

## 第二次作业

1. 有一个半径为  $R$  的均匀球, 初始温度分布为  $\varphi(r)$  ( $r$  为球内点到球心的距离). 现把该球置于温度为  $f(t)$  的环境中, 球的体密度是  $\rho$ , 比热为  $c$  热传导系数为  $k$ , 球面与环境介质的热交换系数为  $h$ , 试列出该球的温度分布  $u(t, r)$  所满足的定解问题. (只写出定解问题, 不需要建模过程)
2. 让长度为  $L$  的弦两端固定, 将弦的中点拉到高度  $h$  后放手. 写出该弦振动满足的定解问题.
3. 推导均匀杆的纵振动的波动方程, 其中  $u(x, t)$  为杆上  $x$  点在  $t$  时刻纵向位移,  $E$  为杨氏模量,  $\rho$  为密度,  $S$  为横截面积. (需要写出过程)
4. 分别写出 2 维和 3 维在球对称情况下, 拉普拉斯算子的表达式  $\Delta_2$  和  $\Delta_3$ . (需要具体过程)