**2010高教社杯全国大学生数学建模竞赛**

**承 诺 书**

我们仔细阅读了中国大学生数学建模竞赛的竞赛规则.

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的, 如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们参赛选择的题号是（从A/B/C/D中选择一项填写）： A

我们的参赛报名号为（如果赛区设置报名号的话）：

所属学校（请填写完整的全名）：

参赛队员 (打印并签名) ：1.

2.

3.

指导教师或指导教师组负责人 (打印并签名)：

日期： 年 月 日

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

**2010高教社杯全国大学生数学建模竞赛**

**编 号 专 用 页**

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

赛区评阅记录（可供赛区评阅时使用）：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 评  阅  人 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 评  分 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 备  注 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

全国统一编号（由赛区组委会送交全国前编号）：

全国评阅编号（由全国组委会评阅前进行编号）：

储油罐变位识别问题

【摘要】

本文针对储油罐的变位识别与罐容表标定问题，建立数学模型，给出了两个不同形状罐体在变位情况下的修正标定罐容表，并给出误差分析。

为求得变位情况下罐内油量，我们采取对垂直于罐底的竖直截面的面积积分的方法。

针对问题一的椭圆罐体，我们得到罐内油量的积分公式，在无变位情况下检验数据发现对不同油位高度油量均存在3.49%的误差。修正该误差后再对纵向变位情况进行计算，与已知实验数据进行比对，得到和油位高度有关的误差值。对该误差值进行多项式函数拟合得出修正项，最终我们得到了罐体变位后油位高度间隔为1cm的罐容表标定值。

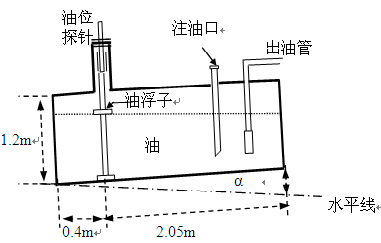
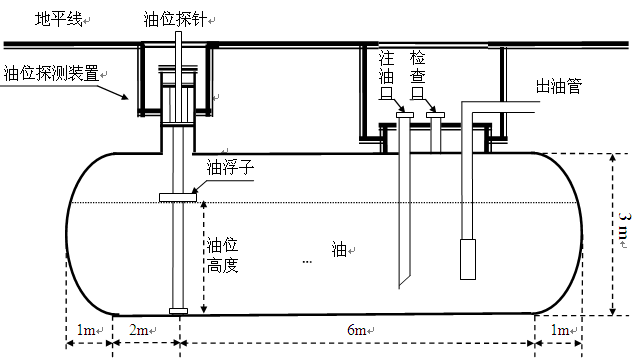
针对问题二，我们采取和问题一中类似的计算方法。首先考虑横向变位后油位指针示值与实际油高间的误差，对此修正后分别计算球冠体和圆柱体中竖直截面的面积，再通过辛普森积分得到总油量。在无变位情况，根据我们的公式计算出的结果与实验值中的无变位标定罐容表误差绝对值在0.02L之内。我们通过取不同的纵向倾斜角度α和横向偏转角度β值算出结果与给定的实验值比对，利用最小二乘法（OLS）得出实验数据中的变位情况为和。根据此变位参数相应给出了罐体变位后油位高度间隔为10cm的罐容表标定值。

【关键词】变位分析 辛普森积分

1. **问题重述和整体分析**
   1. 问题重述

通常加油站都有若干个储存燃油的地下储油罐，并且一般都有与之配套的“油位计量管理系统”，采用流量计和油位计来测量进/出油量与罐内油位高度等数据，通过预先标定的罐容表（即罐内油位高度与储油量的对应关系）进行实时计算，以得到罐内油位高度和储油量的变化情况。

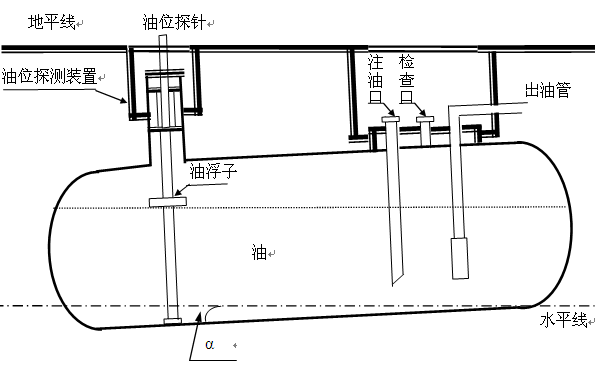
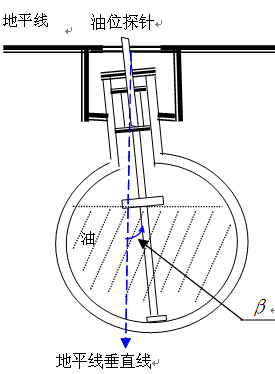
许多储油罐在使用一段时间后，由于地基变形等原因，使罐体的位置会发生纵向倾斜和横向偏转等变化（以下称为变位），从而导致罐容表发生改变。按照有关规定，需要定期对罐容表进行重新标定。图1是一种典型的储油罐尺寸及形状示意图，其主体为圆柱体，两端为球冠体。图3是其罐体纵向倾斜变位的示意图，图4是罐体横向偏转变位的截面示意图。请你们用数学建模方法研究解决储油罐的变位识别与罐容表标定的问题。



**图1 储油罐正面示意图 图2 小椭圆储油罐正面示意图**

(1) 为了掌握罐体变位后对罐容表的影响，利用如图2的小椭圆型储油罐（两端平头的椭圆柱体），分别对罐体无变位和倾斜角为α=4.10的纵向变位两种情况做了实验，实验数据如附件1所示。请建立数学模型研究罐体变位后对罐容表的影响，并给出罐体变位后油位高度间隔为1cm的罐容表标定值。

(2) 对于图1所示的实际储油罐，试建立罐体变位后标定罐容表的数学模型，即罐内储油量与油位高度及变位参数（纵向倾斜角度α和横向偏转角度β）之间的一般关系。请利用罐体变位后在进/出油过程中的实际检测数据（附件2），根据你们所建立的数学模型确定变位参数，并给出罐体变位后油位高度间隔为10cm的罐容表标定值。进一步利用附件2中的实际检测数据来分析检验你们模型的正确性与方法的可靠性。

**图3 储油罐倾斜变位示意图 图4 储油罐偏转变位截面**

* 1. 问题整体分析

该问题是一个实际背景下的储油罐标定，我们将整体体积分成中间段和两端。不考虑油罐变位情况下，对中间段的体积只要将截面积关于高度进行二重积分求出其面积然后乘以固定的长度；由于两端球盖中油量和高度一一对应，在新的三维坐标系中分析高度与体积的函数关系即可求出体积关于高度的函数。将该理论值与附表中的实际值进行对比，发现实际值和理论值之间存在一定比例误差，这可能是由于油罐内部油量并非完全的理想分布造成的，对该比例的修正可以事油量的计算更加精确。

第一问中，当油罐只发生纵向偏移时浮子不发生偏转，由于油面不再水平，液面高度会对截面积产生影响，积分时须分三种情况讨论。在具体求解过程中我们发现，据此求出的不定积分无法直接求出其原函数，因此使用辛普森积分法将不定积分转化为定积分，加入对无变位情况下油量的比例修正系数后的值与附表中的实际值仍然存在一定误差，且误差与所在高度相关。我们在MATLAB中用多项式拟合出误差项与高度的关系对油面高度和体积进行二次修正。最后，根据附表中油面下降过程的数据对拟合结果进行检验。

第二问中，我们用和第一问中类似的方法分情况分五种情况讨论油量关于油位高度的积分形式，此时作为积分未知量的、均为未知量，因此我们首先用最小二乘法对一定范围内的、进行分步逐个遍历，计算出与给定表中第一次注油前后数据之差的平方和最小的精度为0.1的、值，再将、视为已知量，用辛普森积分计算对应高度的实际值，最后用第一次注油以后的数据进行检验。

1. **模型假设和约定**
2. 假设油罐内壁光滑，罐体无变形，空间几何形状为理想椭球柱和半球。
3. 假设游标灵敏，忽略游标宽度。浮子显示高度几位实际高度。
4. **符号说明和基本公式**
5. **模型建立和求解**

4.1 模型一的建立和求解

4.1.1模型一特别假设

1.假设罐体为标准椭球柱。

4.1.2 问题一分析

问题一要求在油罐只发生纵向倾斜时给出油面高度关于体积的参照表，即确定油罐中油体积和浮子测出的油面高度的函数关系。对此我们建立模型一，考察只存在纵向偏转时的浮子测量高度和油罐内油量的关系。

