

## ToolBox 数列极限方法:

① 定义法:

② 夹逼原理

③ 四则运算

这两个方法一般需要先恒等变形

④ 重要极限变型

$$\left\{ \begin{array}{l} e_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \quad \text{ex: } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{a^x + b^x + c^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}} \\ \gamma_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n \\ \text{等价无穷小量 } \left( \frac{a^x - 1}{\ln a} \sim x \right) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} a_1 \dots a_n^{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \end{array} \right.$$

⑤ Stolz 定理

⑥ 递推 } 构造递推数列

求通项

证明有极限

上极限 = 下极限.

分奇偶 (子列).

单调有界

柯西收敛原理.

压缩条件