

# ICM 2026 Problem D: 职业体育管理的高维博弈与随机优化

## ——基于 WNBA 数据的“Moneyball 2.0” 动态决策系统

### 核心理念：从“管理学”到“金融工程”

将球队视为一个资产管理公司 (Asset Management Firm)。

- 球员 = 高波动资产 (具有收益期望  $\mu$  和风险方差  $\sigma^2$ )。
- 赢球 = 基础现金流 (Bond-like returns)。
- 流量/品牌 = 权益类增值 (Equity-like growth)。
- 决策 = 风险约束下的投资组合优化 (Portfolio Optimization under Risk Constraints)。

## 1. 数据工程与特征解耦：Moneyball 2.0 引擎

目标：利用机器学习技术，将混杂在 CSV 中的原始数据解耦为纯粹的“竞技价值”与“商业溢价”。

### 1.1 竞技贡献模型：基于 SHAP 的非线性归因

- 数据源：`wnba_player_and_team_stats.csv`
- 方法：摒弃传统的 PER/EFF 线性公式，训练 **XGBoost Regressor**。
  - 输入 ( $X$ )：投篮热图数据、Usage Rate、Assist/TO Ratio、防守对位数据。
  - 目标 ( $Y$ )：球队净胜分 (`plus_minus`) 或 胜利贡献值 (`win_shares`)。
  - 核心创新 (SHAP Values)：利用 SHAP (Shapley Additive Explanations) 计算每个特征的边际贡献。
- 输出参数 ( $S_i$ )：球员  $i$  的预期胜场贡献 (Expected Wins Added, EWA)。这能捕捉到传统数据忽略的“化学反应”与“防守威慑力”。

### 1.2 商业溢价模型：固定效应回归与因果推断

- 数据源：`attendance_data.csv`, `team_valuations.csv`, `player_salaries_2025.csv`
- 方法：分离“赢球带来的观众”与“球星本人带来的观众”。
  - 模型构建： $\ln(\text{Revenue}_t) = \alpha + \beta_1 \cdot \text{WinRate}_t + \beta_2 \cdot \text{MarketSize} + \sum_{i \in \text{Roster}} \gamma_i \cdot I(\text{Player}_i \in \text{Team}) + \epsilon_t$
  - 解释： $\beta_1$  是赢球的商业价值； $\gamma_i$  是球员  $i$  的纯商业溢价 (Brand Premium, BP)。
  - 数据验证：检查 Indiana Fever (Caitlin Clark) 的数据，如果模型显示  $\gamma_{\text{Clark}} > 0$  且显著，证明分离成功。
- 输出参数 ( $F_i$ )：球员  $i$  的品牌变现能力。

## 2. 问题一：基于 CVaR 的多阶段随机规划 (Problem 1: Dynamic Decision)

核心升级：引入风险度量。老板不仅想赚钱，更怕亏大钱（如核心报销导致的崩盘）。

### 2.1 数学模型：Risk-Averse Optimization

决策变量：

- $x_{i,t} \in \{0, 1\}$ :  $t$  赛季初是否签约球员  $i$ 。
- $y_s \in \mathbb{R}^+$ : 场景  $s$  下的补救成本。

目标函数：最大化风险调整后的回报 (Risk-Adjusted Return on Capital, RAROC)。

$$\text{Maximize } Z = (1 - \lambda) \cdot \mathbb{E}[\text{Profit}] - \lambda \cdot \text{CVaR}_\alpha(\text{Profit}) + \omega \cdot \Delta \text{Valuation}$$

- $\mathbb{E}[\text{Profit}]$ : 期望利润，基于  $S_i$  和  $F_i$  的加权。
- **CVaR $_\alpha$  (Conditional Value at Risk)**: 在最糟糕的  $\alpha\%$  (如 5%) 场景下的平均亏损。
- $\lambda$ : 风险厌恶系数。

### 2.2 约束条件体系

#### 1. 软工资帽与奢侈税 (Soft Cap with Luxury Tax):

WNBA 规则可能允许超支但需缴纳罚款。

$$\text{Cost} = \sum C_i x_i + \text{TaxFunc}(\max(0, \sum C_i x_i - \text{Cap}))$$