首先，当油罐不发生倾斜的时候，我们可以根据题中给出的物理量积分计算出储油量关于油面高度的理论公式，考虑到对实际问题简化时的系统误差（如管道中的残油量），将该值与实际值进行对比对数据进行第一步修正。由于系统性误差在变位时仍然存在，对函数的第一步修正有利于更精确的刻画变位后的对应关系。

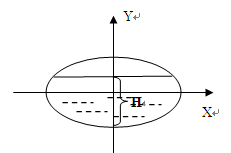
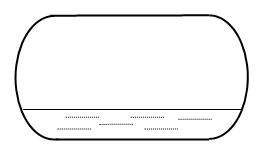
当油罐发生纵向变位时，分三种情况讨论页面高度和储油量的之间的函数关系理论值。将计算出的理论值与附表中的实际值进行对比后我们发现误差项和该点油位存在相关关系，对此进行第二部修正得出油位和储油量之间的函数关系及间隔1cm的油位高度和储油量的对照表。最后，由于同一管中的出油和诸友互为逆过程，利用附表中倾斜变位时的出油过程进行检验。

4.1.3 模型一的建立

模型一是在将原模型简化的条件下给出的桶内油量和浮子测出高度之间的关系。将原储油筒两端视为平坦，这样三部分积分的加总直接用第二部分的体积（中间段体积）简化；将储油罐的变位只涉及纵向，即变位前后液面高线不发生倾斜。据此首先用二重积分计算出液面高度和储油量的函数关系。

1. 无变位情况下油位高度和储油量关系

无变位情况下，为计算出罐体变位后的罐内储油量，采用对垂直于罐底的截面面积关于罐底水平长度积分的方法求出总体积。以罐底为坐标轴，油位指针所在处为坐标零点，如图5所示。

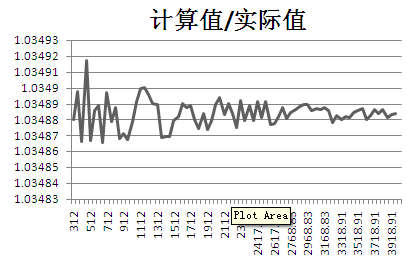


**图5 无变位情况下桶内油量分布 图6 无变位情况下桶内油量截面图**

设油位指针显示的油位高度为*H*，由于该椭圆油罐的竖直截面均为椭圆形，则在相应油位高度下的有油面积为，其中a,b本别为椭圆的长轴和短轴长：

在油罐无变位时，储油量即为油罐长度乘以截面积，即：

由此我们得到无变位情况下，油面高度和和储油量的表达式。将其与附表中的实际数据相比（表格见附录8.1），通过做图(如图7)，我们发现全过程实际数据和理论数据之间存在一定的比例关系。

实际值

理论值

**图7 无变位估计值和真实只之间差异 图8 无变位计算/估计值波动**

为了寻找出该比例关系，对实际值和计算值之间比例关于实际值作图发现，理论值和实际值之比保持在1.03486-1.03492之间，仅有不到十万分之六的误差，因此我们可以将实际值和估计值之间的比例视为定值，实际值=理论值/1.0349。即：

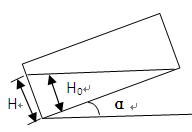
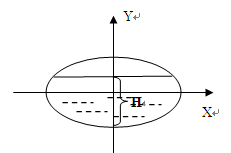
造成该现象的原因可能是燃油在储油罐内并非理想的均匀分布在H高度以下段，注油过程中在注油管、出油管和管壁间的损失伴随注油高度变化。由于理论值之间的误差项与油位高度之间的关系。因此我们利用该比例对函数关系进行修正，并将其视为系统性误差用于今后的讨论中。

1. 只存在纵向倾斜变位时油位高度和储油量关系

作图分析可知，由于纵向倾斜，油面和储油罐罐底所在平面不再平行，因此储油量关于液面高度的对应关系随油面高度不同而变化。此时，我们分以下四种情况讨论储油量和油面高度的对应关系与液面高度的取值范围之间的关系。

还需指出的是，油罐纵向倾斜后的测量的高度非竖直高度，而是垂直油罐底部到油罐底面的竖直距离。

设油位指针显示的油位高度为（如图9），则易得各垂直于罐底的竖直截面处的油位高度为（已浮子低端为原点，S<0）：

**图9 纵向倾斜主视图 图10 纵向倾斜截面图**

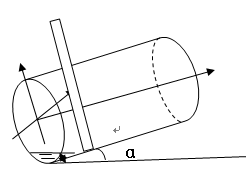
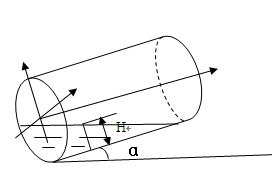
在油罐只存在纵向变位时，截面上端的液面仍然是水平的（如图10），由于该椭圆油罐的竖直截面均为椭圆形，则在相应油位高度下的有油面积为：

1. 浮子显示的油位高度为0

由于油罐纵向变体，当罐内油未到达浮子时管中可能仍然有油（图11），此时由于浮子显示为0，我们无法知道有罐内的实际储油量，但可以计算出液面刚达到浮子下端的储油量，即该段测量值误差的上限。

当，浮子刚被漫过时的罐内油量为：

因此，当时，油罐内油量可能值为，即当浮子显示油面高度为0时估计的误差上限为1.67L，该误差是无法减小的。实际计算中，由于该部分绝对数值很小，且远低于一般测量范围，通常情况下我们不考虑该段的误差，当油位逐渐升高，该段估计的系统误差就不存在了。

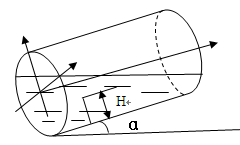
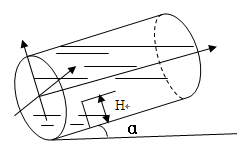
**图11 油位不及浮子下端示意图 图12油位高度不及较高侧面示意图**

1. 油位高度不及较高侧面

当油位高度不及较侧面（图12）时，，油量为：

1. 油位高度介于顶面和较高侧面之间

当油位高度介于顶面和较高侧面之间（图13）时，时，油量为：

**图13 油位高度介于顶面和较高侧面示意图 图14油面高度到达顶面示意图**

1. 油面高度到达顶面

当油面高度到达顶面时（图14），，油量为：

特别地，当时，虽然油罐可能未满，但油浮子已到达它可能位于的最高处，此情况类似A中的讨论，即浮子满刻度但实际储油量和理论值之间存在误差上限，此时也可以求出其上限，但出于油罐上端构造和安全性考虑，因而认为油罐已满，不应再继续进行入油操作。

4.1.4 模型一的求解

根据以上分析，我们分别得出四种情况下油罐高度和储油体积的函数关系，但由于本题中的积分都难以直接解析求解，因为本题中仅要求给出一定间隔的油面高度和储油量之间的参照数据，我们引入数值积分，用辛普森积分法求出给定上下限时的积分数值。由此得出的参照表是理想状态下的对应关系，我们分两步对其进行修正。首先，根据无变位情况下理论值和实际值之间的比例差异对有变位下的理论值赋予相同的比例，使其更接近真实值；其次，通过对一步修正后的数据和实际值之间的对比，我们发现在C段，油量高度误差项和油位高度存在相关关系，将二者之间的误差用多项式拟合进行第二步修正。

1.辛普森数值积分和一步修正

由模型分析我们得出油位高度关于储油量的积分表达式，该表达式为分段函数。

V=

，

数值积分的含义是，对于无法用解析法求出原函数的积分问题用有限个采样点对应的被积函数的函数值近似估计出定积分的大小，用近似面积表示该段定积分的数值。

具体地，在某段的函数值对于，将积分区域分为偶数份，取，则有

当*n*越大时，积分所得的值越接近真实值。实际操作中，我们运用MATLAB的quad函数计算出间隔为1cm的罐容表标定值，该理论值/1.0349即为一步修正后的标定表（附表8.2）。

