

2013年11月12日

基金核心分析师：单开佳
SAC 执业证书编号：S0850511010029
电话：021-23219448
Email: shankj@htsec.com

联系人：孙志远
电话：021-23219443
Email: szy7856@htsec.com

如果使用国债期货进行精确套保和久期修正

——基于交割期利率敏感性的分析

国债期货诞生的本原目的是提供一个利率风险的管理工具。市场上对国债期货利率风险对冲的研究很多，但大部分均忽略 CTD 券变动的的影响，这可能会导致对冲比例的断崖式变动，增加期货调仓的难度。基于对交割期权的深入研究，我们提出了考虑 Delta 和 Rho 之后的对冲比例计算，让仓位调整变得更为和缓和平滑。此外，监管机构虽然限制了公募基金国债期货空头持仓比例，貌似降低了其风险对冲能力，但本文中我们将证明，有限的头寸也能帮助公募基金对冲绝大部分利率风险。

1. 与主流观点的差异

关于国债期货套期保值或久期调整，市场中已充斥着大量的基础性研究，本文不再进行理论介绍和推导，仅提出一些与主流观点不同的结论：

1.1 公募基金利用国债期货可对冲掉约 70% 的利率风险

中国国债期货重启的前一天（2013 年 9 月 5 日），证监会发布了《公开募集证券投资基金参与国债期货交易指引》，其中第五条第三点规定“基金在任何交易日日终，持有的卖出国债期货合约价值不得超过基金持有的债券总市值的 30%”。不少人认为 30% 的空头比例对公募基金的利率风险管理意义不大，但事实上，其风险对冲比例远超想象。

首先，指引规定空头头寸价值不超过“债券总市值”，而非基金“总净值”的 30%，对于那些高杠杆运作的债基来说，其国债期货空头价值占净值的比例可以超过 30%。其次，利率风险的对冲除了与头寸价值相关外，还与对冲标的的久期有关。如果国债期货对于市场利率的敏感性（久期）远大于投资组合现券，则会显著放大风险对冲效果。前一条结论比较好理解，我们主要来证明后一条结论。

根据监管法规，有以下不等式，

$$N_f \times P_f \leq 0.3 \times n_B \times P_B \dots \dots \text{式 (1)}$$

其中，

N_f : 国债期货买入张数；

P_f : 国债期货市场价格*10000；

n_B : 现货组合债券数量；

P_B : 现货债券市场价格。

整理后，可得国债期货最高可买入张数，

$$N_f \leq \frac{0.3 \times n_B \times P_B}{P_f} \dots\dots \text{式 (2)}$$

经过国债期货对冲后，债券型基金市值变动理应如下，

$$dB' = d(n_B \times P_B) - d(N_f \times P_f) \dots\dots \text{式 (3)}$$

债券价格变动等于到期收益率变动乘以修正久期再乘以价格，为了便于问题的说明，此处假设国债期货久期等于 CTD 券的久期，且收益率曲线平行移动，整理后，有，

$$dB' = -n_B \times P_B \times MD_B \times dYTM - (-N_f \times P_f \times MD_{CTD} \times dYTM) \dots\dots \text{式 (4)}$$

