P24/1.

解: (1). $A_1\overline{A_2}\overline{A_3}$ (2) $A_1 \cup A_2 \cup A_3$

(3) $\overline{A_1}\overline{A_2}\overline{A_3} \cup A_1\overline{A_2}\overline{A_3} \cup \overline{A_1}A_2\overline{A_3} \cup \overline{A_1}\overline{A_2}A_3$

(4) $\overline{A_1A_2A_3}$

(5) $A_1\overline{A_2}\overline{A_3} \cup \overline{A}\overline{A_2}A_3 \cup \overline{A_1}A_2A_3 \cup A_1A_2A_3$

P24/2.

解: 设"2人专业相同"为事件A, 则

$$P(A)=\frac{C_{12}^2+C_{10}^2+C_8^2+C_6^2}{C_{36}^2}=\frac{77}{315}$$

∴ 2人专业相同的概率为 $\frac{77}{315}$

P24/3

解: 设"顾客能如数得到订货"为事件A, 则

$$P(A)=\frac{C_{10}^4C_4^3C_3^2}{C_{17}^9}=\frac{252}{2431}$$

∴ 顾客能如数得到订货的概率为 $\frac{252}{2431}$

P24/4.

解: 设"A(m,n)落入圆 $x^2+y^2=19$ 内"为事件A, 则

$$P(A)=\frac{11}{6\times6}=\frac{11}{36}$$

∴ 点A(m,n)落入圆 $x^2+y^2=19$ 内的概率为 $\frac{11}{36}$

P24/5

解: 设"某指定盒子恰有m个球"为事件A.

$$\therefore P(A)=\frac{C_n^m(N-1)^{n-m}}{N^n}$$

P24/6

解: 设"从50个铆钉中随机取用, 恰有1个部件强度不合格"为事件A

$$\therefore P(A)=\frac{C_{10}^1C_3^3C_{47}^3\cdots C_{23}^3}{C_{50}^3C_{47}^3C_{44}^3\cdots C_{23}^3}=\frac{1}{1960}$$

P24/7

解: 设"取出的n个数的乘积能被10整除"为事件A, "取出的n个数中没有i"为事件B_i

$$\therefore P(A)=1-P(B_2B_4B_6B_8 \cup B_5)=1-P(B_2B_4B_6B_8)-P(B_5)+P(B_2B_4B_6B_8B_5)=1-\left(\frac{5}{9}\right)^n-\left(\frac{8}{9}\right)^n+\left(\frac{4}{9}\right)^n$$

P24/8.

解: 设"三数之和能被3整除"为事件A

$\therefore P(A)=\dfrac{C_{10}^1C_{10}^1C_{10}^1+3C_{10}^3}{C_{30}^3}=\dfrac{68}{203}$

P24/9.

解: $\because P(\bar{A}\bar{B}\bar{C})=P(\overline{A\cup B\cup C})$

$=1-P(A\cup B\cup C)$

$=1-(P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC))$

$=1-(\frac{3}{4}-\frac{1}{8}-P(AB)+P(ABC))$

$=\frac{3}{8}+P(AB)-P(ABC)$

又 $P(A-B)=P(A)-P(AB)$

$\therefore P(AB)=P(A)-P(A-B)=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=0$

$\therefore AB=\emptyset$

$\therefore P(ABC)=0$

$\therefore P(\bar{A}\bar{B}\bar{C})=\frac{3}{8}$

P24/10

解: 设"第一天下雨"为事件A, "第二天下雨"为事件B, 则

$P(A)=\frac{3}{5}$, $P(B)=\frac{3}{10}$, $P(AB)=\frac{1}{10}$

(1) 设"至少有1天下雨"为事件C.

