

文章编号:1001-7372(2022)08-0291-13

# 基于虚拟车队的自动交叉路口车辆时序优化模型

蒋阳升<sup>1,2,3</sup>, 蒋浩然<sup>1,2</sup>, 姚志洪<sup>\*1,2,3</sup>, 王逸<sup>1,2</sup>

(1. 西南交通大学 交通运输与物流学院, 四川 成都 610031; 2. 西南交通大学 综合交通大数据应用技术国家工程实验室, 四川 成都 611756; 3. 西南交通大学 综合交通运输智能化国家地方联合工程实验室, 四川 成都 611756)

**摘要:**智能网联汽车可通过彼此交互协同安全地通过交叉路口,自动交叉路口控制已成为未来发展趋势。为解决现有基于预约的自动交叉路口控制模型未全局优化车辆通过顺序及模型非线性导致求解效率低等问题,提出一种基于虚拟车队的自动交叉路口车辆时序优化模型,实现车辆通过时序的高效全局优化。首先,为构建到达安全时间间隔约束,基于车辆冲突分析计算交叉口进口道停车线到各相互作用点的距离。其次,为便于建模和求解,基于时间维度构建虚拟车队并形成车辆索引序列。然后,以交叉口车辆总延误最小为优化目标,车辆通过控制区段的最小行程时间和到达冲突区域边界的安全间隔为约束条件,构建自动交叉路口车辆通过时序非线性优化模型。在此基础上,引入0-1变量将该模型转化为混合整数线性规划模型,并基于开源求解器CBC对模型进行求解。最后,设计数值仿真试验验证模型的有效性并进行了模型的参数敏感性分析。研究表明:所构建模型在不同交通需求下优化效果均优于基于“先到先服务”规则的模型,车均延误和最大单车延误能够减少61.50%和39.73%;当安全间距和优化周期较大时,构建模型的延误控制效果更为显著;模型和算法为未来智能网联环境下自动交叉路口控制提供了一种可选的方法。

**关键词:**交通工程;智能网联汽车;最优时序;混合整数线性规划;自动交叉路口控制;虚拟车队

中图分类号:U491

文献标志码:A

## Vehicle Schedule Optimization Model for Autonomous Intersection Based on Virtual Platoon

JIANG Yang-sheng<sup>1,2,3</sup>, JIANG Hao-ran<sup>1,2</sup>, YAO Zhi-hong<sup>\*1,2,3</sup>, WANG Yi<sup>1,2</sup>

(1. School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, Sichuan, China; 2. National Engineering Laboratory of Integrated Transportation Big Data Application Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, Sichuan, China; 3. National United Engineering Laboratory of Integrated and Intelligent Transportation, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, Sichuan, China)

**Abstract:** Connected and autonomous vehicles can mutually interact to safely pass through intersections. Therefore, autonomous intersection control is a future development trend. Existing reservation-based autonomous intersection control models do not globally optimize the vehicle passing sequence and are nonlinear, thereby leading to low-efficiency solutions. To solve this problem, a vehicle schedule optimization model of autonomous intersections based on a

收稿日期:2020-12-10

基金项目:国家自然科学基金项目(52002339);四川省科技计划项目(2021YJ0535,2020YFH0026);中央高校基本科研业务费专项资金项目(2682021CX058);广西科技计划项目(2021AA01007AA)

作者简介:蒋阳升(1975-),男,湖南衡阳人,教授,博士研究生导师,工学博士,E-mail:jiangyangsheng@swjtu.cn.

\* 通讯作者:姚志洪(1991-),男,安徽安庆人,副教授,工学博士,E-mail:zhao@swjtu.edu.cn.

virtual platoon is proposed. This model achieves efficient global optimization of the vehicle passing sequence. First, to construct the safe arrival time interval constraint, the distance from the stop line to the interaction points was calculated based on vehicle conflict analysis. Second, for the convenience of modeling and solving, a virtual platoon was constructed based on the time dimension, and a vehicle index sequence was formed. Then, setting the minimum total vehicle delay at the intersection as the optimization objective, and the minimum travel time of vehicles passing through the control area and arrival time interval of vehicles reaching the boundary of the conflict area as constraints, a nonlinear optimization model of the vehicle passing sequence at an autonomous intersection was constructed. On this basis, 0-1 variables were introduced to transform the model into a mixed-integer linear programming model, and the model was solved based on the open-source solver CBC. Finally, a numerical simulation experiment was conducted to verify the effectiveness of the model, and the sensitivity of the model parameters was analyzed. The results lead to the following conclusions. ① The optimization effect of the proposed model is better than that of the model based on the first-come-first-serve rule under different traffic demands. The average vehicle delay and maximum single-vehicle delay are reduced by 61.50% and 39.73%, respectively. ② When the safety distance and optimization period are large, the delay control effect of the model is more significant. The proposed model and algorithm jointly provide an alternative method for autonomous intersection control in future intelligent network environments.