其中，

MD_B : 现货债券修正久期；

MD_{CTD} : 国债期货 CTD 券修正久期；

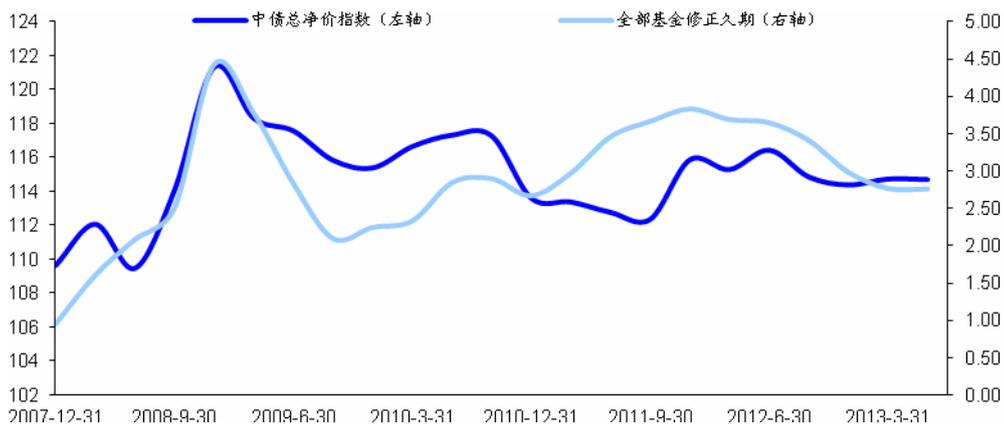
$dYTM$: 到期收益率变动。

将前述不等式代入，有，

$$\frac{dB'}{n_B \times P_B} \leq -(MD_B - 0.3 \times MD_{CTD}) \times dYTM \dots\dots \text{式 (5)}$$

不难看出，对冲效果与现货修正久期和国债期货 CTD 券修正久期相关。在笔者所作的内部委托课题《债券型基金若干影响因素分析》一文中，我们统计了 2008 年以来债券型基金剔除转债后的重仓债券修正久期，均值为 2.89 年，最近几年稳定在 3 年上下，此处假设为 3 年。

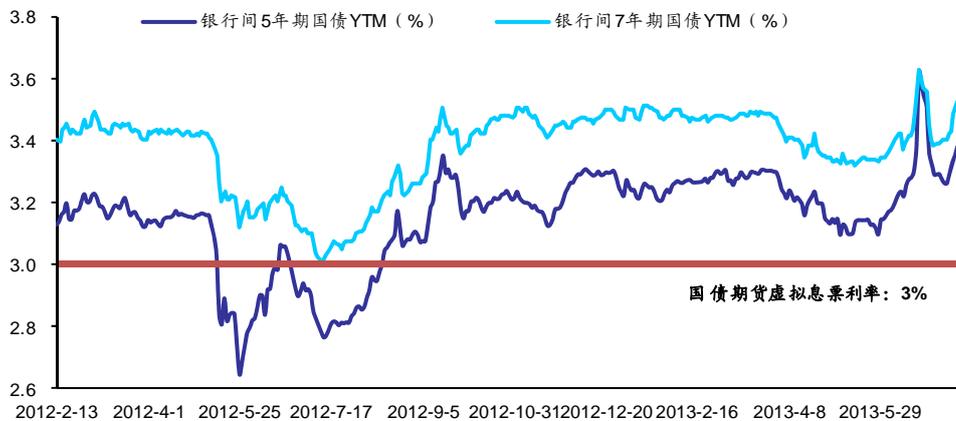
图 1 近年来债券型基金重仓券修正久期变动



资料来源：海通证券金融产品研究中心

在笔者所作的专题研究《国债期货空头交割期权价值估计方法》一文中，我们指出目前市场利率明显高于国债期货虚拟券息票利率，支持长久期券持续成为 CTD 券（例如之前的 130015 和 130020）。

