

国债期货转换期权的估算及应用

——2013年冬季金融工程研究之二

证券分析师
谢瑶 A0230513040002
2013.12

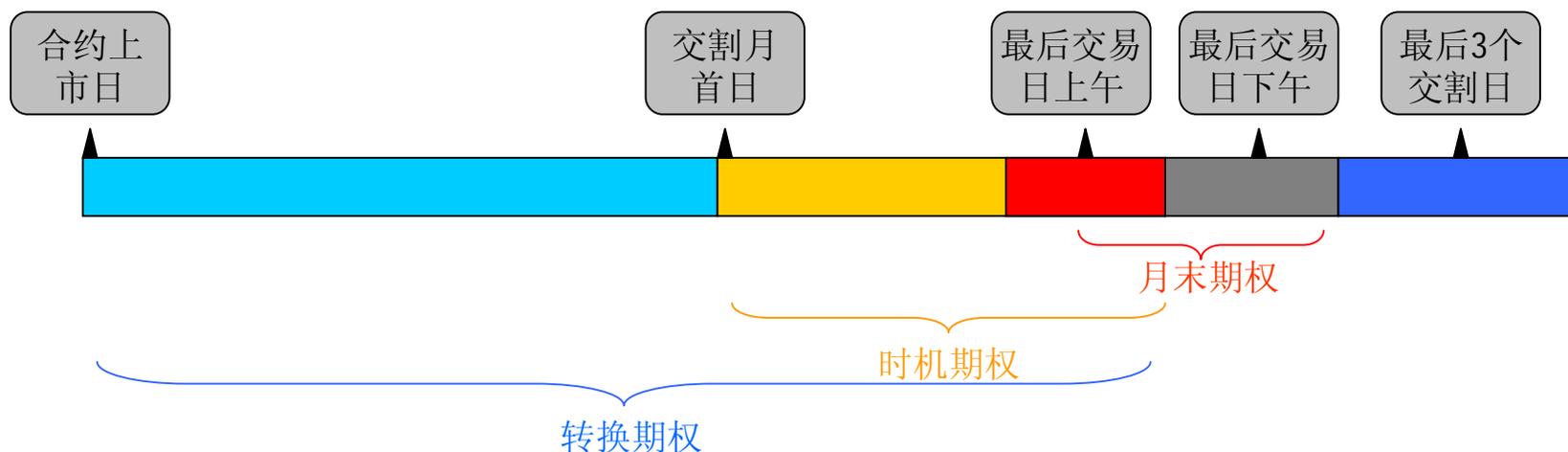


主要内容

1. 转换期权在定价和套利交易中的作用
2. 计算转换期权的市场价格
3. 转换期权的定价方法

1.1 国债期货的空头交割期权

- n 国债期货的空头有选择可交割券的权利，这一选择权统称为空头交割期权
- n 空头交割期权包含了一系列期权，主要有三类
 - 转换期权：CTD券可能发生转换，期货空头有选择CTD交割的权利
 - 时机期权：选择具体交割时间的权利
 - 月末期权：期货合约交易已经结束，现货市场还在交易，从而可能带来CTD的变化



