

homework 11

1. 用能量积分法证明下列问题解的唯一性:

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x, t), & 0 < x < l, t > 0, \\ u_x(t, 0) = \lambda(t), (u_x + \sigma u)(t, l) = \mu(t), \\ u(0, x) = \varphi(x) \end{cases}$$

其中 $\sigma > 0$.

2. 设 $u(x, t)$ 为热传导方程 $u_t - a^2 u_{xx} - cu = 0$ 在矩形 $R = \{(x, t) \mid 0 \leq x \leq l, 0 \leq t \leq T\}$ 中的解, 其中 $c > 0$ 为常数, 如果

$$|u(0, t)| \leq M_1, |u(l, t)| \leq M_1, t \in [0, T], |u(x, 0)| \leq M_2, x \in [0, l],$$

证明: $|u(x, t)| \leq \max \{M_1 e^{ct}, M_2 e^{ct}\}$.