2、(1) $A_1\bar{A}_2\bar{A}_3 \cup \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3 \cup \bar{A}_1\bar{A}_2 A_3$

(2) $\overline{\bar{A}_1\bar{A}_2\bar{A}_3} = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ ，最好利用 $1-A_1A_2A_3$ 这一类

(3) $A_1 \cap (A_2 \cup A_3)$

(4) $(A_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3) \cup (\bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3) \cup (\bar{A}_1\bar{A}_2 A_3) \cup (\bar{A}_1\bar{A}_2\bar{A}_3)$

7. $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A\cup B)$

$P(AB) \geq 0$ 显然 注意、若 $P(A)+P(B)>1$ 则 $P(AB)$ 存一个更大的下界

$\cancel{P(A)}$ $a+b>1 \Rightarrow P(AB) \geq a+b-1$

$P(AB) \leq \min(a,b) = a+b-\max(a,b)$

综上： $\max(0, a+b-1) \leq P(AB) \leq \min(a, b)$

9. 共 12^{30} 种情况

$$P = \frac{\overset{\text{取6个月}}{C_{12}^{6}} \cdot \frac{30!}{(2!)^6 (3!)^6}}{12^{30}}$$

11. $$P = \frac{\sum_{A} C_{13}^{n_1} C_{13}^{n_2} \cdot C_{13}^{n_3} \cdot C_{13}^{n_4}}{C_{52}^{10}}$$ $A = \{ n_i \in N_+ , \sum_{i=1}^{4} n_i = 10 \}$

≈ 0.7806

14. (1) 样本总数：A_N^n

∵ 要任何人均无邻座，则至少有 $N \geq 2n-1$

可以理解为：① 把 n 个人先放在 $N-(n-1)$ 个座位上，之后再放入 $n-1$ 把椅子即可

② 把 n 个人插在 $N-n$ 把椅子（即 $N-n+1$ 个空位）中

故 概率为 $A_{N-n+1}^n \big/ A_N^n$

(2) 每2个人一组，共 $\frac{n}{2}$ 组，同(1)，相当于 $\frac{n}{2}$ 个组放在 $N-n+1$ 个空位中

有 $C_{N-n+1}^{\frac{n}{2}}$ 种可能，每个人的位置又有 $n!$ 种情况

故概率为 $C_{N-n+1}^{\frac{n}{2}} \cdot n! \big/ A_N^n$

(3) ① N为偶数，$N \geq 2n$ 时，相当于在 $\frac{N}{2}$ 把椅子上安排 n 个人

而每个人可以选择对称的2把

故 概率为 $A_{\frac{N}{2}}^n \cdot 2^n \big/ A_N^n$

② N奇数 $N \geq 2n-1$ (i) $N=2n-1$，此时中间必须坐一人，故概率为 $\underbrace{C_n^1}_{\text{抽一人坐中间}} \cdot \overbrace{2^{n-1}}^{n-1\text{个人坐2边}} \big/ A_N^n$

(ii) $N > 2n-1$ 此时可以中间坐一人：C_n^1

在 $\frac{N-1}{2}$ 把椅子中分配 $n-1$ 个人，故有 $C_n^1 \cdot A_{\frac{N-1}{2}}^{n-1} \cdot 2^{n-1}$ 种

中间不坐人：同N偶数，$A_{\frac{N-1}{2}}^n \cdot 2^n$ 种

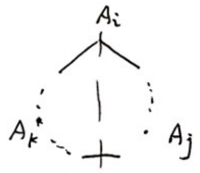
综上：概率为 $\left(A_{\frac{N-1}{2}}^n \cdot 2^n + n \cdot A_{\frac{N-1}{2}}^{n-1} \cdot 2^{n-1}\right) \big/ A_N^n$