图 2 近年来关键期限国债到期收益率变动



资料来源：海通证券金融产品研究中心

简单起见，此处假设国债期货 CTD 券的修正久期等于最长可交割券剩余期限，即 7 年。将相关结果代入前式，整理有，

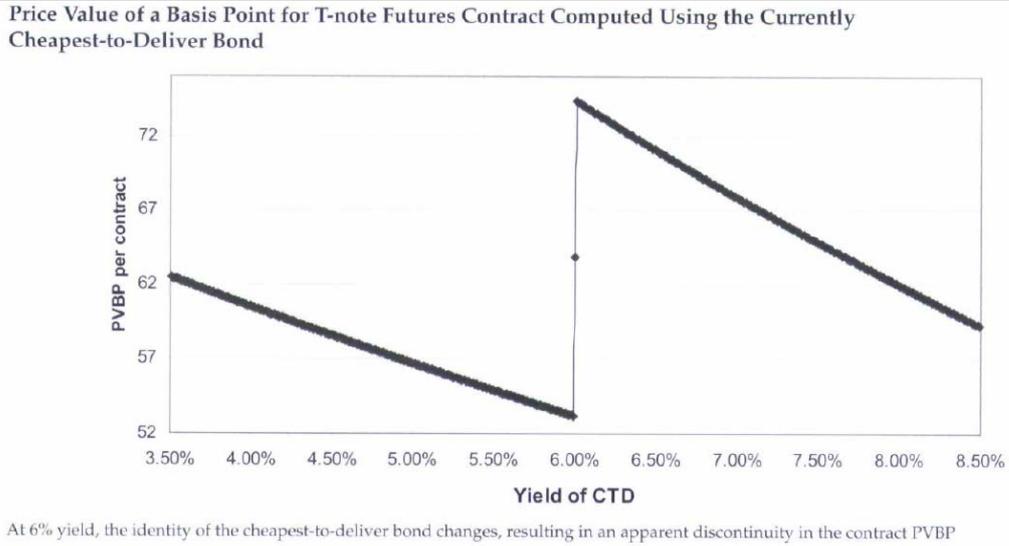
$$\frac{dB^f}{n_F \times P_F} \leq -0.9 \times dYTM \quad \dots \dots \text{式 (6)}$$

这说明，30%的国债期货空头仓位可将现货修正久期从 3 年调整到 0.9 年，即对冲掉债券总资产 70%的利率风险 (0.9/3-1=-0.7)。当判断未来利率上行时，对于久期上不是太激进的债券基金来说，70%的风险对冲比例能够起到非常大的避险作用，同时也不会过多占用现金头寸。当然，该证明过程有诸多假设条件，例如收益率曲线平行移动、CTD 券不发生变化等，我们会在第 2 部分中放松这些假设，计算精确对冲比例。

1.2 利率风险对冲时不应忽视交割期权对于利率的敏感性

尽管国内在使用国债期货对冲利率风险时，通常选择忽略交割期权的影响，但国外学者对交割期权的利率敏感性非常重视。Robin Grieves 和 Alan J. Marcus 在《Delivery Options and Treasury Bond Futures Hedge Ratios》一文中指出，如果市场利率在虚拟券息票利率附近震荡，CTD 券发生切换后，不考虑期权利率敏感性的对冲比例会发生断崖式变动（如下图所示）。一方面令得基金经理需要大幅调整空头持仓比例，另一方面也会削弱国债期货的对冲效果。