#### 2. 化学反应图论约束 (Graph-based Chemistry):

构建球员共存网络  $G(V, E)$ ，边权重  $w_{ij}$  代表两人同场时的正负值。

$$\sum_{(i,j) \in E} w_{ij} x_i x_j \geq \text{Threshold}_{chemistry}$$

## 3. Problem 2: Acquisition Strategy

核心升级：使用现代投资组合理论 (MPT) 替代背包问题

### 3.1 均值-方差模型 (Mean-Variance Optimization)

我们将球员看作股票，构建有效前沿 (Efficient Frontier)。

- 收益 ( $\mu_i$ ):  $w_1 S_i + w_2 F_i$  (综合价值)。
- 风险 ( $\Sigma$ ): 协方差矩阵。
  - 对角线  $\sigma_i^2$ : 球员历史表现的方差（衡量状态稳定性，老将通常方差小，新秀方差大）。
  - 非对角线  $\sigma_{ij}$ : 资源冲突系数。如果两人都需要大量球权 (Usage Rate > 30%)，则  $\rho_{ij} \approx -1$  (负相关，不仅不能互补，反而互斥)。

优化目标：

$$\min_x \quad x^T \Sigma x \quad (\text{最小化阵容波动风险})$$

$$\text{s.t.} \quad \mu^T x \geq \text{Target\_Return}, \quad C^T x \leq \text{Budget}$$

## 3.2 策略落地

- 可视化：画出“风险(波动率)-收益(胜场/利润)”的曲线图。
  - 决策建议：
    - 保守策略：位于有效前沿左下角，多选“蓝领老将”。
    - 激进策略：位于有效前沿右上角，豪赌“高天赋新秀”或“伤病史巨星”。
- 

## 4. Problem 3: Expansion Draft

### 4.1 双层规划模型 (Bilevel Programming)

这是一个博弈过程：制定保护名单 (Leader)，新球队后进行选择 (Follower)。

- 上层问题 (Leader - Your Team):

$$\min_u \quad \text{Loss} = \sum_j v_j^*(u) \cdot \text{Value}_j$$

- 决策变量  $u_i \in \{0, 1\}$ : 是否保护球员  $i$  (限制  $\sum u_i \leq 6$ )。
- 目标：最小化被选走球员造成的价值损失。

- 下层问题 (Follower - New Team):

$$v^*(u) = \arg \max_v \sum_i v_i \cdot (\text{Value}_i^{new} - \text{Fee})$$

- 决策变量  $v_i \in \{0, 1\}$ : 是否挑选球员  $i$ 。
- 约束：只能选未保护的 ( $v_i \leq 1 - u_i$ )。

### 4.2 求解策略

利用 **KKT 条件** 将下层优化问题转化为上层问题的约束条件，将其转化为单层混合整数规划 (MIP) 求解。

---

## 5. 问题四：贝叶斯动态定价 (Problem 4: Bayesian Dynamic Pricing)

核心升级：引入**在线学习 (Online Learning)** 机制。

### 5.1 贝叶斯推断过程

- 先验 (Prior): 赛季初，基于 `model_parameters.csv` 中的 `elasticity` 设定需求曲线参数  $\theta \sim N(\mu_0, \sigma_0)$ 。
- 观测 (Observation): 每场比赛后，获得实际数据  $(P_t, D_t)$ 。
- 后验更新 (Posterior Update):

$$P(\theta|D_t) \propto P(D_t|\theta) \cdot P(\theta)$$

如果球队连胜导致球市火爆（观测到的需求高于预期），模型会自动修正  $\theta$ ，建议下一场涨价。

### 5.2 动态定价公式

$$P_{t+1}^* = \frac{\epsilon(\bar{\theta}_{t+1})}{1+\epsilon(\bar{\theta}_{t+1})} \cdot \text{MarginalCost}$$

---

## 6. 论文呈现与图表建议 (The "F-Prize" Look)

1. **SHAP 漩布图 (Waterfall Plot):** 展示为何模型认为某位球员  $S_i$  高——是因为她的真实命中率高，还是因为她在关键时刻 (*Clutch*) 的表现。
2. **有效前沿曲线 (Efficient Frontier):** 展示不同阵容组合的风险收益比，并标注出当前的“最优投资组合”。
3. **敏感性分析热力图 (Sensitivity Heatmap):** 横轴为伤病概率，纵轴为薪资帽增长率，颜色代表球队利润。展示策略在何种环境下失效。
4. **影子价格分析 (Shadow Price Interpretation):** 明确指出“薪资帽每增加 1 美元，球队边际利润增加  $X$  美元”，以此建议老板是否应该游说联盟提高工资帽。