

[22.11.19] 조별경기

TS조별경기

김 태 현



문 제

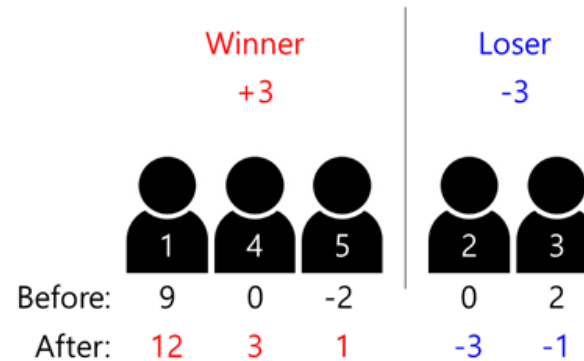
조별 경기에 1 ~ N의 ID를 가지는 선수가 N명 존재한다.

처음에는 1인 1조로 출전하여 서로 다른 조에 속해 있고 점수는 0이다.

서로 다른 두 조가 하나의 조로 합쳐질 수 있으며 선수들 개개인의 기존 점수는 그대로 유지된다.

합쳐진 조로 경기를 진행한 결과는 해당 조에 속한 모든 선수들에게 동일하게 반영된다.

조별 경기는 서로 다른 두 조를 선정하여 진행되며, 판정된 점수를 승리팀은 얻게 되고 패배팀은 잃게 된다(Fig.1)



[Fig. 1]

void init(**int** N)

N명의 선수가 1인 1조, 0점으로 출전한다.

void updateScore(**int** mWinnerID, **int** mLoserID, **int** mScore)

mWinnerID인 선수가 속한 조가 승리하여 해당 조에 속한 선수들은 mScore의 점수를 얻는다.
mLoserID인 선수가 속한 조가 패배하여 해당 조에 속한 선수들은 mScore의 점수를 잃는다.

int getScore(**int** mID)

ID가 mID인 선수의 점수를 확인한다.

void unionTeam(**int** mPlayerA, **int** mPlayerB)

mPlayerA인 선수가 속한 조와 mPlayerB인 선수가 속한 조를 하나로 합친다.

※ 제약사항

4 ≤ N ≤ 100,000
updateScore() ≤ 50,000
unionTeam() ≤ N
getScore() ≤ 50,000

Naive

updateScore()

각 그룹의 모든 선수 점수 업데이트
 $O(\text{업데이트 되는 총 인원 수})$
worst case $O(100,000 * 50,000)$

unionTeam()

그룹B 를 그룹A로 합병

$O(\text{합병되는 총 인원 수})$
worst case $O(1+2+3+...+N-1)$

getScore()

return score[pid]

Player 별 그룹번호, 점수

pid	group	score
1	1	50
2	2	0
3	3	-50
4	3	-50

Group 별 선수 리스트 vector or list

gid	pids
1	1
2	2
3	3, 4

updateScore() 최적화

그룹단위로 점수가 업데이트 되므로 그룹점수 활용

updateScore()

gScore[gid]에 점수 업데이트
 $O(1 * \text{호출횟수})$

getScore()

return score[pid] + gScore[gid]

unionTeam()

이동하는 플레이어 pid
기존 그룹 gid1, 이동 후 그룹 gid2

: score[pid] += gScore[gid1] - gScore[gid2]

