

2015年2月4日

证券研究报告--基金报告

ETF 期权研究系列之八：期权与分级基金设计

分析师：李真

执业证书编号： S0890513110002

电话： 021-68778315

邮箱： lizhen@cnhbstock.com

研究助理：宋祖强

电话： 021-68778180

邮箱： songzuqiang@cnhbstock.com

销售服务电话：

021-68778075

◎ 投资要点：

- ◆ 期权在结构化产品设计中被广泛应用，早期的分级基金设计中，像长盛同期和国泰估值分级、以及兴全合润分级、还有瑞和沪深 300 分级中的分级 A 份额与 B 份额都大量的嵌入了复杂的期权，不仅仅包含了标准欧式期权，还有二元数字期权、以及二元股份期权，这些复杂的设计导致了产品的复杂化，也并没有简单清晰明了的对收益分级，从而最终使得产品成交量萎缩。
- ◆ 然而这些产品仍然值得研究，在私募中结构化产品大量涌现，虽然每种产品结构不一，但是其定价本质上仍然是想通的，因此研究早期分级基金的定价，可以为其他结构化产品设计提供思路，也提供了产品定价的视角。本文对早期分级产品进行回顾与定价。

相关研究报告

正文目录

| | |
|-----------------------|---|
| 1. 结构化产品按收益类型分类 | 3 |
| 2. 各类型结构化产品定价 | 3 |
| 3. 附录 | 5 |

1. 结构化产品按收益类型分类

类型 1: 结构化产品分为 A 与 B 份额, 初始 A、B、以及母基金净值为 1, A 与 B 的份额比例为 a: (1-a), A 获取固定收益 R, 产品到期日为 T, 同时到期日若产品母基金净值大于 K2 时, A 份额除了获取的固定收益外, 还将获取母基金超过 K2 的收益的一定比例 b, 到期时候的 A 与 B 的收益如下:

$$F_T^A = \begin{cases} S_T/a & S_T < K1 \\ a * (1 + R * T) & K1 < S_T < K2 \\ a * (1 + R * T) + b(S_T - K2) & S_T > K2 \end{cases}$$

$$F_T^B = \begin{cases} [S_T - a(1 + R * T)]/(1 - a) & K1 < S_T < K2 \\ [S_T - a(1 + R * T) + b/a(S_T - K2)]/(1 - a) & S_T > K2 \end{cases}$$

其中 S_T 为到期母基金价值。

这一类主要包括长盛同庆, 国泰估值, 富国汇利和大成景丰等早期的分级基金, 对于长盛同庆和国泰估值, 其优先份额享受一定比例的超额收益, 即 $b \neq 0$, 而对于富国汇利和大成景丰, $b=0$ 。

类型 2: 结构化产品有一定的运作期, 运作期结束后进入下一运作期, 到期后当母基金净值小于阈值 K1 时, 子份额获取固定的收益 L, 当母基金净值大于 K1 时候, 子份额 A 获取母基金资产的固定比例 b ($b=a$ 时, 此时 A 份额、B 份额与母基金净值相同):

$$F_T^A = \begin{cases} L & a * L < S_T < K1 \\ b * S_T/a & S_T > K1 \end{cases}$$

$$F_T^B = \begin{cases} (S_T - a * L)/(1 - a) & a * L < S_T < K1 \\ (1 - b) * S_T/(1 - a) & S_T > K1 \end{cases}$$

这一类有兴业合润分级, 其 $L=1$, $K1=1.21$, $a=b=0.4$ 。

类型 3: 结构化产品有一定的运作期, 运作期结束后进入下一运作期, A 与 B 分级 B 比例为 a: (1-a), 当到期母基金组合小于 K1, 则到期 A 与 B 份额相等, 在阈值 K2 以内, A 份额获取超出 K1 份额的比例 b, 而在阈值 K2 外, 获取超出 K1 份额的比例 (1-b):

$$F_T^A = \begin{cases} S_T & S_T < K1 \\ K1 + \frac{b(S_T - K1)}{a} & K1 < S_T < K2 \\ K1 + \frac{b(K2 - K1)}{a} + \frac{(1 - b)(S_T - K1)}{a} & S_T > K2 \end{cases}$$

$$F_T^B = \begin{cases} S_T & S_T < K1 \\ K1 + \frac{(1 - b)(S_T - K1)}{1 - a} & K1 < S_T < K2 \\ K1 + \frac{(1 - b)(K2 - K1)}{1 - a} + \frac{b(S_T - K1)}{1 - a} & S_T > K2 \end{cases}$$

这一类有瑞和 300 分级, 其 $K1=1$, $K2=1.1$, $a=0.4$, $b=0.8$ 。

2. 各类型结构化产品定价

类型 1 定价

若无风险利率为 r_f 。其子基金 A 和子基金 B 在 t 时刻的定价分别为:

$$P_{A,t} = e^{-r_f(T-t)}(1 + R * T) - \frac{1}{a} * P(K1, T - t) + \frac{b}{a} * C(K2, T - t) \quad (1.1)$$

$$P_{B,t} = \frac{1}{1-a} * C(K1, T - t) - \frac{b}{(1-a)} * C(K2, T - t) \quad (1.2)$$

