoeken  
20 vierhoeken  
10 driehoeken



verminderde romben-  
icosidodecaëder  
1 tienhoek  
11 vijfhoeken  
25 vierhoeken  
15 driehoeken



triverminderde romben-icosidodecaëder  
3 tienhoeken  
9 vijfhoeken  
15 vierhoeken  
5 driehoeken



paradiverminderde  
romben-icosidodecaëder  
2 tienhoeken  
10 vijfhoeken  
20 vierhoeken  
10 driehoeken

ARCHIMEDISCHE FRAGMENTEN

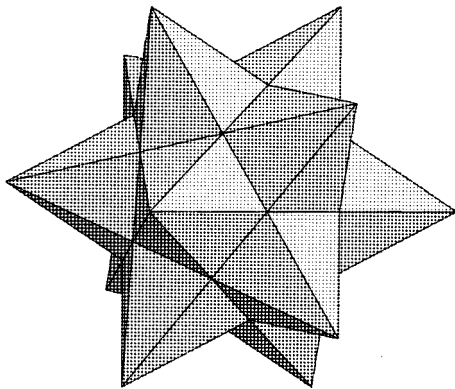
ELEMENTAIR

## Soorten veelvlakken

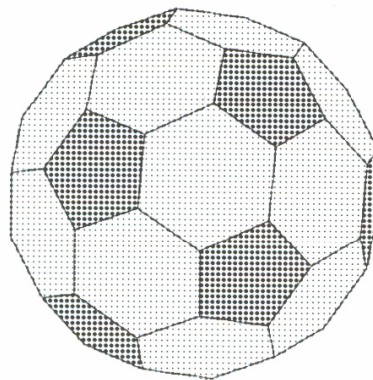
Er zijn veel verschillende soorten veelvlakken. Die bespreken we hieronder. Je hoeft dit alleen te lezen als je meer van veelvlakken wilt weten. Je kunt uitstekend veelvlakken bouwen zonder dit te lezen.

### Convex - Concaaf

De plaatjes hiervoor zijn *convexe* veelvlakken. Hoe weet je of een veelvlak convex is? Trek in gedachten lijnen van elk hoekpunt naar elk ander hoekpunt. Lopen al die lijnen door of over het veelvlak, dan is het veelvlak *convex*. Als er één of meer lijnen buiten het veelvlak lopen, dan heet het *concaaf*.



Concaaf veelvlak



Convex veelvlak

### Regelmatige veelvlakken

Veelvlakken zijn regelmatig als:

1. De zijvlakken **regelmatig** zijn. Dit betekent dat alle zijden gelijk zijn, en alle hoeken ook.
2. De zijvlakken allemaal **hetzelfde** zijn. Dat betekent dezelfde vorm en even groot. (Dat noemen we in de wiskunde *congruent*)
3. De **hoekpunten** allemaal hetzelfde zijn (*congruent*). Dat is zo als je de hoekpunten over elkaar zou kunnen leggen en ze dan precies op elkaar passen.
4. Het veelvlak **convex** is. Zie hierboven.

Er zijn slechts vijf regelmatige veelvlakken. Het zijn de veelvlakken die op de eerste pagina met plaatjes *Platonische Lichamen* heten. Ze zijn genoemd naar de Griekse geleerde Plato (die leefde van 427 – 347 voor Christus).

*Herinner je nog wat we in de les gedaan hebben?<sup>1</sup> We bespraken het **BEWIJS** dat er maar vijf regelmatige veelvlakken kunnen zijn. Omdat alle hoekpunten gelijk moeten zijn en alle zijvlakken gelijk, konden we kijken naar een enkel hoekpunt en zien hoeveel hoekpunten met een verschillende vorm we konden maken. Die hoekpunten waren:*

- 3 driehoeken in een hoekpunt. Daarmee konden we een regelmatig viervlak maken.
- 4 driehoeken in een hoekpunt. Dat werd een regelmatig achthoek.
- 5 driehoeken in een hoekpunt. Dat gaf een regelmatig 20-vlak.
- 3 vierhoeken in een hoekpunt. Dat wordt een kubus.
- 3 vijfhoeken in een hoekpunt. Een regelmatig 12-vlak is wat je krijgt.

<sup>1</sup> Het kan zijn dat we er in de les niet aan toegekomen zijn. Wil je de uitleg nog eens horen? Vraag het dan de volgende les, dan leggen we het graag uit.

*We zagen ook dat als je 6 driehoekjes aan elkaar legt ze in het platte vlak al stijf tegen elkaar aan liggen en je er dus geen ruimtelijke figuur van kan maken. Voor 4 vierhoeken en voor 3 zeshoeken gold dat ook. Vier vijfhoeken overlappen elkaar al in het platte vlak. En voor zevenhoeken en daarboven geldt het al voor 3 veelhoeken dat ze elkaar in het platte vlak overlappen.*

*En daarmee hadden we bewezen dat er niet meer dan 5 regelmatige veelvlakken kunnen bestaan.*

### Halfregelmatige veelvlakken

Veelvlakken zijn halfregelmatig als:

1. De zijvlakken **regelmatig** zijn.
2. De hoekpunten allemaal **hetzelfde** (congruent) zijn. Dat is zo als je de hoekpunten over elkaar zou kunnen leggen en ze dan precies op elkaar passen.
3. Het veelvlak **convex** is. Zie hierboven.