Player 별 그룹번호, 점수

pid	group	score
1	1	0
2	2	0
3	3	0
4	3	0

Group 별 선수 리스트, 그룹점수

gid	pids	gScore
1	1	50
2	2	30
3	3, 4	-50

2->3 병합 시,

$\text{score}[2] = 0 + 30 - (-50) = 80$

$\text{group}[2] = 3$

점수 = $\text{score}[2] + \text{gScore}[3] = 30$

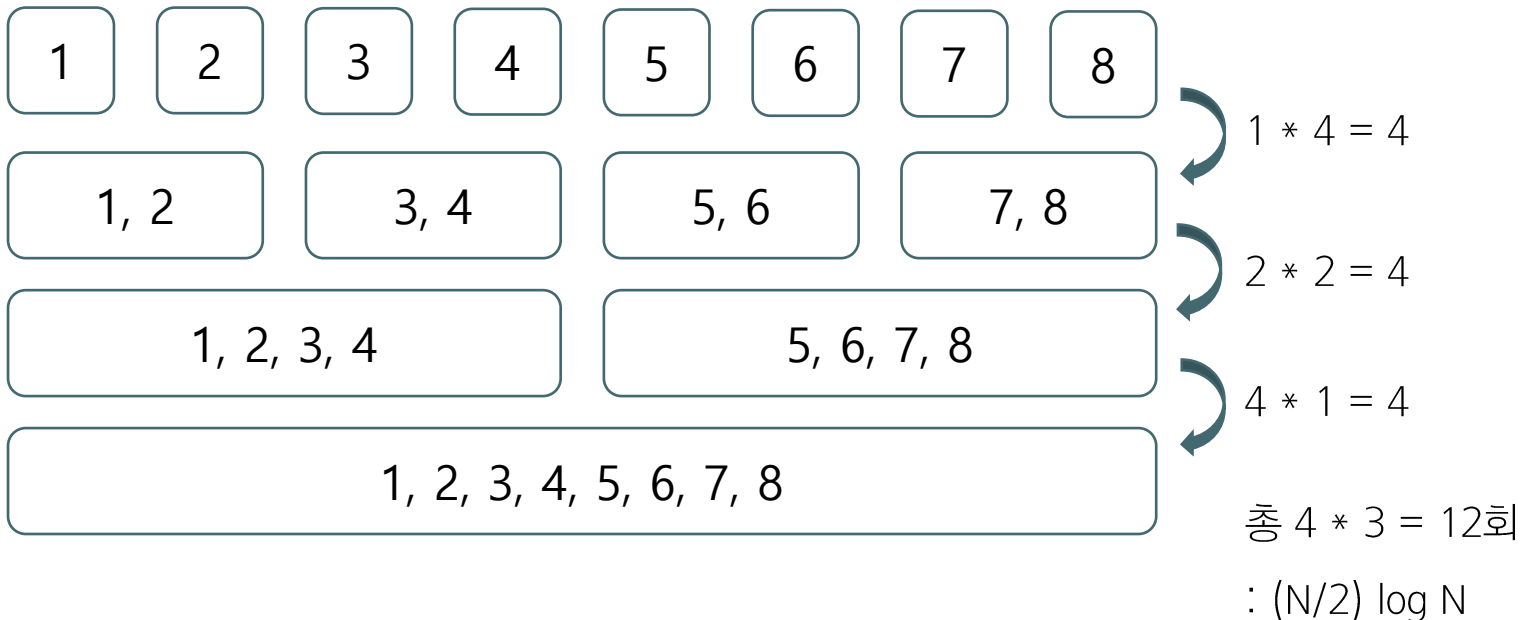
unionTeam() 최적화

1. 그룹 크기가 작은 그룹에서 큰 그룹으로 병합

이 방법만으로도 생각보다 상당히 적은 인원만 이동한다.

worst case 인 경우도 모두 병합되기까지 $O(n \log n)$ 으로 표현 가능하다.

