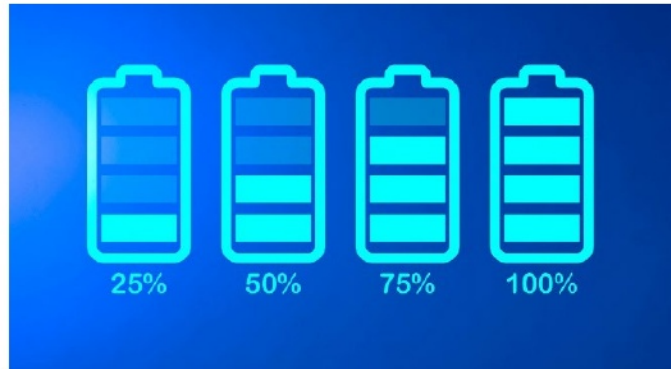


2026 年 MCM 问题 A：智能手机电池电量消耗建模



智能手机是现代生活中不可或缺的工具，然而其电池续航表现却常常令人捉摸不透。有时手机能撑一整天，有时却在午饭前就没电了。尽管有些用户将其归咎于“使用频繁”，但电池耗电的真正原因要复杂得多。**电量消耗**取决于屏幕尺寸和亮度、**处理器负载**、网络活动以及即使设备看似闲置仍在后台运行的应用程序等因素的相互作用。环境条件也会影响电池性能：有些电池在寒冷天气下有效容量会降低，在长时间高负荷使用时可能会过热。电池的使用历史以及其充电方式也会对其性能产生影响。

您的任务是建立一个智能手机电池的**连续时间数学模型**，该模型能根据实际使用情况返回电池的**荷电状态（SOC）**随时间的变化情况。此模型将用于预测在不同条件下剩余的**放电时间**。您应假设该手机配备的是锂离子电池。

要求：

1. **连续时间模型**：开发一个模型，使用连续时间方程或方程组来表示电池电量状态。您可以从对电池电量消耗的最简单合理描述开始，然后将其扩展以纳入诸如屏幕使用、处理器负载、网络连接、GPS 使用以及其他后台任务等其他因素。

数据作为支撑而非替代：您可以收集或使用数据进行参数估计和验证。如果公开数据集有限，您可以使用已发表的测量值或规格（需适当引用），但参数必须有明确的依据并经过合理性验证。然而，仅基于离散曲线拟合、时间步长回归或黑箱机器学习（**没有明确的连续时间模型**）的项目将无法满足本问题的要求。所使用的所有数据都必须有详细的文档记录且可免费获取，并且数据必须在开放许可下免费使用。

2. **放电时间预测：**使用您的模型计算或估算在不同初始充电水平和使用场景下的放电时间。将预测结果与观察到的或合理的行为进行比较，量化不确定性，并确定模型表现良好或不佳的地方。

展示您的模型如何解释这些结果的差异，并在每种情况下确定导致电池快速耗尽的具体原因。

哪些活动或条件会导致电池续航时间大幅缩短？哪些活动或条件对电池续航时间的影响却出乎意料地小？

3. **敏感性和假设条件：**检查在对建模假设、参数值以及使用模式的波动进行调整后，您的预测结果会如何变化。

4. **建议：**将您的研究结果转化为对手机用户的实用建议。例如，哪些用户行为（如降低屏幕亮度、禁用后台任务或切换网络模式）能最大程度地延长电池续航时间？操作系统如何根据您的模型所提供的见解实施更有效的节能策略？考虑电池老化如何降低有效容量，或者您的建模框架如何推广到其他便携式设备。

您的报告应包含：

- 对您的模型及控制方程的清晰描述。
- 您的设计选择背后的假设和理由。
- 参数估计方法及验证结果。
- 对优势、局限性以及可能的拓展进行讨论。
- 一份突出主要结果、见解和建议的高管式摘要。

重要提示：您的模型必须基于明确界定的物理或机械原理；仅通过离散曲线拟合或其他与电池行为的明确连续时间描述脱节的数学形式无法满足要求。仅依赖离散曲线拟合或统计回归而没有明确制定的连续时间模型的项目无法满足此问题的要求。

您的 PDF 解决方案总页数不超过 25 页，应包含：

- 一页总结表。
- 目录

您的完整解决方案。

- 文内引用和参考文献列表。
- [人工智能使用报告](#)（若使用则不计入 25 页的限制。）

注意：完整的 MCM 提交材料没有特定的最小页数要求。您可以使用最多 25 页来呈现您的全部解决方案以及您想要包含的任何其他信息（例如：绘图、图表、计算、表格）。不完整的解决方案也是可以接受的。我们允许谨慎使用诸如 ChatGPT 之类的生成式人工智能，不过使用它来解决此问题并非强制要求。如果您选择使用生成式人工智能，必须遵循 [COMAP 的人工智能使用政策](#)。这将导致您需要在 PDF 解决方案文件的末尾添加一份额外的人工智能使用报告，该报告不计入您解决方案的 25 页总限制。

词汇表

智能手机：是一种集传统手机功能与先进计算能力于一体的移动设备。

功耗：设备从电池或电源获取电能的速率。

处理器负载：处理器在给定时刻实际执行的工作量。

荷电状态 (SOC)：衡量电池剩余能量与其满容量之比的指标，以百分比形式表示。

剩余放电时间：电池完全放电前预计剩余的时间。