1.2 转换期权是主要的交割期权

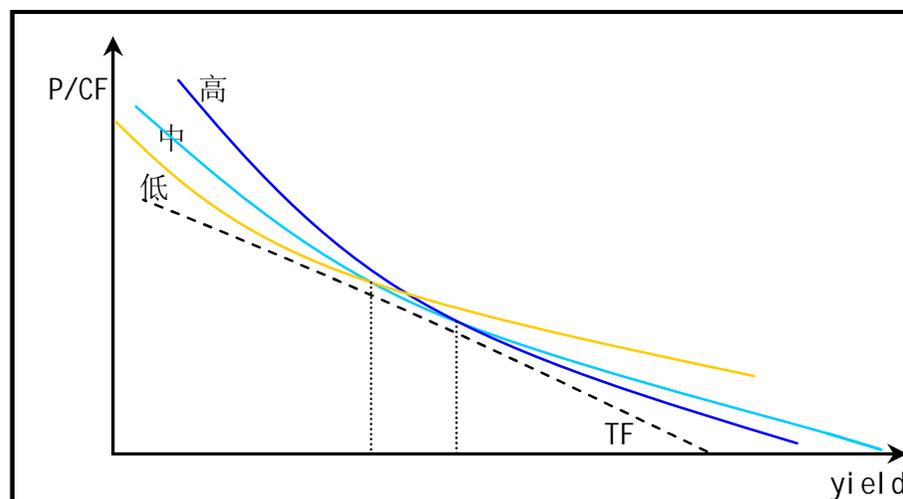
n 转换期权是最主要的交割期权

表1：三类空头交割期权的对比

期权	期权重要性	原因
转换期权	高	CTD券可能随着收益率曲线的位置和形状的变化而变化
时机期权	低	在滚动交割阶段，空头和多头都可以提出提前交割的申请，但只有在配对成功后才能进入交割
月末期权	低	最后交易日期货只在上午半天交易，期货交易结束后还有半个交易日可以用于购买交割券，这半日现券价格的波动可能给空头带来好处，但很有限

资料来源：申万研究

图1：不同的收益率水平下CTD券在不同久期债券之间转换



资料来源：申万研究

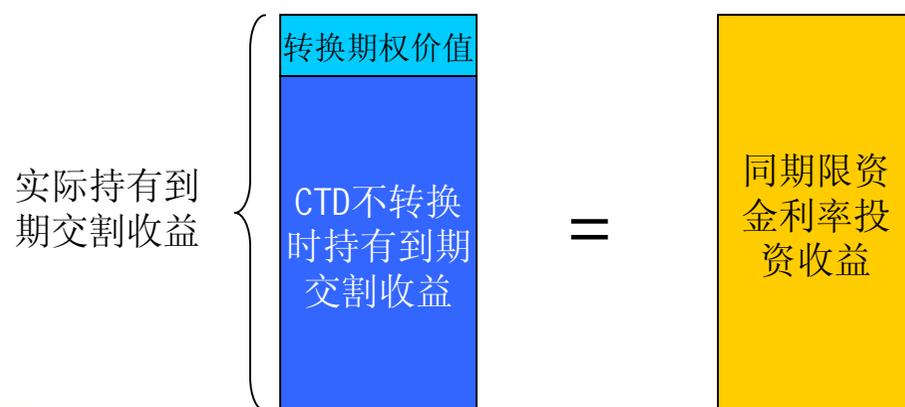
1.3 如何判断期货价格相对于现货是合理的

n 隐含回购利率作为对比指标

- 如果CTD券不发生转换隐含回购利率应该等于同期限资金利率
- 如果隐含回购利率大于资金利率则可以正向套利

n 考虑转换期权需降低和隐含回购利率对比的资金利率

- 到期日CTD如果发生转换则期货空头可以卖掉以前的交割券买入CTD进行交割
- 在无套利空间的时候，隐含回购利率应该低于同期限资金利率
- 国债期货的合理价格应该低于持有成本模型计算的价格



1.4 套利空间的测算应该考虑转换期权

n 转换期权对正向套利的投资者是正的

- 正向套利是现货多头期货的空头，转换期权能增加持有交割套利的收益
- 正向套利的空间比隐含回购利率高

n 反向套利投资者需要正确估计转换期权的价值

- 如果可以卖空现券，则可以进行卖现货买期货的反向套利
- 期货的多头收到哪只交割券并不确定
- 如果收到的交割券不是当初卖空的债券，则可能受到损失
- 一般来讲，期货空头会交割到期日的CTD,所以反向套利投资者要估算转换期权的价值