Het zijn dus dezelfde eisen als die gelden voor een regelmatig veelvlak, alleen hoeven bij halfregelmatige veelvlakken niet alle zijvlakken hetzelfde te zijn.

Op de eerste pagina met plaatjes staan alle halfregelmatige veelvlakken. Deze groep is weer onderverdeeld in:

- prisma's (een regelmatige veelhoek onder en boven, en vierkantjes langs de zijanten)
- antiprisma's (een regelmatige veelhoek onder en boven, en regelmatige driehoekjes langs de zijanten)
- Archimedische Lichamen (vormen die doen denken aan een voetbal)
- het Miller veelvlak (dit zou ook best een Archimedisch lichaam kunnen zijn, maar om duistere redenen vinden wiskundigen dat dit veelvlak er niet bij hoort)

### Deltaveelvlakken

Deltaveelvlakken bestaan alleen uit driehoekjes.

### Elementaire en samengestelde veelvlakken

Een veelvlak is **elementair** als je het niet langs de elastiekjes kunt opsplitsen in twee andere veelvlakken. Anders is het een **samengesteld** veelvlak.

Je kunt bijvoorbeeld het regelmatig 20-vlak (icosaëder) opsplitsen door er een stuk van vijf driehoeken vanaf te halen en beide stukken die je zo hebt gekregen dicht te maken met een regelmatige vijfhoek. Het regelmatig 20-vlak is dus niet elementair maar samengesteld.

### Platonische fragmenten

Platonische fragmenten krijg je door van de Platonische Lichamen (de vijf regelmatige veelvlakken) die **samengestelde** veelvlakken zijn, een stuk af te snijden en de twee overblijvende veelvlakken dicht te maken met andere veelhoeken. Omdat het een deel (fragment) van een Platonisch Lichaam is heten het Platonische Fragmenten.

### Archimedische fragmenten

Archimedische fragmenten krijg je door van de Archimedische Lichamen die **samengestelde** veelvlakken zijn, een stuk af te snijden. Omdat het delen (fragmenten) van Archimedische Lichamen zijn, heten ze Archimedische Fragmenten.



## **Voetbalveelvlak**

De *afgeknotte isocaëder* is de vorm die voor voetballen (en andere ballen) gebruikt wordt. Als je die vorm “oppompt” krijg je een voetbal. Door dat oppompen vervormen de zijvlakken natuurlijk wel en is het niet meer een *afgeknotte isocaëder*, maar het lijkt er wel op. We noemen dit veelvlak ook wel het “voetbalveelvlak”.

## **Inkleuren**

Als je het leuk vind, kun je de veelvlakken kleuren. Een wiskundige opgave is om te zorgen dat alle zijvlakken die naast elkaar liggen een andere kleur krijgen en toch zo min mogelijk kleuren te gebruiken. (Vlakken die alleen in een hoekpunt samenkomen mogen wel dezelfde kleur hebben). Je zult misschien zien dat er niet meer dan vier kleuren nodig zijn. Iets dergelijks geldt overigens ook voor het inkleuren van een landkaart. Ook daarvoor heb je niet meer dan vier kleuren nodig om alle landen die aan elkaar grenzen een andere kleur te geven. Naar het wiskundig bewijs daarvoor is jarenlang door heel veel wiskundigen over de hele wereld gezocht en is pas in ca. 1994 geleverd.

## ***Wat kun je bouwen met wat in deze envelop zit?***

Eerder hebben we de tabel gegeven met wat er in de envelop zit en hoeveel je nodig hebt voor wat in de plaatjes staat.

Je kunt ook nog vele andere samengestelde veelvlakken bouwen. Die bestaan uit twee of meer van de veelvlakken die in de plaatjes staan. Er bestaan 66 van zulke veelvlakken. Je kunt ook concave veelvlakken (met uitstekende punten) bouwen. Bedenk wel dat het bouwen van concave veelvlakken meer gepriegel is omdat er minder ruimte is om de elastiekjes te bevestigen. Gebruik eventueel een lucifer om het elastiekje op zijn plaats te zetten.

## ***Verdere informatie***

Verdere informatie kun je vinden op Internet. Een paar verwijzingen zijn:

- [http://nl.wikipedia.org/wiki/Halfregelmatig\\_veelvlak](http://nl.wikipedia.org/wiki/Halfregelmatig_veelvlak)
- [http://nl.wikipedia.org/wiki/Regelmatig\\_veelvlak](http://nl.wikipedia.org/wiki/Regelmatig_veelvlak)
- <http://www.pythagoras.nu/mmmcms/public/sectie33.html>
- <http://www.rhino3d.nl/pythposter/pyth3dm.html>
- <http://www.weekendschool-wiskunde.nl/>.

Veel staat ook in het tijdschrift Pythagoras van het schooljaar 2002/2003. Dat heeft je wiskunde leraar vast wel of kun je vinden in je schoolbibliotheek.