$\therefore P(C)=1-P(\bar{A}\bar{B})=1-1+P(\overline{A\cup B})=P(A)+P(B)-P(AB)=\frac{4}{5}$

(2). 设"两天都不下雨"为事件D

$\therefore P(D)=1-P(C)=\frac{1}{5}$

(3) 设"至少有1天不下雨"为事件E

$\therefore P(E)=1-P(AB)=\frac{9}{10}$

(4). 设"第一天下雨且第二天不下雨"为事件F

$\therefore P(F)=P(A\bar{B})=P(A-AB)=P(A)-P(AB)=\frac{1}{2}$

(5). 设"恰有1天下雨"为事件G

$\therefore P(G)=P(F)+P(\bar{A}B)=\frac{1}{2}+P(B)-P(BA)=\frac{1}{2}+\frac{2}{10}=\frac{7}{10}$

P24/11.

解：设"从1~2000中取一整数可被6整除"为事件A，

"从1~2000中取一整数可被8整除"为事件B

"从1~2000中取一整数不能被6也不能被8整除"为事件C

$\therefore P(A)=\frac{333}{2000}$，$P(B)=\frac{250}{2000}$，$P(AB)=\frac{83}{2000}$

$\therefore P(C)=P(\overline{A}\,\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-(P(A)+P(B)-P(AB))=\frac{3}{4}$

P24/12

解：$\because \Delta=p^2-4q$

$\therefore$ 对 $p^2-4q>0$，方程 $x^2+px+q=0$ 有实根

$\therefore$ 设"方程 $x^2+px+q=0$ 有实根"为事件A

$\therefore P(A)=\frac{2\int_0^1 \frac{1}{4}p^2dp+2}{2\times2}=\frac{13}{24}$

P24/13

解：设三折折成的三段自左至右依次长度为 $x, y, 2a-x-y$

$\therefore \begin{cases} x+y>2a-x-y \\ 2a-x>x \\ 2a-y>y \end{cases}$ 即 $\begin{cases} x+y>a \\ x<a \\ y<a \end{cases}$

设"3折线能构成三角形"为事件A

$\therefore P(A)=\frac{\frac{1}{2}a^2}{2a\cdot2a}=\frac{1}{8}$

P24/14.

解：$\because P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$

又 $P(AB)=P(B)-P(B-A)=\frac{1}{15}$

$P(A)=P(A\cup B)-P(B)+P(AB)$

$=\frac{3}{4}-\frac{2}{5}+\frac{1}{15}$

$=\frac{5}{12}$

$\therefore P(B|A)=\frac{1}{15}\cdot\frac{12}{5}=\frac{4}{25}$

扫描全能王 创建

P25/15.

解：$\because P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{1}{3}$，$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{1}{2}$

$\therefore P(AB)=\frac{1}{12}$，$P(B)=\frac{1}{6}$

$\therefore P(\bar{A}\bar{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-(P(A)+P(B)-P(AB))=\frac{2}{3}$

P25/16

解：设"两件都是次品"为事件A.

$\therefore P(A)=\frac{C_4^2}{C_{10}^2-C_6^2}$

$=\frac{12}{60}$

$=\frac{1}{5}$

P25/17.(1). 证明：$\because P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(A)+P(B)-P(A\cup B)}{P(B)}$

又 $A\cup B\subset\Omega$

$\therefore P(A\cup B)\leq 1$

$\therefore P(A|B)\geq\frac{a+b-1}{b}$ □

(2) 证明：

$\because P(A|B)+P(\bar{A}|\bar{B})=\frac{P(AB)}{P(B)}+\frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{B})}=1$

$\therefore \frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(\bar{B}-\bar{B}\bar{A})}{P(\bar{B})}=\frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})}$

$\therefore P(AB)P(\bar{B})=P(A\bar{B})P(B)$

即 $P(AB)-P(AB)P(B)=P(A)P(B)-P(AB)P(B)$

$\therefore P(AB)=P(A)P(B)$

$\therefore$ A, B 相互独立

P25/20. 解(1)设"任取一盒抽检可出厂"为事件A，由全概率公式：

$P(A)=0.8\cdot\frac{C_{20}^4}{C_{20}^4}+0.1\times\frac{C_{19}^4}{C_{20}^4}+0.1\times\frac{C_{18}^4}{C_{20}^4}=\frac{448}{475}$

