

报告仅供内部交流，不得复制、转载或摘录！请务必阅读正文之后的免责条款。

金融工程研究

## A 股结构性产品的定价与对冲

### ——金融工程 2010 年专题报告

2009-11-27

罗军 金融工程高级研究员 联络员

luojun@pasc.com.cn

0755-22626939

蔡大贵 分析师

caidg@pasc.com.cn

#### 主要观点

- 1、结构性产品是各种不同性质期权的组合。对结构性产品的定价可以通过各种变化转化为期权的定价。无套利定价与风险中性定价方法是期权定价的最基本原理。
- 2、在无套利定价原理以及风险中性定价方法的基础上，衍生BS定价求解解析解、有限差分法以及蒙特卡罗模拟等三种最实用的模型。
- 3、BS模型的定价过程揭示了动态对冲的思想，这也是当前国内没有期权市场，但是仍然可以通过Delta动态对冲实施风险管理的原因。Delta是风险管理的基础，但不是动态对冲的全部，Gamma、Vega等风险同样重要。
- 4、标的资产的实际波动率、期权隐含波动率变化以及Smile、Skew特性等，构成期权投资交易的重要因素。Trade Vega、Gamma V.S Theta是波动率交易策略最重要的两块。
- 5、国内由于没有期权市场，发行结构性产品面临如下几个重要的问题：Delta对冲成为国内发行人的唯一选择、发行波动率的确定、障碍期权在Delta对冲中交易难点、交易频率对Delta对冲的影响等。
- 6、国内目前缺乏期权产品对冲Vega风险，发行人在只存在Delta动态对冲的情况下，可以通过保守的波动率估计、选择优秀的Delta交易员进行风险控制。
- 7、对冲交易频率的选择需要权衡交易成本与避险误差。在日Delta限额下的交易放权，不仅能控制整体业务风险，更能激励交易员的潜质使得业务收益的最大化。
- 8、由于投资者需求的多样性派生出条款极具特色的各类奇异期权，对冲该类期权会具备一定的操作难点，主要体现在障碍点附近对交易员的趋势判断要求较高、敲出时解除对冲头寸带来较大的冲击成本等，这些额外的成本需要在产品设计时做好充分的估计。

#### 近期相关报告

A股结构性产品风险中性业务模式初探——产品创新研究系列一，2009-5-13

结构性产品在基金专户理财业务中的应用——产品创新研究系列三，2009-6-18

## 目 录

一、前言 .....	3
二、基本定价原理 .....	3
1、无套利定价原理 .....	3
2、风险中性定价方法 .....	3
三、常用的定价模型 .....	4
1、Black-Scholes 定价模型 .....	4
2、有限差分法：Crank-Nicholson 模型 .....	6
3、蒙特卡罗模拟法 .....	8
四、风险中性业务模式回顾 .....	10
1、风险中性业务：获取波动率收益 .....	10
2、实施风险中性业务的基础：动态对冲 .....	11
五、动态对冲原理 .....	11
1、BS 定价过程揭示了动态对冲的思想 .....	11
2、Delta 不是动态对冲的全部 .....	12
3、动态对冲举例——恒指场内期权对冲交易 .....	13
六、波动率交易策略 .....	14
1、波动率演化类型 .....	14
2、捕捉实际波动率：Gamma V.S Theta .....	14
3、隐含波动率趋势交易：Trade Vega .....	16
七、国内结构性产品对冲中的几个问题 .....	18
1、Delta 对冲成为目前内地的唯一选择 .....	18
2、产品设计的难题：期权缺乏下的 Volatility 估计 .....	20
3、对冲交易频率的选择：避险误差 V.S 交易成本 .....	21
4、障碍期权的对冲：K0 附近存在交易难点 .....	22

## 一、前言

随着基金专户一对多业务的推出，以及各机构对创新业务，尤其对专户领域里的产品创新愈发重视。我们前期对结构性产品的 A 股风险中性业务模式、结构性产品在专户业务中的应用推出了一系列研究报告。本期我们将对 A 股结构性产品的定价、对冲方法进行探讨。

## 二、基本定价原理

尽管针对市场的状况、投资者的需求以及金融工程技术的发展，结构性产品的收益形态及其属性变得日趋多样以及复杂。但是，结构性产品始终是各种不同性质期权的组合，其本质仍然是期权。对结构性产品的定价仍然可以通过各种变化转化为期权的定价。

### 1、无套利定价原理

期权等结构性金融工具的定价是现代金融学的一个伟大成就，其不仅构成金融理论学派的核心内容，而且在期权激励、风险管理等实务界有着广泛的应用。BS 期权定价模型的诞生为日后金融工程技术的发展以及各类金融工具的产生起着里程碑式的作用。其建立的基础为无套利定价模型，即在一定的条件下，期权收益可以通过标的资产和无风险债券进行复制。由于该动态策略在到期时与期权的收益相同，在无套利的情况下，该组合的初始成本等于期权的期初价格。

无套利定价原理不仅可以对各类期权进行定价，同时也表明了，期权可以通过标的资产与无风险收益债券进行动态复制。这也就是为什么当前国内没有期权市场，但是仍然可以发行结构性产品，通过动态对冲实施风险管理的原因。

根据无套利定价原理，根据数学推导，期权定价公式可以用包含该期权价格变量的偏微分方程来描述，而期权条款由该方程的边界条件以及初始条件进行描述。基本方程如下：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} + rS \frac{\partial f}{\partial S} - rf = 0$$

其中， $f$  为期权价格， $r$  为无风险利率， $\sigma$  为股价波动率， $S$  为标的股票价格。

通过对各种终值、边界条件的方程求解即可得到期权定价。该偏微分方程同时构成有限差分定价方法的基础。

### 2、风险中性定价方法

在风险中性世界中，任何金融资产收益率都等于无风险收益率，而与具体的金融资产风险大小无关。因此，期权价格都可以通过对期权期末的收益支付在无风险中性世界中进行贴现进行实现。即：

$$f(t, s_t) = E^Q(e^{-r(T-t)} h(S_T) | F_t)$$

其中， $f$  为期权价格， $r$  为无风险利率， $Q$  为风险中性概率测度， $S_T$  为标的资产到期日价

格， $h(S_T)$  为期末期权的支付函数。

在标的资产服从几何布朗运动的假设，根据 Girsanov 定理构造出风险中性下的等价概率测度  $Q$ ，并求解期权的价格。由于这种思路是假定投资者在风险中性情况下对期权进行定价，因此也被称为风险中性定价法。由于根据无套利定价原理建立的期权价格结果不依赖于投资者的风险偏好，其不管投资者是风险厌恶者、风险偏好还是风险中性者。因此，风险中性的定价结果与无套利定价结果一定相同。

如果知道风险中性下标的资产价格波动的随机过程，通过模拟算法构造出标的资产价格的多种路径，并且根据期权条款进行模拟支付，并贴现之期初，产生期权的价格。因此，风险中性定价原理构成了蒙特卡罗定价方法的理论基础。由下文我们也可以发现，蒙特卡罗定价是各类结构性产品定价应用最普遍的定价方法。

### 三、常用的定价模型

#### 1、Black-Scholes 定价模型

##### 定价框架简介

1973 年，Black 和 Scholes 发表的论文使得期权定价取得突破性的发展，奠定了可以通过用可观察的参数进行定价的理论框架。其最主要的假设包括：

- (1) 无交易成本，税收为零；
- (2) 存在无风险利率，投资者可以按照该固定利率自由借贷；
- (3) 标的资产价格是连续的，且服从对数正态分布；
- (4) 标的资产可以无限分割进行交易；
- (5) 标的资产无红利，且可以卖空。

在上述的众多假设下，并且应用无套利定价原理构造无风险投资组合建立 BS 微分方程，并应用于欧式期权定价，得到具备解析解的定价公式。该解析解的存在使得定价表达更为直接，对于研究其各类 Greeks 的价格敏感性并进行风险对冲管理带来较大便利。

