

TDOA기반 전자전 위치탐지 시스템에서의 칼만필터 적용과 성능분석

조제일, 안재민*

국방과학연구소, *충남대학교

jeil004@hotmail.com, *jmahn@cnu.ac.kr

Kalman filter for EW Geolocation system based on TDOA

Jo Jeil, Ahn Jae Min*

Agency for Defense Development, *Chungnam Univ.

요 약

본 논문은 위협의 정보를 가지지 않은 상태에서 위협 신호를 수신하여 TDOA(Time Difference Of Arrival) 기반으로 위치를 추정하는 전자전 시스템에서 칼만 필터를 적용하여 위협의 이동궤적과 칼만필터 설정값에 따른 위치추적 성능을 분석하였다. 위치추적 성능은 수신기간 TDOA 측정오차를 고려하여 위협고도와 운동방향, 가속도에 대하여 각각 100회의 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하여 분석하였으며, 칼만 필터의 적용 전후의 성능을 비교하였다. 모의 실험결과를 통해 3개의 선형 배치 수신기에서도 칼만 필터를 적용하였을 때 원거리의 위협을 위치추정만을 수행하였을 때 보다 위협의 평면좌표를 잘 추적함을 알 수 있었다.

I. 서 론

전자전 수신기는 일반적인 통신 시스템과 달리 수신 신호의 제원이나 위치를 모르는 상태에서 제원과 위치를 추정하는 시스템이다. 일반적으로 TDOA 기반 위치추정 전자전 시스템은 2차원 위치 추적을 위해서는 기준 수신기를 포함하여 최소 3개의 수신기가 필요하고, 3차원 위치 추적을 위해서는 최소 4개의 수신기가 필요하다[1]. 또한 TDOA 측정값에서 위치를 추정하기 위해 여러개의 쌍곡선의 교점을 해로 하는 방법을 사용한다.[2] 이러한 쌍곡선의 교점을 구하는 방법은 매 추정 시점마다 오차가 반영되어 이동체에 대한 위치추적에는 적합하지 않다.

본 논문에서는 3개의 수신기를 사용하여 TDOA기반의 위치 추정 시스템에 칼만 필터를 적용하여 원거리 이동체에 대한 2차원 평면 좌표상의 위치추적 성능을 분석하였다. 위치추적 성능은 위협의 고도와 가속도, 이동방향에 따라 분석하였다.

II. 본론

1. TDOA기반의 위치추정 기법

일반적인 TDOA 기반 위치 추정 원리는 다음과 같다. 추정하고자 하는 위협의 좌표를 (x, y) , i 번째 수신기의 좌표를 (x_i, y_i) 라고 할 때 위협과 수신기 거리 R_i 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} \quad (1)$$

기준 수신기 1과 수신기 i 사이의 거리차이 ΔR_{1i} 는 두 수신기간 신호 측정 시간의 차이인 $TDOA_{1i}$ 와 빛의 속도 c 의 곱과 같으므로 다음의 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta R_{1i} &= c \times TDOA_{1i} = R_1 - R_i \\ &= \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2} \\ &\quad - \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} \end{aligned} \quad (2)$$

3개의 수신기를 사용하는 경우에는 다음의 식 (3)과 같이 2개의 쌍곡선 수식이 형성되며, 이를 비선형 방정식으로 변환하며 반복적 또는 비반복적 방법으로 비선형 방정식의 해를 구함으로써 위협의 2차원 위치를 추정

할 수 있다.

$$\begin{aligned} c \cdot TDOA_{1i} &= \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2} \\ &\quad - \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} \quad (i=2,3) \end{aligned} \quad (3)$$