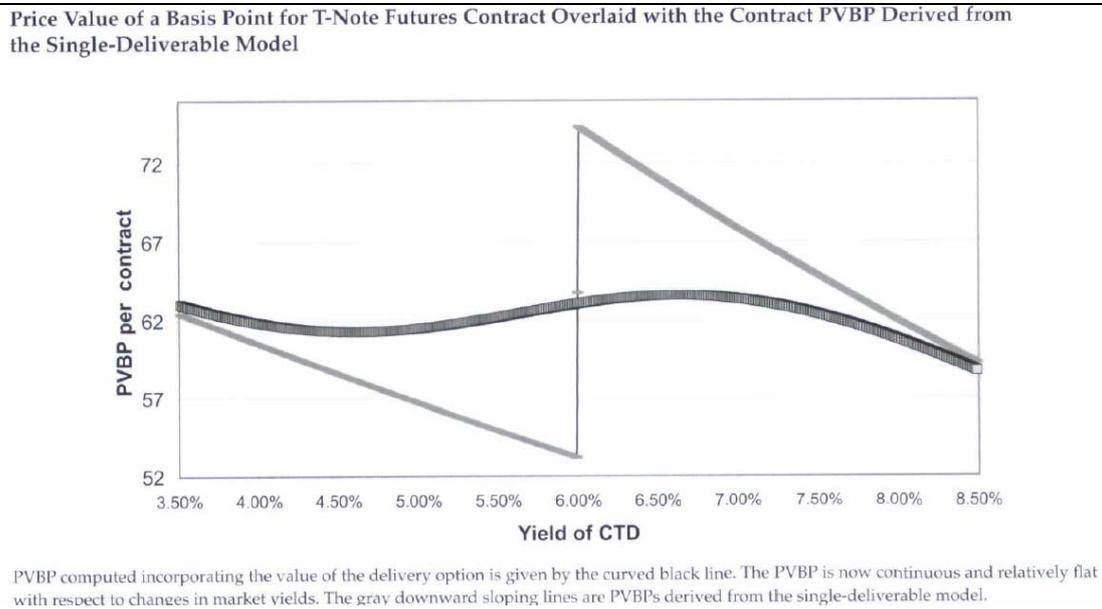
图 3 未考虑期权价值的美国国债期货基点价值变化



资料来源：海通证券金融产品研究中心

作者在论文中计算了虚拟券息票利率附近经期权调整后的对冲比例和基点价值变化，显然，交割期权考虑了 CTD 券变动的可能性，考虑了期权敏感性之后，基点价值明显变得更加平滑（如下图中加粗黑线所示）。

图 4 考虑期权价值的国债期货基点价值变化



资料来源：海通证券金融产品研究中心

在本文的第二部分，我们将基于《中外国债期货交割期权的差异》中提出的交割期权定价公式，推导其对利率的敏感性，并计算为达到目标久期所需要的国债期货买卖张数。

1.3 交割期权存在三种利率敏感性

从交割期权的定价公式来看，其价值不仅与基础现货价格相关，还与可交换资产价格及短期利率 r 相关。这点通常为市场所忽略，我们也会在第二部分计算交割期权相对于各种利率的敏感性。

$$C = \frac{B_1 + AI_{1,0 \sim t} - \frac{AI_{1,0 \sim T}}{(1+r)^{T-t}}}{CF_1} \cdot N(d_1) - \frac{B_2 + AI_{2,0 \sim t} - \frac{AI_{2,0 \sim T}}{(1+r)^{T-t}}}{CF_2} \cdot N(d_2) \dots\dots \text{式 (7)}$$

其中，

B_1 : 当前持有现券净价；

B_2 : 当前持有现券所对应可交换券净价，对于当前 CTD 券，其为当前次便宜交割券，对于当前非 CTD 券，其为当前 CTD 券；

$AI_{1,0 \sim t}$: 持有现券到当前时点的应计利息；

$AI_{1,0 \sim T}$: 持有现券到交割时点的应计利息；

$AI_{2,0 \sim t}$: 可交换券到当前时点的应计利息；

$AI_{2,0 \sim T}$: 可交换券到交割时点的应计利息；

r : 当前时点到交割时点融资成本估计值；

CF_1 : 现券转换因子；

CF_2 : 可交换券转换因子。

2. 对冲比例公式推导

2.1 国债期货的利率敏感性

下式为国债期货理论定价公式，

$$P_f = \frac{B_i \times (1+r)^{T-t} - AI_{i,0 \sim T}}{CF_i} - OP_i \dots\dots \text{式 (8)}$$

其中，

OP_i : i 交割券的交割期权理论价值。

不难看出，期货价格等于现货调整价格与交割期权之差。理论上说，每个可交割券都可以计算其利率敏感性，但考虑到现货部分利率敏感性相对确定，可以选择现货部分占比最大，交割期权价值最小的 CTD 券，作为期货利率敏感性的计算依据。