##### 结构性产品解析解定价

我们也可以在 BS 定价框架的假设下，通过无套利定价原理构造偏微分方程，或者利用风险中性方法构造等价鞅测度进行结构性产品的定价，求解便于分析的解析解模型。

求解结构性产品解析解的主要步骤包括：

- (1) 对结构性产品结构进行解析，分解成尽可能简单的基础期权结构组合；
- (2) 对基础期权在 BS 定价框架下进行定价，求解解析表达式；
- (3) 根据基础期权的定价结果以及结构性产品的结构分解情况，最终得到结构性产品的定价模型。

需要特别提及的是，对结构性产品进行结构分解不仅有利于进行定价，更重要的是有助

于深入了解结构性产品的风险特性，对日后的风险对冲管理有极大的帮助。通常，结构性产品是在基础期权构件以及投资者的个性需求上诞生的，随着需求的多样化，期权的条款以及结构日趋复杂，多数结构性产品很难具备解析解。

### 定价举例：DRA（区间逐日计息）产品定价

我们以 DRA（区间逐日计息）产品为例，描述其解析解的定价过程。

DRA 产品主要条款如下：

图表 1 DRA（区间逐日计息）产品条款

产品名称	DRA（区间逐日计息）产品
挂钩股票	贵州茅台（600519）万科 A（000002）招商银行（600036）武钢股份（600005）
面值	100 元
保本率	95 %
年息率	7.25 %
存续期	半年（126 个交易日）
初始价格	发行日当天挂钩股票的市场均价
观察日	存续期内每个交易日
配息启动线	初始价格的 95 %
配息启动	观察期内某个观察日 4 支股票的收盘价都超过各自配息启动线称为配息启动
单位产品总配息	满足配息启动的交易日数 N， $N/252*7.25$ 为一个单位的总配息
单位产品总支付	保本率*100+单位产品总配息

资料来源：平安证券

### 内嵌期权结构：126 个彩虹二值期权的和

根据条款描述，当观察期内观察日 4 支股票的收盘价都超过各自配息启动线，给予其一个单位的配息。该配息条件构成多标的资产彩虹期权的类型。由于每次观察如果满足条件给予一次配息，否则不获得配息，即构成二值彩虹期权类型。

一个彩虹二值期权的数学描述如下：

$$C(s_i^T, k_i^T, q, T) = \begin{cases} q & s_1^T \geq k_1, s_2^T \geq k_2, s_3^T \geq k_3, s_4^T \geq k_4 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

其中  $s_i^T, k_i^T, q, T$  分别表示股票价格、配息触发价格、配息率以及到期日。

由于产品逐日观察，即每个交易日均形成一个期权的到期触发，产品存续期为半年（126 个交易日），因此该结构性产品的期权为 126 个彩虹期权的和。考虑到产品为保本型产品，产品的总结构为债券+期权，因此，DRA 产品定价公式为：

$$DRA(s_i^T, k_i^T, q, T) = B(r, T) + \sum_{j=1}^{126} C(s_i^T, k_i^T, q, T_j)$$

其中  $B(r, T)$  表示存续期末终值为产品面值的零息债券的价格。

## 风险中性定价:

根据第二章中的风险中性定价方法，对 DRA 产品中的单个彩虹二值期权进行定价，即

$$C(s_i^t, k_i, T-t) = E^Q(e^{-r(T-t)} h(S_T)) | F_t$$

其中， $h(S_T)$  为期末期权的支付函数。

通过构造风险中性等价概率测度，以及一系列数学推导得到：

$$C(s_i^t, k_i, T-t) = qe^{-r(T-t)} N(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, 0, 1, \rho)$$

其中：

$N(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, 0, 1, \rho)$  表示均值为0，标准差为1，相关系数为  $\rho$  的四维累计正态分布

函数，且  $\lambda_i = \frac{(r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t) + \ln \frac{s_i}{k_i}}{\sigma\sqrt{T-t}}$ 。

把单个期权的定价结果代入 DRA 产品的定价公式即可得到最终结果。

## 2、有限差分法：Crank-Nicholson 模型

### 基本原理

根据第二章中介绍的无套利定价原理，通过构造无风险投资组合可以得到关于衍生证券的BS微分方程：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} + rS \frac{\partial f}{\partial S} - rf = 0$$

衍生证券的合约条款构成该方程的边界以及终值条件，通过求解该方程得到产品定价。由于在计算美式等路径依赖期权时通常没有解析解，因此只能用数值方法进行求解，而有限差分法就是一种有力且方便的数值方法。

有限差分法的基本原理是：将微分方程转化为一系列的差分方程后，使用迭代法来求解这些差分方程。有限差分法根据对偏导的离散方法不同分为隐式、显式差分法，在这种方法的基础上形成收敛速度更快的Crank-Nicholson差分方法。

### Crank-Nicholson 定价原理

通过对上述微分方程进行后向差分得到隐性差分方程：

$$\frac{f_{i+1,j} - f_{i,j}}{\Delta t} + rj\Delta S \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2*\Delta S} + \frac{1}{2}\sigma^2 j^2 \Delta S^2 \frac{f_{i,j+1} - 2f_{i,j} + f_{i,j-1}}{\Delta S^2} = rf_{i,j}$$

通过对上述微分方程进行前向差分得到显性差分方程

$$\frac{f_{i+1,j} - f_{i,j}}{\Delta t} + rj\Delta S \frac{f_{i+1,j+1} - f_{i+1,j-1}}{2 * \Delta S} + \frac{1}{2} \sigma^2 j^2 \Delta S^2 \frac{f_{i+1,j+1} - 2f_{i+1,j} + f_{i+1,j-1}}{\Delta S^2} = rf_{i+1,j}$$

将两种差分形式先相加再除以2，整理得到：

$$-\alpha_j f_{i,j-1} + (1 - \beta_j) f_{i,j} - \gamma_j f_{i,j+1} = \alpha_j f_{i+1,j-1} + (1 + \beta_j) f_{i+1,j} + \gamma_j f_{i+1,j+1}$$

(11)

$$\text{其中: } \alpha_j = \frac{1}{4} * \Delta t * (\sigma^2 j^2 - rj)$$

$$\beta_j = -\frac{1}{2} * \Delta t * (\sigma^2 j^2 + r)$$

$$\gamma_j = \frac{1}{4} * \Delta t * (\sigma^2 j^2 + rj)$$

方程的矩阵形式为

$$M_1 f_i = M_2 f_{i+1} \quad \text{其中, } f_i = (f_{i,1}, f_{i,2}, \dots, f_{i,M-1})^T$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 - \beta_1 & -\gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_2 & 1 - \beta_2 & -\gamma_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_3 & 1 - \beta_3 & -\gamma_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{M-2} & 1 - \beta_{M-2} & -\gamma_{M-2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{M-1} & 1 - \beta_{M-1} \end{bmatrix}$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 + \beta_1 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & 1 + \beta_2 & \gamma_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_3 & 1 + \beta_3 & \gamma_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{M-2} & 1 + \beta_{M-2} & \gamma_{M-2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{M-1} & 1 + \beta_{M-1} \end{bmatrix}$$

可以通过以上迭代方法对各类结构性产品直接进行定价，而不需进行结构解析。

### 定价举例：美式认沽期权定价

我们以美式认沽期权为例描述Crank-Nicholson的定价过程。已知美式看跌期权当前股票价格为50元，执行价格为50元，到期日为5个月，股票年波动率的标准差为40%，无风险利率为10%，用有限差分法求解期权价格。

