上面的这四种方法是处理函数极限的基本方法。

定义法：技巧是先加上一个更大的范围

如 $\lim\limits_{x\to 2} x^3 = 8$　　$|x^3-8|<\varepsilon$

$|(x-2)(x^2+2x+4)|<\varepsilon$　（不妨加上 $x\in(1,3)$

$\therefore \forall \varepsilon>0$，取 $\delta=\min\{1,\frac{\varepsilon}{19}\}$　$\therefore |x^3-8|=|(x-2)(x^2+2x+4)|<|\frac{x-2}{19}|=$

Heine归结原理：

一般用来证极限不存在（原因：x_n是任取的，所以取特殊着

例：证明 $\sin\frac{1}{x}$ $x\to 0$ 极限不存在.

四则运算.夹逼原理：

这两个方法一般要求代数变形（例如因式分解，三角恒等变换 分

后面引入等价无穷小时/0.0记号后 不常用

例：$\lim\limits_{x\to a}\frac{\sin x-\sin a}{x-a}=\lim\limits_{x\to a}\frac{2\cos(\frac{x+a}{2})\sin(\frac{x-a}{2})}{x-a}$

$=\lim\limits_{x\to a}\cos(\frac{x+a}{2})\lim\limits_{x\to a}\frac{\sin(\frac{x-a}{2})}{\frac{x-a}{2}}=\cos a$（背景是求导）.

夹逼法可以处理一些有数列有关的问题（连续化）.

如 $[x]^{\frac{1}{[x]+1}}<x^{\frac{1}{x}}<([x]+1)^{\frac{1}{[x]}}$

$\lim\limits_{x\to\infty}([x])^{\frac{1}{[x]+1}}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(([x])^{\frac{1}{[x]}}\right)^{\frac{[x]}{[x]+1}}=1$

设 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上满足 $f(2x)=f(x)$，$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A$ 证明

$f(x)\equiv A$

$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}f(n)=A$

假设 $\exists\, \alpha$：$f(\alpha)=B$　$(B\neq A)$，则 $f(\alpha\cdot 2^n)=B$

即 $\lim\limits_{x\to\infty}f(\alpha\cdot 2^n)=B$

根据Heine归结原理，$\lim\limits_{x\to\infty}f(\alpha\cdot 2^n)=A$ 矛盾.