将表中数据和题中给出的C段做差，发现该段误差项和此时油高存在相关关系（图15），对该误差进行三次拟合，得到误差项和油高的关系如下。



**图15 C段油高和误差项关系**

利用上式计算结果对C段参照表中数据进行第二部修正，得到如下参照表：

**表1 罐体纵向变位后油位高度间隔为1cm的罐容表标定值**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 高度/m | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 | 0.10 |
| 油量/L | 3.41 | 6.05 | 9.64 | 14.26 | 19.99 | 26.92 | 35.09 | 44.59 | 55.46 | 67.76 |
| 高度/m | 0.11 | 0.12 | 0.13 | 0.14 | 0.15 | 0.16 | 0.17 | 0.18 | 0.19 | 0.20 |
| 油量/L | 81.55 | 96.87 | 113.78 | 132.31 | 247.73 | 263.06 | 279.85 | 297.96 | 317.30 | 337.79 |
| 高度/m | 0.21 | 0.22 | 0.23 | 0.24 | 0.25 | 0.26 | 0.27 | 0.28 | 0.29 | 0.30 |
| 油量/L | 359.38 | 382.00 | 405.60 | 430.15 | 455.59 | 481.90 | 509.03 | 536.96 | 565.65 | 595.08 |
| 高度/m | 0.31 | 0.32 | 0.33 | 0.34 | 0.35 | 0.36 | 0.37 | 0.38 | 0.39 | 0.40 |
| 油量/L | 625.22 | 656.04 | 687.52 | 719.63 | 752.36 | 785.67 | 819.55 | 853.99 | 888.94 | 924.41 |
| 高度/m | 0.51 | 0.52 | 0.53 | 0.54 | 0.55 | 0.56 | 0.57 | 0.58 | 0.59 | 0.60 |
| 油量/L | 1342.99 | 1383.20 | 1423.70 | 1464.47 | 1505.51 | 1546.79 | 1588.30 | 1630.03 | 1671.97 | 1714.09 |
| 高度/m | 0.61 | 0.62 | 0.63 | 0.64 | 0.65 | 0.66 | 0.67 | 0.68 | 0.69 | 0.70 |
| 油量/L | 1756.39 | 1798.84 | 1841.45 | 1884.18 | 1927.04 | 1969.99 | 2013.04 | 2056.16 | 2099.35 | 2142.58 |
| 高度/m | 0.71 | 0.72 | 0.73 | 0.74 | 0.75 | 0.76 | 0.77 | 0.78 | 0.79 | 0.80 |
| 油量/L | 2185.85 | 2229.13 | 2272.43 | 2315.71 | 2358.97 | 2402.19 | 2445.36 | 2488.47 | 2531.49 | 2574.42 |
| 高度/m | 0.81 | 0.82 | 0.83 | 0.84 | 0.85 | 0.86 | 0.87 | 0.88 | 0.89 | 0.90 |
| 油量/L | 2617.24 | 2659.93 | 2702.47 | 2744.86 | 2787.08 | 2829.11 | 2870.93 | 2912.53 | 2953.89 | 2995.00 |
| 高度/m | 0.91 | 0.92 | 0.93 | 0.94 | 0.95 | 0.96 | 0.97 | 0.98 | 0.99 | 1.00 |
| 油量/L | 3035.83 | 3076.37 | 3116.60 | 3156.50 | 3196.05 | 3235.23 | 3274.03 | 3312.41 | 3350.36 | 3387.85 |
| 高度/m | 1.01 | 1.02 | 1.03 | 1.04 | 1.05 | 1.06 | 1.07 | 1.08 | 1.09 | 1.10 |
| 油量/L | 3424.86 | 3461.37 | 3497.35 | 3532.77 | 3567.60 | 3601.82 | 3635.38 | 3668.26 | 3700.41 | 3731.80 |
| 高度/m | 1.11 | 1.12 | 1.13 | 1.14 | 1.15 | 1.16 | 1.17 | 1.18 | 1.19 | 1.20 |
| 油量/L | 3762.37 | 3792.09 | 3820.89 | 3848.70 | 3875.45 | 3901.04 | 3925.33 | 3842.55 | 3860.79 | 3877.42 |

4.2 模型二的建立和求解

4.2.1 问题二分析

发生变位后的积分表达式更加复杂，但分析方法是一致的，考虑到此时的油面和罐底对应面不再平行且截面的上端高线不再平行第一问坐标下的横轴，我们分五种情况讨论油面高度和油量之间的关系，截面的积分将采用积分累加的形式。我们用和第一问中类似的方法分情况分五种情况讨论油量关于油位高度的积分形式，此时作为积分未知量的、均为未知量，因此我们首先用最小二乘法对一定范围内的、进行分步逐个遍历，计算出与给定表中第一次注油前后数据之差的平方和最小的精度为0.1的、值，再将、视为已知量，用辛普森积分计算对应高度的实际值，最后用第一次注油以后的数据进行检验。

4.2.2 模型二的建立

仍然采取问题一中对竖直截面面积积分的方法计算罐内储油量。

首先考虑由于罐体的横向偏转变位，油位探针显示的油位高度并不是油浮子所处截面中的油面高度。根据下图，若为油位探针显示的油位高度，得实际该截面中的油面高度为：

其中R为油罐圆柱体部分竖直截面的圆半径，即为1.5米。

由此记得油罐中圆柱体部分各竖直截面的油位高度为：

对于圆柱体两端的球冠体，其竖直截面的油位高度要另外计算。首先计算球冠体中圆形竖直截面的半径。由下图中的几何关系易得：

得米。

假设某截面距离球冠体与圆柱体的边界的距离为*x*，则该截面的半径为：

将具体情况代入，得到当时，油位高度为：

当时,油位高度为：

对于油位高度为*H*的竖直截面，类似于问题一中可得有油面积为：

对竖直截面面积积分则得油罐罐内储油。同样根据不同的油浮子高度分情况讨论如下：

A、当时，需求出储油在左边球冠体中的边界，即求出油位高度为零的竖直截面的坐标，由：

取其中较小的解（另一解不符合条件），令改边界为，则储油量为：

B、当，需分别求出储油在左右球冠体中的边界，仍和1中一样求出，而由：

求出（取两个解中的较大值，较小值不符合条件）。则储油量为：

其中，当时。

C、当时，只有左边球冠体中出现截面处于满油状态的情况，故对满油和不满油的截面进行分段积分。仍和2中一样求得左右边界和（尽管不再是油位高度为零的点，但求解发现的表达式一样），得储油量表达式如下

D、当时，左右球冠体中均出现截面处于满油状态的情况。和3中方法类似，仍求得左右边界和，得储油量表达式

1. 当时，左边的球冠体中完全充满油，同时圆柱体中的一部分竖直截面中也充满油，同上算得右边界，得储油量表达式

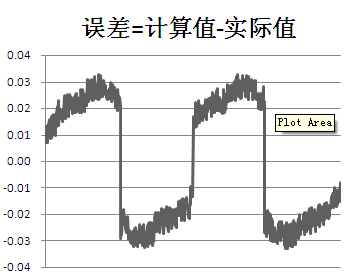
由上述5种情况根据不同的代入不同的积分式即可得到不同油位高度下的罐内储油量。

由此我们得出用横向、纵向变位参数、表示的油量值的一般关系。

4.2.3 模型二的求解

模型二的求解与模型一类似，不同的是，此时的被积函数是关于、的函数，但、在该问中均为未知量，为了验证上述公式的准确性，我们依然利用辛普森积分，令、值均为零，将无变位情况下的特殊解检验上述方程积分出的理论值与实际值进行对比。

作图发现（图16），油位高度在5036.24-60448.89之间变动时，理论值和真实值之间只有±0.02的误差且与油位高度无关，因此，在同时发生横向和纵向倾斜时，模型一中的第一步拟合是不需要的。



**图16 无变位下理论和实际值误差分布**

接下来，为了得到图中给出数据的、值，我们选取一定、的范围，在该范围内以一定精度为间隔，将辛普森积分的计算值与图中给出的一定偏转下的实际值逐一对比，使用最小二乘法，即找到使两者之差的平方和最小的、参数，将其视为题中所给数据的参数。

具体地，使用附表2中一次性补充进油之前流水号2-502的数据估计出、的值，缩减原积分函数表达式中的未知量，将其转化成为油量和油位高度的一元函数便于辛普森积分的数值求解；使用503-803之间的299个数据进行检验。

目标函数：

其中Q和分别代表给定、下的辛普森积分油量与实际油量之间的差值。具体过程如下：

Step1：将、值设为从1-7之间变化，步长为1，依次遍历该范围内的所有值，找出精度为1的，使目标函数最小的点=2，。

Step2：以=2，为中点，建立，的取值范围，在该范围内以0.1为步长取值，找出精度为0.1的是目标函数最小的点，=2.1，。

由此，我们将模型二中的变上下限积分转化为为定值的一元函数，用MATLAB数值积分即可得到题中所需的间隔为10cm的参照表：

**表2 =2.1，条件下油位参照表**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 高度/m | 0.10 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 0.90 | 1.00 |
| 油量/L | 355.42 | 1068.68 | 2228.22 | 3709.18 | 5440.16 | 7379.69 | 9496.79 | 11765.98 | 14165.19 | 16674.52 |
| 高度/m | 1.10 | 1.20 | 1.30 | 1.40 | 1.50 | 1.60 | 1.70 | 1.80 | 1.90 | 2.00 |
| 油量/L | 19275.63 | 21951.26 | 24684.93 | 27460.69 | 30263.01 | 33076.54 | 35886.04 | 38676.23 | 41431.69 | 44136.67 |
| 高度/m | 2.10 | 2.20 | 2.30 | 2.40 | 2.50 | 2.60 | 2.70 | 2.80 | 2.90 | 3.00 |
| 油量/L | 46774.98 | 49329.76 | 51783.21 | 54116.25 | 56307.92 | 58334.55 | 60168.13 | 61773.08 | 63097.32 | 64029.43 |

