



II OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DOS INSTITUTOS FEDERAIS SIMULADO 1ª FASE 2019

QUESTÃO 01

Em setembro de 2014, representantes de Argentina, Brasil, Paraguai, Uruguai e Venezuela anunciaram o sistema de unificação de placas dos veículos que circulam no Mercosul.

(...) De acordo com o Ministério das Relações Exteriores, a proposta nasceu no segundo semestre de 2010 e foi impulsionada pelo Brasil, durante sua Presidência Pro Tempore do Mercosul. O objetivo era “facilitar a identificação e fiscalização de veículos nos Estados Partes e contribuir para a circulação e a segurança no trânsito entre os países do bloco”.

(...) Além de, obviamente, padronizar o sistema de identificação para os veículos que circulam nos países do bloco, a unificação das placas também visa, segundo o Denatran, conferir mais segurança, “facilitar as informações entre os países, ajudar no combate à clonagem e a roubos de carga e a obter um maior controle de infrações”.

Disponível em: <https://revistaautoesporte.globo.com/Noticias/noticia/2014/11/entenda-o-novo-sistema-de-placas-do-mercosul-que-comeca-valer-em-2016.html>

O novo modelo de placas é composto por 4 letras (LLLL) e 3 números (NNN), e, no Brasil, têm seguido a ordem LLLNLNN. A figura abaixo mostra as características deste novo modelo.



Por outro lado, o modelo atual (placa cinza) é composto por 3 letras (LLL) e 4 números (NNN), segundo a ordem LLLNNNN.

Com a adoção do novo modelo, o número total de placas que podem ser formadas supera a quantidade atual. Qual é a razão entre a quantidade de placas a mais que podem ser formadas em relação ao modelo antigo a quantidade de placas antigas?

- A) 13/5
- B) 5/13
- C) 8/5
- D) 13/8
- E) 5/8

Considere o texto abaixo para responder as duas questões seguintes:

Um tema recorrente na mídia atual é a reforma da previdência, entretanto as modificações já estão sendo feitas há algum tempo. Uma alteração feita em 1999 foi a introdução de um percentual do salário, chamado “Fator Previdenciário”, que entrou em vigor com a publicação da Lei 9.876/99. A aplicação do fator previdenciário pode, conforme o caso, aumentar ou diminuir o valor do “salário de benefício”, sendo que, na aposentadoria por tempo de contribuição, inclusive a do professor, a sua aplicação é obrigatória e, nas aposentadorias por idade, por idade do deficiente físico e tempo de contribuição do deficiente físico, ela é opcional, ou seja, o fator previdenciário somente será aplicado se for mais vantajoso para o cidadão.

Esta verificação e aplicação é feita de forma automática. A obtenção do índice do fator previdenciário se dará a partir da seguinte fórmula matemática:

$$f = \frac{Tc * a}{Es} * \left[1 + \frac{Id + Tc * a}{100} \right]$$

Em que:

f = fator previdenciário;

Es = expectativa de sobrevida no momento da aposentadoria;

Tc = tempo de contribuição até o momento da aposentadoria;

Id = idade no momento da aposentadoria;

a = alíquota de contribuição correspondente a 0,31.

* indica multiplicação.

Adaptado da Fonte: <https://www.inss.gov.br/beneficios/aposentadoria-por-tempo-de-contribuicao/valor-das-aposentadorias/>

QUESTÃO 02

A melhor definição para esse fator previdenciário quando ele for considerado em função do tempo de contribuição é:

- A) Uma função linear, que gera um número que pode ser entendido como uma porcentagem.
- B) Uma função linear, que gera um número que para ser vantajoso deve ser maior que um.
- C) Uma função quadrática cujos zeros são obtidos com a resolução de uma equação incompleta.
- D) Uma função quadrática com ponto de máximo.
- E) Uma função exponencial crescente, porque a alíquota a é positiva.

QUESTÃO 03

Nas regras atuais, uma professora tem o que é chamado de “aposentadoria especial”, que é concedida a partir de 25 anos de tempo de contribuição exclusivamente como docente de ensino básico, se a soma do tempo de contribuição e sua idade for 80. Mas deve sempre utilizar o fator previdenciário para calcular seu pagamento como pensionista. (Fonte: <https://www.rededeexperiencias.com.br/atualiza/com-regras-especiais-aposentadoria-de-professores-pode-ser-antecipada>).

Considerando que uma professora, que trabalhou desde os 20 anos no ensino básico e que acabou de completar 50 anos pediu sua aposentadoria. Utilizando o atual valor inteiro da expectativa de vida (75 anos). O que acontecerá com o seu salário:

- A) Terá um aumento de aproximadamente 59,26%.
- B) Terá um aumento de aproximadamente 40,74%.
- C) Se manterá igual.
- D) Terá uma redução de aproximadamente 40,74%.
- E) Terá uma redução de aproximadamente 59,26%.