主要内容

1. 转换期权在定价和套利交易中的作用
2. 计算转换期权的市场价格
3. 转换期权的定价方法

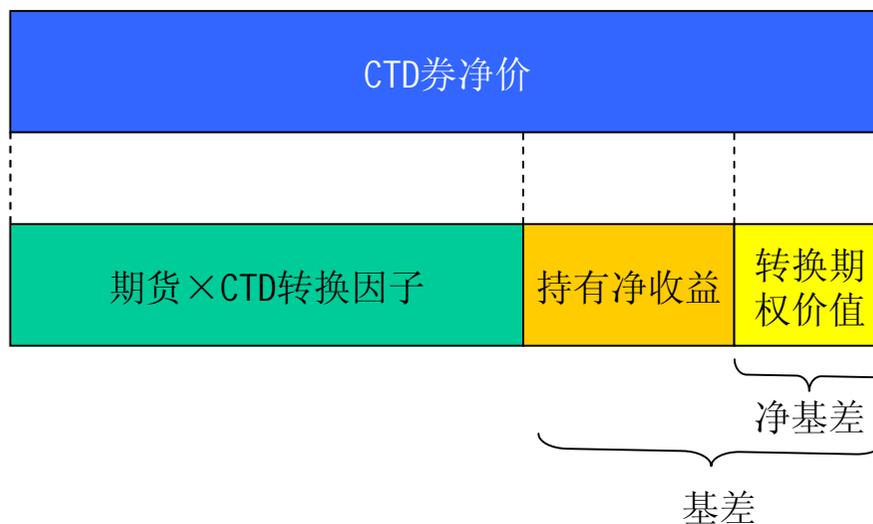
2.1 转换期权的市场价格等于净基差

n 持有成本定价

- 期货理论价格= (CTD券净价+持有现券成本-持有现券收益) /CTD券转换因子
- CTD基差=持有净收益
- CTD净基差=CTD基差-持有净收益=0

n 由于转换期权价值为正，实际净基差一般不等于零

- 转换期权的市场价格=CTD实际净基差



2.2 国债期货上市以来的净基差分析

n 上市以来基差走势基本平稳

- 隐含回购利率大于资金成本一般认为有正向的套利机会
- 这时的净基差是负值，认为期货价格相对现货明显高估
- 正的净基差才能视作转换期权的市场价格
- 转换期权的市场价格不一定是合理的，可能高估或者低估转换期权价值
- TF1312上市以来净基差在0.011元-0.752元（单位：一张债券）
- 净基差的计算需要选取恰当的资金利率

图2：TF1312上市以来净基差、隐含回购利率走势

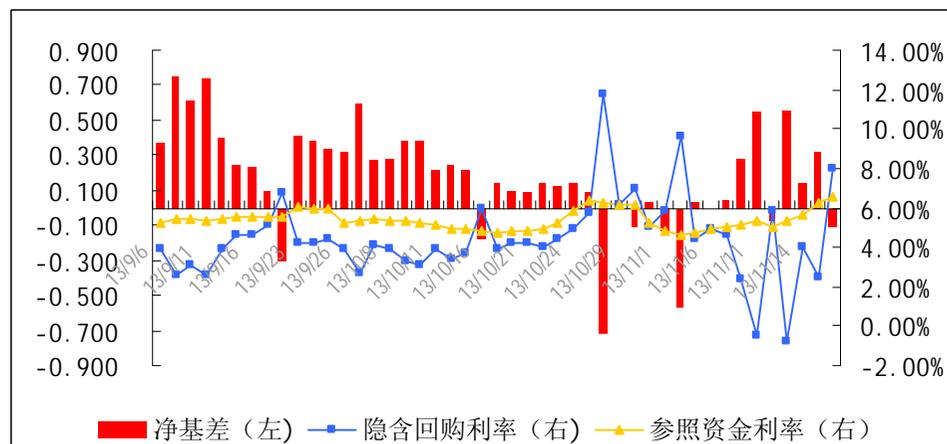
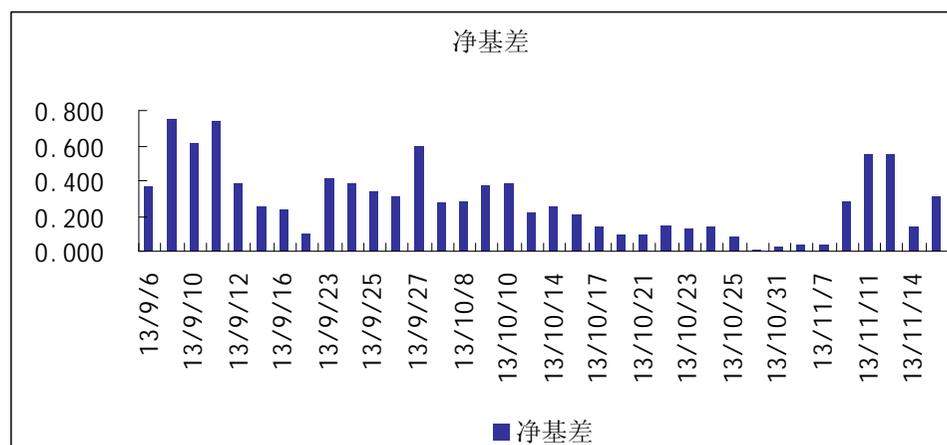