1. **模型检验**

5.1 模型二的检验

利用附表2中第一次注油以后的流水号503-803这299个数据计算=2.1，时的辛普森积分，将其表示成附表2所示储油量的形式，将其与实际数据进行对比。得到误差=计算值-实际值。画出误差与高度的分布如下图。可以看出计算值与实际值误差95%的置信区间为[-2,2]L，结果十分精确



**图17 双变位下理论和实际值误差分布**

1. **模型评价**

本文针对储油罐的变位识别与罐容表标定问题建立数学模型求解。在问题一中我们的初始模型在变位情况下检验数据发现对不同油位高度油量均存在3.49%的误差。修正该误差后再对纵向变位情况进行计算，与已知实验数据进行比对，得到和油位高度有关的误差值。对该误差值进行多项式函数拟合得出修正项，最终得到罐体变位后油位高度间隔为1cm的罐容表标定值。模型的结果在实验值已知的油位高度在411.29mm到1035.36mm范围内非常精确，但缺点是对该范围外的误差不好估计。

问题二中，我们的模型在无变位情况下与实际值非常接近，绝对误差的绝对值在0.02L之内。变位情况下，通过最小二乘法可以根据已知实验数据求出较为准确的变位参数即横向、纵向倾斜角度。但由于没有已知变位参数的实验数据提供进行对比，无法估计模型与已知参数的实际情形的误差。

1. **附录**

8.1无变位下理论值与实际值对比表

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 序号 | 计算值 | 实际值 | 计算值/实际值 | 序号 | 计算值 | 实际值 | 计算值/实际值 |
| 1 | 322.8826 | 312 | 1.034880097 | 40 | 2340.886887 | 2262 | 1.034874839 |
| 2 | 374.633 | 362 | 1.034897884 | 41 | 2392.670337 | 2312 | 1.034892014 |
| 3 | 426.3649 | 412 | 1.034866368 | 42 | 2396.605096 | 2315.83 | 1.034879545 |
| 4 | 478.1318 | 462 | 1.034917241 | 43 | 2448.371013 | 2365.83 | 1.034888818 |
| 5 | 529.8519 | 512 | 1.034866954 | 44 | 2449.621178 | 2367.06 | 1.034879208 |
| 6 | 581.6058 | 562 | 1.034885704 | 45 | 2501.395329 | 2417.06 | 1.034891699 |
| 7 | 633.352 | 612 | 1.034888949 | 46 | 2553.11485 | 2467.06 | 1.034881539 |
| 8 | 685.081 | 662 | 1.034865631 | 47 | 2604.883804 | 2517.06 | 1.034891423 |
| 9 | 736.8468 | 712 | 1.034897128 | 48 | 2656.591126 | 2567.06 | 1.034876912 |
| 10 | 788.5777 | 762 | 1.034878816 | 49 | 2708.337499 | 2617.06 | 1.034877878 |
| 11 | 840.3288 | 812 | 1.034887714 | 50 | 2760.010082 | 2666.98 | 1.034882182 |
| 12 | 892.0561 | 862 | 1.034867877 | 51 | 2761.939816 | 2668.83 | 1.034887878 |
| 13 | 943.8023 | 912 | 1.034870981 | 52 | 2813.664519 | 2718.83 | 1.034880636 |
| 14 | 995.5423 | 962 | 1.034867231 | 53 | 2865.419324 | 2768.83 | 1.034884527 |
| 15 | 1047.297 | 1012 | 1.034878571 | 54 | 2917.169279 | 2818.83 | 1.034886559 |
| 16 | 1099.055 | 1062 | 1.034891517 | 55 | 2968.918304 | 2868.83 | 1.034888196 |
| 17 | 1150.808 | 1112 | 1.034899367 | 56 | 3020.666858 | 2918.83 | 1.034889616 |
| 18 | 1202.554 | 1162 | 1.034900292 | 57 | 3072.411504 | 2968.83 | 1.034889672 |
| 19 | 1254.294 | 1212 | 1.034895933 | 58 | 3124.144427 | 3018.83 | 1.034885842 |
| 20 | 1306.032 | 1262 | 1.034890377 | 59 | 3175.891984 | 3068.83 | 1.034886906 |
| 21 | 1357.775 | 1312 | 1.034889396 | 60 | 3227.634432 | 3118.83 | 1.034886298 |
| 22 | 1409.491 | 1362 | 1.034868875 | 61 | 3279.383637 | 3168.83 | 1.034887841 |
| 23 | 1461.235 | 1412 | 1.034869295 | 62 | 3279.459764 | 3168.91 | 1.034885738 |
| 24 | 1512.979 | 1462 | 1.034869293 | 63 | 3331.179383 | 3218.91 | 1.034878074 |
| 25 | 1564.738 | 1512 | 1.034879364 | 64 | 3382.937376 | 3268.91 | 1.034882385 |
| 26 | 1616.486 | 1562 | 1.034882195 | 65 | 3434.674343 | 3318.91 | 1.03488023 |
| 27 | 1668.243 | 1612 | 1.034889892 | 66 | 3486.425278 | 3368.91 | 1.034882285 |
| 28 | 1719.984 | 1662 | 1.034887852 | 67 | 3538.1672 | 3418.91 | 1.034881643 |
| 29 | 1771.73 | 1712 | 1.034888871 | 68 | 3589.920612 | 3468.91 | 1.034884333 |
| 30 | 1823.459 | 1762 | 1.034880174 | 69 | 3641.669742 | 3518.91 | 1.034885729 |
| 31 | 1875.193 | 1812 | 1.034874656 | 70 | 3693.418486 | 3568.91 | 1.034886978 |
| 32 | 1926.954 | 1862 | 1.034884166 | 71 | 3745.138065 | 3618.91 | 1.034880134 |
| 33 | 1978.679 | 1912 | 1.03487394 | 72 | 3796.890803 | 3668.91 | 1.034882514 |
| 34 | 2030.434 | 1962 | 1.034879484 | 73 | 3848.649309 | 3718.91 | 1.03488638 |
| 35 | 2082.198 | 2012 | 1.034889547 | 74 | 3900.385274 | 3768.91 | 1.034884164 |
| 36 | 2133.951 | 2062 | 1.034893972 | 75 | 3952.138515 | 3818.91 | 1.034886529 |
| 37 | 2185.674 | 2112 | 1.03488356 | 76 | 4003.863205 | 3868.91 | 1.034881454 |
| 38 | 2237.433 | 2162 | 1.03489019 | 77 | 4055.613768 | 3918.91 | 1.03488311 |
| 39 | 2289.163 | 2212 | 1.034883673 | 78 | 4107.362128 | 3968.91 | 1.034884169 |