QUESTÃO 04

A tabela a seguir mostra um quadro comparativo com as notas de matemática dos 4 melhores alunos do terceiro ano do ensino médio de uma escola. O critério de desempate utilizado pelo professor foi a média das notas dos 4 bimestres.

NOME	POSIÇÃO	1º BIM	2º BIM	3º BIM	4º BIM	MÉDIA FINAL
PAFÚNCIO	1º	18	24	24	28	23,50
ABTHYLLANE	2º	16	23	22	28	22,25
PLURIOVALDO	3º	20	22	20	26	22,00
LETÍCIA	4º	17	24	22	24	21,75

Após a divulgação da classificação, Abthyllane procurou o professor alegando que suas notas estavam erradas. Segundo Abthyllane, suas notas foram 18, 21, 25 e 26, respectivamente. Depois que o professor refez os cálculos, pode concluir que:

- A) Abthyllane fica na primeira posição.
- B) Abthyllane fica na segunda posição.
- C) Abthyllane fica na terceira posição.
- D) Abthyllane fica na quarta posição.
- E) as posições não se alteraram.

QUESTÃO 05

Pensei em um número X de três algarismos. A partir das dicas abaixo, qual é esse número?

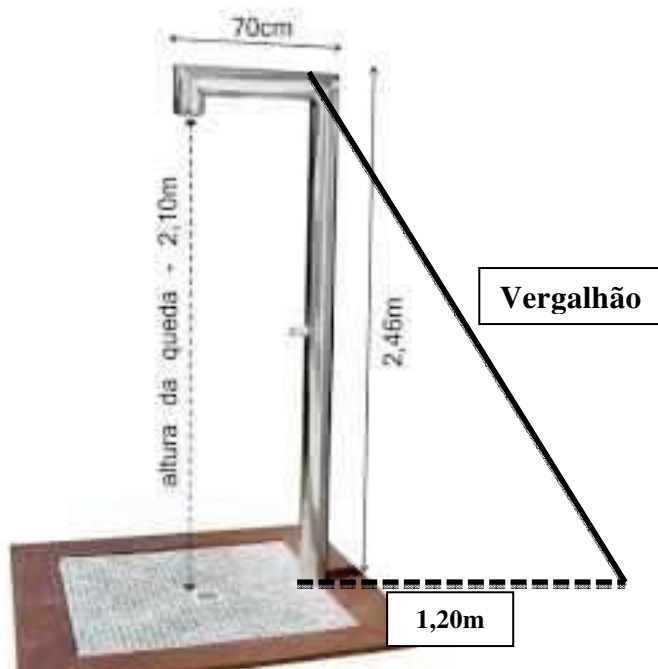
Par;
Múltiplo de 5;
Possui dígitos distintos;
Múltiplo de 4;
 $850 < X < 950$

ALTERNATIVAS DE RESPOSTA:

- A) 880
- B) 940
- C) 945
- D) 980
- E) 985

QUESTÃO 06

João comprou um chuveiro para ser instalado em sua área externa, porém como seu terreno não é plano, seu chuveiro ficou inclinado para frente e com muito tempo de uso e de muitas chuvas em sua região, João ficou muito preocupado e então resolveu colocar uma espécie de vergalhão para apoiar seu chuveiro com o solo, como mostra figura abaixo:



A altura do chuveiro é de 2,46m, a distância entre o chuveiro e o vergalhão que será introduzido é de 1,20m, sabe-se que o chuveiro com o tablado forma um ângulo reto. João gostaria de saber qual o tamanho aproximadamente do vergalhão que será colocado como apoio de seu chuveiro?

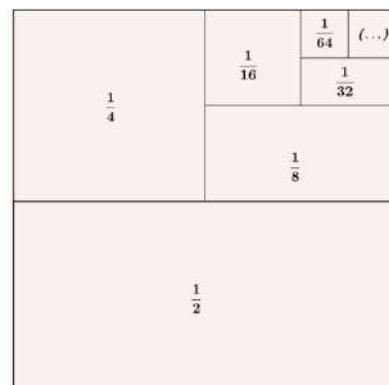
- A) 3,5 m
- B) 2,9 m
- C) 2,7 m
- D) 1,7 m
- E) 0,6 m.

