第5次计算物理作业

题目

$$\partial_t^2 y = \partial_x^2 y$$

此为一维双曲型偏微分方程，求通解需要两个初始条件：

$$\begin{cases} y(x,0) = \sin \pi x \\ \partial_t y(x,0) = 0 \end{cases}$$

此外有两个束缚条件,但是若循环设置的好不用管。

$$\begin{cases} y(0,t) = 0 \\ y(1,t) = 0 \end{cases}$$

参数设置

- 迭代公式

迭代差分公式为：

$$y(x_i, t_{k+1}) = 2(1-(\frac{\tau}{h})^2) y(x_i, t_k) + (\frac{\tau}{h})^2 [y(x_{i+1}, t_k) + y(x_{i-1}, t_k)] - y(x_i, t_{k-1})$$

其中 τ 为时间步长，h 为空间步长。其收敛条件为：

- 步长设置

$$\frac{\tau}{h} \le 1$$

题目令 $\tau = h$ 多半是为了简化迭代公式，但其实从计算量来说，简化不了多少，所以就不卡着极限了。设置步长为：

$$\begin{cases} \tau = 0.01 \\ h = 0.02 \end{cases}$$

- 区间

$$t_{range} \in [0, 10]$$
$$x_{range} \in [0, 1]$$

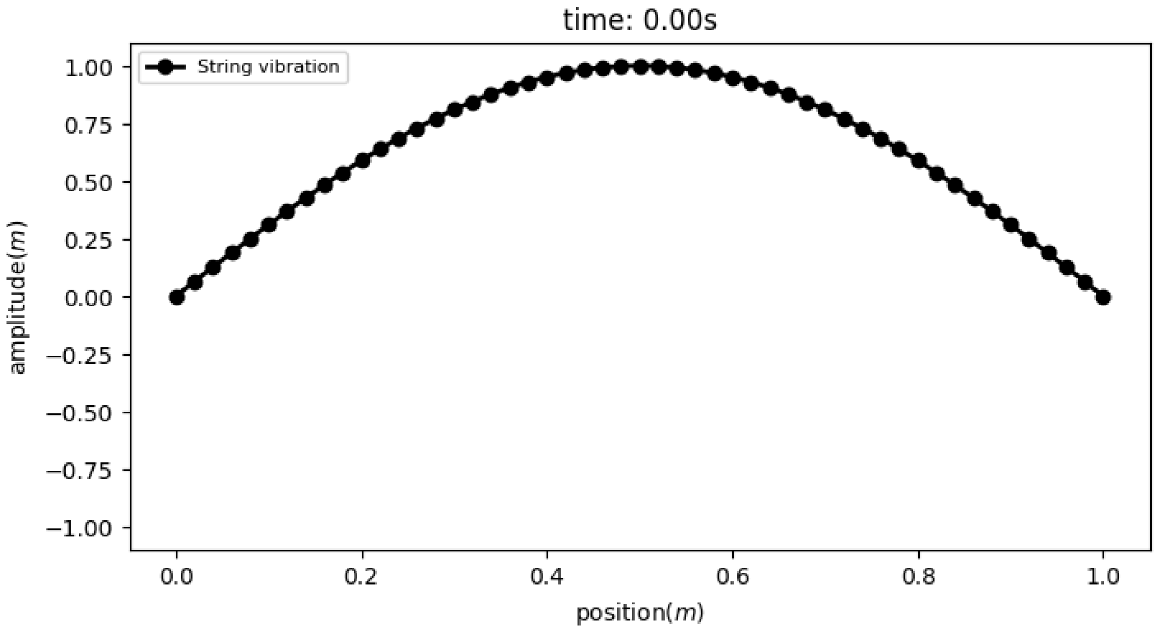
In [ ]:

```
# library
import numpy as np
%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.animation import FuncAnimation
from IPython.display import HTML
```

```
# varables definition
## parameter setting
h=0.02
tau=0.01
x_range=[0,1]
t_range=[0,10]
## array presetting
x_array=np.arange(x_range[0],x_range[1]+h,h)
t_array=np.arange(t_range[0],t_range[1]+tau,tau)
x_row=np.size(x_array)
t_row=np.size(t_array)
y_matrix=np.zeros((x_row,t_row))

# calculate
## primal conditons: t=0 and t=tau
### first kind condition
y_matrix[:,0]=np.sin(np.pi*x_array)
### second kind condition
y_matrix[:,1]=y_matrix[:,0]
## 代入迭代公式
### 边界条件已经自动符合。
for k in range(1,t_row-1):
    for i in range(1,x_row-1):
        y_matrix[i,k+1]=2*(1-(tau/h)**2)*y_matrix[i,k]\
        +(tau/h)**2*(y_matrix[i+1,k]+y_matrix[i-1,k])-y_matrix[i,k-1]

# Graph
## variables
x_array = x_array
y_array = y_matrix[:,0]
## figure
fig = plt.figure(figsize=(8,4))
ax = fig.add_subplot(1,1,1)
### plot
line,=ax.plot(x_array,y_array,marker='o',color='k',linewidth=2.0,label='S
### title
ax.set_title("String vibration evolution",fontsize=22,x=0.5,y=1)
### legend
legend=ax.legend(loc='upper left',prop = {'size':8})
### label
ax.set_xlabel(r"position($m$)")
ax.set_ylabel(r"amplitude($m$)")
### limit
ax.set_ylim([-1.1,1.1])
## 动画
def update(n):  # 动态更新函数
    line.set_ydata(y_matrix[:,n])
    ## title
    ax.set_title("time: {:.2f}s".format(t_array[n]))
ani = FuncAnimation(fig, update,fargs=(), frames=int(t_row/5), interval=1
## 保存为mp4
ani.save('animation.mp4', writer='ffmpeg', fps=20)
```


time: 0.00s
String vibration
amplitude(m)
position(m)
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0