类型 2 定价

$$P_{A,t} = e^{-r_f(T-t)}L - L * C1(K1, T - t) - L * P1(a * L, T - t) + \frac{b}{a}C2(K1, T - t) \quad (2.1)$$

$$P_{B,t} = \frac{1}{1-a} [S_t - C2(K1, T - t) - P2(a * L, T - t) - a * L * C1(K1, T - t) - a * L * P1(a * L, T - t)] + \frac{1-b}{1-a} C2(K1, T - t) \quad (2.2)$$

(2.1) 和 (2.2) 的证明见附录 B。

其中 C1 是二元数字认购期权，P1 是二元数字认沽期权，而 C2 是二元股份认购期权，P2 为二元股份认沽期权。

$$C1(K1, T) = \begin{cases} 1 & S_T > K1 \\ 0 & S_T < K1 \end{cases}$$

$$P1(K1, T) = \begin{cases} 0 & S_T > K1 \\ 1 & S_T < K1 \end{cases}$$

$$C2(K1, T) = \begin{cases} S_T & S_T > K1 \\ 0 & S_T < K1 \end{cases}$$

$$P2(K1, T) = \begin{cases} 0 & S_T > K1 \\ S_T & S_T < K1 \end{cases}$$

类型 3 定价

$$P_{A,t} = S_t/2a + (2b - 1)/2a * C(S_t, K1) + (1 - 2 * b)/a * C(S_t, K2)$$

$$P_{B,t} = S_t/2(1 - a) - (2b - 1)/2(1 - a) * C(S_t, K1) - (1 - 2 * b)/(1 - a) * C(S_t, K2)$$

3.附录

附录 A, 定价模型 1 的定价公式证明:

$$\begin{aligned}
 (a)、P_{A,t} &= e^{-r_f(T-t)} \{E^{\tilde{Q}}[S_T/a | S_T < K_1] + E^{\tilde{Q}}[1 + R * T + b(S_T - K_2)^+/a] | S_T > K_1\} \\
 &= e^{-r_f(T-t)} \left\{ 1 + R * T + E^{\tilde{Q}} \left[\frac{S_T}{a} - 1 - R * T \mid S_T < K_1 \right] + E^{\tilde{Q}}[b/a(S_T - K_2)^+] \right\} \\
 &= e^{-r_f(T-t)} \left\{ 1 + R * T + \frac{1}{a} E^{\tilde{Q}}[S_T - a * (1 + R * T) | S_T < K_1] + E^{\tilde{Q}}[b/a(S_T - K_2)^+] \right\} \\
 &= e^{-r_f(T-t)} \left\{ 1 + R * T + \frac{1}{a} E^{\tilde{Q}}[S_T - K_1 | S_T < K_1] + E^{\tilde{Q}}[b/a(S_T - K_2)^+] \right\} \\
 &= e^{-r_f(T-t)} \left\{ 1 + R * T - \frac{1}{a} E^{\tilde{Q}}[(K_1 - S_T)^+] + E^{\tilde{Q}}[b/a(S_T - K_2)^+] \right\} \\
 &= P_{A,t} = e^{-r_f(T-t)} (1 + R * T) - \frac{1}{a} * P(K_1, T - t) + b/a * C(K_2, T - t) \\
 (b)、P_{B,t} &= e^{-r_f(T-t)} \{E^{\tilde{Q}}[(S_T - a(1 + R * T + b/a(S_T - K_2)^+)/(1 - a)) | S_T > K_1]\} \\
 &= e^{-r_f(T-t)} \{E^{\tilde{Q}}[[S_T - a(1 + R * T) - b(S_T - K_2)^+]/(1 - a) | S_T > K_1]\} \\
 &= e^{-r_f(T-t)} \{E^{\tilde{Q}}[[S_T - a(1 + R * T)]/(1 - a) | S_T > K_1] - E^{\tilde{Q}}[b(S_T - K_2)^+/(1 - a) | S_T > K_1]\} \\
 &= (1 - a) * C_1(S_t, K_1, T - t) - b * C_2(S_t, K_1, T - t)
 \end{aligned}$$

附录 B, 定价模型 2 的定价公式证明:

