

函数极限:

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta: \forall x \in \dot{N}_\delta(x_0): |f(x) - A| < \varepsilon$$

$$\Rightarrow \text{记 } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$$

函数连续:

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta, \forall x \in N_\delta(x_0) \quad |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$$

= 函数在 x_0 处 有定义 + 有极限 + $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

1° 没极限 (这极限不是 ∞)

第一类

第二类

2° 没定义 / 定义不等于极限: 第三类 (可去...)

如果是连续的: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

三. 初等函数 \rightarrow 连续性.

- 1. 四则运算
- 2. 复合函数:
- 3. 反函数

夹逼准则与 Landau 记号:

很多时候, 用夹逼准则去算某一个函数的极限

$$\text{如 } \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\sqrt{1 + \frac{k}{n^2}} - 1 \right) = \frac{1}{4}$$

$$\text{即是 } C - o(1) < \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < C + o(1)$$