对于现货部分来说，其有两个利率敏感因子，CTD 券的到期收益率和短期利率。对式 (8) 右边第一部分求导，有，

$$dS = - \frac{(1+r)^{T-t} \cdot B_{CTD} \cdot MD_{CTD} \cdot dYTM_{CTD}}{CF_{CTD}} - \frac{(T-t) \cdot B_{CTD} \cdot dr}{CF_{CTD} \cdot (1+r)^{1-(T-t)}} \dots\dots \text{式 (9)}$$

对于式 (8) 右边第二部分（期权部分）来说，除 CTD 券到期收益率和短期利率外，可交换资产的利率到期收益率同样是其影响因子，类似于普通期权的 Delta 值和 Rho 值。鉴于债券资产价格与收益率的关系，此处假设交割期权的 Delta 为期权价值相对于基础资产到期收益率变动，而非基础资产价格变动的敏感性。另外，尽管收益率曲线可能出现非平行变

动,但一般来说各期限段变动幅度之间存在相对稳定的关系,所以可以假设各期限国债受某一关键期限收益率的影响,可以计算其收益率变动的 beta。对国债期货交割期权求导如下:

$$\Delta = \frac{dOP_{CTD}}{dYTM_X} = -(\beta_{CTD} \cdot \frac{N(d_1) \cdot MD_{CTD} \cdot B_{CTD}}{CF_{CTD}} - \beta_{2CTD} \cdot \frac{N(d_2) \cdot MD_{2CTD} \cdot B_{2CTD}}{CF_{2CTD}}) \dots\dots \text{式(10)}$$

$$\rho = \frac{dOP_{CTD}}{dr} = \frac{T-t}{(1+r)^{T-t+1}} \cdot (\frac{N(d_1) \cdot AI_{CTD,0 \sim T}}{CF_{CTD}} - \frac{N(d_2) \cdot AI_{2CTD,0 \sim T}}{CF_{2CTD}}) \dots\dots \text{式(11)}$$

假设,

$$dYTM_{CTD} = \beta_{CTD} \cdot dYTM_X \dots\dots \text{式(12)}$$

$$dYTM_{2CTD} = \beta_{2CTD} \cdot dYTM_X \dots\dots \text{式(13)}$$

将式(12)带入式(9),可得现货部分的利率敏感性,

$$dS = -\frac{(1+r)^{T-t} \cdot B_{CTD} \cdot MD_{CTD} \cdot \beta_{CTD} \cdot dYTM_X}{CF_{CTD}} - \frac{(T-t) \cdot B_{CTD} \cdot dr}{CF_{CTD} \cdot (1+r)^{1-(T-t)}} \dots\dots \text{式(14)}$$

由式(14)可见,国债期货的利率敏感性与CTD券的利率敏感性相去甚远,仅基于CTD券的久期来计算现货对冲比例显然是不可取的。

2.2 现货组合对冲比例计算

对于现货组合来说,套期保值和久期调整其实并无本质差别。套期保值可以看成是将组合久期调整到0的极端形式。鉴于此,我们使用以下通用久期调整恒等式。

$$dS_{target} = d(n_B \cdot P_B) + d(N_F \cdot F_f) \dots\dots \text{式(15)}$$

式(15)表明,通过适当的国债期货头寸,可以让现货组合的价值变动金额(非幅度)达到投资者意愿的数值。

将式(15)展开,有

$$-n_B \cdot P_B \cdot MD_{target} \cdot dYTM_B = -n_B \cdot P_B \cdot MD_B \cdot dYTM_B + N_F \cdot dP_f \dots\dots \text{式(16)}$$

我们要求的是为达到目标久期,需要买入/卖空的国债期货的合约张数,将上式调整后,可得,

$$N_F = \frac{(MD_{target} - MD_B) \cdot n_B \cdot P_B \cdot dYTM_B}{dP_f} \dots\dots \text{式(17)}$$

待对冲的债券组合主要受其自身到期收益率变动的影响,基于基准利率联动假设,可以建立组合到期收益率与关键期限到期收益率的关系式,

$$dYTM_B = \beta_B \cdot dYTM_X \dots\dots \text{式(18)}$$

代入式(17),有,

$$N_F = \frac{(MD_{target} - MD_B) \cdot n_B \cdot P_B \cdot \beta_B \cdot dYTM_X}{dP_f} \dots\dots \text{式(19)}$$