worst case 예시

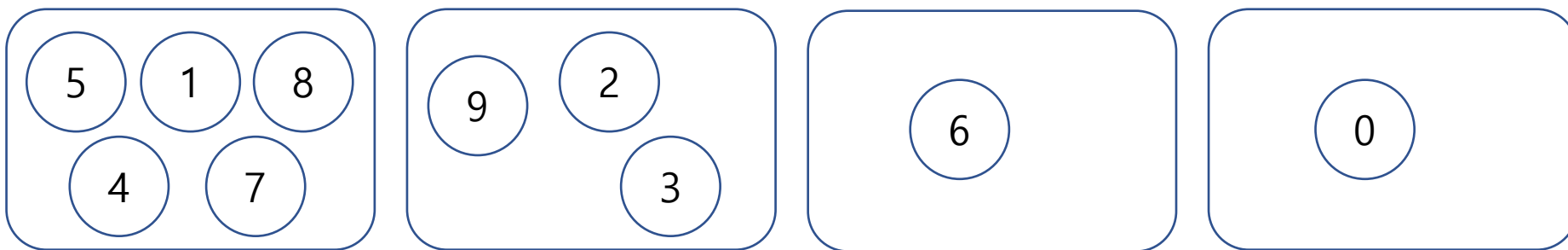


unionTeam() 최적화

2. Union-Find 알고리즘

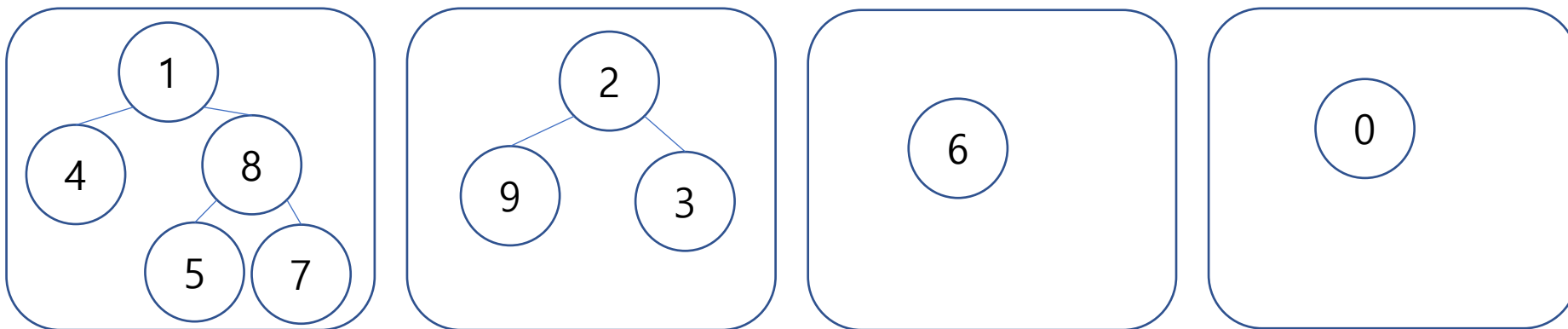
Disjoint Set

: 서로소 집합 자료구조



Union-Find

: disjoint set을 트리로 표현하는 알고리즘 (앞서서는 vector, list로 sequence로 관리)



Union Find

```
const int LM = 100003;
int parent[LM], rank[LM];

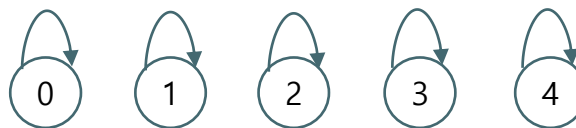
void init() {
    for (int i = 0; i < N; i++) {
        parent[i] = i;
        rank[i] = 0;
    }
}

int find(int x) {
    if (parent[x] == x) return x;
    return parent[x] = find(parent[x]);
}

void union(int x, int y) {
    x = find(x), y = find(y);
    if (x == y) return;

    if (rank[x] < rank[y]) {
        parent[x] = y;
    }
    else {
        parent[y] = x;
        if (rank[x] == rank[y]) rank[x]++;
    }
}
```

	0	1	2	3	4
parent	0	1	2	3	4
rank	0	0	0	0	0



union(x,y) : x, y가 속한 집합을 합침
union-by-rank 를 통해 최적화

find(x) : x가 속한 집합의 root 노드를 반환
경로 압축을 통해 최적화

* 경로압축, union-by-rank 활용시, 상수시간으로 연산 가능
그룹의 root는 $parent[x]=x$ 인 노드이며, 그룹의 모든 정보는 root에 기록
rank는 경로압축을 고려하지 않음

Union Find

```
const int LM = 100003;
int parent[LM], rank[LM];

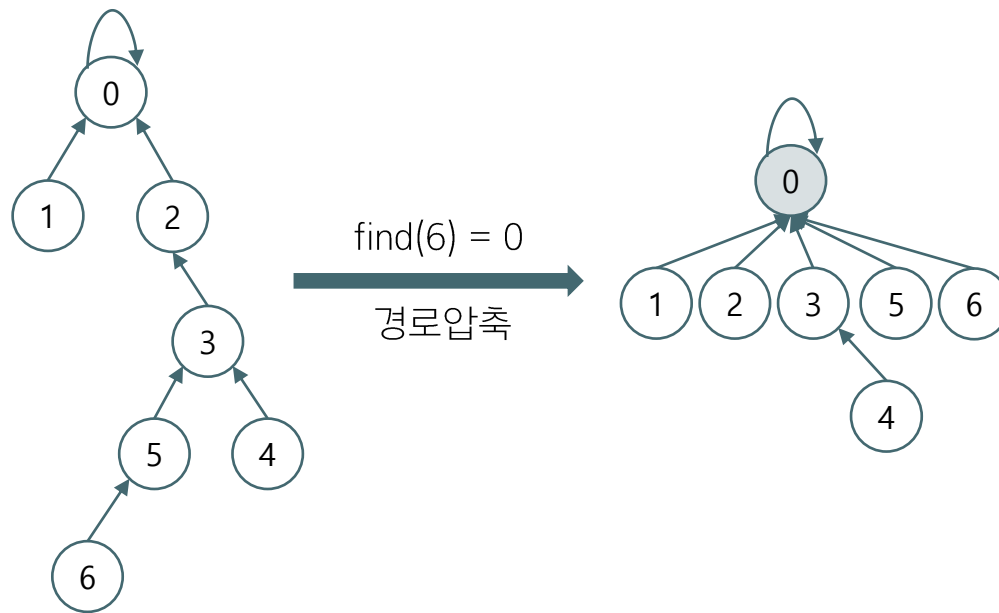
void init() {
    for (int i = 0; i < N; i++) {
        parent[i] = i;
        rank[i] = 0;
    }
}

int find(int x) {
    if (parent[x] == x) return x;
    return parent[x] = find(parent[x]);
}

void union(int x, int y) {
    x = find(x), y = find(y);
    if (x == y) return;

    if (rank[x] < rank[y]) {
        parent[x] = y;
    }
    else {
        parent[y] = x;
        if (rank[x] == rank[y]) rank[x]++;
    }
}
```