$$\begin{aligned}
 (a)、P_{A,t} &= e^{-r_f(T-t)} \{E^{\tilde{Q}}[L | a * L < S_T < K_1] + E^{\tilde{Q}}[b * S_T/a] | S_T > K_1\} \\
 &= e^{-r_f(T-t)} \left\{ L * \text{Prob}(a * L < S_T < K_1) + \frac{b}{a} E^{\tilde{Q}}[S_T] | S_T > K_1 \right\} \\
 &= e^{-r_f(T-t)} [L - L * \text{Prob}(S_T > K_1) - L * \text{Prob}(a * L > S_T)] + \frac{b}{a} C_2(S_t, K_1, T - t) \\
 &= e^{-r_f(T-t)} L - L * C_1(S_t, K_1, T - t) - L * P_1(S_t, a * L, T - t) + \frac{b}{a} C_2(S_t, K_1, T - t) \\
 (b)、P_{B,t} &= e^{-r_f(T-t)} \left\{ E^{\tilde{Q}} \left[\frac{(S_T - a * L)}{(1 - a)} \mid a * L < S_T < K_1 \right] + E^{\tilde{Q}} \left[\frac{(1 - b) * S_T}{(1 - a)} \mid S_T > K_1 \right] \right\} \\
 &= \frac{e^{-r_f(T-t)} L}{1 - a} \{E^{\tilde{Q}}[S_T | a * L < S_T < K_1] - E^{\tilde{Q}}[a * L | a * L < S_T < K_1] + (1 - b) * E^{\tilde{Q}}[S_T | S_T > K_1]\} \\
 &= \frac{1}{1 - a} [S_t - C_2(S_t, K_1, T - t) - P_2(S_t, a * L, T - t) + a * L * e^{-r_f(T-t)} - a * L * C_1(S_t, K_1, T - t) - a * L * P_1(S_t, a * L, T - t)] + \frac{1 - b}{1 - a} C_2(S_t, K_1, T - t)
 \end{aligned}$$

附录 C, 定价模型 3 的定价公式的证明:

$$(a) \quad P_{A,t} = e^{-r_f(T-t)} \{ E^{\tilde{Q}}[S_T/2a | S_T < K_1] + E^{\tilde{Q}}[b/a * (S_T - K_1)^+ + K_1/2a | K_1 < S_T < K_2] + E^{\tilde{Q}}[1-b/a * (S_T - K_2) + b/a * (K_2 - K_1) + K_1/2a | S_T > K_2] \}$$

$$= e^{-r_f(T-t)} \{ E^{\tilde{Q}}[S_T] + E^{\tilde{Q}}[b/a * (S_T - K_1)^+ + (K_1 - S_T)/2a | K_1 < S_T < K_2] + E^{\tilde{Q}}[(1-b)/a * (S_T - K_2) + b/a * (K_2 - K_1) + (K_1 - S_T)/2a | S_T > K_2] \}$$

$$= S_t + E^{\tilde{Q}}[(2b-1)/2a * (S_T - K_1)^+ | S_T < K_2] + E^{\tilde{Q}}[(1-2*b)/a * (S_T - K_2)^+ - (1-2b)/2a * (S_T - K_1) | S_T > K_2]$$

$$= S_t/2a + (2b-1)/2a * C(S_t, K_1) + (1-2*b)/a * C(S_t, K_2)$$

$$(b) \quad P_{B,t} = e^{-r_f(T-t)} \{ E^{\tilde{Q}}[S_T | S_T < K_1] + E^{\tilde{Q}}[(1-b)/(1-a) * (S_T - K_1)^+ + K_1 | K_1 < S_T < K_2] + E^{\tilde{Q}}[b/(1-a) * (S_T - K_2) + 1-b-1-a * (K_2 - K_1) + K_1 | S_T > K_2] \}$$

$$= S_t - (2b-1)/2(1-a) * C(S_t, K_1) - (1-2*b)/(1-a) * C(S_t, K_2)$$

投资评级的说明

- 行业评级标准

报告发布日后3个月内，以行业股票指数相对同期中证800指数收益率为基准，区分为以下四级：

强于大市 A--：行业指数收益率强于相对市场基准指数收益率5%以上；

同步大市 B--：行业指数收益率相对市场基准指数收益率在-5%~5%之间波动；

弱于大市 C--：行业指数收益率相对市场基准指数收益率在-5%以下；

未评级 N--：不作为行业报告评级单独使用，但在公司评级报告中，作为随附行业评级的选择项之一。

- 公司评级标准

报告发布日后3个月内，以股票相对同期行业指数收益率为基准，区分为以下五级：

买入：相对于行业指数的涨幅在15%以上；

持有：相对于行业指数的涨幅在5%-15%；

中性：相对于行业指数的涨幅在-5%-5%；

卖出：相对于行业指数的跌幅在-5%以上；

未评级：研究员基于覆盖或公司停牌等其他原因不能对该公司做出股票评级的情况。

风险提示及免责声明：

★市场有风险，投资须谨慎。

★本报告所载的信息均来源于已公开信息，但本公司对这些信息的准确性及完整性不作任何保证。

★本报告所载的任何建议、意见及推测仅反映本公司于本报告发布当日的判断。本公司不保证本报告所载的信息于本报告发布后不会发生任何更新，也不保证本公司做出的任何建议、意见及推测不会发生变化。

★在任何情况下，本报告所载的信息或所做出的任何建议、意见及推测并不构成所述证券买卖的出价或询价。在任何情况下，本公司不就本报告中的任何内容对任何投资做出任何形式的承诺或担保。

★本报告版权归本公司所有。未经本公司事先书面授权，任何组织或个人不得对本报告进行任何形式的发布、转载、复制。如合法引用、刊发，须注明本公司出处，且不得对本报告进行有悖原意的删节和修改。