图3：净基差体现的转换期权市场价格走势



资料来源：申万研究

2.3 银行间债券回购利率可以作为资金市场利率

n 从定价角度讲

- 资金利率应该是市场的无风险资金借贷利率
- 银行间债券回购利率是主要的资金借贷利率，且具有可操作性
- 但是回购期限并不完善，长期限的回购交易并不活跃
- 3个月以内的期限的利率比较准确，更长的资金利率不够准确

图4：银行间各期限回购日均成交量

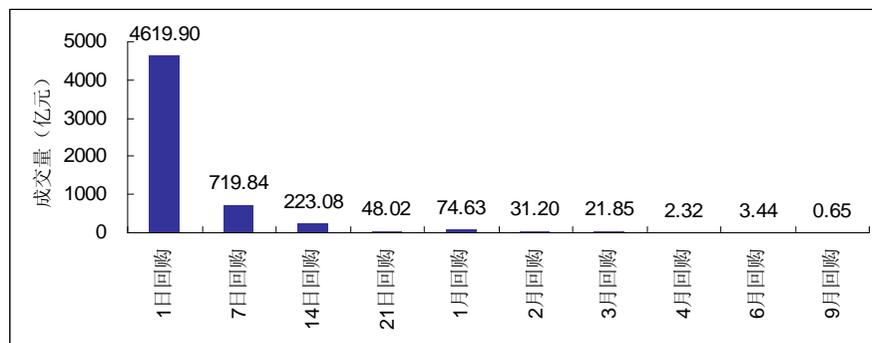
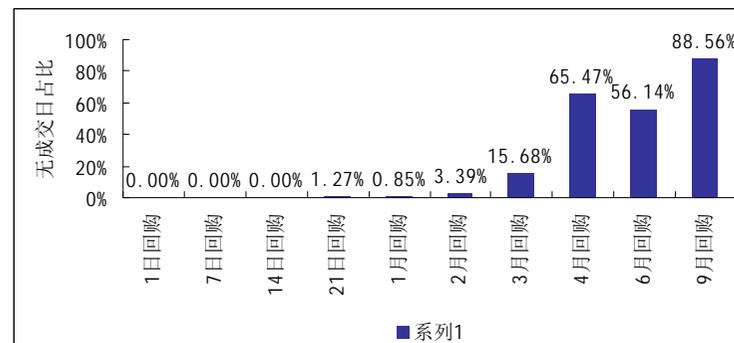


