

Báo cáo bài tập 2

1612174 - Phùng Tiến Hào - tienhaophung@gmail.com

23/03/2019

Contents

1	Câu 1	1
2	Câu 2	2
3	Tham khảo	5

1 Câu 1

(4 đ). Có 3 xạ thủ cùng bắn đạn vào bia. Xác suất để các xạ thủ bắn trúng bia lần lượt là 0.2, 0.4, 0.6. Giả sử rằng mỗi xạ thủ chỉ bắn 1 viên đạn và việc bắn đạn của một xạ thủ không bị ảnh hưởng bởi các xạ thủ khác.

a) Tìm phân phối của số đạn trúng bia.

Gọi p_1, p_2, p_3 lần lượt là xác suất bắn trúng bia của ba thợ săn:

$$\begin{cases} p_1 = 0.2 \rightarrow p_1^c = 0.8 \\ p_2 = 0.4 \rightarrow p_2^c = 0.6 \\ p_3 = 0.6 \rightarrow p_3^c = 0.4 \end{cases}$$

$$P(X = 0) = p_1^c p_2^c p_3^c = 0.192$$

$$P(X = 1) = p_1 p_2^c p_3^c + p_1^c p_2 p_3^c + p_1^c p_2^c p_3 = 0.464$$

$$P(X = 2) = p_1 p_2 p_3^c + p_1^c p_2 p_3 + p_1 p_2^c p_3 = 0.296$$

$$P(X = 3) = p_1 p_2 p_3 = 0.048$$

Table 1: Bảng phân phối xác suất của X (với X là số viên đạn trúng bia):

X	0	1	2	3
P(X = x)	0.192	0.464	0.296	0.048

b) Tính xác suất để số đạn trúng bia không quá 1.

$$\begin{aligned} P(X \leq 1) &= P(X = 0) + P(X = 1) \\ &= 0.192 + 0.464 \\ &= 0.656 \end{aligned}$$

Mô phỏng trong R

```
1 #a) Bang phan phoi xac suat cua X
2 #Voi X la so vien dan trung bia
```

```

3 X <- function() {
4   khanang <- c(1, 0)
5   thosan1 <- sample(khanang, 1, prob = c(0.2, 0.8))
6   thosan2 <- sample(khanang, 1, prob = c(0.4, 0.6))
7   thosan3 <- sample(khanang, 1, prob = c(0.6, 0.4))
8   return(thosan1 + thosan2 + thosan3)
9 }
10 pfX <- function(N) {
11   ketqua <- replicate(N, X())
12   return (table(ketqua)/N)
13 }
14
15 #b) So vien dan trung bia khong qua 1
16 X_khong_qua_1 <- function() {
17   khanang <- c(1, 0)
18   thosan1 <- sample(khanang, 1, prob = c(0.2, 0.8))
19   thosan2 <- sample(khanang, 1, prob = c(0.4, 0.6))
20   thosan3 <- sample(khanang, 1, prob = c(0.6, 0.4))
21   return(thosan1 + thosan2 + thosan3 <= 1)
22 }
23 tansuat <- function(N) {
24   ketqua <- replicate(N, X_khong_qua_1())
25   return (sum(ketqua)/N)
26 }
27
28 #Test:
29 #a) Bang phan phoi xac suat cua X
30 > pfX(50000)
31 ketqua
32 0      1      2      3
33 0.19386 0.46534 0.29144 0.04936
34 #b) So vien dan trung bia khong qua 1
35 > tansuat(50000)
36 [1] 0.65732
37

```

2 Câu 2

(6 đ). Chọn ngẫu nhiên một số thực T trên đoạn $[0, 1]$, dựng hình vuông có cạnh dài T mét.

a) Tìm phân phối của diện tích hình vuông.

