线性空间 & 线性子空间:

DEFINATION:
① $u+v=v+u$
② $u+0=u$
③ $u+v=0 \quad (\exists v)$.
④ $u+v+s=u+(v+s)$
⑤ $1\cdot u=u$
⑥ $(a+b)u=au+bu$, $a(u+v)=au+av$
⑦ $abu=a(bu)$

其中 $u,v\in V$, $a,b\in F$

1. 线性空间是依赖于 F 的, $\mathbb{R}^n$ 就表示 $a,b\in R$

2. 我们可以由此定义 $\mathbb{R}^n$ $\quad \mathbb{R}^n=\{x \mid x=[a_1 \cdots a_n], a_1 \cdots a_n \in R\}$.

定义加法: $[a_1, a_2 \cdots a_n]+[b_1, \cdots b_n]=[a_1+b_1, \cdots a_n+b_n]$

可以验证其满足 ①②③④

定义数乘: $\lambda[a_1, a_2 \cdots a_n]=[\lambda a_1, \lambda a_2 \cdots \lambda a_n]$ 其满足⑤⑥⑦

因此 $\mathbb{R}^n$ 是线性空间

DEFINATION: F^S is a set of functions from S to F

并定义+法: $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$

数乘: $(\lambda f)(x)=\lambda f(x)$

可以验证 F^S 是个线性空间.

Properties: ① 零元一元唯一. 逆元唯一
② $0v=0$
③ $(-1)v=-v$ (v 的逆)

以③为例: $(-1)v+v=(-1)v+1v=0v=0$
根据逆元唯一, $(-1)v=-v$

线性子空间

DEFINATION: U is a subspace of V only if U is also a vector space & $U\subseteq V$