QUESTÃO 07

As representações geométricas são formas que podem facilitar o entendimento de um tema matemático como também auxiliar na solução de muitos problemas sem a necessidade do uso de fórmulas. Um exemplo disso é a representação da soma dos infinitos termos de uma P.G. com razão $0 < q < 1$ como acontece

na PG $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots\right)$. Conforme a figura abaixo, as

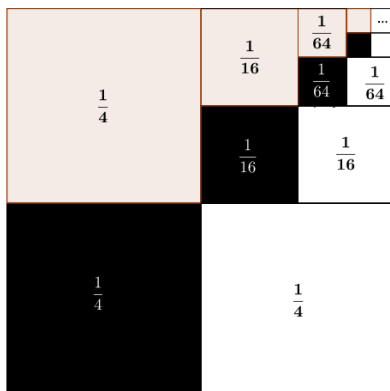
áreas de cada um dos retângulos e quadrados obtidos nas sucessivas repartições correspondem justamente às medidas dos sucessivos valores da P.G. Vê-se claramente que a união dessas "infinitas figuras" resulta no quadrado inteiro.



Logo $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots = 1$.

Com base nisso e na próxima figura, a soma dos infinitos termos da P.G. $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \dots, \frac{1}{4^n}, \dots\right)$ em unidades de área é

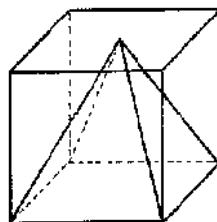
- A) $\frac{2}{3}$.
- B) 3.
- C) $\frac{1}{4}$.
- D) $\frac{1}{3}$.
- E) 2.



QUESTÃO 08

Na figura, a pirâmide tem base igual a face do cubo de aresta 4 cm e o vértice no centro da face oposta do cubo. Qual a medida da aresta lateral da pirâmide?

- A) $\frac{5\sqrt{6}}{2}$ cm
- B) 6 cm
- C) $2\sqrt{6}$ cm
- D) $\frac{72\sqrt{3}}{2}$ cm
- E) $4\sqrt{3}$ cm

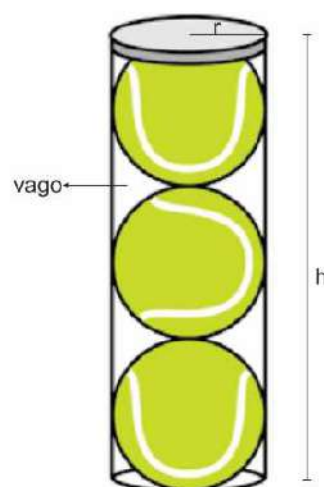


QUESTÃO 09

Uma caixa de bolas de tênis fechada, com o formato cilíndrico, contém 3 bolas de mesmo raio, que se encaixam perfeitamente, ou seja, não há folga entre as bolas e a caixa. Entretanto, há espaço vago, com ar, dentro da caixa, conforme a figura ao lado.

Determine o volume de ar existente entre o cilindro e as bolas de tênis, sabendo que o raio da caixa corresponde a 3cm.

- A) $54\pi \text{ cm}^3$
- B) $128\pi \text{ cm}^3$
- C) $162\pi \text{ cm}^3$
- D) $108\pi \text{ cm}^3$
- E) $169\pi \text{ cm}^3$



QUESTÃO 10

Uma versão do jogo *Pokémon Go* para uso em ambiente escolar foi lançada recentemente. Nela, o jogador deve utilizar conhecimentos sobre Trigonometria, antes de lançar sua *pokébola* nas capturas. Sabendo que os cinco Pokémons abaixo estavam, sob diferentes ângulos, na mira de uma *pokébola* e que foi escolhido aquele cuja cotangente do respectivo ângulo é $\sqrt{3}$, qual deles foi capturado?

Pokémon	Snorlax	Pidgey	Charmander	Mew	Jigglypuff
Ângulo no momento de lançamento da <i>pokébola</i>	$\frac{\pi}{4} \text{ rad}$	$\frac{\pi}{2} \text{ rad}$	$\frac{\pi}{3} \text{ rad}$	$\frac{5\pi}{6} \text{ rad}$	$\frac{\pi}{6} \text{ rad}$

- A) Snorlax.
- B) Pidgey.
- C) Charmander.
- D) Mew.
- E) Jigglypuff.

QUESTÃO 11

(ENEM 2016) Uma liga metálica sai do forno a uma temperatura de 3 000 °C e diminui 1% de sua temperatura a cada 30 min. Use 0,477 como aproximação para $\log_{10}(3)$ e 1,041 como aproximação para $\log_{10}(11)$. O tempo decorrido, em horas, até que a liga atinja 30 °C é mais próximo de

- A) 22.
- B) 50.
- C) 100.
- D) 200.
- E) 400.