

ICM 2026 Problem D: 职业体育管理的高维博弈与随机优化

——基于 WNBA 数据的“Moneyball 2.0” 动态决策系统

核心理念：从“管理学”到“金融工程”

将球队视为一个资产管理公司 (Asset Management Firm)。

- 球员 = 高波动资产 (具有收益期望 μ 和风险方差 σ^2)。
- 赢球 = 基础现金流 (Bond-like returns)。
- 流量/品牌 = 权益类增值 (Equity-like growth)。
- 决策 = 风险约束下的投资组合优化 (Portfolio Optimization under Risk Constraints)。

1. 数据工程与特征解耦：Moneyball 2.0 引擎

目标：利用机器学习技术，将混杂在 CSV 中的原始数据解耦为纯粹的“竞技价值”与“商业溢价”。

1.1 竞技贡献模型：基于 SHAP 的非线性归因

- 数据源：wnba_player_and_team_stats.csv
- 方法：摒弃传统的 PER/EFF 线性公式，训练 XGBoost Regressor。
 - 输入 (X): 投篮热图数据、Usage Rate、Assist/TO Ratio、防守对位数据。
 - 目标 (Y): 球队净胜分 (plus_minus) 或 胜利贡献值 (win_shares)。
 - 核心创新 (SHAP Values): 利用 SHAP (Shapley Additive Explanations) 计算每个特征的边际贡献。
- 输出参数 (S_i): 球员 i 的预期胜场贡献 (Expected Wins Added, EWA)。这能捕捉到传统数据忽略的“化学反应”与“防守威慑力”。

1.2 商业溢价模型：固定效应回归与因果推断

- 数据源：attendance_data.csv, team_valuations.csv, player_salaries_2025.csv
- 方法：分离“赢球带来的观众”与“球星本人带来的观众”。
 - 模型构建：
$$\ln(\text{Revenue}_t) = \alpha + \beta_1 \cdot \text{WinRate}_t + \beta_2 \cdot \text{MarketSize} + \sum_{i \in \text{Roster}} \gamma_i \cdot I(\text{Player}_i \in \text{Team}) + \epsilon_t$$
 - 解释： β_1 是赢球的商业价值； γ_i 是球员 i 的纯商业溢价 (Brand Premium, BP)。
 - 数据验证：检查 Indiana Fever (Caitlin Clark) 的数据，如果模型显示 $\gamma_{\text{Clark}} > 0$ 且显著，证明分离成功。
- 输出参数 (F_i): 球员 i 的品牌变现能力。

2. 问题一：基于 CVaR 的多阶段随机规划 (Problem 1: Dynamic Decision)

核心升级：引入**风险度量**。老板不仅想赚钱，更怕亏大钱（如核心报销导致的崩盘）。

2.1 数学模型：Risk-Averse Optimization

决策变量：

- $x_{i,t} \in \{0, 1\}$: t 赛季初是否签约球员 i 。
- $y_s \in \mathbb{R}^+$: 场景 s 下的补救成本。

目标函数：最大化风险调整后的回报 (Risk-Adjusted Return on Capital, RAROC)。

Maximize $Z = (1 - \lambda) \cdot \mathbb{E}[\text{Profit}] - \lambda \cdot \text{CVaR}_\alpha(\text{Profit}) + \omega \cdot \Delta \text{Valuation}$

- $\mathbb{E}[\text{Profit}]$: 期望利润，基于 S_i 和 F_i 的加权。
- CVaR_α (**Conditional Value at Risk**): 在最糟糕的 $\alpha\%$ (如 5%) 场景下的平均亏损。
- λ : 风险厌恶系数。

2.2 约束条件体系

1. 软工资帽与奢侈税 (Soft Cap with Luxury Tax):

WNBA 规则可能允许超支但需缴纳罚款。

$$\text{Cost} = \sum C_i x_i + \text{TaxFunc}(\max(0, \sum C_i x_i - \text{Cap}))$$

2. 化学反应图论约束 (Graph-based Chemistry):