图5：银行间各期限回购无成交日占比



资料来源：WIND 申万研究 注：统计期间：2012-1-4至2013-11-22

2.4 以固定资金成本计算净基差

n 从套利角度

- 从套利者角度看，在测算套利空间时可以采用固定的资金成本
- 资金成本的水平直接由业务考核目标决定，间接地还是取决于资金市场利率

主要内容

1. 转换期权在定价和套利交易中的作用
2. 计算转换期权的市场价格
3. 转换期权的定价方法

3.1 转换期权是一种资产交换期权

n 资产交换期权 (exchange option)

- 两个资产的交换期权是指在到期日，将一种资产交换为另一种资产的权利
- 推广到多个资产就是，在到期日有选择持有多个资产中的任意一个资产的权利

n 转换期权

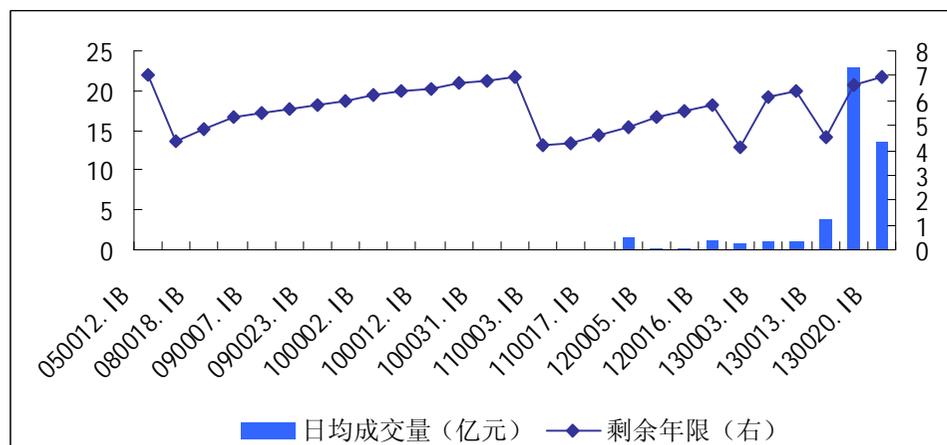
- 在期货的到期日，空头要选择交割成本最低的可交割券进行交割
- 在一篮子可交割券中，投资者可以计算每一只可交割券的交割成本
- 转换期权是一种资产交换期权

3.2 转换期权的大小还取决于可交割券的流动性

n 国债的流动性总体不算高

- 可交割券一般20只以上，主要在银行间交易，交易所的交易量非常小
- 一般来讲新券的流动性比较好，老券几乎没有流动性
- 在7年期国债收益率高达4.5%以上的行情下，能成为CTD的基本就是7年期国债
- 所以只需要考虑几只流动性好的7年期国债成为CTD的可能

图6: TF1312可交割券日均成交量



资料来源: WIND 申万研究 注: 统计期间2013-9-6至2013-11-22

3.3 用两资产交换期权为转换期权定价

n 相关假设

- 只有两个可交割券，债券1和债券2，债券1是当前的CTD
- 到期债券2可能成为新的CTD，从而空头获益为 $\max\left\{\left(F_0 \times CF^2 - p_T^2\right) - \left(F_0 \times CF^1 - p_T^1\right), 0\right\}$
- 债券净价走势遵循以下过程： $dp^1 = m^1 p^1 dt + s^1 p^1 dz$ $dp^2 = m^2 p^2 dt + s^2 p^2 dz$
- 注： F_0 : 初始时刻期货价格； CF : 转换因子； p_T : 到期时刻债券净价；
 m : 债券净价的漂移率； s : 债券净价的波动率； dz : 维纳过程

n 定价公式

- 用风险中性定价公式，可以推导两资产交换期权的定价公式

$$f_0 = \left[F_0 \times (CF^2 - CF^1) + p_0^1 \right] N(d_1) - p_0^2 N(d_2) \quad \text{字母含义:}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F_0 \times (CF^2 - CF^1) + p_0^1}{p_0^2}\right) + \hat{s}^2 T / 2}{\hat{s} \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \hat{s} \sqrt{T}$$

