第一章

28、 (1) 记抽中的地区为一，二，三地区分别为事件 B_1, B_2, B_3

设 $A=\{$最先一份为女生报名表$\}$

$$P(A)=\sum_{i=1}^{3} P(A|B_i)\,P(B_i)$$

$P(A|B_1)=\frac{3}{10}$ $P(A|B_2)=\frac{7}{15}$

$P(A|B_3)=\frac{1}{5}$

$$=\left(\frac{3}{10}+\frac{7}{15}+\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{3}$$

$$=\frac{29}{90}$$

(2) 记$\{$后抽到1份为男生$\}=D$

$$P(A|D)=\frac{P(AD)}{P(D)}=\frac{P(AD)}{P(AD)+P(A^cD)}$$

$$P(AD)=\sum_{i=1}^{3} P(AD|B_i)\,P(B_i)=\left(\frac{3}{10}\times\frac{7}{9}+\frac{7}{15}\times\frac{8}{14}+\frac{5}{25}\times\frac{20}{24}\right)\times\frac{1}{3}$$

$$=\frac{2}{9}$$

$$P(A^cD)=\left(\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}+\frac{8}{15}\times\frac{7}{14}+\frac{20}{25}\times\frac{19}{24}\right)\times\frac{1}{3}$$

$$=\frac{41}{90}$$

$$\Rightarrow P(A|D)=\frac{20}{61}$$

31. (1) 设 $B_i=\{$从第i个笔筒中取出笔$\}$

$$P(B_i)=\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow P(红)=\sum_{i=1}^{3} P(红|B_i)\,P(B_i)$$

$$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{2+4}+\frac{4}{2+4}+\frac{3}{3+3}\right)=\frac{1}{2}$$

(2) $$P(B_i|红)=\frac{P(红,B_i)}{P(红)}=\frac{P(红|B_i)P(B_i)}{P(红)}$$

$P(红)=\frac{1}{2}$ $P(B_i)=\frac{1}{3}$

$$P(红|B_i)=\begin{cases}\frac{1}{3} & i=1\\ \frac{2}{3} & i=2\\ \frac{1}{2} & i=3\end{cases}$$

$\Rightarrow P(B_i|红)$的大小只与 $P(红|B_i)$ 有关

故 $i=2$ i.e. 2号概率最大

33. (1) 记 A 为所求事件

$B_1 =$ {从甲中取出一黑一白} $B_2 =$ {甲中 2 黑}

$B_3 =$ {甲中 2 白}

$$P(A) = \sum_{i=1}^{3} P(A|B_i)P(B_i) = \frac{5}{11} \times \frac{C_5^1 C_2^1}{C_7^2} + \frac{4}{11} \times \frac{1}{C_7^2} + \frac{6}{11} \times \frac{C_5^2}{C_7^2}$$

$$= \frac{38}{77}$$

(2) $P(B_2|A) = P(AB_2)/P(A) = \dfrac{P(A|B_2)P(B_2)}{P(A)} = \dfrac{77}{38} \times \dfrac{4}{11} \times \dfrac{1}{C_7^2} = \dfrac{2}{57}$

$P(B_2^c|A) = \dfrac{55}{57}$

37. $P(A) = P(AC) + P(A\bar{C}) = P(A|C)P(C) + P(A|\bar{C})P(\bar{C})$

$= 0.9 \times 0.5 + 0.2 \times 0.5 = 0.55$

同理: $P(B) = 0.5$ ($= P(BC) + P(B\bar{C})$)

$P(AB) = P(ABC) + P(AB\bar{C}) = \cancel{0.45}\ 0.415$

$P(A) \cdot P(B) = 0.275 \neq 0.415$ (一个反例，可以记一下，判断题别错了)

38. (1) 设 $A_i =$ {第 i 次射中} $P(A_1) = 0.5$ $P(A_2) = 0.6$ $P(A_3) = 0.8$

$\Rightarrow P(\text{恰好一次射中}) \overset{\text{独立}}{=} P(A_1)P(\bar{A_2})P(\bar{A_3}) + P(\bar{A_1})P(A_2)P(\bar{A_3}) + P(\bar{A_1})P(\bar{A_2})P(A_3)$