2. 칼만필터

(가) 시스템 모델링

칼만 필터를 사용하기 위해서는 프로세스 모델과 측정 모델의 상태 방정식이 필요한데[3], 본 논문에서 프로세스 모델은 등가속도 운동으로 가정하였다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{x}(k) + \dot{\mathbf{x}}(k)T + \ddot{\mathbf{x}}(k)T^2/2 + \mathbf{w}(k) \\ \dot{\mathbf{x}}(k+1) &= \dot{\mathbf{x}}(k) + \ddot{\mathbf{x}}(k)T + \mathbf{w}(k) \\ \ddot{\mathbf{x}}(k+1) &= \ddot{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{w}(k) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $\mathbf{x}(k)$ 와 $\dot{\mathbf{x}}(k)$ 는 k 번째 위협의 위치와 속도이며, $\ddot{\mathbf{x}}(k)$ 는 k 번째 표적의 가속도이다. $\mathbf{w}(k)$ 는 잡음으로 백색잡음으로 가정한다. 식 (4)의 등가속도 운동 모델을 이용한 상태방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (5)$$

여기서 $\mathbf{x}(k)$ 는 위치, 속도 및 가속도에 대한 상태벡터로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{x} = [x \ y \ \dot{x} \ \dot{y} \ \ddot{x} \ \ddot{y}]^T \quad (6)$$

또한, 상태전이 행렬 \mathbf{A} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 & T^2/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T & 0 & T^2/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

(나) 측정식

식 (3)에서 TDOA 측정치인 $z(k)$ 와 구하고자하는 위치 추정치 $\mathbf{x}(k)$ 는 비선형관계로 다음과 같은 관계로 볼 수 있다. $v(k)$ 는 센서의 측정잡음이다.

$$z_k = h(\mathbf{x}(k)) + v(k) \quad (8)$$

이때 측정값과 추정값의 관계인 h 행렬의 Jacobian을 구하여 식 (9)와

같이 선형화 할 수 있다.

$$z_k = Hx(k) + v(k) \quad (9)$$

$$H = \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{\hat{x}(k)} \quad (10)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{x-x_1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}} & \frac{x-x_2}{\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}} & \frac{y-y_1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}} & \frac{y-y_2}{\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}} & 0000 \\ \frac{x-x_1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}} & \frac{x-x_3}{\sqrt{(x-x_3)^2+(y-y_3)^2}} & \frac{y-y_1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}} & \frac{y-y_3}{\sqrt{(x-x_3)^2+(y-y_3)^2}} & 0000 \end{bmatrix}$$

정상상태에서의 상태오차 공분산 행렬의 예측값(P_k^-)은 다음과 같이 나타낼 수 있으며, Q 는 프로세스 잡음의 공분산 행렬이다.

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (11)$$

정상상태에서의 칼만이득(K_k)은 다음과 같이 계산하고, R 은 측정잡음의 공분산 행렬이다.

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \quad (12)$$

3. 모의 실험 조건

모의실험은 3개의 전자전 수신기가 25km 간격의 선형 배치에서 펄스반복 주기가 0.01초짜리 펄스형의 위협이 300초 시간동안 이동하는 것을 가정하였다. 이동체의 속도는 200m/s로 가속도가 0m/s²인 등속운동인 경우와 가속도 10m/s²인 등가속도 운동을 고려하였다. 이동 경로는 아래의 두 경우를 고려였다.

case 1. (-300km, 300km)에서 x축 (+)방향으로 이동

case 2. (-300km, 100km)에서 45도 방향 x축, y축 (+)방향으로 이동

그 외 시스템의 TOA(Time Of Arrival) 측정 정확도는 10ns RMS로 설정하였으며, 칼만 필터의 초기값은 AOA(Angle Of Arrival)을 통한 위치 추정값(위치추정오차 5%)으로 가정하였다. 또한 칼만 필터의 프로세스 잡음의 공분산행렬 Q 와 측정잡음의 공분산 행렬 R 의 값은 각각 $1e-9$, $1e-7$ 의 값을 갖는 대각행렬로 설정하였다.