8.2 纵向倾斜变位后一次修正的理论值和实际值对比（略）

8.3 辛普森积分计算倾斜变位给定上下限的数值积分代码

8.4 MATLAB最小二乘法找出附表中的、值（精度0.1）代码

8.5带入、计算值后与第一次注油后数据对比

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 高度变化 | 进油量 | 计算油量 | 计算油量差值 | 绝对误差 |
| 2.48361 | -55 | 55959.35 | -55.58693159 | -0.58693 |
| 2.47479 | -189.53 | 55769.97 | -189.3719066 | 0.158093 |
| 2.47237 | -52.96 | 55717.8 | -52.17600242 | 0.783998 |
| 2.46966 | -59.96 | 55659.26 | -58.53821001 | 1.42179 |
| 2.46244 | -154.21 | 55502.74 | -156.5201051 | -2.31011 |
| 2.45947 | -65.27 | 55438.12 | -64.6214573 | 0.648543 |
| 2.44929 | -222.81 | 55215.59 | -222.5291215 | 0.280879 |
| 2.43911 | -223.49 | 54991.48 | -224.107952 | -0.61795 |
| 2.42989 | -205.2 | 54787.16 | -204.3159485 | 0.884052 |
| 2.42639 | -76.96 | 54709.27 | -77.89037358 | -0.93037 |
| 2.4178 | -192.39 | 54517.35 | -191.9268194 | 0.463181 |
| 2.41061 | -162.33 | 54355.88 | -161.470324 | 0.859676 |
| 2.39888 | -263.86 | 54090.86 | -265.0165085 | -1.15651 |
| 2.39039 | -193.37 | 53897.83 | -193.0264246 | 0.343575 |
| 2.38039 | -228.18 | 53669.19 | -228.639447 | -0.45945 |
| 2.37385 | -151.83 | 53518.92 | -150.2732852 | 1.556715 |
| 2.36752 | -146.07 | 53372.92 | -145.9998559 | 0.070144 |
| 2.35727 | -236.81 | 53135.37 | -237.5509402 | -0.74094 |
| 2.35444 | -65.6 | 53069.54 | -65.8324178 | -0.23242 |
| 2.35111 | -77.52 | 52991.94 | -77.59827746 | -0.07828 |
| 2.34737 | -87.95 | 52904.62 | -87.32512929 | 0.624871 |
| 2.34146 | -138.59 | 52766.25 | -138.3623279 | 0.227672 |
| 2.33115 | -241.94 | 52523.81 | -242.4464438 | -0.50644 |
| 2.32111 | -236.55 | 52286.42 | -237.3901144 | -0.84011 |
| 2.31851 | -62.47 | 52224.74 | -61.68092859 | 0.789071 |
| 2.31252 | -143.05 | 52082.31 | -142.4217259 | 0.628274 |
| 2.30525 | -173.97 | 51908.87 | -173.44707 | 0.52293 |
| 2.29908 | -147.01 | 51761.16 | -147.7066461 | -0.69665 |
| 2.29051 | -206.67 | 51555.24 | -205.9188766 | 0.751123 |
| 2.28223 | -199.37 | 51355.46 | -199.776807 | -0.40681 |
| 2.27731 | -118.74 | 51236.38 | -119.0878325 | -0.34783 |
| 2.271 | -153.1 | 51083.23 | -153.1425573 | -0.04256 |
| 2.26884 | -52.79 | 51030.71 | -52.52786904 | 0.262131 |
| 2.257 | -288.44 | 50741.83 | -288.8715805 | -0.43158 |
| 2.25333 | -89.57 | 50651.97 | -89.86036019 | -0.29036 |
| 2.25027 | -77.67 | 50576.93 | -75.03896998 | 2.63103 |
| 2.24454 | -140.75 | 50436.14 | -140.7922612 | -0.04226 |
| 2.24056 | -97.47 | 50338.14 | -98.0047099 | -0.53471 |
| 2.23366 | -171.12 | 50167.82 | -170.3152273 | 0.804773 |
| 2.22827 | -132.29 | 50034.42 | -133.3995943 | -1.10959 |
| 2.21675 | -286.23 | 49748.28 | -286.1469452 | 0.083055 |
| 2.20555 | -279.24 | 49468.75 | -279.5258043 | -0.2858 |
| 2.20302 | -63.31 | 49405.43 | -63.32137864 | -0.01138 |
| 2.19364 | -236.08 | 49170.1 | -235.3307759 | 0.749224 |
| 2.18895 | -118.13 | 49052.1 | -117.9964532 | 0.133547 |
| 2.18272 | -156.01 | 48895.02 | -157.078677 | -1.06868 |
| 2.17525 | -189.74 | 48706.18 | -188.8445652 | 0.895435 |
| 2.16382 | -290.8 | 48416.18 | -289.9970694 | 0.802931 |
| 2.15764 | -156.39 | 48258.87 | -157.3131462 | -0.92315 |
| 2.14581 | -302.07 | 47956.74 | -302.1281709 | -0.05817 |
| 2.1408 | -128.83 | 47828.4 | -128.3386703 | 0.49133 |
| 2.13179 | -230.7 | 47597.03 | -231.3752603 | -0.67526 |
| 2.12312 | -223.7 | 47373.7 | -223.3263082 | 0.373692 |
| 2.11573 | -191.25 | 47182.83 | -190.8749197 | 0.37508 |
| 2.10675 | -232.52 | 46950.25 | -232.5755046 | -0.0555 |
| 2.09808 | -224.94 | 46725.06 | -225.1943474 | -0.25435 |
| 2.0943 | -99.02 | 46626.68 | -98.37788007 | 0.64212 |
| 2.09102 | -85.91 | 46541.22 | -85.46045938 | 0.449541 |
| 2.07903 | -312.61 | 46228.07 | -313.1449604 | -0.53496 |
| 2.07532 | -96.96 | 46130.94 | -97.12868163 | -0.16868 |
| 2.07299 | -60.82 | 46069.89 | -61.05575764 | -0.23576 |
| 2.06538 | -200.15 | 45870.18 | -199.7108873 | 0.439113 |
| 2.05456 | -285.12 | 45585.45 | -284.7229157 | 0.397084 |
| 2.04587 | -228.64 | 45356.14 | -229.3158344 | -0.67583 |
| 2.04197 | -103.62 | 45253.04 | -103.0979834 | 0.522017 |
| 2.03628 | -150.01 | 45102.42 | -150.6178254 | -0.60783 |
| 2.02967 | -175.95 | 44927.16 | -175.2658748 | 0.684125 |
| 2.01786 | -313.96 | 44613.24 | -313.9201785 | 0.039821 |
| 2.01429 | -95.17 | 44518.15 | -95.08598354 | 0.084016 |
| 2.00374 | -282.16 | 44236.64 | -281.507298 | 0.652702 |
| 1.99529 | -226.08 | 44010.63 | -226.013324 | 0.066676 |
| 1.98953 | -154.42 | 43856.3 | -154.3335846 | 0.086415 |
| 1.98562 | -102.99 | 43751.41 | -104.8875159 | -1.89752 |
| 1.97933 | -170.38 | 43582.47 | -168.9354686 | 1.444531 |
| 1.97251 | -182.7 | 43399.02 | -183.4551134 | -0.75511 |
| 1.96931 | -86.6 | 43312.84 | -86.17854172 | 0.421458 |
| 1.96141 | -212.04 | 43099.82 | -213.022209 | -0.98221 |
| 1.95715 | -115.7 | 42984.79 | -115.0269171 | 0.673083 |
| 1.9513 | -159.69 | 42826.65 | -158.1355428 | 1.554457 |
| 1.94347 | -211.38 | 42614.68 | -211.971989 | -0.59199 |
| 1.93896 | -121.44 | 42492.43 | -122.2539353 | -0.81394 |
| 1.93405 | -133.7 | 42359.2 | -133.2278797 | 0.47212 |
| 1.92588 | -220.64 | 42137.22 | -221.9798147 | -1.33981 |
| 1.92123 | -128.18 | 42010.72 | -126.5056184 | 1.674382 |
| 1.91098 | -280.39 | 41731.45 | -279.2652278 | 1.124772 |
| 1.89916 | -321.38 | 41408.73 | -322.7201058 | -1.34011 |
| 1.88986 | -255.44 | 41154.32 | -254.4121686 | 1.027831 |
| 1.88442 | -148.38 | 41005.3 | -149.0140131 | -0.63401 |
| 1.87658 | -214.32 | 40790.3 | -215.004509 | -0.68451 |
| 1.8735 | -85.12 | 40705.75 | -84.54504867 | 0.574951 |
| 1.86244 | -304.04 | 40401.8 | -303.9518207 | 0.088179 |
| 1.85164 | -297.74 | 40104.47 | -297.331805 | 0.408195 |
| 1.84146 | -280.74 | 39823.75 | -280.7200426 | 0.019957 |
| 1.83685 | -127.28 | 39696.49 | -127.26513 | 0.01487 |
| 1.82891 | -221.33 | 39477.09 | -219.3949353 | 1.935065 |
| 1.82668 | -59.45 | 39415.43 | -61.66329516 | -2.2133 |
| 1.82043 | -172.55 | 39242.5 | -172.9256077 | -0.37561 |
| 1.81531 | -143.4 | 39100.73 | -141.7715056 | 1.628494 |