	0	1	2	3	4	5	6
parent	0	0	0	2	3	3	5
rank	4						



Union Find

```
const int LM = 100003;
int parent[LM], rank[LM];

void init() {
    for (int i = 0; i < N; i++) {
        parent[i] = i;
        rank[i] = 0;
    }
}

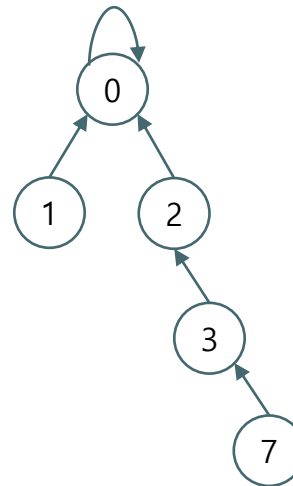
int find(int x) {
    if (parent[x] == x) return x;
    return parent[x] = find(parent[x]);
}

void union(int x, int y) {
    x = find(x), y = find(y);
    if (x == y) return;

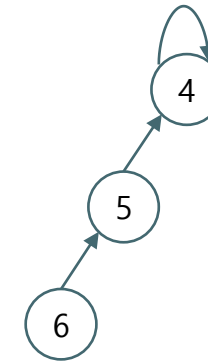
    if (rank[x] < rank[y]) {
        parent[x] = y;
    }
    else {
        parent[y] = x;
        if (rank[x] == rank[y]) rank[x]++;
    }
}
```

	0	1	2	3	4	5	6	7
parent	0	0	0	2	4	4	5	3
rank	3				2			

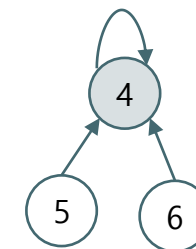
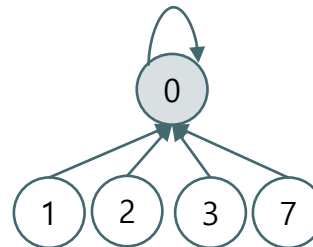
union(7, 6)