16. 首先：从 2n+1 个点中选 3个点：共 C_{2n+1}^{3} 种

下面：我们可以先对顶点编号，从而有 $A_1 \cdots A_{2n+1}$

设取出的3个顶点为 A_i, A_j, A_k $\quad i<j<k$

那么，若中心在三角形内部，我们应该有：



~~$k-i<n+1$~~

实际上中心是外接圆圆心

而固定 A_i，只要 A_i, A_j, A_k 不在同一个半圆内

则必包含中心

~~故~~ 一个半圆有 n+1 个点（以 A_i 及其对径点作为半圆划分）

故 3个点均在半圆内：$\binom{n}{2} = C_n^2$

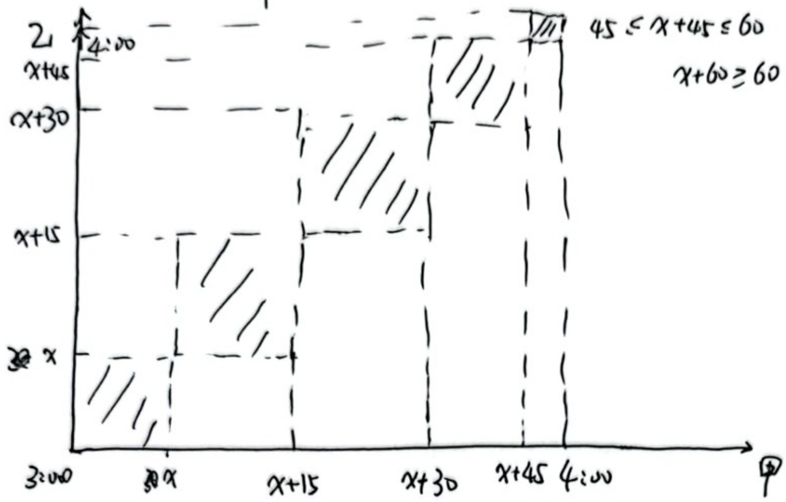
A_i 有 2n+1 种可能，而取遍 2n+1 个点时，

~~会重复计数了次~~ 这里为了不重复计数，只考虑了 A_i 后n个点的所在半圆

$\Rightarrow$ 为 $\binom{n}{2}\cdot(2n+1)$

故 $p = 1 - \dfrac{C_n^2\cdot(2n+1)}{C_{2n+1}^{3}} = \dfrac{n+1}{4n-2}$

17. 设经过3:00 x分钟发出第一班车，$0 \le x \le 15$，则有



$45 \le x+45 \le 60$

$x+60 \ge 60$

阴影面积：$x^2+15^2+15^2+15^2+(15-x)^2$

全面积 60^2

$\Rightarrow$ 甲乙同乘一辆车概率为 $\dfrac{3 \times 15^2+x^2+(15-x)^2}{60^2}$

一般将x视为0也可，答案为 $\frac{1}{4}$

19. (1) $0 \le P\left(\bigcap_{k=1}^{\infty}\bigcup_{n=k}^{\infty} A_n\right) = \lim\limits_{k\to\infty} P\left(\bigcup_{n=k}^{\infty} A_n\right)$ （由于 $\bigcup_{n=k}^{\infty} A_n$ 随 k 递减）

$$\le \lim_{k\to\infty} \sum_{n=k}^{\infty} P(A_n) = 0 \quad （由 \sum_{k=1}^{\infty} P(A_k) < \infty）$$

$$\Rightarrow \quad P(A_n, i.o) = P\left(\bigcap_{k=1}^{\infty}\bigcup_{n=k}^{\infty} A_n\right) = 0$$

(2) $P(A_n, i.o) = \lim\limits_{k\to\infty} P\left(\bigcup_{n=k}^{\infty} A_n\right)$ 　由于 $P\left(\bigcup_{n=k}^{\infty} A_n\right)$ 随 k 递减

故 $P(A_n, i.o) = 1 \iff P\left(\bigcup_{n=k}^{\infty} A_n\right) = 1 \quad \forall k \ge 1$

$$\iff P\left(\bigcap_{n=k}^{\infty} A_n^c\right) = 0 \quad \forall k \ge 1$$

$$0 \le P\left(\bigcap_{n=k}^{\infty} A_n^c\right) = \lim_{m\to\infty} P\left(\bigcap_{n=k}^{m} A_n^c\right) = \lim_{m\to\infty} \prod_{n=k}^{m} (1 - P(A_n)) \le \lim_{m\to\infty} \prod_{n=k}^{m} e^{-P(A_n)}$$

$$= \exp\left(-\lim_{m\to\infty} \sum_{n=k}^{m} P(A_n)\right) = 0$$

$\Rightarrow$ 综上：$P(A_n, i.o.) = 1$

22、这题个人倾向于停车10站点（按11站也不扣分）

(1) $\dfrac{A_{10}^{8}}{10^8} = \dfrac{C_{10}^{8}\cdot 8!}{10^8}$ 或 $\dfrac{A_{11}^{8}}{11^8}$

(2) $\dfrac{1}{10^7}$ 或 $\dfrac{1}{11^7}$

(3) $\dfrac{C_8^3 \cdot 9^5}{10^8}$ 或 $\dfrac{C_8^3\cdot 10^5}{11^8}$

从8人中选3人　其余5人在9站中下车

24、 (1) $P(\text{第一次取到一等品}) = P(\cancel{\text{第一箱}}\text{抽到一等}\mid\text{第一箱})\times\frac{1}{2}$

$+\frac{1}{2}P(\text{一等}\mid\text{第二箱})$

$= \frac{1}{2}\times\left(\frac{10}{50}+\cancel{10}\ \frac{18}{30}\right) = 0.4$

(2) $\cancel{P}$ $P(\text{第一、二次均为一等}) = P(1,2\text{次一等}\mid\text{第一箱})\cdot\frac{1}{2}$

$+\frac{1}{2}P(1,2\text{次一等}\mid\text{第二箱})$

$= \frac{1}{2}\times\left(\frac{10}{50}\times\frac{9}{49}+\frac{18}{30}\times\frac{17}{29}\right)$

$P = \dfrac{P(1,2\text{次均为一等})}{P(1\text{次为一等})} \approx 0.4856$