

인공지능에 필수 수학 : 1. 확률과 통계

확률과 통계

https://www.youtube.com/playlist?list=PLSN_PltQeOyjmRIsC7VNirXOBqWoypd4V

위 강의 정리 및 python 코드로 구현해보자

필기자료 : <http://vod3.kocw.net/KOCW/document/2014/hanyang/leesanghwa/1.pdf>

-1강. 조건부확률과 Bayes 정리

https://www.youtube.com/watch?v=2ewO_6msPbA&list=PLSN_PltQeOyjmRIsC7VNirXOBqWoypd4V&index=2&t=0s

1강_ 조건부확률과 Bayes정리

1_1 : Sample space and Event

1. Sample Space = set of outcome of experiment -> Union set
2. Subset of sample space, define some specific cases

$$P(A) = (A \in S) / \text{prob}(\text{Outcome} \in A)$$

eg : SS : {TTT, TTH, ..., HHT, HHH} -> 8-outcomes

\Rightarrow 1 head event -> {HTT, THT, TTH}

Set operation for events

$A \cup B$: Event that belong to A or B -> Union

$A \cap B$: Event that belong to A and B -> intersection

$A - B$: Event that belong to A but no B -> difference

1강_ 조건부확률과 Bayes정리

1_2 : Conditional Probability

1. $P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$

We call 'B' a given condition(or variable)

2. Total Probability and Bayes Theorem

$\{A_1, A_2, A_3, \dots, A_N\}$: set of mutually exclusive events (배반사건의 집합)

- $A_i \cap A_j = \emptyset, i \neq j$

- $\bigcup_{i=1}^n A_i = S$

- 전체 확률 법칙이라고 명하며, 조건부 확률로 부터 조건이 붙지 않은 확률을 계산할 때 주로 쓰인다.

Proposition : $P(A_1) = P(A \cap A_1) = P(A|A_1) * P(A_1)$ 이식을 통하여

$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|A_i) * P(A_i)$ 를 유도가능 하다

이는 모든 A_i 의 관계가 배반이기 때문에 가능하다.

1강_ 조건부확률과 Bayes정리

1_3 : Bayes Therem (Bayes Rurle)

- Given Event A , which mutually exclusive event occurred ?

$P(A_i | A) = ?$ We know the conditional Pdf, $P(A | A_i)$ $i = 1, 2, 3, 4, \dots, n$

- 베이저안률은 조건부확률의 반대 즉 $P(A | A_i)$ 가 아닌 $P(A_i | A)$ 를 구하고 싶을때 주로 다루게 되는 문제입니다.

-

$$\begin{aligned} P(A_i | A) &= P(A \cap A_i) / P(A) \\ &= P(A | A_i) * P(A_i) / P(A) \\ &= P(A | A_i) * P(A_i) / \sum_{i=1}^n P(A | A_i) * P(A_i) \end{aligned}$$

가 유도 됩니다.

우리는 보통 문제에서 A_i 를 original data(input data)라 쓰고,
 A 를 observation data 관측한값(얻은값) 즉 (output data)라 씁니다.

1강_ 조건부확률과 Bayes정리

1_4 : Independent Events

If event B and A are Independent,

- $P(B|A) = P(B)$ and $P(A|B) = P(A)$
- $p(A \cap B) = P(B) * P(A)$

- Independance is different from mutally exclusive ~

Indepence is related with multiple trials

Mutually exclusiveness with multiple between single events ??

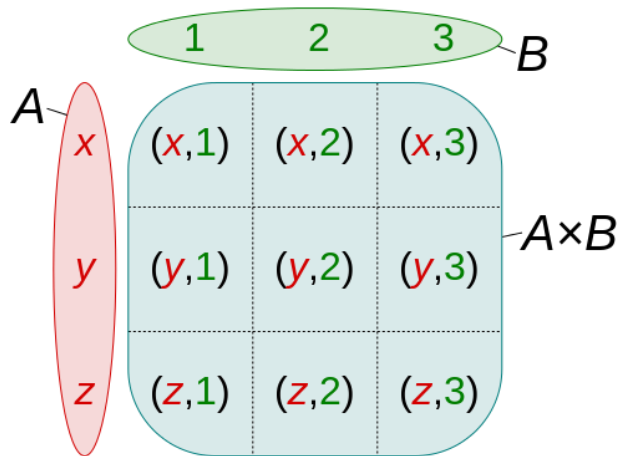
If A and B are independent, A and \bar{B} are also independable

$$\begin{aligned} - P(A \cap \bar{B}) &= P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(A) * P(B) \\ &= P(A)(1 - P(B)) \\ &= P(A) * P(\bar{B}) \end{aligned}$$

1강_ 조건부확률과 Bayes정리

1_5 : Combined Experiments

- For two experiments with sample space, S_1 and S_2
- The combined sample space : $S_1 \times S_2$: Cartesian Product.
 - $\{(x_i, y_i)\}$



위그림을 Cartesian product 라고 하며 곱집합 또는 데카르트 곱(Decartes) 라고 부른다.

Cartesian product는 각 집합의 원소를 각 성분으로 하는 튜플들의 집합이다. 예를 들어, 두 집합 A,B의 곱집합 $A \times B$ 는 $\{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$ 이다. 곱집합은 집합의 다양체에서의 직접곱이며, 집합의 범주에서의 곱이다.

<https://ko.wikipedia.org/wiki/%EA%B3%B1%EC%A7%91%ED%95%A9>

1강_ 조건부확률과 Bayes정리

1_6 용어 정리 : pdf, cdf

PDF(Probability Density Function) 와 CDF(Cumulative Distribution Function) 개념

PDF(Probability Density Function. 확률 밀도 함수) : 연속적인 변수에 의한 확률 분포 함수를 의미한다. 특정 확률 변수 구간의 확률이 다른 구간에 비해 상대적으로 얼마나 높은가를 나타내는 것이며, 그 값 자체가 확률은 아니다. 분포내에서 특정한 한 값에서의 확률을 0이다. $P(X=x) = 0$

PDF 에는 아래와 같은 두가지 특징을 가지고 있다.

- 1) 항상 양의 값을 가진다.
- 2) 모든 범위의 PDF를 합치면 그값은 1이다.

CDF(Cumulative Distribution Function) : 위의 PDF를 적분하며 CDF 가 되며, 반대로 CDF를 미분하면 PDF가 된다.

위 내용은 강의 3강에서 더 정확히 다루고 있으므로 나중에 더 심도있게 다루도록 해보자.