Ta nhận thấy $L \sim Uniform(0, 1)$. Do đó, hàm mật độ xác suất của L là:

$$f_L(l) = \begin{cases} 1, & 0 \leq l \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Gọi S là diện tích của hình vuông với cạnh L(m).

$$S = l^2$$

Trước tiên, cần tìm *hàm phân phối tích lũy* (cumulative distribution function, cdf) của S:

$$F_S(s) = P(S \leq s) = P(l^2 \leq s)$$

Xét các trường hợp của s:

- $s < 0$: $(l^2 \leq s) = \emptyset$ vì $0 \leq l \leq 1$ nên $0 \leq s \leq 1$

$$P(\emptyset) = 0$$

- $0 \leq s \leq 1$: $(l^2 \leq s) = (0 \leq l \leq \sqrt{s})$ vì $0 \leq l \leq 1$

$$P(l^2 \leq s) = \int_0^{\sqrt{s}} dl = \sqrt{s}$$

- $s > 1$: $(l^2 \leq s) = \Omega$ vì $0 \leq l \leq 1$ nên $0 \leq l^2 \leq 1$

$$P(\Omega) = 1$$

Từ đó ta có:

$$F_S(s) = \begin{cases} 0, & s < 0 \\ \sqrt{s}, & 0 \leq s \leq 1 \\ 1, & s > 1 \end{cases}$$

Như vậy, hàm mật độ xác suất của S là:

$$f_S(s) = F'_S(s) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{s}}, & 0 \leq s \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

b) Tính xác suất để diện tích hình vuông không quá 0.5 m^2 .

$$P(S \leq 0.5) = F_S(0.5) = \sqrt{0.5} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.707$$

Mô phỏng trong R

```

1  #a) Tìm hàm mật độ xác suất của diện tích hình vuông
2  #Hàm chọn cạnh x trong [0, 1]
3  X <- function() {
4    x <- runif(1, min = 0, max = 1)
5    return (x^2)
6  }
7  #Vẽ histogram
8  histY <- function(N) {
9    ketqua <- replicate(N, X())
10   hist(ketqua)
11 }
12
13 #Test
14 > histY(50000)

```

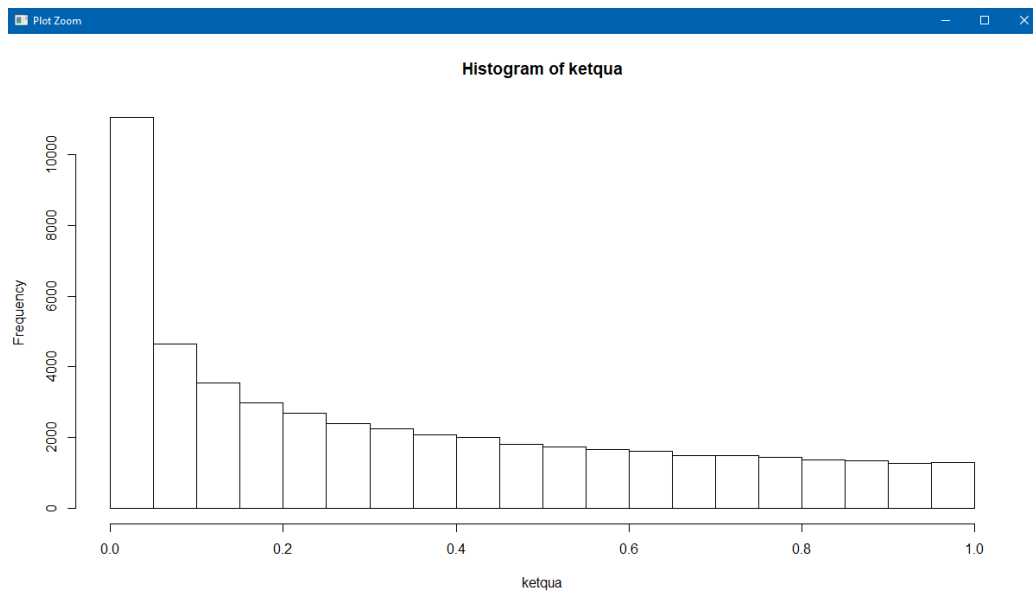


Figure 1: Histogram.

```

1  #b) Xác suất để diện tích hình vuông không qua 0.5 m2
2  X <- function() {
3    x <- runif(1, min = 0, max = 1)
4    return (x^2 <= 0.5)

```

```
5 }  
6 tansuat <- function(N) {  
7   ketqua <- replicate(N, X())  
8   return (sum(ketqua)/N)  
9 }  
10  
11 #Test  
12 > tansuat(500000)  
13 [1] 0.707494
```

3 Tham khảo

[1] Introduction to R, [Datacamp](#).