

**2013年11月07日**

 基金核心分析师：单开佳  
 SAC 执业证书编号：S0850511010029  
 电话：021-23219448  
 Email: shankj@htsec.com

 联系人：孙志远  
 电话：021-23219443  
 Email: szy7856@htsec.com

## 模糊的正确 VS 精确的错误

### ——论国债期货交割期权定价模型假设的合理性

在《国债期货空头交割期权价值估计方法》和《中外国债期货交割期权的差异》中，我们使用了二元交换看涨期权来估计中国国债期货交割期权，并在《基差套利只能浅酌，基差交易方可痛饮：基于交割期权偏离的国债期货与国债 ETF 联动交易》一文中将其应用到高频基差交易之中。该模型具有计算简便，系统资源占用少等特点，但其在假设条件上与债券资产特性存在理论上的差异，使其在应用中容易受到投资者的质疑。本文的目的则是从实证的角度，检验中国债券资产是否满足二元看涨期权的模型假设，同时避免投资者进入“精确错误”的模型陷阱之中。

## 1. 二元交换看涨期权模型的核心假设

中国国债期货中的交割期权可用二元交换看涨期权估计：

$$C = \frac{B_1 + A1_{1.0 \times r} - \frac{A1_{1.0 \times r}}{(1+r)^{T-t}}}{CF_1} \cdot N(d_1) - \frac{B_2 + A1_{2.0 \times r} - \frac{A1_{2.0 \times r}}{(1+r)^{T-t}}}{CF_2} \cdot N(d_2)$$

在应用到债券资产时，该模型有两点核心假设容易受到质疑：1) 基础资产价格服从对数正态分布，具有随机步游的特性；2) 方差只与时间跨度相关，不会随时间窗口移动而发生变化。

债券价格由市场利率所决定，从经济理论上讲，市场利率长期具有均值回复的特征，并非完全的随机步游。如果市场利率偏高，将会对生产产生抑制作用，产出的下降将使市场利率向均衡水平回归；反之，如果市场利率偏低，企业融资变得容易，投资将会带动产出上升，市场利率则会逐步提高。

另外，债券价格的波动等于修正久期乘以市场利率变动。修正久期与剩余期限正相关，随着债券的到期日的临近，其久期逐步降低，波动性也会下降。该特性使得债券资产不满足模型假设 2。

## 2. 不满足模型假设所产生的后果

如果债券价格不遵循随机步游，而是具有均值回复的属性，那么布朗运动就不再能良好描述债券价格或收益率的变动路径，前面基于布朗运动和 Black-Scholes 公式推导的交换期权定价模型也就不再适用。

Vasicek 模型或者 CIR 模型更适合于描述具有均值回复特征的资产价格变动。与伊藤过程不同，这些模型在趋势项中加入漂移项，同时设置了均值回归速度参数。就两个主流模型的差异而言，Vasicek 模型所有参数均为常数，波动率与利率水平无关，虽然简单易懂，但容易出现负利率情况，与现实存在较大差异。CIR 模型假设波动率与利率的平方根成比例，不会出现负利率，但是大大增加了参数估计难度。

$$dr = k \cdot (\theta - r) \cdot dt - \sigma \cdot dw \dots \dots \text{Vasicek 模型描述的利率变动}$$

$dr = k \cdot (\theta - r) \cdot dt - \sigma \cdot \sqrt{r} \cdot dw \dots \dots$  CIR 模型描述的利率变动

根据经济理论，不少研究者先验的认为债券价格具有均值回归属性，因此热衷于在交割期权估值中加入各种利率动态模型。这样做的结果无非是让估值模型变得异常复杂，同时对参数估计非常敏感，容易陷入“精确的错误”之中。加入均值回归假设之后，随机利率模型很难写出标准解析式，一般多用二叉树或蒙特卡洛模拟等数值手段加以估计。显然，这类方法的计算精度依赖于模拟次数，而过多的模拟次数必然会极大的占用计算资源，导致运算速度下降。除非拥有非常强大的计算平台，否则用这种方法跟踪实时交易，并发出高频买卖信号并不现实。

我们并不否认利率在宏观上的均值回复性，但对于国债期货基差交易来说，微观高频数据是随机步游还是均值回复才是问题的关键。我们希望运用统计方法，证明高频利率数据随机步游特性强于均值回复，我们用二元交换看涨期权来定价国债期货交割期权，能够抓住主要矛盾，达到“模糊的正确”。

### 3. 关于模型假设的讨论

考虑到活跃的国债期货合约一般为近季合约，而该合约存续时间仅 1 个季度，相对于 4-7 年的存续期，因为存续期内久期衰减，所导致的交割券价格波动下降较为有限，所以假设 2 是相对容易满足的。