构建球员共存网络 $G(V, E)$, 边权重 w_{ij} 代表两人同场时的正负值。

$$\sum_{(i,j) \in E} w_{ij} x_i x_j \geq \text{Threshold}_{\text{chemistry}}$$

3. Problem 2: Acquisition Strategy

核心升级：使用现代投资组合理论 (MPT) 替代背包问题

3.1 均值-方差模型 (Mean-Variance Optimization)

我们将球员看作股票，构建**有效前沿 (Efficient Frontier)**。

- 收益 (μ_i):** $w_1 S_i + w_2 F_i$ (综合价值)。
- 风险 (Σ):** 协方差矩阵。
 - 对角线 σ_i^2 : 球员历史表现的方差（衡量状态稳定性，老将通常方差小，新秀方差大）。
 - 非对角线 σ_{ij} : 资源冲突系数。如果两人都需要大量球权 (Usage Rate > 30%), 则 $\rho_{ij} \approx -1$ (负相关, 不仅不能互补, 反而互斥)。

优化目标：

$$\min_x \quad x^T \Sigma x \quad (\text{最小化阵容波动风险})$$

$$\text{s.t.} \quad \mu^T x \geq \text{Target_Return}, \quad C^T x \leq \text{Budget}$$

3.2 策略落地

- 可视化：画出“风险(波动率)-收益(胜场/利润)”的曲线图。
- 决策建议：
 - 保守策略：位于有效前沿左下角，多选“蓝领老将”。
 - 激进策略：位于有效前沿右上角，豪赌“高天赋新秀”或“伤病史巨星”。

4. Problem 3: Expansion Draft

4.1 双层规划模型 (Bilevel Programming)

这是一个博弈过程：制定保护名单 (Leader)，新球队后进行选择 (Follower)。

- 上层问题 (Leader - Your Team):

$$\min_u \text{ Loss} = \sum_j v_j^*(u) \cdot \text{Value}_j$$

- 决策变量 $u_i \in \{0, 1\}$: 是否保护球员 i (限制 $\sum u_i \leq 6$)。
- 目标：最小化被选走球员造成的价值损失。

- 下层问题 (Follower - New Team):

$$v^*(u) = \arg \max_v \sum_i v_i \cdot (\text{Value}_i^{\text{new}} - \text{Fee})$$

- 决策变量 $v_i \in \{0, 1\}$: 是否挑选球员 i 。
- 约束：只能选未保护的 ($v_i \leq 1 - u_i$)。

4.2 求解策略

利用 KKT 条件 将下层优化问题转化为上层问题的约束条件，将其转化为单层混合整数规划 (MIP) 求解。

5. 问题四：贝叶斯动态定价 (Problem 4: Bayesian Dynamic Pricing)

核心升级：引入在线学习 (Online Learning) 机制。

5.1 贝叶斯推断过程

- 先验 (Prior): 赛季初，基于 `model_parameters.csv` 中的 `elasticity` 设定需求曲线参数 $\theta \sim N(\mu_0, \sigma_0)$ 。
- 观测 (Observation): 每场比赛后，获得实际数据 (P_t, D_t) 。
- 后验更新 (Posterior Update):

$$P(\theta|D_t) \propto P(D_t|\theta) \cdot P(\theta)$$

如果球队连胜导致球市火爆（观测到的需求高于预期），模型会自动修正 θ ，建议下一场涨价。

5.2 动态定价公式

$$P_{t+1}^* = \frac{\epsilon(\bar{\theta}_{t+1})}{1+\epsilon(\bar{\theta}_{t+1})} \cdot \text{MarginalCost}$$

6. 论文呈现与图表建议 (The "F-Prize" Look)

- SHAP 瀑布图 (Waterfall Plot):** 展示为何模型认为某位球员 S_i 高——是因为她的真实命中率高，还是因为她在关键时刻 (*Clutch*) 的表现。
- 有效前沿曲线 (Efficient Frontier):** 展示不同阵容组合的风险收益比，并标注出当前的“最优投资组合”。
- 敏感性分析热力图 (Sensitivity Heatmap):** 横轴为伤病概率，纵轴为薪资帽增长率，颜色代表球队利润。展示策略在何种环境下失效。
- 影子价格分析 (Shadow Price Interpretation):** 明确指出“薪资帽每增加 1 美元，球队边际利润增加 X 美元”，以此建议老板是否应该游说联盟提高工资帽。