≈ 0.26

(2) $P(\text{至少一次}) = 1 - P(\text{一次都未中})$

$= 1 - P(\bar{A_1})P(\bar{A_2})P(\bar{A_3}) = 1 - (1-0.5) \times (1-0.6) \times (1-0.8)$

$= 0.96$

第二章

3. 解：由题意可知 r.v X 的可能取值为 100, 80, 50, −60. X 的分布律为

X	-60	50	80	100
P	0.1	0.1	0.2	0.6

---

6. 解：X 可能的取值为 1, 2, 3. 故 X 的分布律为

X	1	2	3
P	$\frac{8}{10}$	$\frac{16}{90}$	$\frac{2}{90}$

由 X 的分布律及分布函数的定义 $P(X\le x)=F(x)$，可知 r.v 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0 & x<1\\ \frac{8}{10}=\frac{4}{5} & 1\le x<2\\ \frac{88}{90}=\frac{44}{45} & 2\le x<3\\ 1 & x\ge 3\end{cases}$$

---

9. 记4次独立实验中A出现的次数为X. 已知每次试验中A出现的概率均为0.3.

$P(X=0)=0.7^4$；$P(X=1)=C_4^1 0.3^1 0.7^3=4\times0.3\times0.7^3$.

$P(X=2)=C_4^2 0.3^2 0.7^2=0.2646$.　$P(X=3)=4\times0.3^3\times0.7=0.0756$.

$P(X=4)=0.3^4=0.0081$

(1) 则事件B出现的概率为

$P(B)=P(B|X=0)P_0+P(B|X=1)P_1+P(B|X=2)\cdot P(X=2)+P(B|X=3)\cdot P(X=3)+P(B|X=4)\cdot P(X=4)$

$=0.59526$

(2). 在B出现的情况下，A出现1次的概率

$$P(X=1|B)=\frac{P(X=1,B)}{P(B)}=\frac{P(B|X=1)\cdot P(X=1)}{P(B)}=\frac{0.6\times0.4116}{0.59526}=0.41488.$$

---

10. 解：$P_4=0.6^4=0.1296$　$P_5=P(\text{第5场甲赢,前4场甲赢3次})=0.6\times C_4^3 0.6^3\cdot0.4=0.6^4\times1.6=0.20736$

$P_6=0.6\cdot C_5^3 0.6^3 0.4^2=0.6^4\times1.6=0.20736$.　$P_7=0.6\times C_6^3 0.6^3\cdot0.4^3=0.6^4\times1.28=0.16588$

(1) 若规定先胜4场为冠军，则

$P(\text{乙为冠军})=1-P(\text{甲为冠军})=1-P_4-P_5-P_6-P_7=0.289792$

(2) 若三局两胜.

$P(\text{乙为冠军})=0.4^2+0.4^2\times0.6\times C_2^1=0.352$

因此"三局两胜"对乙更有利

11. 首先，X可能取值有 -1，1、2、3

$P(X=-1)=P(3个均无押的数字)=(\frac{5}{6})^3=\frac{125}{216}$

$P(X=1)=P(正好一个)=C_3^1\times(\frac{5}{6})^2\times\frac{1}{6}=\frac{75}{216}=\frac{25}{72}$

$P(X=2)=P(正好2个)=C_3^2\times(\frac{5}{6})\times(\frac{1}{6})^2=\frac{15}{216}=\frac{5}{72}$

$P(X=3)=P(3个均押中)=(\frac{1}{6})^3=\frac{1}{216}$

分布律 $X\sim\begin{pmatrix}-1 & 1 & 2 & 3\\ \frac{125}{216} & \frac{75}{216} & \frac{15}{216} & \frac{1}{216}\end{pmatrix}$

（实际上易见这是 $(\frac{5}{6}+\frac{1}{6})^3$ 的~~多~~多项式展开）