$x = \text{find}(7) = 0$



$y = \text{find}(6) = 4$



Union Find

```
const int LM = 100003;
int parent[LM], rank[LM];

void init() {
    for (int i = 0; i < N; i++) {
        parent[i] = i;
        rank[i] = 0;
    }
}

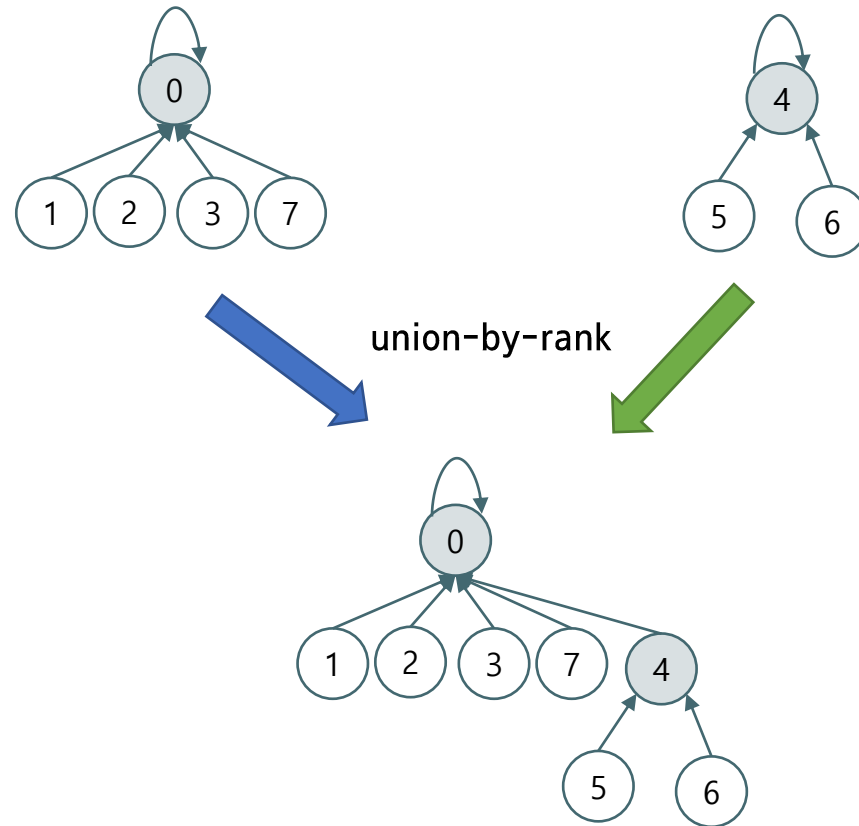
int find(int x) {
    if (parent[x] == x) return x;
    return parent[x] = find(parent[x]);
}

void union(int x, int y) {
    x = find(x), y = find(y);
    if (x == y) return;

    if (rank[x] < rank[y]) {
        parent[x] = y;
    }
    else {
        parent[y] = x;
        if (rank[x] == rank[y]) rank[x]++;
    }
}
```

	0	1	2	3	4	5	6	7
parent	0	0	0	0	0	4	4	0
rank	3							

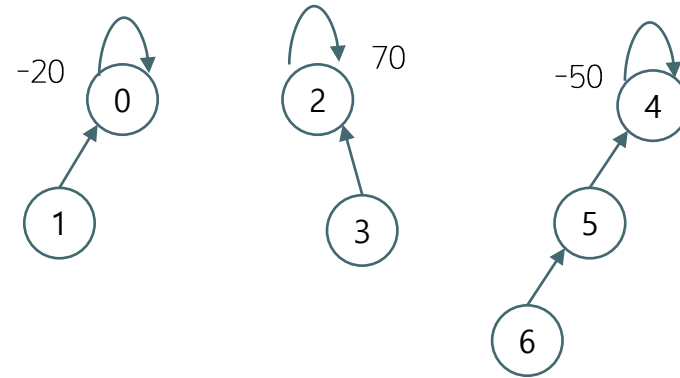
union(7, 6)



unionTeam() 최적화

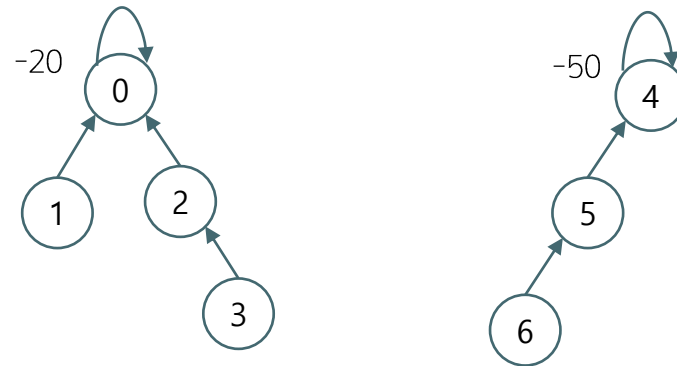
2. Union-Find 알고리즘

	0	1	2	3	4	5	6
parent	0	0	2	2	4	4	5
rank	1		1		2		
gScore	-20		+70		-50		
score	0	0	0	0	0	0	0



union(0, 2)

	0	1	2	3	4	5	6
parent	0	0	0	2	4	4	5
rank	2		1		2		
gScore	-20		+70		-50		
score	0	0	90	0	0	0	0