#### 参数设置

设：f 为所求期权价格，S 为股票价格，K 为执行价格，σ 为股票价格波动率，M 代表股票价格变化的步数，N 代表时间间隔。

对股票价格进行变量置换，设  $Z = \ln S$ ， $S_0$  为初始目标股票价格， $Z_0 = \ln S_0$ ；

以  $Z_0$  为轴心，Z 将分别向上下运动  $j=M/2-1$  步，并将分别向上运动至  $Z_0+j * \Delta Z$  和向下运动至  $Z_0-j * \Delta Z$ ，每一步价格增加或减少  $\Delta Z$ 。

$$Z_{\max} = Z_0 + j * \Delta Z, \quad Z_{\min} = Z_0 - j * \Delta Z,$$

$$\text{则 } S_{\max} = \exp(Z_{\max}), \quad S_{\min} = \exp(Z_{\min});$$

### 边界条件

对于美式看跌期权，有：

$$f = K \quad \text{当 } S = S_{\min} = \exp(Z_{\min}) = \exp(Z_0 - j * \Delta Z);$$

$$f = 0 \quad \text{当 } S = S_{\max} = \exp(Z_{\max}) = \exp(Z_0 + j * \Delta Z);$$

$$f = \max(K - S, 0) = \max(K - \exp(Z_0 \pm j * \Delta Z), 0);$$

### 迭代求解

对于第 (2: M, 1: N) 中的 f 值可以用公式  $M1 * f(i-1) = M2 * f(i)$  来计算。

### 几个需要注意的问题：

- 影响期权价格计算准确性的重要指标是：时间和股票价格的差分间隔、差分次数。在确定这些指标的时候，我们采用了动态的股票价格差分间隔 ( $\sqrt{3 \times T / Nt} \times \sigma$ )、固定的股价差分次数（单向 150 步）和固定的时间差分次数（250 步）。

- 由于股票价格差分步长  $\sqrt{3 \times T / Nt} \times \sigma$  会受波动率和到期时间影响，当期权处于极度价外和低波动率的情况下，计算的期权价格为负。通过分析测算，这种情况下期权价格极其接近于 0，因此，我们可以设定此种情况下期权价格为 0。

- Greeks 的计算使用差分方法：Delta 和 Vega 采用股价变动 1% 的中心差分方法计算，Theta 采用时间变动为一天的向后单边差分方法计算效果比较好；gamma 的计算需要采用动态配置股票价格变动幅度才能取得好的计算结果。

## 3、蒙特卡罗模拟法

### 基本原理

根据第二章中介绍的风险定价方法，在风险中性世界中，任何金融资产收益率都等于无风险收益率，而与具体的金融资产风险大小无关。因此，期权价格都可以通过对期权期末的收益支付在无风险中性世界中进行贴现进行实现。如果知道风险中性下标的资产价格波动的随机过程，通过模拟算法构造出标的资产价格的多种路径，并且根据期权条款进行模拟支付，并贴现之期初，产生期权的价格。因此，风险中性定价原理构成了蒙特卡罗定价方法的理论基础。

### 定价步骤

利用蒙特卡罗模拟法对结构性产品进行定价的一般步骤包括：

I) 对标的资产价格运动过程进行假设。通常对股票价格运动做出服从几何布朗运动的假设，即：



$$dS(t) = rS(t)dt + \sigma S(t)dz(t)$$

其中， $z(t)$  是标准维纳过程， $r, \sigma$  均为常数。

II) 产生服从均值为 0，方差为 1 的标准正态分布随机数，对  $dz(t)$  进行置换，并利用经过 Ito 变换后的如下方程进行迭代，产生股票价格运动路径。

$$d \ln S(t) = \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma dz(t)$$

III) 对每条路径，根据产品条款计算产品的收益，并对该收益进行贴现，得到期初的贴现值。

IV) 对所有路径的贴现值进行平均，得到该结构性产品的定价结果。

需要注意的是，一般而言模拟的路径越多，结果越准确，但是对于复杂条款的产品模拟路径增加计算时间也将加倍增加，需要对二者取个均衡的结果。另外，由于通常而言随机数产生器每次发生随机数并不一致，为了保证结果的一致性，在产生随机数时建议指定给定的随机数产生器。

### 定价举例：KOF 产品定价

我们以与众多央企在金融海啸中进行套期保值并深受其害的KODA产品特点类似的KOF产品为例，描述蒙特卡罗模拟法的定价过程。所不同的是，KOF产品为期初全额缴费，而KODA产品交纳保证金放大杠杆，二者内嵌期权特点内似。

KOF产品的主要条款如下：

图表 2 KOF（折价收集 50ETF）产品条款

产品名称	KOF（折价收集 50ETF）结构型人民币理财计划
挂钩标的	上证 50ETF（上海证券交易所代码：510050.SH）
交割价格（X）	起息日 50ETF 收盘价格的 88%（假设为 1.984）
敲出价格（K）	起息日 50ETF 收盘价格的 105%（假设 2.367）
存续期	12 个月，如果在产品存续期内的某个交易日，50ETF 收盘价格达到或超过敲出价格，产品提前终止（该交易日称作敲出日）
1 份 KOF 本金	1 份 KOF 约定为：按照交割价格为持有人每日收集 100 个 50ETF 基金单位，直至产品敲出或到期为止。因此，按照一年 250 个交易日计算的 1 份 KOF 本金 = 交割价格 × 100 个基金单位 × 250 天
认购 KOF 份数	认购 KOF 份数 M = 认购资金 ÷ 1 份 KOF 本金 (四舍五入精确到 0.0001)
结算规则	每个月所有交易日均未敲出，月末投资者获取：KOF 份数 × 月末收盘价 × 100 个基金单位 × 该月交易日；某月的某个交易日敲出，投资者获取：KOF 份数 × 该日收盘价 × 100 个基金单位 × 该月截止该日的交易天数 + KOF 份数 × 交割价格 × 100 个基金单位 × 存续期内剩余交易天数

资料来源：平安证券

### 理论价值测算：

由于该产品是嵌入上涨敲出认购与上涨敲出认沽期权的路径依赖障碍期权，产品理论价值难以用解析解表达，我们对产品理论价值的测算通过蒙特卡罗模拟法完成。主要的定价思路如下：

(1) 用蒙特卡罗模拟法在初始价格、敲出价格、交割价格、波动率以及无风险利率已知的前提下产生 50000 条剩余期限内每日收盘价的路径；

(2) 通过对每条路径未来走势，以及产品的条款分析产品未来的现金支付。主要流程如下：

—— 顺序监控某月所有交易日内均无敲出，则在月末以每股支付月末收盘价格进行结算，结算的股数为该月的交易日 $\times$ 100 个基金单位 $\times$ KOF 份数。

—— 如果在某月的某个交易日敲出，则以该日收盘价进行结算，结算股数为该月截止敲出日的交易日 $\times$ 100 个基金单位 $\times$ KOF 份数；同时，产品结束并归还剩余本金。

对每条路径的所有结算现金流按照无风险利率进行贴现，得到该路径下产品的理论价值。

(3) 按照上述方法对 50000 条路径下产品价值进行测算，并对每条路径下的结果求均值，得到产品的理论价格。

### 敏感性测算：

数值法 Greeks 的测算不同于解析解的 Greeks，后者直接进行求偏导进行测算。对于蒙特卡罗模拟方法测算结构性产品的 Greeks，需要按照不同的初始价格变化，利用蒙特卡罗模拟法得到不同价格下的结构性产品的价格，并根据以下公式进行测算：

#### Delta:

$$\Delta = \frac{f(S \times (1 + 1\%)) - f(S \times (1 - 1\%))}{2 \times S \times 1\%}$$

#### Gamma:

$$\Gamma = \frac{f(S \times (1 + 1\%)) - 2 \times f(S) + f(S \times (1 - 1\%))}{(S \times 1\%)^2}$$