$$\hat{s}^2 = (s^1)^2 + (s^2)^2 + 2rs^1s^2$$

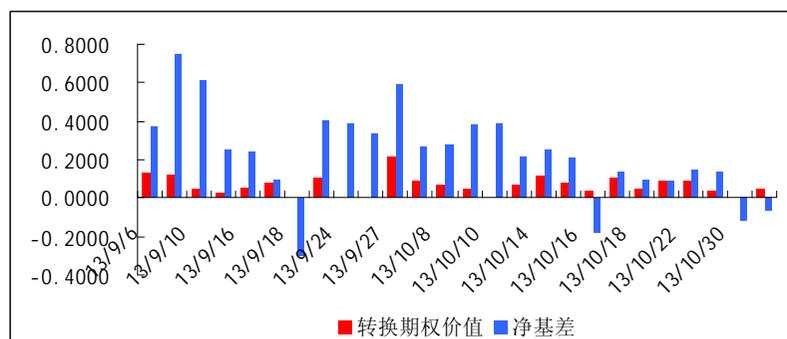
f_0 : 转换期权当前值； p_0^1 : 债券1当前净价；
 p_0^2 : 债券2当前净价； $N(\cdot)$ 标准正态累积分布函数；
 s^1 : 债券1净价波动率； s^2 : 债券2净价波动率；
 r : 两债券价格波动相关系数。

3.4 测算国债期货上市以来转换期权价值大小

n 标的债券选择

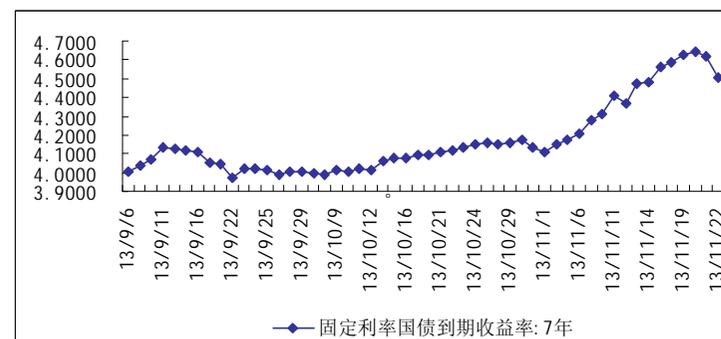
- 定价当日的CTD券就是债券1
- 流动性好、成为CTD的频率较高的可交割为债券2
- 测算的转换期权价值大部分时候小于净基差，表明期货价格略被低估
- 9月以来，7年期国债收益率处在高位盘整，11月份开始大幅上升
- 11月以前国债期货走势平稳甚至偏谨慎，所以表现为期货价格略被低估