从前步对于国债期货利率敏感性的讨论中可以看出，其既受到关键期限到期收益率影响，还受到短期利率的影响，后者与待对冲债券组合的风险因子不匹配。在对冲数量的计算中，可有两种做法：1) 直接忽略短期利率影响。2) 假设短期利率也与关键期限利率存在联动关系。后一种假设具有更强的包容性，如果认为其与关键期限利率的 beta 为 0，则转变为第一种假设。因此，我们基于第二种假设进行推导。

如果短期利率也受关键期限利率的影响，有，

$$dr = \beta_r \cdot dYTM_X \dots \dots \text{式 (20)}$$

将其分别代入 ds 和 dOP 的表达式，有，

$$\frac{dS}{dYTM_X} = - \left(\frac{(1+r)^{T-t} \cdot B_{CTD} \cdot MD_{CTD} \cdot \beta_{CTD}}{CF_{CTD}} + \frac{(T-t) \cdot B_{CTD} \cdot \beta_r}{CF_{CTD} \cdot (1+r)^{1-(T-t)}} \right) \dots \dots \text{式 (21)}$$

$$\frac{dOP_{CTD}}{dYTM_X} = - \left(\beta_{CTD} \cdot \frac{N(d_1) \cdot MD_{CTD} \cdot B_{CTD}}{CF_{CTD}} - \beta_{2CTD} \cdot \frac{N(d_2) \cdot MD_{2CTD} \cdot B_{2CTD}}{CF_{2CTD}} \right) + \frac{\beta_r \cdot (T-t)}{(1+r)^{T-t+1}} \cdot \left(\frac{N(d_1) \cdot AI_{CTD,0 \rightarrow T}}{CF_{CTD}} - \frac{N(d_2) \cdot AI_{2CTD,0 \rightarrow T}}{CF_{2CTD}} \right)$$

..... 式 (22)

由此可得 dP_f 解析式，

$$dP_f = \left[\frac{((1+r)^{T-t} + N(d_1)) \beta_{CTD} B_{CTD} MD_{CTD} + \frac{\beta_r (T-t)}{(1+r)^{1-(T-t)}} \left(B_{CTD} - \frac{N(d_1) AI_{CTD,0 \rightarrow T}}{(1+r)^{2(T-t)}} \right)}{CF_{CTD}} - N(d_2) \frac{\beta_{2CTD} MD_{2CTD} B_{2CTD} - \frac{\beta_r (T-t) AI_{2CTD,0 \rightarrow T}}{(1+r)^{T-t+1}}}{CF_{2CTD}} \right] dYTM_X$$

..... 式 (23)

将式 (23) 代入式 (19)，消去关键利率变动项 $dYTM_X$ ，即可解得为获得目标修正久期 MD_{target} ，需要交易的国债期货合约数量。如果需要进行完全套期保值，只要令目标修正久期 MD_{target} 为 0 即可。