#### Vega:

$$\text{Vega} = \frac{f(\sigma + 1\%) - f(\sigma - 1\%)}{2}$$

#### Theta:

$$\text{Theta} = f(t - 1) - f(t)$$

#### Rho

$$\text{Rho} = \frac{f(r + 0.01\%) - f(r - 0.01\%)}{2}$$

其中， $f(\cdot)$  为不同参数变化时测算得到的结构性产品的理论价值。

## 四、风险中性业务模式回顾

### 1、风险中性业务：获取波动率收益

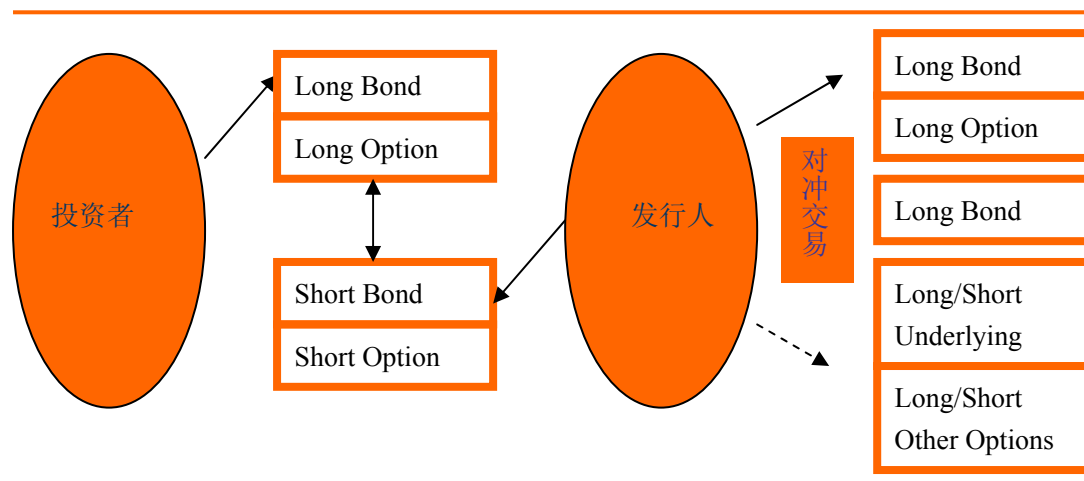
国外的经验表明，股票挂钩结构性产品的发行人通常通过其他衍生工具、标的股票等金融工具对冲各类市场 Greeks 风险，不以判断标的股票方向赚取趋势性收益为目的，而是获取产品发行波动率与对冲波动率的波幅差收益。由于投资者获取的是股票方向性的趋势化收益，发行人与投资者获取市场不同性质的收益，二者不是零和博弈的对赌关系，结构性产品的发行业务属于风险中性业务。

## 2、实施风险中性业务的基础：动态对冲

作为风险中性业务的发行人，其并不是以追求高收益为目的，更不是以投资人进行对赌为目的。发行人需要为发行产品的风险进行对冲，实时监控各类 Greeks 风险，对其进行有效的风险对冲，使得各类风险控制在风险限额范围内。

结构性产品风险中性业务的核心是动态对冲。由于其避免与投资者进行对赌，需要对发行后承受的风险进行分解，通过对挂钩证券/指数及其衍生产品的交易，对各类风险进行对冲，享受市场波动率相对成本波动率差带来的收益。这类收益，并不以判断市场走向博取 Delta 收益，而是获取与市场方向无关的 Vega 收益。

图表 3 结构性产品风险中性模式示意图



数据来源：平安证券

## 五、动态对冲原理

### 1、BS 定价过程揭示了动态对冲的思想

BS 期权定价模型的诞生为日后金融工程技术的发展以及各类金融工具的产生起着里程碑式的作用。其建立的基础为无套利定价模型，即在一定的条件下，期权收益可以通过标的资产和无风险债券进行复制。

在股价服从几何布朗运动以及其他若干假设下（详情请见定价篇），根据 Ito 定理，任何期权以及标的资产的收益都受相同的随机因素  $dz(t)$  的影响，通过一定的股票与期权构造投资组合，可以消除该不确定性。相应的投资组合为：

$$-1 \text{ 个单位期权} + \frac{\partial f}{\partial s} \text{ 个单位股票}$$

即，发行人卖出一个单位期权的同时，买入  $\frac{\partial f}{\partial s}$  个单位股票进行对冲，通过构造该对冲组合 II，在无套利的情况下，使得在极短的时间内，组合价值的变化独立于股价的变化，而只与市场中的无风险收益相关，即：

$$dII = Irdt$$

通过一系列的数学推导，得到期权定价的 BS 方程：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} + rS \frac{\partial f}{\partial S} - rf = 0$$

无套利定价原理不仅可以对各类期权进行定价，同时也表明了，期权可以通过标的资产与无风险收益债券进行动态复制。这也就是为什么当前国内没有期权市场，但是仍然可以发行结构性产品，通过动态对冲实施风险管理的原因。

## 2、Delta 不是动态对冲的全部

通过以上 BS 定价的过程可以发现，结构性产品的发行商可以在卖出产品后，买入 Delta ( $\frac{\partial f}{\partial s}$ ) 份标的股票，随着时间变化以及 Delta 值的变化，连续调整组合中所持有的标的股票数量。这种只根据 Delta 值的变化随时间调整对冲仓位的策略，通常被称为 Delta 中性策略。

然而对于内嵌期权的非线性结构性产品而言，仅仅对冲 Delta 是不够的。通过对期权价格关于各变量的偏导，得到：

$$df = \frac{df}{ds} ds + \frac{d^2 f}{2ds^2} ds^2 + \frac{df}{d\sigma} d\sigma + \frac{df}{dt} dt + \frac{df}{dr} dr \dots \quad \text{即：}$$

$$df = \text{Deltads} + \frac{1}{2} \text{Gammads}^2 + \text{Vegad}\sigma + \text{Thetadt} + \text{Phodr} \dots$$

通过上式可以看出，Delta 风险管理不是动态对冲的全部，对于结构性产品而言，Gamma、Vega、Theta 等风险同样重要，对于复杂结构性产品而言，更高阶的风险依然不能忽视。

由于 Gamma、Vega、Theta 等风险的对冲需要期权才能实施，当前国内期权市场的缺失使得这类风险无法对冲，为仅实施 Delta 对冲带来众多难度，包括：

I) Gamma 反应了股价变化时 Delta 的变化幅度，过高的 Gamma 导致 Delta 变化加大，在对冲交易中面临冲击成本以及交易成本较高等难点。尤其是对于股票价格波动较大的市场中持有较高的 Short Gamma 头寸，发行人将在高买低卖的 Delta 对冲中直接实现亏损。

II) Vega 反应了期权价格对隐含波动率的敏感性。BS 定价的重要假设是波动率是不变的。然而，期权市场中的隐含波动率始终在变化，其与股票价格构成影响期权价格最重要的两个因素。优秀的期权交易员，可以通过对冲 Delta 风险捕捉波动率的趋势变化获取风险中性收益。对于内地缺乏期权市场的结构性产品业务而言，无法通过建立 Vega 头寸直接获取隐含波动率的收益或者对冲其风险，其 Vega 风险的体现在于产品存续过

程中 Gamma 风险的累积。由于无法对冲 Vega，发行人产品发行后只能被动的等待标的股票实际波动率的变化结果，成为国内业务开展过程中无法规避的 Vega 风险。因此，产品设计初始波动率的选择将成为发行人的最大难题。

### 3、动态对冲举例——恒指场内期权对冲交易

我们以 08 年平安证券衍生产品部参与的香港恒生指数场内期权模拟交易为例，描述实施动态对冲的过程。

图表 4 香港恒生指数期权模拟对冲交易

日期	恒生指数	持仓情况 (张)			风险暴露头寸 (万元)				日盈亏 (万元)
		HSI2400 0C8. HF	HSI2400 008. HF	HSIc1 (Future)	Delta ¥	Gamma1%¥	Vega ¥	Theta 1-Day	
<b>29-Feb-08</b>	<b>24331.67</b>	<b>2.00</b>	<b>(30.00)</b>	<b>(10.00)</b>	<b>464.14</b>	<b>(113.37)</b>	<b>(369.32)</b>	<b>7.93</b>	
3-Mar-08	23584.97	2.00	(30.00)	(15.00)	205.60	(110.30)	(343.94)	2.94	(9.16)
4-Mar-08	23119.87	2.00	(30.00)	(15.00)	428.66	(108.15)	(321.16)	2.82	(13.96)
5-Mar-08	23114.34	2.00	(30.00)	(15.00)	397.33	(100.44)	(316.23)	3.23	(23.72)
6-Mar-08	23342.73	2.00	(30.00)	(15.00)	356.32	(118.52)	(314.58)	2.96	40.97
7-Mar-08	22501.33	2.00	(30.00)	(21.00)	284.48	(118.50)	(229.50)	4.87	(14.20)
10-Mar-08	22705.05	2.00	(30.00)	(24.00)	(323.90)	(110.95)	(250.84)	3.00	(33.94)
11-Mar-08	22995.35	2.00	(29.00)	(24.00)	(511.29)	(120.35)	(247.95)	3.05	26.84
<b>12-Mar-08</b>	<b>23422.76</b>	<b>12.00</b>	<b>(29.00)</b>	<b>(23.00)</b>	<b>(220.13)</b>	<b>(54.40)</b>	<b>(166.62)</b>	<b>2.99</b>	<b>(37.00)</b>
13-Mar-08	22301.64	12.00	(29.00)	(25.00)	287.60	(62.09)	(62.26)	12.75	61.38
14-Mar-08	22237.11	12.00	(29.00)	(25.00)	64.48	(62.12)	(103.89)	4.37	(31.78)
17-Mar-08	21084.61	12.00	(29.00)	(28.00)	22.47	(24.40)	(30.79)	0.39	(56.84)