图7：转换期权价值和净基差的对比



资料来源：申万研究

图8：9月6日以来7年期国债收益率走势



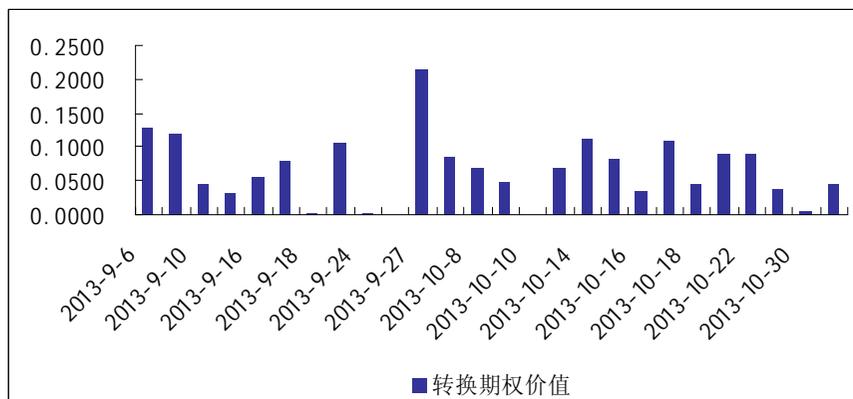
资料来源：申万研究

3.5 在计算期货合理价格及套利空间时运用转换期权

n 测算结果分析

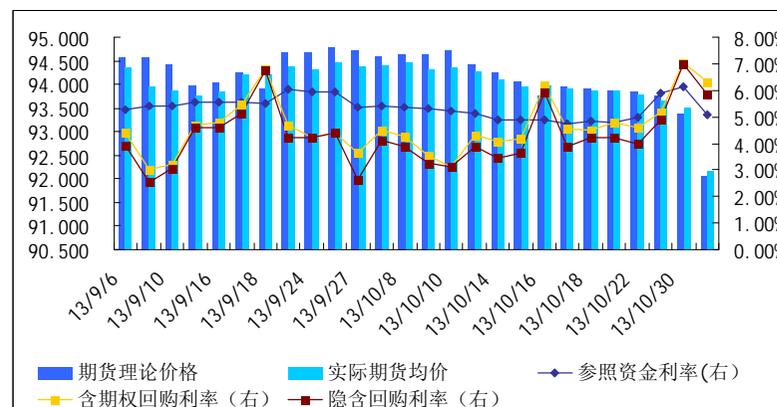
- 测算剩余期限在3-1个月的转换期权的大小，具体在0至0.216元（单位：每张债券）
- 在计算转换期权时用一段历史价格来估算两个可交割券的波动率，所以造成期权价格波动的因素主要是德尔塔风险，即两个现券价格的变化
- 含权的回购利率比隐含回购利率高0至100个BP，平均高35个BP，则可以用隐含回购利率加35个BP再和资金成本比较，以此判断套利空间及期货价格的合理性

图9：测算转换期权价值



资料来源：申万研究

图10：考虑转换期权的TF1312理论价格



资料来源：申万研究

3.6 两资产交换期权定价的局限

- n 两资产交换期权为转换期权定价低估转换期权价值
 - 因为转换期权是指CTD券可能在一篮子可交割券中转换，如果只假设在两个可交割券之间转换一定是低估转换期权价值
 - 以目前现券市场流动性看，的确只有2-3只长久期可交割成为CTD且流动性较好，因此，用两资产交换期权为转换期权定价基本是合理的

- n 新券上市初期无法将其纳入可转换CTD来测算转换期权价值
 - 在用两资产交换期权计算转换期权价格的时候需要估算标的券净价波动率
 - 在没有一段较长时间的交易价格的时候无法获得该券的历史净价波动率

3.7 转换期权其他测算方法

n 情景假设

- 根据当前的国债收益率水平和波动率，将到期日收益率可能发生的范围分为若干个区间，对收益率落在每个区间的概率赋予一个经验值；
- 在每一种收益率发生的情景下计算转换期权的实现值；
- 将各种情形下转换期权的实现值按概率加权平均来估算转换期权的价值；
- 在4月份报告《国债期货定价机制研究》中用国债期货仿真交易数据按情景假设法测算的剩余期限3个月的转换期权为每张债券0.15元。

n 蒙特卡洛模拟

- 采用合理的短期利率模型来模拟利率变化的路径和收益率曲线的形态；
- 在每条风险中性利率路径上计算转换期权的实现值；
- 模拟很多次，然后计算转换期权的风险中性期望值；
- 蒙特卡洛模拟的关键在于寻找合理的短期利率模型，这需要对我国以国债交易价格形成的收益率曲线变化的统计特征和变化特征作进一步研究。

信息披露

证券分析师承诺

本报告署名分析师具有中国证券业协会授予的证券投资咨询执业资格并注册为证券分析师，以勤勉的职业态度、专业审慎的研究方法，使用合法合规的信息，独立、客观地出具本报告，并对本报告的内容和观点负责。本人不曾因，不因，也将不会因本报告中的具体推荐意见或观点而直接或间接收到任何形式的补偿。

