OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DOS INSTITUTOS FEDERAIS - OMIF

Questão proposta por: Carlos Eduardo de Paula Abreu

Instituto: IFSULDEMINAS – Campus Três Corações

QUESTÃO 02

Para um determinado evento artístico, que será realizado na segunda fase da OMIF2020, inscreveram-se 12 pessoas. A comissão organizadora do evento decidiu que elas formariam quatro grupos de três pessoas, para um melhor aproveitamento das atividades. Para se formar os grupos, surgiram duas propostas:

- 1a) Formar quatro grupos, com os seguintes nomes: OMIF, ONLINE, DOMINGO e VINTE E CINCO DO DEZ.
- 2^a) Formar quatro grupos, mas sem nomeá-los.

Um dos participantes se interessou em verificar a quantidade de maneiras distintas com que se pode fazer a distribuição dos inscritos nos quatro grupos, de acordo com cada uma das propostas.

Pode-se dizer, em relação a estas quantidades, que:

- A) As duas propostas apresentam a mesma quantidade.
- B) A primeira proposta apresenta o quádruplo da quantidade da segunda proposta.
- C) A segunda proposta apresenta uma quantidade equivalente a um doze avos da primeira proposta.
- D) O valor absoluto da diferença entre as duas quantidades é 354 200.
- E) A quantidade de uma proposta é um número ímpar e a outra é um número par.

GABARITO: (_D_)

RESOLUÇÃO:

 $I^a proposta$ – A quantidade de maneiras distintas de se formar o grupo **OMIF** é C_{12}^3 . Para cada uma destas maneiras existem C_9^3 modos distintos de se formar o grupo **ONLINE**. Prosseguindo com o raciocínio, existem C_6^3 modos de se formar o grupo **DOMINGO**, e por fim, C_3^3 maneiras de se formar o grupo **VINTE E CINCO DO DEZ**. Pelo princípio multiplicativo, existem, então, $C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 = 220 \cdot 84 \cdot 20 \cdot 1 = 369 600$ maneiras distintas de se realizar esta distribuição.

2ª proposta – Se realizarmos o cálculo da quantidade de maneiras distintas de se realizar a distribuição dos inscritos do mesmo modo que fizemos na proposta anterior, estaremos contando em demasia, pois, agora, os grupos não são nomeados. Nesta proposta, por exemplo, a distribuição abc / def / ghi / jkl, é considerada igual à distribuição def / abc / ghi / jkl, enquanto, na 1ª proposta, elas são consideradas diferentes, já que o primeiro grupo escolhido tem um nome diferente do segundo e assim por diante.

Deste modo, definida uma possível formação para os quatro grupos, permutá-los mantém a mesma formação. Para realizarmos a "correção" com relação à contagem da 1ª proposta, basta dividirmos a quantidade obtida por 4!, que é a quantidade de maneiras possíveis de se permutar os quatro grupos. Assim, a quantidade de maneiras distintas de se realizar a distribuição de acordo com a 2ª proposta é

$$\frac{C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3}{4!} = \frac{369\ 600}{24} = 15\ 400$$

Como, $369\ 600-15\ 400=354\ 200$, a alternativa correta é a letra D.