数据来源：平安证券

**交易初始：**由于认沽期权 HSI24000O8 引申波幅在 45% 左右，认购期权 HSI24000C8 引申波幅在 38% 左右，同时指数实际波动率在 35% 左右，我们在 2008-2-29 卖出 30 份认沽，买入 2 份认购期权，同时卖出 10 份即月股指期货进行对冲。由于看多第二日指数走势，并没有完全对冲，组合当日收盘头寸 Delta 暴露 464.14 万元。

**第二日，**恒生指数暴跌 3.07%，由于前日留有 Delta 正头寸 464.14 万元，导致该日 Delta 亏损达到 13 万元左右。由于头日 Gamma 产生负头寸，在指数下跌时导致当日 Delta 头寸增加 300 多万元，为了降低当日收盘后的 Delta 风险，在 08-3-3 日这天，继续做空 5 张合约，Delta 暴露降至 205.60 万元。

**08 年 3 月上旬，**恒指波动加大，为了降低 Gamma 风险，我们在 **08-3-12** 买入 10 份认购期权，把 Gamma 头寸降至 54.40 万元，并看空指数走势，保留负的 Delta 头寸-220.13 万元。

**08-3-13 日，**恒指继续暴跌 4.79%，3-12 收盘持有的-220.13 万元头寸产生近 80 万的利润，扣除 Gamma 以及 Vega 的亏损，当日收益在 60 万元左右。

从上述过程，我们近半个月的操作整体损失近 90 万元，其中，Delta 亏损近 60 万元，由于我们看空波动率保留 short gamma、short vega，而期间恒指波动加剧，产生近 30 万元的损失。因此，Delta 是动态对冲首要管理的风险，但不并是期权交易的全部，Gamma、Vega 在内嵌期权的结构性产品发行中也需特别关注。

## 六、波动率交易策略

### 1、波动率演化类型

结构性产品风险中性业务的核心就是获取波动率差的收益。通常而言，波动率以标的资产价格的标准差来衡量。波动率对于期权而言，不仅仅只是意味着标准差，在期权等非线性产品的交易领域，波动率之于期权与利率之于债券存在某种类似性。我们以利率为类比，说明波动率的演化类型。

对于债券价值的衡量，最早通常由其绝对价格衡量。很快，分析师发现用利率衡量债券的相对价值更科学，并由此提出了到期收益率、利率期限结构以及远期收益率曲线等多种评估债券价值的模型。

BS 公式中首次引入了波动率做为期权定价的参数，类似于到期收益率作为债券价值定价的参数一样，期权的报价也可以以隐含波动率来度量。相对于债券的利率期限结构，通常，不同期限的债券具有不同的到期收益率（假设信用等级相同）。不同期限以及不同行权价的期权也有不同的隐含波动率，构成隐含波动率曲面。只是，隐含波动率曲面中波动率取决于期限与行权价二维参数，较之利率期限结构更复杂。

债券到期收益率最大的影响因素来自于基础利率的变化。类似的是，期权隐含波动率与标的资产的未来存续期内的实际波动率密切相关。标的资产实际波动率的变化、期权自身引申波动率的趋势变化判断等均构成期权投资的重要课题。

### 2、捕捉实际波动率：Gamma V.S Theta

#### 基本原理：

前面，我们提到了期权隐含波动率本质上由剩余期限内标的资产未来实际波动率决定。当判断某个期权的隐含波动率存在明显的高估（低估）时，可以通过标的资产与该期权利用 Delta 动态对冲的方法捕捉该差异收益。以持有欧式认购期权的多头为例，说明该收益率差是如何产生的。

对于持有欧式认购期权的多头投资者，同时卖空 Delta 份股票进行动态对冲。当标的资产价格瞬间  $\Delta t$  内变化幅度为  $\Delta s$ ，当隐含波动率、无风险利率保持不变的假设下，由于 Gamma 以及 Theta 的存在，投资组合的净收益为：

$$\text{投资组合收益} = \frac{1}{2} \text{gamma} \Delta s^2 - \text{theta} \Delta t = \frac{1}{2} \text{gamma} (\Delta s^2 - \sigma^2 s^2 \Delta t)$$

由此，我们可以发现 Delta 对冲的投资组合收益与股票实际波动率、期权隐含波动率存在相关性。当  $\sigma = \frac{\Delta s}{s} \sqrt{\Delta t}$  时，瞬间  $\Delta t$  时间内投资组合的收益为 0。而通过方差的表达式

式可以把  $\frac{\Delta s}{s} \sqrt{\Delta t}$  理解为  $\Delta t$  时间内股票的实际波动率。尽管每天的 gamma 不一样，但是，我们由此能看出来如果实际波动率与隐含波动率存在较大的差异，我们可以用 Delta 动态对冲的手段从中套利。

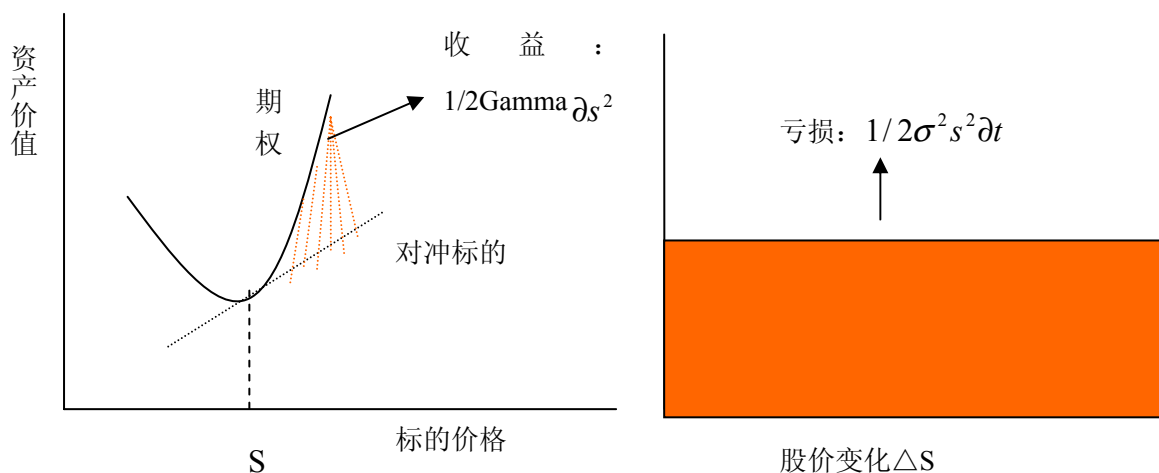
当然，如果要精确的获取股票实际方差与隐含波动率的平方之间差的收益，需要构造期

权组合使得组合 gamma 与  $\frac{1}{S^2}$  成比例，假设比例系数为 m，投资组合期末收益为：

$$PL = \frac{1}{2} m * \left( \frac{\sum_{i=0}^{T-1} (\frac{\partial s_i}{S_i})^2}{T-1} - \sigma^2 \right)$$