与公司有关的信息披露

本公司经中国证券监督管理委员会核准，取得证券投资咨询业务许可，资格证书编号为：ZX0065。发布证券研究报告，是证券投资咨询业务的一种基本形式，本公司可以对证券及证券相关产品的价值、市场走势或者相关影响因素进行分析，形成证券估值、投资评级等投资分析意见，制作证券研究报告，并向本公司的客户发布。

本公司在知晓范围内履行披露义务。客户可通过compliance@swsresearch.com索取有关披露资料或登录www.swsresearch.com信息披露栏目查询从业人员资质情况、静默期安排及关联公司持股情况。

本公司不持有或交易股票及其衍生品，在法律许可情况下可能为或争取为本报告提到的公司提供财务顾问服务；本公司关联机构在法律许可情况下可能持有或交易本报告提到的上市公司所发行的证券或投资标的，持有比例可能超过已发行股份的1%，还能为或争取为这些公司提供投资银行服务。本公司在知晓范围内履行披露义务。客户可通过compliance@swsresearch.com索取有关披露资料或登录www.swsresearch.com信息披露栏目查询。客户应全面理解本报告结尾处的“法律声明”。

法律声明

本报告仅供上海申银万国证券研究所有限公司（以下简称“本公司”）的客户使用。本公司不会因接收人收到本报告而视其为客户。本报告是基于已公开信息撰写，但本公司不保证该等信息的准确性或完整性。本报告所载的资料、工具、意见及推测只提供给客户作参考之用，并非作为或被视为出售或购买证券或其他投资标的的邀请或向人作出邀请。本报告所载的资料、意见及推测仅反映本公司于发布本报告当日的判断，本报告所指的证券或投资标的的价格、价值及投资收入可能会波动。在不同时期，本公司可发出与本报告所载资料、意见及推测不一致的报告。本报告首页列示的联系人，除非另有说明，仅作为本公司就本报告与客户的联络人，承担联络工作，不从事任何证券投资咨询服务业务。客户应当认识到有关本报告的短信提示、电话推荐等只是研究观点的简要沟通，需以本公司<http://www.swsresearch.com>网站刊载的完整报告为准，本公司并接受客户的后续问询。客户应当考虑到本公司可能存在可能影响本报告客观性的利益冲突，不应视本报告为作出投资决策的惟一因素。客户应自主作出投资决策并自行承担投资风险。本公司特别提示，本公司不会与任何客户以任何形式分享证券投资收益或分担证券投资损失，任何形式的分享证券投资收益或者分担证券投资损失的书面或口头承诺均为无效。本报告中所指的投资及服务可能不适合个别客户，不构成客户私人咨询建议。本公司未确保本报告充分考虑到个别客户特殊的投资目标、财务状况或需要。本公司建议客户应考虑本报告的任何意见或建议是否符合其特定状况，以及（若有必要）咨询独立投资顾问。在任何情况下，本报告中的信息或所表述的意见并不构成对任何人的投资建议。在任何情况下，本公司不对任何人因使用本报告中的任何内容所引致的任何损失负任何责任。市场有风险，投资需谨慎。若本报告的接收人非本公司的客户，应在基于本报告作出任何投资决定或就本报告要求任何解释前咨询独立投资顾问。本报告的版权归本公司所有，属于非公开资料。本公司对本报告保留一切权利。除非另有书面显示，否则本报告中的所有材料的版权均属本公司。未经本公司事先书面授权，本报告的任何部分均不得以任何方式制作任何形式的拷贝、复印件或复制品，或再次分发给任何其他人，或以任何侵犯本公司版权的其他方式使用。所有本报告中使用的商标、服务标记及标记均为本公司的商标、服务标记及标记。

申万研究 · 拓展您的价值

SWS Research · CHINA Value Revealed

上海申银万国证券研究所有限公司

谢 瑶 A0230513040002
xi eyao@swsresearch.com