| 1.81169 | -100.47 | 39000.43 | -100.2954268 | 0.174573 |
| 1.8079 | -103.57 | 38895.38 | -105.0563314 | -1.48633 |
| 1.80167 | -174.33 | 38722.58 | -172.8028966 | 1.527103 |
| 1.79873 | -81.73 | 38640.98 | -81.59487004 | 0.13513 |
| 1.79075 | -219.97 | 38419.36 | -221.6243588 | -1.65436 |
| 1.78404 | -187.55 | 38232.84 | -186.5144936 | 1.035506 |
| 1.77508 | -248.02 | 37983.56 | -249.2825062 | -1.26251 |
| 1.76608 | -252.46 | 37732.91 | -250.6476357 | 1.812364 |
| 1.75769 | -233.45 | 37499.04 | -233.8689708 | -0.41897 |
| 1.75536 | -64.41 | 37434.06 | -64.98479452 | -0.57479 |
| 1.75267 | -74.82 | 37359.01 | -75.04522881 | -0.22523 |
| 1.74747 | -145.22 | 37213.89 | -145.1203101 | 0.09969 |
| 1.74016 | -204.36 | 37009.76 | -204.131927 | 0.228073 |
| 1.73162 | -239 | 36771.11 | -238.6475111 | 0.352489 |
| 1.72554 | -170.27 | 36601.1 | -170.0111891 | 0.258811 |
| 1.71534 | -284.73 | 36315.69 | -285.4116961 | -0.6817 |
| 1.70616 | -257.72 | 36058.63 | -257.0615104 | 0.65849 |
| 1.69447 | -327.08 | 35731.04 | -327.5929828 | -0.51298 |
| 1.68716 | -204.55 | 35526.06 | -204.9803077 | -0.43031 |
| 1.68191 | -149.65 | 35378.78 | -147.2731326 | 2.376867 |
| 1.67885 | -83.02 | 35292.92 | -85.86034072 | -2.84034 |
| 1.67074 | -229.38 | 35065.29 | -227.629495 | 1.750505 |
| 1.66096 | -273.31 | 34790.66 | -274.6314725 | -1.32147 |
| 1.65472 | -175.17 | 34615.37 | -175.2924535 | -0.12245 |
| 1.65181 | -83.88 | 34533.6 | -81.76364912 | 2.116351 |
| 1.64715 | -129.82 | 34402.65 | -130.9550983 | -1.1351 |
| 1.64361 | -97.24 | 34303.15 | -99.49726493 | -2.25726 |
| 1.6388 | -137.82 | 34167.94 | -135.2111955 | 2.608805 |
| 1.6324 | -179.47 | 33988 | -179.9459189 | -0.47592 |
| 1.62513 | -204.59 | 33783.54 | -204.451615 | 0.138385 |
| 1.61855 | -184.45 | 33598.46 | -185.082926 | -0.63293 |
| 1.6078 | -302.62 | 33296.02 | -302.4389452 | 0.181055 |
| 1.60062 | -203.48 | 33093.99 | -202.0357958 | 1.444204 |
| 1.58918 | -321.65 | 32772.04 | -321.9481807 | -0.29818 |
| 1.58081 | -235.05 | 32536.47 | -235.5722481 | -0.52225 |
| 1.56923 | -326.24 | 32210.54 | -325.9280245 | 0.311976 |
| 1.56482 | -122.32 | 32086.42 | -124.1218075 | -1.80181 |
| 1.55606 | -248.05 | 31839.87 | -246.5459359 | 1.504064 |
| 1.55117 | -137.65 | 31702.25 | -137.6184351 | 0.031565 |
| 1.54245 | -246.3 | 31456.87 | -245.384094 | 0.915906 |
| 1.5335 | -252.17 | 31205.05 | -251.8188406 | 0.351159 |
| 1.53082 | -73.94 | 31129.65 | -75.39596267 | -1.45596 |
| 1.52627 | -128.71 | 31001.66 | -127.9934802 | 0.71652 |
| 1.52203 | -118.68 | 30882.4 | -119.2596568 | -0.57966 |
| 1.51336 | -244.88 | 30638.58 | -243.8183235 | 1.061676 |
| 1.50291 | -292.62 | 30344.8 | -293.7831059 | -1.16311 |
| 1.49747 | -154.8 | 30191.91 | -152.8904809 | 1.909519 |
| 1.48766 | -273.28 | 29916.29 | -275.6203847 | -2.34038 |
| 1.47891 | -246.25 | 29670.55 | -245.7329213 | 0.517079 |
| 1.47684 | -58.64 | 29612.44 | -58.11761266 | 0.522387 |
| 1.46882 | -226.02 | 29387.33 | -225.1097702 | 0.91023 |
| 1.46295 | -164.19 | 29222.63 | -164.6977237 | -0.50772 |
| 1.45179 | -312.54 | 28909.67 | -312.9591902 | -0.41919 |
| 1.44978 | -55.66 | 28853.33 | -56.34232977 | -0.68233 |
| 1.44316 | -187.1 | 28667.82 | -185.5106481 | 1.589352 |
| 1.43691 | -173.45 | 28492.75 | -175.0622364 | -1.61224 |
| 1.4303 | -184.05 | 28307.7 | -185.0570437 | -1.00704 |
| 1.4206 | -273.68 | 28036.31 | -271.3921778 | 2.287822 |
| 1.41538 | -145.31 | 27890.35 | -145.9578454 | -0.64785 |
| 1.40553 | -276.05 | 27615.11 | -275.2409054 | 0.809095 |
| 1.39882 | -188.11 | 27427.75 | -187.3533264 | 0.756674 |
| 1.39646 | -63.63 | 27361.89 | -65.86638323 | -2.23638 |
| 1.3927 | -105.47 | 27256.98 | -104.9108817 | 0.559118 |
| 1.38348 | -257.94 | 26999.9 | -257.075417 | 0.864583 |
| 1.37675 | -187.06 | 26812.4 | -187.5021175 | -0.44212 |
| 1.37322 | -98.55 | 26714.11 | -98.29164885 | 0.258351 |
| 1.36781 | -151.44 | 26563.54 | -150.5697212 | 0.870279 |
| 1.35973 | -225.7 | 26338.83 | -224.7030588 | 0.996941 |
| 1.35582 | -106.68 | 26230.17 | -108.6600316 | -1.98003 |
| 1.34643 | -261.04 | 25969.43 | -260.7408338 | 0.299166 |
| 1.342 | -122.99 | 25846.53 | -122.9061584 | 0.083842 |
| 1.33083 | -309.81 | 25536.94 | -309.588751 | 0.221249 |
| 1.32614 | -130.53 | 25407.09 | -129.8516058 | 0.678394 |
| 1.31648 | -266.27 | 25139.9 | -267.1898093 | -0.91981 |
| 1.3126 | -106.76 | 25032.68 | -107.215543 | -0.45554 |
| 1.30772 | -135.63 | 24897.92 | -134.7626019 | 0.867398 |
| 1.30481 | -79.26 | 24817.6 | -80.31428935 | -1.05429 |
| 1.29705 | -214.49 | 24603.6 | -213.9993345 | 0.490666 |
| 1.28822 | -243.09 | 24360.41 | -243.195003 | -0.105 |
| 1.28075 | -206.41 | 24154.94 | -205.4710217 | 0.938978 |
| 1.27449 | -171.54 | 23982.94 | -171.995004 | -0.455 |
| 1.26605 | -230.76 | 23751.34 | -231.6028612 | -0.84286 |
| 1.25757 | -233.21 | 23518.98 | -232.3618118 | 0.848188 |
| 1.24878 | -239.81 | 23278.49 | -240.4858434 | -0.67584 |
| 1.24042 | -227.09 | 23050.13 | -228.3619636 | -1.27196 |
| 1.22897 | -313.02 | 22737.95 | -312.1825051 | 0.837495 |
| 1.22488 | -111.18 | 22626.6 | -111.3449864 | -0.16499 |
| 1.21579 | -246.2 | 22379.47 | -247.1385478 | -0.93855 |
| 1.21143 | -119.2 | 22261.09 | -118.3776691 | 0.822331 |
| 1.20823 | -87.35 | 22174.27 | -86.8148518 | 0.535148 |
| 1.20016 | -217.58 | 21955.6 | -218.6773419 | -1.09734 |
| 1.19366 | -177.85 | 21779.74 | -175.8600867 | 1.989913 |
| 1.18707 | -177.88 | 21601.69 | -178.0405045 | -0.1605 |
| 1.17845 | -230.61 | 21369.2 | -232.4899386 | -1.87994 |
| 1.16875 | -262.13 | 21108.13 | -261.0717737 | 1.058226 |
| 1.16325 | -148.12 | 20960.37 | -147.7677208 | 0.352279 |
| 1.15463 | -230.85 | 20729.16 | -231.2019984 | -0.352 |
| 1.14847 | -165.42 | 20564.24 | -164.9239041 | 0.496096 |
| 1.13805 | -278.4 | 20285.84 | -278.4028854 | -0.00289 |
| 1.12772 | -275.32 | 20010.57 | -275.2683195 | 0.05168 |
| 1.12315 | -121.64 | 19889.03 | -121.5422773 | 0.097723 |