关于债券价格是遵循随机步游，还是均值回复，一般可以通过以下 3 种统计方法加以检验：1) 自相关系数法；2) 方差比法；3) 单位根检验。

#### ✓ 自相关法

纯白噪声过程（平稳过程）均值、方差恒定，也不存在序列相关，理应不具有显著的差阶相关性，各差阶自相关系数应当在 0 值附近波动。而随机步游过程则应当展现出较强的差阶相关性，随阶数上升，其自相关系数缓步下降。Fama 和 French、Dimitrios Malliaropulos 和 Richard Priestley 分别在 1988 年和 1999 年运用自相关检验证明了股票价格具有均值回归的特性。

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T [(X_t - \bar{X}) \times (X_{t-k} - \bar{X})]}{S^2}$$

其中，

T: 样本数量；

$S^2$ : 样本方差；

k: 差阶阶数；

X: 时间序列数值。

#### ✓ 方差比率检验

方差比率等于长期收益率方差与短期收益率方差乘以阶数的比值。如果比率等于 1，则表明波动率会随着计算区间扩大而等比例扩大，满足布朗运动模式，序列具有随机步游性。如果比率小于 1，表示短期收益负相关，长期收益呈现均值回归。如果比率大于 1，则表明短期波动较小，而长期波动较大，序列具有均值规避性。

$$VR(k) = \frac{VAR\left(\frac{\ln P_t}{\ln P_{t-k}}\right)}{k \times VAR\left(\frac{\ln P_t}{\ln P_{t-1}}\right)}$$

#### ✓ 单位根检验

单位根检验是用来衡量序列是否平稳的标准方法，如果以序列一阶差分作为因变量，滞后一阶序列作为自变量，回

归后若斜率显著小于 0，则表明序列平稳，如果不能拒绝其等于 0，则表明序列非平稳，具有随机步游的特性。

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t$$

学界中多用单位根检验来衡量某一价格序列是否平稳，进而判断其是否具有均值回复性。Paresh Kumar Narayan 和 Russel Smyth 在 2005 年的《Are OECD stock prices characterized by a random walk?》一文中使用单位根检验证明 OECD 国家股票指数多表现为随机步游性。从对市场利率的研究来看，Yang Wu 和 Hua Zhang 在 1997 年的《Do interest rates follow Unit-Root processes?》一文中指出大量前期研究认为利率服从单位根过程，即随机步游性，是因为 ADF 和 PP 检验在小样本中效率不高，其使用面板数据单位根检验后，得到美国国库券收益率服从均值回复的结论。但是林海、郑振龙在 2005 年的《中国利率动态模型研究》一文中，得出中国市场利率无法拒绝单位根过程的结论。

与上述学者相同，本文使用增广的迪肯富勒检验 (ADF) 来量化分析中国国债期货交割券是否服从均值回复过程。债券价格主要由到期收益率变化所决定，剔除票息和剩余期限变化的影响，我们以到期收益率而非价格作为研究对象。选用的样本为银行间国债收益率曲线中 5 年期和 7 年期序列，原因在于这两个期限段为国债关键期限，发行量大且交投频繁，代表性强。鉴于 Yang Wu 和 Hua Zhang 曾指出 ADF 在小样本中的应用问题，我们尽可能使用长时间序列，以 2005 年以来市场化程度较高的日频和周频数据作为研究对象。

表 1 银行间 5 年期和 7 年期国债收益率单位根检验结果 (数据截止日: 2013-11-1)

时间区间	5 年期				7 年期			
	日频	P 值	周频	P 值	日频	P 值	周频	P 值
2005 年以来	t 值: -1.95	0.31	t 值: -2.01	0.28	t 值: -2.45	0.13	t 值: -2.68	0.08
2011 年以来	t 值: -1.05	0.74	t 值: -0.97	0.76	t 值: -0.82	0.81	t 值: -0.59	0.87