(2) 设"该盒元件有i次品"为事件B_i $(i=0,1,2)$，"抽检可以出厂"为事件C，由Bayes公式

$\therefore P(B_0|C)=\frac{P(B_0)P(C|B_0)}{\sum_{i=0}^{2}P(B_i)P(C|B_i)}$

$=\frac{0.8\cdot\frac{C_{20}^4}{C_{20}^4}}{P(A)}$

$=\frac{95}{112}$

扫描全能王 创建

P25/21. 解：设"裁判取卡片当示时为红色，另一面为黄色"为事件A，

$$P(A)=\frac{1}{2+1}=\frac{1}{3}$$

P25/23. 解：设"从丙袋取出白球"为事件A

$$P(A)=\frac{C_4^2}{C_{10}^2}\cdot\frac{C_5^1}{C_{10}^1}+\frac{C_4^2}{C_{10}^2}\cdot\frac{C_5^1}{C_{10}^1}\cdot\frac{C_2^1}{C_3^1}+\frac{C_4^1C_6^1C_5^1C_2^1}{C_{10}^2C_{10}^1C_3^1}+\frac{C_4^1C_6^1C_5^1C_1^1}{C_{10}^2C_{10}^1C_3^1}+\frac{C_6^2C_5^1C_1^1}{C_{10}^2C_{10}^1C_3^1}$$

$$=\frac{90+60+240+120+75}{C_{10}^2C_{10}^1C_3^1}$$

$$=\frac{585}{1350}=\frac{13}{30}$$

P25/25 解：$\because A,B$独立

$\therefore P(AB)=P(A)P(B)$

又 $P(\bar{A}\bar{B})=\frac{1}{9}$，$P(A\bar{B})=P(B\bar{A})$

$\therefore P(\bar{A})P(\bar{B})=\frac{1}{9}$，$P(A)P(\bar{B})=P(B)P(\bar{A})$

$$\therefore\begin{cases}P(A)(1-P(B))=P(B)(1-P(A))\\(1-P(A))(1-P(B))=\frac{1}{9}\end{cases}$$

解得：$P(A)=\frac{2}{3}$ 或 $P(A)=\frac{4}{3}>1$（舍去）

$\therefore P(A)=\frac{2}{3}$

P25/26 解(1)设"三门炮各射一弹，目标被命中"为事件A

$\because P(\bar{A})=(1-0.6)^3=\frac{8}{125}$

$\therefore P(A)=1-P(\bar{A})=\frac{117}{125}$

(2) 设应配n门炮，"每炮各射一弹，目标被命中"为事件B，$n\in Z_+$

$\because P(B)=1-(1-0.6)^n=1-(\frac{2}{5})^n$

令 $P(B)\geq 0.99$，即 $(\frac{2}{5})^n\leq 0.01$

$\therefore n\geq\frac{\log 0.01}{\log\frac{2}{5}}\approx 5.03$

$\therefore$ 取 $n=6$，即至少应配6门炮，才能以99%概率命中目标

P25/27 解：设该单位至少有n个人，"单位中至少有一人生日在一月"为事件A

$\therefore P(A)=1-(\frac{11}{12})^n \geq 0.96$

即 $n \geq \frac{\log(0.04)}{\log(\frac{11}{12})} \approx 36.99$人

$\therefore$ 取n=37即该单位至少有37人

P25/28 解：设"该人过关成功"为事件A，过第i关"为事件B_i

$\therefore P(A)=P(B_1B_2)+P(\overline{B_1}B_2B_3)+P(\overline{B_2}B_3B_4)+P(\overline{B_1}\overline{B_3}B_4B_5)+P(B_1\overline{B_2}\overline{B_3}B_4B_5)$

$=(\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2})^3+(\frac{1}{2})^3+(\frac{1}{2})^4+(\frac{1}{2})^5$

$=\frac{19}{32}$

$\therefore$ 该人过关成功的概率为$\frac{19}{32}$

P25/29 证明：$\because P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{1}{2}$，$P(C)=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$

$\therefore P(AB)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}=P(A)\cdot P(B)$