3. 近期关于国债期货与国债 ETF 的研究成果汇总

表 1 近期相关研究报告汇总

报告名称	发布日期	主要内容
国债期货空头交割期权价值估计方法	2013-8-1	<ul style="list-style-type: none"> ✓ 国债期货空头交割期权构成 ✓ CTD 券影响因素和实际变动规律 ✓ 交割期权标准解析式推导
中外国债期货交割期权的差异	2013-11-5	<ul style="list-style-type: none"> ✓ 国内外交割期权构成对比 ✓ 中国国债期货交割期权解析式推导
基差套利只能浅酌，基差交易方可痛饮：基于交割期权偏离的国债期货与国债 ETF 联动交易	2013-11-6	<ul style="list-style-type: none"> ✓ 市场所谓“基差交易”存在的问题 ✓ 基于债券 ETF 的基差交易策略构建 ✓ 针对基差交易的国债 ETF 产品设计建议
模糊的正确 VS 精确的错误：论国债期货交割期权定价模型假设的合理性	2013-11-7	检验国债收益率是否满足二元看涨期权假设条件
纸上得来终觉浅，绝知此事要躬行：国债期货与国泰 ETF 高频基差交易策略实证检验	2013-11-11	国债期货与国债 ETF 高频交易的策略逻辑、假设条件和实证结果
如果使用国债期货进行精确套保和久期修正：基于交割期权利率敏感性的分析	2013-11-12	<ul style="list-style-type: none"> ✓ 国债期货在主动债券基金利率风险管理中的应用 ✓ 交割期权对于市场利率的敏感性 ✓ 给定目标久期，所需交易国债期货数量的推导

资料来源：海通证券金融产品研究中心

信息披露

分析师声明

单开佳：金融产品研究

本人具有中国证券业协会授予的证券投资咨询执业资格，以勤勉的职业态度，独立、客观地出具本报告。本报告所采用的数据和信息均来自市场公开信息，本人不保证该等信息的准确性或完整性。分析逻辑基于作者的职业理解，清晰准确地反映了作者的研究观点，结论不受任何第三方的授意或影响，特此声明。

金融产品研究中心声明

海通证券金融产品研究中心（以下简称本中心）具有证监会和证券业协会授予的基金评价业务资格，以勤勉的职业态度，独立、客观地出具本报告。本报告所有信息均来源于公开资料，本中心力求准确可靠，但对这些信息的准确性及完整性不做任何保证。评价结果不受任何第三方的授意或影响。基金评价结果不是对基金未来表现的预测，也不应视作投资基金的建议。本报告不构成个人投资建议，也没有考虑到个别客户特殊的投资目标、财务状况或需要。客户应考虑本报告中的任何意见或建议是否符合其特定状况。本中心所属的海通证券股份有限公司控股海富通基金管理公司，参股富国基金管理公司，本中心秉承客观、公正的原则对待所有被评价对象，并对可能存在的利益冲突制定了相关的措施。本声明及其他未尽事宜的详细解释，敬请浏览海通证券股份有限公司网站（<http://www.htsec.com>），特此声明。

法律声明

本报告仅供海通证券股份有限公司（以下简称“本公司”）的客户使用。本公司不会因接收人收到本报告而视其为客户。在任何情况下，本报告中的信息或所表述的意见并不构成对任何人的投资建议。在任何情况下，本公司不对任何人因使用本报告中的任何内容所引致的任何损失负任何责任。

本报告所载的资料、意见及推测仅反映本公司于发布本报告当日的判断，本报告所指的证券或投资标的的价格、价值及投资收入可能会波动。在不同时期，本公司可发出与本报告所载资料、意见及推测不一致的报告。

市场有风险，投资需谨慎。本报告所载的信息、材料及结论只提供特定客户作参考，不构成投资建议，也没有考虑到个别客户特殊的投资目标、财务状况或需要。客户应考虑本报告中的任何意见或建议是否符合其特定状况。在法律许可的情况下，海通证券及其所属关联机构可能会持有报告中提到的公司所发行的证券并进行交易，还可能为这些公司提供投资银行服务或其他服务。

本报告仅向特定客户传送，未经海通证券研究所书面授权，本研究报告的任何部分均不得以任何方式制作任何形式的拷贝、复印件或复制品，或再次分发给任何其他人，或以任何侵犯本公司版权的其他方式使用。所有本报告中使用的商标、服务标记及标记均为本公司的商标、服务标记及标记。如欲引用或转载本文内容，务必联络海通证券研究所并获得许可，并需注明出处为海通证券研究所，且不得对本文进行有悖原意的引用和删改。

根据中国证监会核发的经营证券业务许可，海通证券股份有限公司的经营经营范围包括证券投资咨询业务。