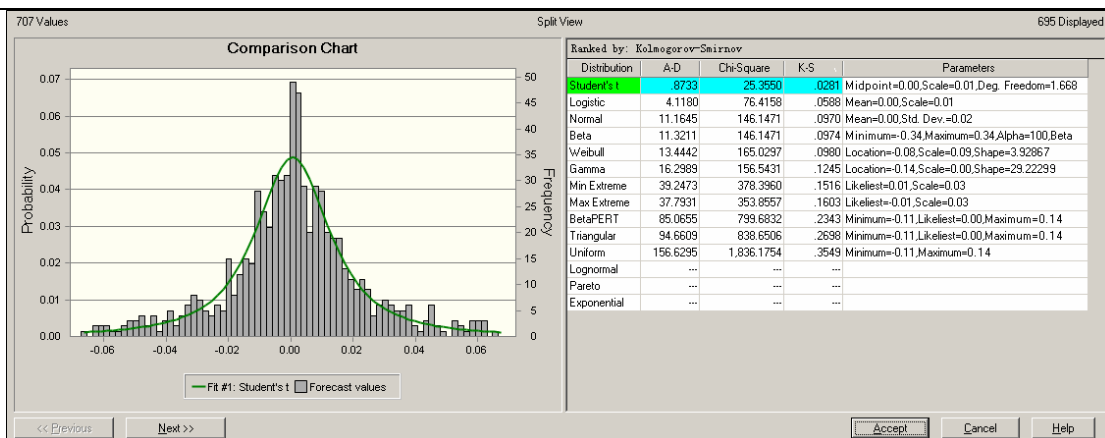
资料来源: 海通证券金融产品研究中心

从不同区间的单位根检验来看，无法在 5% 的显著性上拒绝中国国债可交割券 YTM 具有单位根过程的原假设，意味着大概率下该资产服从随机步游，量化检验与传统理论并不相同。从不同时期来看，随着时间的演进，ADF 检验的 t 值是逐步下降的。无论是周频还是日频数据，2005 年以来的 t 值绝对值明显高于 2011 年以来，表明国债 YTM 的均值回复性逐渐减弱，而随机步游性逐步提升。该结论与中国利率市场化不断演进，参与交易机构不断增多是直接相关的。

### 4. 到期收益率变动的分布

至此，我们已经验证了中国国债可交割券收益率服从随机步游过程，最后我们希望知道收益率变动是否服从正态分布。我们使用 Anderson-Darling、卡方和 Kolmogorov-Smirnov 3 种准则来判断国债收益率变动的分布，从 2011 年以来的检验结果来看，银行间 7 年期国债收益率变动最接近 t 分布，正态分布排在分布拟合优度的第三位，基本可以近似视作尖峰瘦尾的正态分布。

图 1 银行间 7 年期国债收益率变动分布拟合结果 (计算区间: 2011 年 1 月 4 日到 2013 年 11 月 1 日)



资料来源: 海通证券金融产品研究中心

与传统观点不同，统计结果显示中国国债期货交割券的价格 (到期收益率) 变动遵循随机步游过程，其变动接近于尖峰瘦尾的正态分布。在活跃合约存续期内，波动率 (久期) 衰减作用不明显，所以可以认为国债期货交割券满足二元交

换看涨期权的核心假设，该定价模型可以较好的描述国债期货交割期权价值。鉴于此，投资者没有必要买椟还珠，过度迷信利率动态模型，将期权模型复杂化，导致“精确错误”的产生。

## 信息披露

### 分析师声明

单开佳：金融产品研究

本人具有中国证券业协会授予的证券投资咨询执业资格，以勤勉的职业态度，独立、客观地出具本报告。本报告所采用的数据和信息均来自市场公开信息，本人不保证该等信息的准确性或完整性。分析逻辑基于作者的职业理解，清晰准确地反映了作者的研究观点，结论不受任何第三方的授意或影响，特此声明。

### 金融产品研究中心声明

海通证券金融产品研究中心（以下简称本中心）具有证监会和证券业协会授予的基金评价业务资格，以勤勉的职业态度，独立、客观地出具本报告。本报告所有信息均来源于公开资料，本中心力求准确可靠，但对这些信息的准确性及完整性不做任何保证。评价结果不受任何第三方的授意或影响。基金评价结果不是对基金未来表现的预测，也不应视作投资基金的建议。本报告不构成个人投资建议，也没有考虑到个别客户特殊的投资目标、财务状况或需要。客户应考虑本报告中的任何意见或建议是否符合其特定状况。本中心所属的海通证券股份有限公司控股海富通基金管理公司，参股富国基金管理公司，本中心秉承客观、公正的原则对待所有被评价对象，并对可能存在的利益冲突制定了相关的措施。本声明及其他未尽事宜的详细解释，敬请浏览海通证券股份有限公司网站（<http://www.htsec.com>），特此声明。

### 法律声明

本报告仅供海通证券股份有限公司（以下简称“本公司”）的客户使用。本公司不会因接收人收到本报告而视其为客户。在任何情况下，本报告中的信息或所表述的意见并不构成对任何人的投资建议。在任何情况下，本公司不对任何人因使用本报告中的任何内容所引致的任何损失负任何责任。

本报告所载的资料、意见及推测仅反映本公司于发布本报告当日的判断，本报告所指的证券或投资标的的价格、价值及投资收入可能会波动。在不同时期，本公司可发出与本报告所载资料、意见及推测不一致的报告。

市场有风险，投资需谨慎。本报告所载的信息、材料及结论只提供特定客户作参考，不构成投资建议，也没有考虑到个别客户特殊的投资目标、财务状况或需要。客户应考虑本报告中的任何意见或建议是否符合其特定状况。在法律许可的情况下，海通证券及其所属关联机构可能会持有报告中提到的公司所发行的证券并进行交易，还可能为这些公司提供投资银行服务或其他服务。

本报告仅向特定客户传送，未经海通证券研究所书面授权，本研究报告的任何部分均不得以任何方式制作任何形式的拷贝、复印件或复制品，或再次分发给任何其他人，或以任何侵犯本公司版权的其他方式使用。所有本报告中使用的商标、服务标记及标记均为本公司的商标、服务标记及标记。如欲引用或转载本文内容，务必联络海通证券研究所并获得许可，并需注明出处为海通证券研究所，且不得对本文进行有悖原意的引用和删改。

根据中国证监会核发的经营证券业务许可，海通证券股份有限公司的经营范围包括证券投资咨询业务。