| 1.11502 | -216.12 | 19673.17 | -215.8575051 | 0.262495 |
| 1.1072 | -206.56 | 19465.99 | -207.1782452 | -0.61825 |
| 1.09979 | -196.22 | 19270.09 | -195.9027825 | 0.317217 |
| 1.08909 | -280.73 | 18987.93 | -282.1590575 | -1.42906 |
| 1.08444 | -123.17 | 18865.58 | -122.3494629 | 0.820537 |
| 1.07926 | -135.54 | 18729.48 | -136.0983554 | -0.55836 |
| 1.07607 | -84.51 | 18645.77 | -83.70954346 | 0.800457 |
| 1.06467 | -298.42 | 18347.28 | -298.493406 | -0.07341 |
| 1.05621 | -219.88 | 18126.44 | -220.8391607 | -0.95916 |
| 1.04942 | -176.67 | 17949.62 | -176.8221303 | -0.15213 |
| 1.04103 | -218.93 | 17731.66 | -217.9591088 | 0.970891 |
| 1.03358 | -191.84 | 17538.62 | -193.0410687 | -1.20107 |
| 1.02511 | -219.72 | 17319.72 | -218.8919857 | 0.828014 |
| 1.01767 | -191.82 | 17127.97 | -191.7572991 | 0.062701 |
| 1.00846 | -235.36 | 16891.27 | -236.6970441 | -1.33704 |
| 1.00123 | -185.72 | 16705.99 | -185.2756909 | 0.444309 |
| 0.9893 | -305.06 | 16401.33 | -304.6690986 | 0.390901 |
| 0.98511 | -107.03 | 16294.64 | -106.6899663 | 0.340034 |
| 0.98205 | -78.44 | 16216.82 | -77.81220606 | 0.627794 |
| 0.97895 | -78.44 | 16138.08 | -78.73875877 | -0.29876 |
| 0.97632 | -65.34 | 16071.36 | -66.72905251 | -1.38905 |
| 0.97027 | -155.92 | 15918.11 | -153.24981 | 2.67019 |
| 0.96379 | -162.75 | 15754.36 | -163.748026 | -0.99803 |
| 0.95813 | -142.36 | 15611.67 | -142.6896957 | -0.3297 |
| 0.9485 | -241.74 | 15369.63 | -242.0407036 | -0.3007 |
| 0.94022 | -208.69 | 15162.26 | -207.3629456 | 1.327054 |
| 0.9305 | -240.84 | 14919.74 | -242.5287578 | -1.68876 |
| 0.91917 | -281.26 | 14638.28 | -281.4559747 | -0.19597 |
| 0.90744 | -291.06 | 14348.33 | -289.9533772 | 1.106623 |
| 0.90352 | -96.06 | 14251.76 | -96.56671541 | -0.50672 |
| 0.90013 | -84.03 | 14168.38 | -83.37507099 | 0.654929 |
| 0.89117 | -217.7 | 13948.63 | -219.7555288 | -2.05553 |
| 0.88823 | -72.77 | 13876.72 | -71.91258245 | 0.857418 |
| 0.88098 | -177.34 | 13699.8 | -176.9198033 | 0.420197 |
| 0.87367 | -178.2 | 13522.02 | -177.7791833 | 0.420817 |
| 0.86306 | -256.15 | 13265.08 | -256.9393674 | -0.78937 |
| 0.85621 | -164.02 | 13099.89 | -165.1855806 | -1.16558 |
| 0.85028 | -143.51 | 12957.34 | -142.5513995 | 0.958601 |
| 0.84156 | -208.74 | 12748.49 | -208.8549227 | -0.11492 |
| 0.83215 | -225.36 | 12524.14 | -224.3455839 | 1.014416 |
| 0.82495 | -169.9 | 12353.22 | -170.920421 | -1.02042 |
| 0.81947 | -129.18 | 12223.56 | -129.6565529 | -0.47655 |
| 0.81597 | -84.11 | 12140.95 | -82.61232231 | 1.497678 |
| 0.80811 | -183.13 | 11955.99 | -184.9560312 | -1.82603 |
| 0.80349 | -107.36 | 11847.65 | -108.3466613 | -0.98666 |
| 0.80105 | -59.93 | 11790.54 | -57.11097481 | 2.819025 |
| 0.7915 | -223.06 | 11567.75 | -222.7837355 | 0.276264 |
| 0.78707 | -101.51 | 11464.82 | -102.9372462 | -1.42725 |
| 0.78065 | -148.07 | 11316.1 | -148.715596 | -0.6456 |
| 0.77177 | -205.31 | 11111.31 | -204.7893419 | 0.520658 |
| 0.76618 | -128.35 | 10982.94 | -128.3676019 | -0.0176 |
| 0.75681 | -214.02 | 10768.73 | -214.2087373 | -0.18874 |
| 0.75087 | -135.84 | 10633.57 | -135.1640977 | 0.675902 |
| 0.74203 | -200.57 | 10433.34 | -200.2352778 | 0.334722 |
| 0.73299 | -201.28 | 10229.72 | -203.6156202 | -2.33562 |
| 0.72657 | -144.71 | 10085.83 | -143.8880884 | 0.821912 |
| 0.72437 | -50.19 | 10036.66 | -49.16957025 | 1.02043 |
| 0.71906 | -116.75 | 9918.277 | -118.3854413 | -1.63544 |
| 0.71282 | -140.18 | 9779.689 | -138.5880804 | 1.59192 |
| 0.70812 | -103.13 | 9675.686 | -104.0028523 | -0.87285 |
| 0.70415 | -86.97 | 9588.095 | -87.59126094 | -0.62126 |
| 0.69393 | -225.39 | 9363.705 | -224.3893499 | 1.00065 |
| 0.68763 | -137.1 | 9226.179 | -137.5262534 | -0.42625 |
| 0.67675 | -235.68 | 8990.123 | -236.0559016 | -0.3759 |
| 0.67084 | -126.01 | 8862.677 | -127.4464243 | -1.43642 |
| 0.66115 | -208.71 | 8654.919 | -207.7577679 | 0.952232 |
| 0.65518 | -127.78 | 8527.672 | -127.2473238 | 0.532676 |
| 0.6451 | -213.28 | 8314.14 | -213.5310687 | -0.25107 |
| 0.63555 | -200.68 | 8113.385 | -200.7555292 | -0.07553 |
| 0.62977 | -119.58 | 7992.622 | -120.7630257 | -1.18303 |
| 0.62561 | -87.63 | 7906.055 | -86.56649867 | 1.063501 |
| 0.61571 | -205.05 | 7701.232 | -204.823233 | 0.226767 |
| 0.60421 | -234.92 | 7465.435 | -235.7968588 | -0.87686 |
| 0.59894 | -107.45 | 7358.154 | -107.2814249 | 0.168575 |
| 0.59023 | -175.48 | 7181.927 | -176.227414 | -0.74741 |
| 0.58384 | -128.2 | 7053.506 | -128.420803 | -0.2208 |
| 0.5735 | -206 | 6847.275 | -206.2302176 | -0.23022 |
| 0.56382 | -191.45 | 6655.997 | -191.2784113 | 0.171589 |
| 0.56014 | -72.2 | 6583.739 | -72.25809576 | -0.0581 |
| 0.54952 | -206.04 | 6376.648 | -207.0906269 | -1.05063 |
| 0.53763 | -231.25 | 6147.36 | -229.2881366 | 1.961863 |
| 0.53048 | -135.86 | 6010.806 | -136.554685 | -0.69469 |
| 0.51964 | -205.87 | 5805.708 | -205.0971613 | 0.772839 |
| 0.51176 | -145.64 | 5658.098 | -147.6101782 | -1.97018 |
| 0.50821 | -66.65 | 5592.011 | -66.08766547 | 0.562335 |
| 0.50421 | -74.31 | 5517.855 | -74.15540943 | 0.154591 |
| 0.49814 | -112.8 | 5405.957 | -111.8982952 | 0.901705 |
| 0.48866 | -171.72 | 5232.733 | -173.2235073 | -1.50351 |
| 0.4784 | -185.46 | 5047.402 | -185.3310249 | 0.128975 |
| 0.4685 | -177.26 | 4870.724 | -176.6787892 | 0.581211 |
| 0.46331 | -91.52 | 4778.957 | -91.76684477 | -0.24684 |
| 0.45597 | -128.34 | 4650.193 | -128.7641243 | -0.42412 |
| 0.45307 | -50.13 | 4599.65 | -50.54249055 | -0.41249 |
| 0.44996 | -54.91 | 4545.658 | -53.99210469 | 0.917895 |
| 0.44659 | -57.17 | 4487.399 | -58.25878278 | -1.08878 |
| 0.43781 | -149.83 | 4336.833 | -150.5657979 | -0.7358 |
| 0.43086 | -118.46 | 4218.913 | -117.920854 | 0.539146 |
| 0.42696 | -65.81 | 4153.236 | -65.67681728 | 0.133183 |
| 0.42001 | -115.3 | 4037.087 | -116.1484198 | -0.84842 |
| 0.41653 | -57.09 | 3979.362 | -57.72507131 | -0.63507 |
| 0.41398 | -43.13 | 3937.248 | -42.11375073 | 1.016249 |

