

0. feladatsor: Koordinátageometria (középiskolai ismétlés)

Elméleti háttér: Koordinátákkal adott pontok és vektorok a síkban. Műveletek. Adott szakaszt adott arányban osztó pont. Pontok távolsága. Egyenes és egyenletei. Kör és egyenlete.

1. Egy négyszög csúcsai $A(6; 4)$, $B(-2; 5)$, $C(-6; -3)$, $D(1; -8)$.
 - (a) Számítsuk ki az \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{AD} vektorok koordinátáit!
 - (b) Írjuk fel az $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$ összegvektor koordinátáit!
 - (c) Határozzuk meg az $ABCD$ négyszög területét!
 - (d) Határozzuk meg $ABCD$ négyszög oldalfelező pontjainak koordinátáit.
2. Legyen az \overline{AB} szakasz felezőpontja $F(-1; -1)$, az A pont koordinátái pedig $\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}; \frac{\sqrt{2}+1}{2}\right)$. Határozza meg a B pont koordinátáit!
3. Legyen $A(6; 4)$, $B(-2; 5)$, $C(-6; -3)$.
 - (a) Határozzuk meg az ABC háromszög súlypontjának koordinátáit!
 - (b) Nyújtsuk A pontból az ABC háromszög mindkét oldalvektorát másfélszeresére! Mik lesznek a keletkezett $AB'C'$ háromszög csúcsainak koordinátái?
 - (c) Adja meg azon D pont koordinátáit, amely az A , B , C csúcsokkal együtt olyan paralelogrammát alkot, amelynek egyik átlója az AB oldal. Hány megoldás van?
4. Az $A(0; 0)$, $B(8; 0)$, $C(9; 3)$, $D(1; 3)$ pontokkal meghatározott paralelogrammában kössük össze az A csúcsot a BC oldal C -hez közelebb eső harmadolópontjával, a B csúcsot pedig a CD oldal felezőpontjával. Igazoljuk, hogy az előbbi szakasz felezi az utóbbi szakaszt, utóbbi viszont $1/4$ részt vág le az előbbiből!
5. Írja fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, amelyik
 - (a) átmegy az origón, és irányvektora az $(1; 2)$ vektor;
 - (b) párhuzamos az előző pontbeli egyenessel, és átmegy a $(2; 3)$ ponton;
 - (c) átmegy az $A(6; 4)$ és a $B(-2; 5)$ pontokon!
6. Írja fel az 5 feladatban megadott egyenesekkel párhuzamos egyenesek paraméteres egyenletrendszerét!
7. Számítsuk ki az alábbi egyenesek tengelymetszeteit, iránytangenseit, irányvektorait és az egyenesek paraméteres egyenletrendszerét:
 - (a) $3x + 2y = 6$,
 - (b) $8x + 5y = 40$,
 - (c) $4x - 5y + 20 = 0$,
 - (d) $4x - 8 = 0$,
 - (e) $6 - 5y = 0$.

8. Mekkora annak a háromszögnek a területe, amelyet a $4x + 3y = 24$ egyenes zár be a koordinátatengelyekkel?

9. Egy négyszög csúcsai $A(6; 4)$, $B(-2; 5)$, $C(-6; -3)$, $D(1; -8)$.

(a) Írjuk fel az oldalegyenesek egyenleteit!

(b) Írjuk fel az ABD háromszög középvonalainak egyenleteit!

(c) Számítsuk ki az ABD háromszög köré írható kör sugarát!

10. Valamely háromszög oldalegyeneseinek egyenletei $5x - 3y = 1$, $5x + y = 13$, $15x - y = 67$. Határozzuk meg a háromszög csúcspontjait és a háromszög köré írható kör középpontját és sugarát!

11. Határozzuk meg annak a körnek az egyenletét, amely áthalad a $(0; 4)$ ponton, és az $y = x - 3$ egyenest a 4 abszcisszájú pontjában érinti!

12. Írja fel az alábbi köregyenletekből a középpontok koordinátáit és a sugarakat. Ábrázolja a köröket!

(a) $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 1 = 12$,

(b) $16x^2 + 16y^2 - 24x - 16y - 243 = 0$,

(c) $x^2 + y^2 - 2ay = 0$.

13. Vizsgáljuk meg, hogy az $A(6; 5)$, $B(8; 1)$, $C(0; -3)$, $D(-1; 4)$ pontok által meghatározott négyszög húrnégyszög-e? (Igen.)