大连海事大学《线性代数》2020-2021 学年第一学期期末试卷

考试形式：闭卷

学院__________________ 专业__________________成绩_____________

年级____________ 学号___________ 姓名____________日期______

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、填空题：（每题 3 分，共 30 分）

1、多项式 $f(x)=\begin{vmatrix} x & -1 & 0 & x \\ 2 & 2 & 3 & x \\ -7 & 10 & 4 & 3 \\ 1 & -7 & 1 & x \end{vmatrix}$ 中的常数项为____________。

2、若 A 为三阶可逆矩阵，且 $|A|=2$，则 $\left|(-2A^*)^T\right|=$__________。

3、设矩阵 A 满足 $A^2+A-4I=0$，则 $(A-I)^{-1}=$____________。

4、已知 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & a+1 \end{pmatrix}$ 的秩为 2，则 $a=$__________。

5、设 A 为 4×3 阶矩阵，$r(A)=2$，$B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 则 $r(AB)=$________。

6、已知线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1 \\ \quad\ \ -x_2 + 2x_3 = 2 \\ \qquad\qquad \lambda(\lambda-1)x_3 = (\lambda-1)(\lambda-2) \end{cases}$ 无解，则 $\lambda=$__。

7、当 t_______时，向量组 $\alpha_1=(1,2,-2)$，$\alpha_2=(4,t,3)$，$\alpha_3=(3,-1,1)$ 线性无关。

8、设任意一个 n 维向量都是齐次线性方程组 $A_{m\times n}x=0$ 的解向量，则 $r(A)=$__。

9、已知 λ 是 A 的特征值，A^* 是 A 的伴随阵，则 A^* 的特征值=__________。

10、已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 相似，则 $y=$__________。

二、（10 分） 计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

三、（10 分）设矩阵 $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$，$P=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$，且满足关系式 $AP=PB$，

求：A， A^5.

四、（10 分） $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{2000} \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{2001}$

五、（10 分）线性方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = a \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = b \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 2 \end{cases}$

讨论当a,b为何值时，方程组有解，当方程组有解时，用其导出组的基础解系表示方程组的全部解。

六、（10 分）已知$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$，求：

（1）A的所有特征值和特征向量、（2）正交矩阵Q, 使$Q^{-1}AQ$为对角阵Λ。

七、（10 分）已知 $A=\frac{1}{9}\begin{pmatrix}-1 & 4 & a \\ a & 4 & -1 \\ 4 & b & 4\end{pmatrix}$ 是正交阵，求：a,b 的值

八、（10 分）设 n 阶方阵 A,B 分别与对角阵 Λ_1,Λ_2 相似，

求证：分块矩阵 $\begin{pmatrix}A & 0 \\ 0 & B\end{pmatrix}$ 必与一个对角阵相似