【参考文献】

[1]

calQ1.m

function Q=calQ1(h,alpha)

a=1.78/2;

b=1.2/2;

alpha=alpha/180\*pi;

F = @(x)a\*b.\*(pi/2+asin((h-b-x\*tan(alpha))./b)+(h-b-x\*tan(alpha)).\*((2\*b.\*(h-x\*tan(alpha))-(h-x\*tan(alpha)).^2).^0.5)./b./b);

Q=quad(F,-0.4,2.05)\*1000/1.0349;

End

calQ2.m

function [Q] = calQ2(H,alpha,beta)

%CALQ2 Summary of this function goes here

% Detailed explanation goes here

alpha=alpha/180\*pi;

beta=beta/180\*pi;

HX=H\*cos(beta)+1.5\*(1-cos(beta));

R=1.5;

%h1=(HX-s\*tan(alpha)-1.5+(2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2).^0.5);

%h2=(HX-s\*tan(alpha));

%h3=(HX-s\*tan(alpha)-1.5+(2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2).^0.5);

%r1=((2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2).^0.5);

%r3=((2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2).^0.5);

F1=@(s)((2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2).^0.5).^2.\*(asin(((HX-s\*tan(alpha)-1.5+(2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2).^0.5)-((2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2).^0.5))./((2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2).^0.5))+pi/2+((HX-s\*tan(alpha)-1.5+(2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2).^0.5)-((2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2).^0.5))./((2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2).^0.5)./((2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2).^0.5).\*(2\*(HX-s\*tan(alpha)-1.5+(2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2).^0.5).\*((2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2).^0.5)-(HX-s\*tan(alpha)-1.5+(2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2).^0.5).\*(HX-s\*tan(alpha)-1.5+(2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2).^0.5)).^0.5);

F2=@(s)R.^2.\*(asin(((HX-s\*tan(alpha))-R)./R)+pi/2+((HX-s\*tan(alpha))-R)./R./R.\*(2\*(HX-s\*tan(alpha)).\*R-(HX-s\*tan(alpha)).\*(HX-s\*tan(alpha))).^0.5);

F3=@(s)((2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2).^0.5).^2.\*(asin(((HX-s\*tan(alpha)-1.5+(2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2).^0.5)-((2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2).^0.5))./((2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2).^0.5))+pi/2+((HX-s\*tan(alpha)-1.5+(2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2).^0.5)-((2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2).^0.5))./((2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2).^0.5)./((2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2).^0.5).\*(2\*(HX-s\*tan(alpha)-1.5+(2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2).^0.5).\*((2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2).^0.5)-(HX-s\*tan(alpha)-1.5+(2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2).^0.5).\*(HX-s\*tan(alpha)-1.5+(2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2).^0.5)).^0.5);

if HX<=6\*tan(alpha)

low=(2\*HX\*tan(alpha)-3\*tan(alpha)-2.75-sqrt((3\*tan(alpha)-2\*HX\*tan(alpha)+2.75)^2-4\*(1+tan(alpha)^2)\*(1.5+HX^2-3\*H)))/(2\*(1+tan(alpha)^2));

high=HX/tan(alpha);

Q=quad(F1,low,-2)+quad(F2,-2,high);

end

if HX<=(1.5-3\*tan(alpha)) && HX>6\*tan(alpha)

low=(2\*HX\*tan(alpha)-3\*tan(alpha)-2.75-sqrt((3\*tan(alpha)-2\*HX\*tan(alpha)+2.75)^2-4\*(1+tan(alpha)^2)\*(1.5+HX^2-3\*H)))/(2\*(1+tan(alpha)^2));

high=(2\*HX\*tan(alpha)-3\*tan(alpha)+10.75+sqrt((3\*tan(alpha)-2\*HX\*tan(alpha)-10.75)^2-4\*(1+tan(alpha)^2)\*(28.5+HX^2-3\*H)))/(2\*(1+tan(alpha)^2));

Q=quad(F1,low,-2)+quad(F2,-2,6)+quad(F3,6,high);

end

if HX<=(1.5+7\*tan(alpha)) && HX>(1.5-3\*tan(alpha))

low=(2\*HX\*tan(alpha)-3\*tan(alpha)-2.75-sqrt((3\*tan(alpha)-2\*HX\*tan(alpha)+2.75)^2-4\*(1+tan(alpha)^2)\*(1.5+HX^2-3\*H)))/(2\*(1+tan(alpha)^2));

high=(2\*HX\*tan(alpha)-3\*tan(alpha)+10.75+sqrt((3\*tan(alpha)-2\*HX\*tan(alpha)-10.75)^2-4\*(1+tan(alpha)^2)\*(28.5+HX^2-3\*H)))/(2\*(1+tan(alpha)^2));

tempf1=@(s)pi\*(2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2);

Q=quad(tempf1,-3,low)+quad(F1,low,-2)+quad(F2,-2,6)+quad(F3,6,high);

end

if HX<=(3-2\*tan(alpha)) && HX>(1.5+7\*tan(alpha))

low=(2\*HX\*tan(alpha)-3\*tan(alpha)-2.75-sqrt((3\*tan(alpha)-2\*HX\*tan(alpha)+2.75)^2-4\*(1+tan(alpha)^2)\*(1.5+HX^2-3\*H)))/(2\*(1+tan(alpha)^2));

high=(2\*HX\*tan(alpha)-3\*tan(alpha)+10.75+sqrt((3\*tan(alpha)-2\*HX\*tan(alpha)-10.75)^2-4\*(1+tan(alpha)^2)\*(28.5+HX^2-3\*H)))/(2\*(1+tan(alpha)^2));

tempf1=@(s)pi\*(2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2);

tempf2=@(s)pi\*(2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2);

Q=quad(tempf1,-3,low)+quad(F1,low,-2)+quad(F2,-2,6)+quad(F3,6,high)+quad(tempf2,high,7);

end

if HX<=3 && HX>(3-2\*tan(alpha))

low=(HX-3)/tan(alpha);

high=(2\*HX\*tan(alpha)-3\*tan(alpha)+10.75+sqrt((3\*tan(alpha)-2\*HX\*tan(alpha)-10.75)^2-4\*(1+tan(alpha)^2)\*(28.5+HX^2-3\*H)))/(2\*(1+tan(alpha)^2));

tempf1=@(s)pi\*(2.25-1.25\*(-2-s)-(-2-s).^2);

tempf2=@(s)pi\*(2.25-1.25\*(s-6)-(s-6).^2);

Q=quad(tempf1,-3,-2)+pi\*1.5\*1.5\*(low+2)+quad(F2,low,6)+quad(F3,6,high)+quad(tempf2,high,7);

end

Q=Q\*1000;

end

calQ.m

function Q=calQ(h,alpha)

a=1.78/2;

b=1.2/2;

alpha=alpha/180\*pi;

F = @(x)a\*b.\*(pi/2+asin((h-b-x\*tan(alpha))./b)+(h-b-x\*tan(alpha)).\*((2\*b.\*(h-x\*tan(alpha))-(h-x\*tan(alpha)).^2).^0.5)./b./b);

efix=362.6\*h^3-1173\*h^2+972.9\*h-216;

if h<=146.95/1000

Q=quad(F,-0.4,h/tan(alpha))\*1000/1.0349;

end

if h<=2\*b-0.02867 && h>0.14695

Q=quad(F,-0.4,2.05)\*1000/1.0349-efix;

end

if h<=2\*b && h>2\*b-0.02867

Q=(pi\*a\*b\*(0.4-(2\*b-h)/tan(alpha))+quad(F,(h-2\*b)/tan(alpha),2.05))\*1000/1.0349;

end

end

Q1.m %第一问

function [Q1]=q1(H0,alpha)

Q1=zeros(length(H0),1);

for i=1:length(H0)

Q1(i)=calQ(H0(i),alpha);

if alpha==0

Q1(i)=calQ1(H0(i),0);

end

end

%err=Q1-Q0;

End

Q2.m %第二问

function [Q1]=q2(H0,alpha,beta)

Q1=zeros(length(H0),1);

for i=1:length(H0)

Q1(i)=calQ2(H0(i),alpha,beta);

end

Q1=real(Q1);

%err=Q1-Q0;

End

Findab.m:

function [a,b,L]=findab(H0,dQ)

count=1;

L=zeros(10000,3);

for alpha=1:0.1:3

for beta=4:0.1:6

Q=q2(H0,alpha,beta);

dQ1=zeros(length(dQ)-1,1);

for i=1:length(dQ1)

dQ1(i)=Q(i+1)-Q(i);

end

%L(count,:)=0;

for i=1:length(dQ1)

L(count,1)=L(count,1)+(dQ1(i)-dQ(i+1))^2;

L(count,2)=alpha;

L(count,3)=beta;

end

count=count+1;

end

end

while L(length(L(:,1)),1)==0

L(length(L(:,1)),:)=[];

end

[c,ind]=min(L(:,1));

a=L(ind,2);

b=L(ind,3);

end