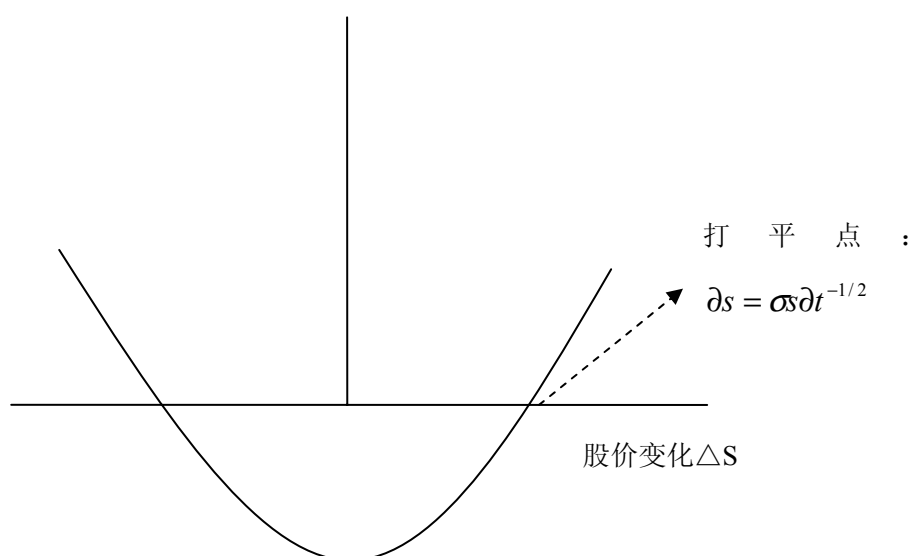
以下的图表 5、图表 6 展示了对冲组合的 PL 产生过程。

图表 5：对冲组合 Gamma 收益与 Theta 损失



数据来源：平安证券

图表 6：对冲组合总收益



数据来源：平安证券

### 捕捉实际波动率的便利工具：波动率（方差）互换

从上述捕捉实际波动率与隐含波动率差的过程可以发现，仅仅通过期权合约和标的资产进行 Delta 对冲完全捕捉该套利收益实施难度较大，主要包括：

- I) 完美的对冲几乎不可能，BS 定价过程要求的连续时间对冲成本太高。
- II) 由于每日需要构造期权组合的 Gamma 与初始价格倒数成正比，且要求期权的隐含波动率保持不变，几乎难以找到。
- III) 现实中，股票价格通常带跳跃，并不完全服从几何布朗运动。

由于不少投资者对博弈股票未来实际波动率的变化感兴趣，在欧美等成熟市场逐渐出现了新的衍生品产品，即 Volatility Swap、Various Swap 等。这些合约以股票实际波动率为标的，期末以标准的公式计算实际波动率进行结算获取波动率差的收益。

#### Vol Swap 合约举例：

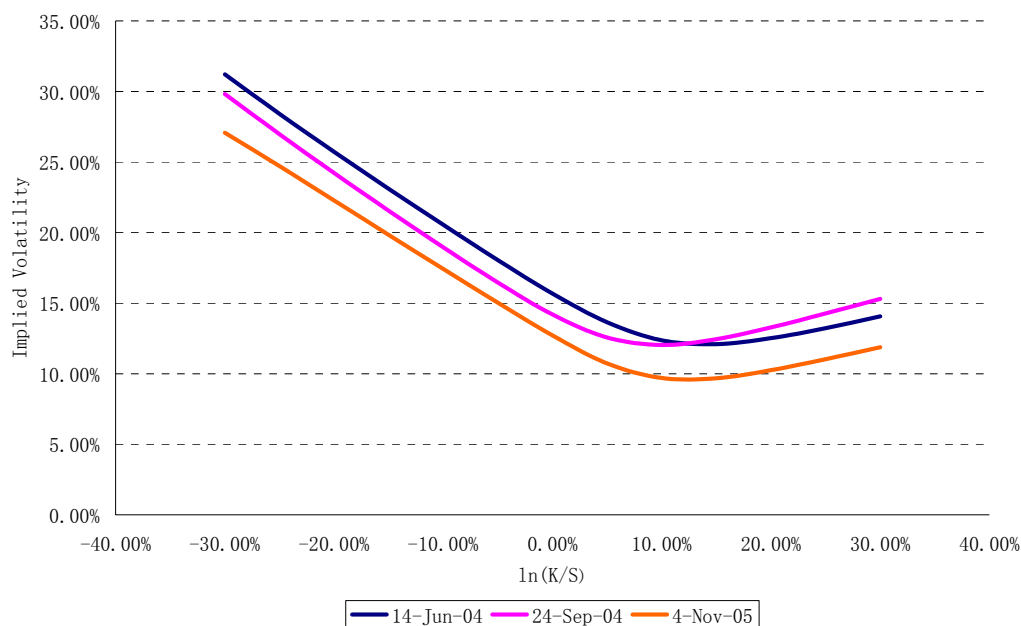
多空双方二投资者为了博弈未来 S&P500 指数未来三个月的实际波动率，合约规定，如果未来指数以标准差计算的波动率高于 30%，每高一个波幅点空方付给多方 50 美金，反之，每低于 30% 一个波幅点多方付给空方 50 美金。如果三个月以后，S&P500 指数实际波幅在 45%，合约的卖出方将亏损  $15 \times 50 = 750$  美金。通常，持有大量正 Vega 头寸的投资者会持有该合约的空头进行避险。

### 3、隐含波动率趋势交易：Trade Vega

上面提到了隐含波动率反映的是期权市场报价隐含的波动率情况，反映了市场上投资者对标的股票的波动率在未来一段时间的变化预期。全球大多数指数的隐含波动率均和期权期限强相关，存在明显的波动率“Smile”，在某种程度上可以由不同期限的实际波动率的不同产生不同的期权复制成本来解释；同时，隐含波动率与行权价也有较强的相关性，存在较明显的波动率“Skew”，临近期末期权的 Gamma 大小非常敏感，影响期权的复制成本，可以作为产生 Skew 的一种解释。

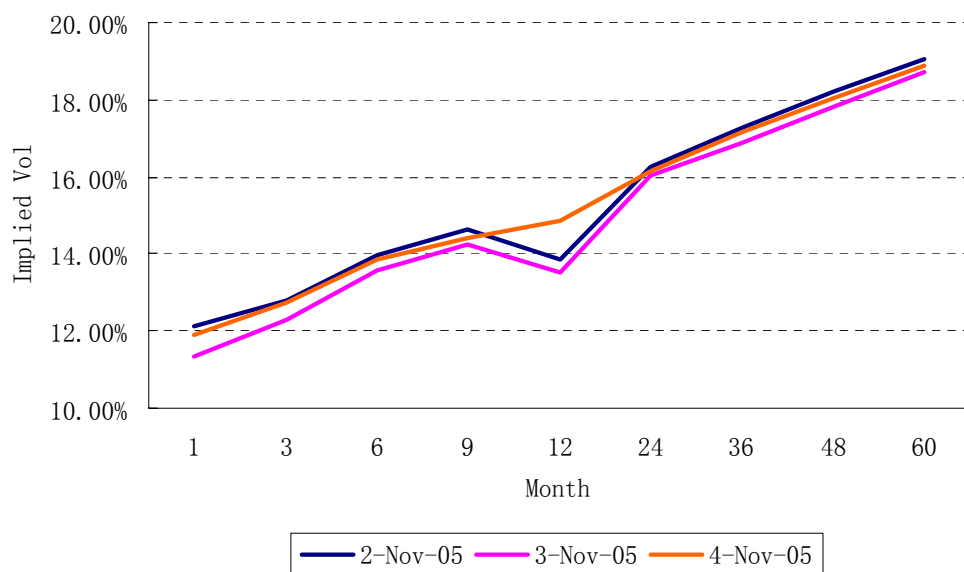
#### 图表 7：S&P500 指数期权 3M Implied Vol Skew