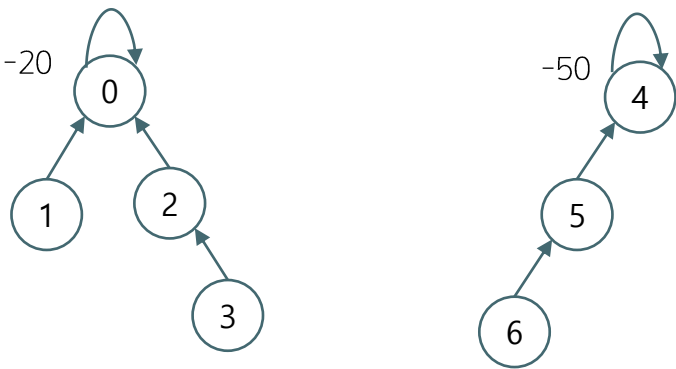


unionTeam() 최적화

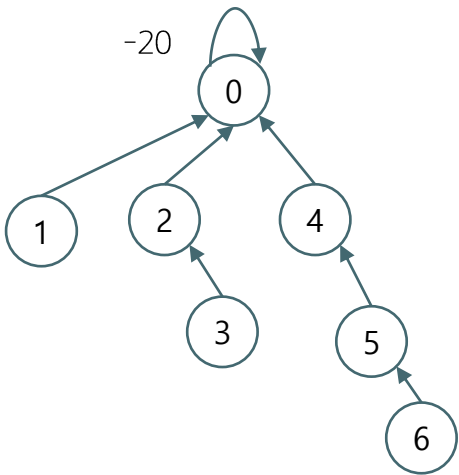
2. Union-Find 알고리즘

	0	1	2	3	4	5	6
parent	0	0	0	2	4	4	5
rank	2				2		
gScore	-20				-50		
score	0	0	90	0	0	0	0

	0	1	2	3	4	5	6
parent	0	0	0	2	0	4	5
rank	3				2		
gScore	-20				-50		
score	0	0	90	0	-30	0	0



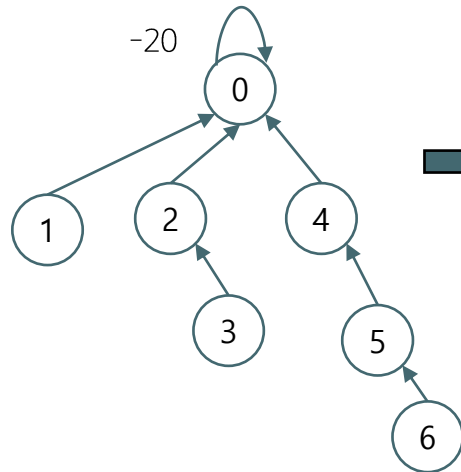
union(0, 4)



unionTeam() 최적화

2. Union-Find 알고리즘

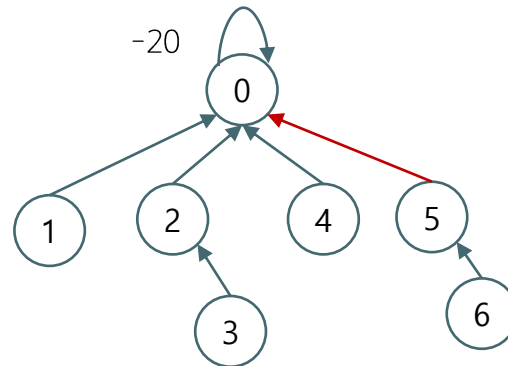
	0	1	2	3	4	5	6
parent	0	0	0	2	0	0	0
rank	3						
gScore	-20						
score	0	0	90	0	-30	-30	-30



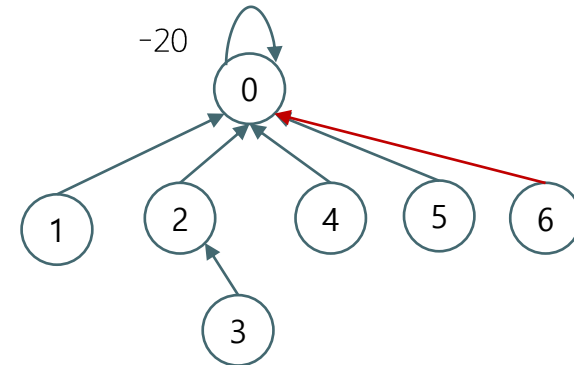
find(6)



score[5] += score[4]



score[6] += score[5]



unionTeam() 최적화

2. Union-Find 알고리즘

updateScore()

gScore[root]에 점수 업데이트

getScore()

```
root = find(pid)
return score[pid] + gScore[root]
```

unionTeam()

```
root1 = find(pid1)
root2 = find(pid2)
root1 을 rank 큰 값으로 설정
parent[root2] = root1
score[root2] = gScore[root2] - gScore[root1]
rank가 같으면 rank[root1]++
```

find()

경로 압축 하는 과정에서
x가 root로 바뀌는 경우, $\text{score}[x] += \text{score}[\text{parent}[x]]$

감사합니다