4. 모의 실험 결과

case 1. (-300km, 300km)에서 x축 (+)방향으로 이동

위협 고도	평면좌표 오차평균			
	가속도 = 0m/s ²		가속도 = 10m/s ²	
	칼만필터	위치추정	칼만필터	위치추정
5km	558.5	5,059.7	528.3	4,454.4
10km	643.7	5,054.7	557.6	4,425.0
15km	744.1	5,076.6	693.1	4,427.6

case 2. (-300km, 100km)에서 45도 방향 x축, y축 (+)방향으로 이동

위협 고도	평면좌표 오차평균			
	가속도 = 0m/s ²		가속도 = 10m/s ²	
	칼만필터	위치추정	칼만필터	위치추정
5km	882.6	3,722.8	928.3	5,396.6
10km	954.0	3,712.8	957.6	5,420.9
15km	1,272.6	3,725.3	1,187.9	5,414.2

위 결과에서 보듯이 등가속도 등속도 운동일 경우 모두 칼만필터를 적용하였을 때 위치오차의 평균이 적용하지 않았을 때의 위치오차 평균보다 훨씬 작은 것을 볼 수 있다. 이는 칼만 필터가 시간적으로 입력되는 신호에 대해 재귀적 필터로 오차의 변동폭을 줄여주는 역할을 수행하는 것을 알 수 있다.

III. 결론

본 논문에서는 3개의 수신기로부터 구한 TDOA를 칼만 필터를 적용하여 이동체의 평면위치 좌표 추적 성능을 분석하였다. 위치추정만 사용하였을 때 보다 원거리 이동체 위협에 대해 위치추적 성능이 개선되었으며.

고도의 변화에 대해서도 평면좌표의 위치추정 오차는 크게 변하지 않았다. 그림 1, 2에서 볼 수 있듯이 칼만 필터의 추적 초기에서 오차가 크지만 정상상태로 진입하면서 위치추적 성능이 월등히 개선됨을 알 수 있었다. 향후 실 시스템 적용을 위해서는 추가적으로 다양한 이동방향, 속도 및 가속도, 위협신호 조건 등을 고려하여 분석이 필요하다.

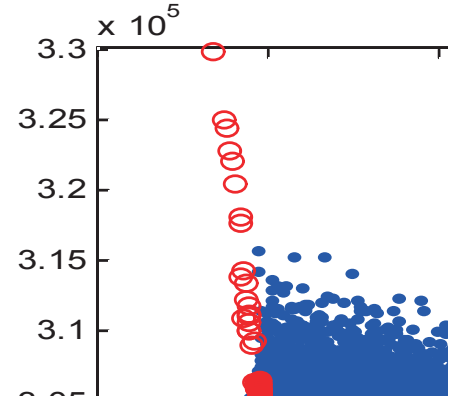


그림 1. 등가속도 운동. x축 방향 이동 시 결과 예

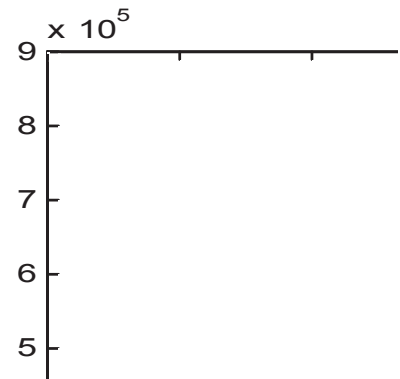


그림 2. 등가속도 운동, 45도 방향 이동 시 결과 예

참 고 문 헌

- [1] G. Galai, P. De Marco, L. Mene, M. Leonardi, P. Magaro, and M. Gasbarra, "New time of arrival estimation method for multilateration target location," Jissa 2005, pp. 20-21, Paris, June 2005.
- [2] 성욱진, 최승욱, 유관호, "적응형 칼만 필터를 이용한 TDoA 기반 정밀 위치 추정 알고리즘 구현", 대한전기학회 하계학술대회, 2008.
- [3] 김산해, 송규하, 박현규, "TDOA 기반 위치탐지를 위한 DOP을 이용한 시각동기화 주수신기 선택 기법", The Journal of Korean Institute of Communications and Information Sciences, '16-09 Vol. 41 No.09.
- [4] K. Madsen, H. B. Nielsen, and O. Tingleff, Methods for Non-linear Least Squares Problems, 2nd Ed., Informatics and Math. Modeling (IMM), 2004.
- [5] R. J. Fitzgerald, 1985, Comments on "position, velocity and acceleration estimates from noisy radar measurements", IEE Proceedings on Communication, Radar and Signal Processing, Vol. 132, Part-F, PP. 65-67.
- [6] Ramachndar, K. V., 2000, Kalman Filtering Techniques for Radar Tracking, Marcel Dekker, INC.