数据来源：平安证券

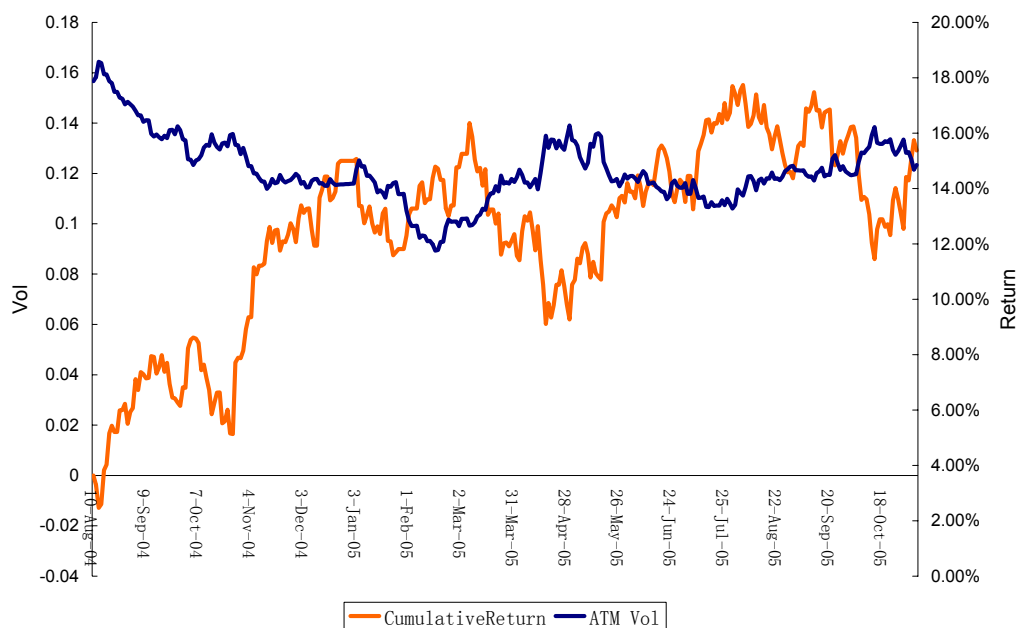
图表 8：S&P500 指数 ATM（价平）期权 Implied Vol Smile



数据来源：平安证券

正是由于隐含波动率反应了投资者的预期，结合对实际波动率的变化情况，投资者可以对隐含波动率的趋势变化判断获取 Vega 收益。从图表 9 我们可以发现，S&P500ATM、1Y 期权隐含波动率 04 年 9 月至 04 年 10 月波动较大，如果投资者判断准确做空 Vega，能获得不错的收益。然而纯粹的 Vega 交易策略仍然具备不小的风险，需要对期权的 Delta、Pho 等风险进行良好的对冲。

图表 9：S&P500 指数 ATM（价平）、1Y 期权隐含波动率与指数收益走势对比



数据来源：平安证券

## 七、国内结构性产品对冲中的几个问题

国内由于没有期权市场，发行人发行结构性产品面临无法对冲高阶Greeks风险引发如下几个重要的问题包括：Delta对冲成为国内发行人的唯一选择、发行波动率的确定难点、障碍期权在Delta对冲中交易难点、交易频率对Delta对冲的影响等。下面分别对这些问题进行初步探讨，并揭示其中的风险与相关应对措施。

### 1、Delta 对冲成为目前内地的唯一选择

上文提到了对于结构性产品（期权）的风险，Delta不是动态对冲的全部，Gamma、Vega也非常重要。但是，国内缺乏期权市场，同时结构性产品发行方无权随意赎回产品控制风险，使得Delta对冲几乎成为国内发行人的唯一选择，我们认为只要发行波动率控制得到，仅Delta对冲是可行的。我们以上文提到的KOF产品为例说明Delta对冲的过程，以及发行人获利的来源。

图表 10 KOF（折价收集 50ETF）产品条款

产品名称	KOF（折价收集 50ETF）结构型人民币理财计划
挂钩标的	上证 50ETF（上海证券交易所代码：510050.SH）
交割价格（X）	起息日 50ETF 收盘价格的 88%（假设为 1.984）
敲出价格（K）	起息日 50ETF 收盘价格的 105%（假设 2.367）
存续期	12 个月，如果在产品存续期内的某个交易日，50ETF 收盘价格达到或超过敲出价格，产品提前终止（该交易日称作敲出日）
1 份 KOF 本金	1 份 KOF 约定为：按照交割价格为持有人每日收集 100 个 50ETF 基金单位，直至产品敲出或到期为止。因此，按照一年 250 个交易日计算的 1 份 KOF 本金 = 交割价格 × 100 个基金单位 × 250 天
认购 KOF 份数	认购 KOF 份数 M = 认购资金 ÷ 1 份 KOF 本金

(四舍五入精确到 0.0001)

**结算规则**

每个月所有交易日均未敲出，月末投资者获取： $KOF \text{ 份数} \times \text{月末收盘价} \times 100 \text{ 个基金单位} \times \text{该月交易日}$ ；某月的某个交易日敲出，投资者获取： $KOF \text{ 份数} \times \text{该日收盘价} \times 100 \text{ 个基金单位} \times \text{该月截止该日的交易天数} + KOF \text{ 份数} \times \text{交割价格} \times 100 \text{ 个基金单位} \times \text{存续期内剩余交易天数}$

资料来源：平安证券

根据2009年11月9日收盘价计算，该KOF的交割价格为1.984元，敲出价格为2.367元。产品关键条款交割价格为收盘价的0.88，以及敲出价格为收盘价格的1.05，隐含产品期权引申波动率在35%左右。由于该产品可以分解为：

$$KOF = \text{up-and-out 认购期权多头} + \text{up-and-out 认购期权空头}$$

因此，对于产品发行人来说风险状况为Short Delta、Long Gamma、Long Vega、Short Theta等。意味着发行人预期未来50ETF实际波动率会远高于35%，其可以通过Delta动态对冲获取该波动率收益。我们产生实际波动率在48%左右的一条路径，该路径在第17个交易日触发敲出价格，产品结束，发行人的对冲获利过程如图表11。发行人在发行过程中，每份KOF动态对冲交易收入1397.06元，扣除对冲成本191.64元，付给投资者的敲出结算（按照17个交易日结算）亏损651.41元，发行人总共获利554.01元。

**图表 11 KOF（折价收集 50ETF）产品发行对冲获利过程**

50ETF 价格	KOF Delta 值	组合 DeltaC	Delta 中性交易	交易现金流	交易成本	产品状态
2.254	11207	-11207	11207	(25260.58)	75.78	发行首日
2.213	11670	-463	463	(1024.81)	3.07	
2.222	11433	237	-237	526.69	1.58	
2.225	11173	260	-260	578.45	1.74	
2.226	11023	150	-150	333.87	1.00	
2.238	10674	349	-349	781.12	2.34	
2.238	10558	116	-116	259.63	0.78	
2.266	10119	439	-439	994.94	2.98	
2.233	10425	-306	306	(683.21)	2.05	
2.246	9996.8	428.2	-428.2	961.56	2.88	
2.236	10080	-83.2	83.2	(186.01)	0.56	
2.274	9488.4	591.6	-591.6	1345.47	4.04	
2.273	9277.7	210.7	-210.7	478.88	1.44	
2.306	8726.5	551.2	-551.2	1271.06	3.81	
2.347	8696.5	30	-30	70.40	0.21	
2.329	10451	-1754.5	1754.5	(4086.67)	12.26	
<b>2.396</b>	<b>0</b>	<b>10451</b>	<b>-10451</b>	<b>25036.28</b>	<b>75.11</b>	<b>敲出</b>
<b>对冲交易收入：</b>		<b>1397.06</b>	<b>交易成本：</b>	<b>(191.64)</b>	<b>敲出结算：</b>	<b>(651.41)</b>
<b>发行总收益：</b>		<b>554.01</b>	<b>投资者获利</b>	<b>651.41</b>		

资料来源：平安证券

根据以上获利过程我们同时发现，由于发行人每日收盘严格Delta中性，因此KOF产品的

发行人收益不是来自与投资者的对赌收益，而是来自于对冲过程中每日Gamma与Theta的差额收益总和，即50ETF实际波动率与发行隐含波动率的差。由于50ETF处于上升通道，其波动率也大于发行成本波动率，最后使得发行人与投资者达到双赢。由此我们看出，部分国内外投资者投资KODA巨亏事发后，媒体一味的指责发行人行骗是有失公平的，投资者对风险的控制不当、标的资产趋势变化判断错误才是巨亏的关键！

## 2、产品设计的难题：期权缺乏下的Volatility估计

风险中性模式下发行人的最大风险不在于标的股票的涨或者跌，而在于股票的波动幅度。由于国内目前缺乏可自由交易的期权产品对冲Vega风险，发行人在只存在Delta动态对冲唯一风险控制手段的情况下，一旦股票实际波动率朝不利方向变动，并且在不能随意赎回产品的情况下只能听天由命，祈祷菩萨保佑。我们认为，这类风险只能通过如下两种方法进行控制：保守的波动率估计、选择优秀的Delta交易员。