$P(AC)=P(A\overline{B})=P(A)\cdot P(\overline{B})=\frac{1}{4}=P(A)\cdot P(C)$

同理 $P(BC)=P(B)\cdot P(C)$

$\therefore$ A，B，C两两独立

P26/35 解：设"该车间不能正常工作"为事件A

$\because P(\overline{A})=C_{10}^{0}0.2^{0}0.8^{10}+C_{10}^{1}0.2^{1}0.8^{9}+C_{10}^{2}0.2^{2}0.8^{8}+C_{10}^{3}0.2^{3}0.8^{7}$

≈ 0.879

$\therefore P(A)=1-P(\overline{A})=0.121$

P26/36 解：设该单位需设立n条外线，"各分机使用外线不被占线"为事件A

$P(A)=C_{100}^{0}(\frac{1}{20})^{0}(\frac{19}{20})^{100}+C_{100}^{1}(\frac{1}{20})^{1}(\frac{19}{20})^{99}+\dots+C_{100}^{n}(\frac{1}{20})^{n}(\frac{19}{20})^{100-n}\geq 0.9$

经过穷举，n=7时，$P(A)\approx 0.872<0.9$；

n=8时，$P(A)\approx 0.937>0.9$

且 $C_{100}^{k}(\frac{1}{20})^{k}(\frac{19}{20})^{100-k}>0\ (k\in Z_+)$，即P(A)将随n的增长而大于0.937

$\therefore$ 应设立8条外线，才能以90%以上概率保证各分机使用外线不被占线

P26/37 解：设"至少出现2次6点"为事件A

$$\therefore P(A)=\frac{1-C_{10}^{0}(\frac{1}{6})^{0}(\frac{5}{6})^{10}-C_{10}^{1}(\frac{1}{6})^{1}(\frac{5}{6})^{9}}{1-C_{10}^{0}(\frac{1}{6})^{0}(\frac{5}{6})^{10}}\approx 0.6148$$

∴至少出现2次6点的概率为0.6148

P48/1. 解：依题，$X=1,2,3$，则

$$P(X=1)=\frac{C_4^3A_3^3}{4^3}=\frac{24}{64}=\frac{3}{8}$$

$$P(X=2)=\frac{C_3^2A_4^2}{4^3}=\frac{36}{64}=\frac{9}{16}$$

$$P(X=3)=\frac{C_4^3}{4^3}=\frac{4}{64}=\frac{1}{16}$$

∴X的分布律为

X	1	2	3
P	$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{1}{16}$

P48/2. 解：依题，$T=3,4,5,6,7$

$$P(T=3)=\frac{A_3^3\cdot 3^3\cdot A_6^6}{A_9^9}=\frac{9}{28}$$

$$P(T=4)=\frac{A_3^3\cdot 3^3\cdot(4\cdot A_5^5+2\cdot A_5^5)}{A_9^9}=\frac{9}{28}$$

$$P(T=5)=1-P(T=3)-P(T=4)-P(T=6)-P(T=7)=\frac{6}{28}=\frac{3}{14}$$

$$P(T=6)=\frac{3\cdot A_3^3\cdot C_3^2\cdot A_6^6}{A_9^9}=\frac{3}{28}$$

$$P(T=7)=\frac{3\cdot A_3^3\cdot A_6^6}{A_9^9}=\frac{1}{28}$$

∴T的分布律为

T	3	4	5	6	7
P	$\frac{9}{28}$	$\frac{9}{28}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{1}{28}$

P48/3. 解：(1) ∵ $\sum_k p_k=1$

∴令 $C[(\frac{2}{3})^1+(\frac{2}{3})^2+(\frac{2}{3})^3]=1$

解得 $C=\frac{27}{38}$

(2). ∵ $\sum_k p_k=1$

$$\therefore 令 \sum_{k=1}^{\infty}C\frac{\lambda^k}{k!}=C\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!}$$

$$=C(\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!}-\frac{\lambda^0}{0!})$$

$$=C(e^{\lambda}-1)=1$$

∴解得 $C=\frac{1}{e^{\lambda}-1}$

'