### 保守的波动率估计：

为了在一定程度上把发行人所暴露的该类风险降到最低，需要发行人在产品设计时满足客户需求的情况下尽可能的选择最有利于自己的波动率，留足足够的利润空间抵御风险。

我们仍然以上述KOF产品为例，说明产品设计过程中对关键条款隐含设计波动率的设定的选择思路。

产品设计时，由于KOF产品特点对发行而言是Long Vega，意味着设计的波动率越低对发行人越有利，但是对投资者不利条款吸引力降低。为了权衡二者的关系，对不同波动率下的收益情况进行情景分析。分析的主要步骤包括：

- 1、对每个波动率模拟产生10000条路径；
- 2、对每个波动率，每条路径进行Delta中性动态对冲，以及模拟结算；
- 3、计算给定波动率每条路径的发行人的收益；
- 4、计算每个波动率预期收益率以及95%分位下收益；
- 5、根据实际波动率、预期收益情况以及投资者对条款偏好确定最终设计波动率。

图表12 KOF产品不同波动率下模拟对冲收益测算

波动率	发行 Margin (发行规模计)	预期收益率 (自有资金杠杆 1:9)	95%概率下收益率 (自有资金杠杆 1:9)
18%	-3.04%	-27.43%	-71.56%
20%	-2.20%	-19.89%	-61.33%
25%	-0.47%	-4.23%	-36.36%
30%	0.89%	8.30%	-13.32%
35%	2.02%	18.43%	5.16%
40%	2.94%	26.76%	13.99%
45%	3.74%	34.01%	18.45%
50%	4.45%	40.15%	20.20%

资料来源：平安证券

根据图表12的结果，我们发现，前述KOF产品关键条款（K0 105% Strike 88%）在波动率30%左右的情况下发行人刚好不亏损，考虑到发行中间费用以及收益情况，以发行规模计的整体收益在3%左右可以接受。而该收益对应的波动率为40%左右，考虑到产品推出期间50ETF实际波动率过去一年的实际波动率在40%——50%之间，我们认为该

收益达到概率非常高。因此，最终确定以（105%，88%）条款推出该产品。

### 选择优秀的Delta交易员：

尽管发行人不是以获取Delta收益为目的，但是在Delta对冲成为唯一选择，股票实际波动率发生不利情况下，通过Delta限额范围内获取Delta的超额收益成为不得已而为之的选择。优秀的衍生品交易员，不仅具备对期权定价的数量基础，更应该具备良好的市场感觉与交易能力。特别是产品发行后，发行人在Delta方面不仅可以通过做多赚钱而且可以做空赚钱的情况下，交易员的短线交易能力对于业务的开展尤为重要。

### 3、对冲交易频率的选择：避险误差 V.S 交易成本

从BS定价模型的推导发现，期权的价值等于Delta对冲组合复制成本的前提是进行连续对冲，然而由于交易成本的存在，连续对冲的代价相对较高，对冲交易频率的选择需要权衡交易成本与避险误差。

#### 欧式期权避险误差：

假设在欧式认购期权合约期间内，对冲组合进行N次调整（对冲频率为剩余期限T/N），期间对冲组合的总避险误差为：

$$HedgeError = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \gamma_i \sigma^2 s_i^2 \Delta t (1 - w^2)$$

其中， $w$  服从标准正态分布。

从避险误差的计算函数可以看出，由于非连续对冲，导致最终的避险收益为卡方分布。

#### 对冲收益的路径依赖性：

也正是因为非连续对冲的原因，使得日常捕捉实际波动率收益的时候与具体的路径存在依赖性。所幸的是，避险误差收益分布的波动率相对较低，高盛衍生品分析师Michael Kamal认为可以通过以下函数进行估计：

$$\sigma_{HedgeError} = Vega \frac{\sigma}{\sqrt{2N}}$$

由该估算函数我们发现，避险误差分布标准差依赖于期权的Vega、隐含波动率以及对冲次数。对于期限在1年，每日进行对冲的情况下，波动非常小。对于期初结构性产品设计时采用通过期权定价公式进行预期收益估计的测算方法是可行的。

#### 对冲频率的现实选择：日Delta限额管理下的交易放权

通过避险误差的计算公式可以发现对冲频率越高避险误差越低，对冲组合收益对路径依赖性更弱，捕捉Vega收益可靠性越高。但是，频率的加大带来交易成本的增加，在存在交易成本的条件下如何进行定价与对冲，理论界提出了很多模型。Wilmott（1994）、Leland（1985）均提出通过调整波动率在BS框架下进行带交易成本的避险比例测算方法。Whalley和Wilmott（1993）提出了Delta区间避险策略，即指当Delta超出预定范围时才调整标的股票的对冲头寸。

我们认为，交易是门科学更是门艺术，把理论模型研究与交易员的主观能力相结合，在

有效的风险管理策略下实施应用，更具有实务操作性。由于通常对波动率的估算一般用日收盘数据，并且公司多数业务的结算以及风险管理以日收盘数据来考察，因此，我们认为对期权交易员的风险进行日考察，每日给定其风险限额，在不超过风险限额的情况下鼓励交易员发挥自己的判断能力进行自由交易，这样不仅能控制整体业务风险，更能激励交易员的潜质使得业务收益的最大化。

#### 4、障碍期权的对冲：KO附近存在交易难点

由于投资者需求的多样性，派生出条款极具特色的各类奇异期权，而隐含可赎回、回售条款体现的障碍期权越来越占据了非常重要的位置。以上述的KOF产品为例，敲出条款的存在是对发行人的保护，其期权特性是上障敲出的期权形态。发行人设置此条款初衷是为了保护自己，但是，该条款的存在在对冲时带来一定的实务操作难点。

从图表11的50ETF的变化路径发现，在第17个交易日，收盘价高于敲出价格，产品结束，即原有产品结构中存在的期权瞬间消失，Delta头寸瞬间为0。对此，交易员需要解除现有所有现货头寸10451股，腾出现金应付结算。如果价格回到敲出价以内，交易员不需要解除所有现货头寸，只需要根据当日的Delta变化进行日常的少量Delta交易。如果在第17个交易日收盘的前10分钟内，收盘价在敲出价附件振荡，将为交易员带来两难的选择，是否解除现有头寸？即使交易员非常优秀，成功判断股票变化趋势决定解除所有头寸，如此大的交易量也为交易员交易产生较大的交易成本以及冲击成本。

这些特定环境下障碍期权对冲产生的额外成本也需要产品发行人在产品设计时做好充分的估计。

## 风险提示:

- 证券市场是一个风险无时不在的市场。您在进行证券交易时存在赢利的可能,也存在亏损的风险。请您务必对此有清醒的认识,认真考虑是否进行证券交易。
- 市场有风险,投资需谨慎。

此报告旨在发给平安证券有限责任公司(以下简称“平安证券”)的特定客户及其他专业人士。未经平安证券事先书面明文批准,不得更改或以任何方式传送、复印或派发此报告的材料、内容及其复印本予任何其它人。

此报告所载资料的来源及观点的出处皆被平安证券认为可靠,但平安证券不能担保其准确性或完整性,报告中的信息或所表达观点不构成所述证券买卖的出价或询价,报告内容仅供参考。平安证券不对因使用此报告的材料而引致的损失而负上任何责任,除非法律法规有明确规定。客户并不能尽依靠此报告而取代行使独立判断。

平安证券可发出其它与本报告所载资料不一致及有不同结论的报告。本报告及该等报告反映编写分析员的不同设想、见解及分析方法。报告所载资料、意见及推测仅反映分析员于发出此报告日期当日的判断,可随时更改。此报告所指的证券价格、价值及收入可跌可升。为免生疑问,此报告所载观点并不代表平安证券有限责任公司的立场。

平安证券在法律许可的情况下可能参与此报告所提及的发行商的投资银行业务或投资其发行的证券。

平安证券有限责任公司2009版权所有。保留一切权利。

## 平安证券有限责任公司

### 综合研究所

地址:深圳市福田区金田路大中华国际交易广场8层

邮编:518048

电话:(0755)22200900

传真:(0755)82449257