**Keywords:** traffic engineering; connected and autonomous vehicle; optimal scheduling; MILP; automatic intersection control; virtual platoon

**Received** 10 Dec. 2020

**Funding:** National Natural Science Foundation of China (52002339); Science and Technology Program of Sichuan Province (2021YJ0535, 2020YFH0026); Fundamental Research Funds for the Central Universities (2682021CX058); Guangxi Science and Technology Program (2021AA01007AA)

\* Corresponding author. *E-mail address:* zhyao@swjtu.edu.cn.

<https://doi.org/10.19721/j.cnki.1001-7372.2022.08.027>

## 0 引言

在智能网联环境下,车辆能相互通信并执行精准的控制方案<sup>[1-4]</sup>,可通过彼此的交互协同实现不停车通过无信号控制交叉口<sup>[5]</sup>,在保障交通流连续性的基础上显著降低车辆延误。这种交叉口控制模式称为自动交叉路口控制(Autonomous Intersection Control, AIC)。

目前已有许多关于 AIC 的研究<sup>[6]</sup>,其中基于预约的 AIC 模型应用最为广泛。基于预约的 AIC 模型由 Dresner 等<sup>[7]</sup>首次提出,其规定车辆通过 V2I 通信向交叉口控制器(Intersection Manager, IM)发送通过交叉口的时空轨迹预定请求,IM 对该请求进行仿真并基于碰撞条件判断是否接受该请求。Levin 等<sup>[8]</sup>将预约方式进行改进,在 IM 获取车辆状

态信息后直接向车辆发送无冲突驾驶策略,简化了预约流程。随着后续研究的深入,基于预约的 AIC 模型主要可分为 2 类:①基于规则的 AIC 模型;②基于优化的 AIC 模型。

在基于规则的 AIC 模型中,最常采用的是“先到先服务(First Come First Serve, FCFS)”规则,即 IM 按照车辆到达交叉口的先后顺序依次处理车辆请求。如 Dresner 等<sup>[9]</sup>将交叉口空间离散成网格,车辆按到达先后顺序依次向交叉口控制器预约各网格的时间占用权,保证冲突方向的车辆可顺利通过交叉口。He 等<sup>[10]</sup>基于规范的车辆转向轨迹分析不同轨迹的冲突区域,在此基础上,基于 FCFS 规则对车辆的到达时间进行优化,进而使所有车辆均能在冲突区域安全地穿插通过。现有研究表明,在对称交叉口采用 FCFS 规则对延误的控制效果优于信号

控制<sup>[11-12]</sup>。然而,在 FCFS 中车辆(用户)总是追求自身利益最大化,在非对称交叉口、过饱和、排队行驶等情况下将产生较大的延误<sup>[13-16]</sup>。因此,为了得到系统最优的效果,部分学者构建了基于优化的 AIC 模型。基于优化的 AIC 模型通常以延误、安全性、油耗等为目标对车辆进行整体优化<sup>[17]</sup>。如 Lee 等<sup>[18]</sup>以车辆总冲突轨迹最小为目标构建优化模型,为车辆制定最优的行驶策略。Zohdy 等<sup>[19]</sup>将交叉口划分为 3 个区域,每个区域执行不同的控制目标,然后以最小延误为目标建立模型优化车辆轨迹。以上模型均在一定程度上降低了车辆延误与油耗,但模型目标或约束条件为非线性函数,这导致模型求解效率低或难以获得最优解等问题<sup>[20]</sup>。为提高求解效率,Müller 等<sup>[21]</sup>和 Yao 等<sup>[22]</sup>构建混合整数线性规划模型对两方向冲突区域车辆通过时序进行优化,并分别与定时信号控制和 FCFS 模型进行比较。结果表明,优化模型对延误的控制效果均优于定时信号控制和 FCFS 模型。然而,上述模型均只对 2 个方向的冲突进行了研究,模型难以适应常规四路交叉口。为解决该问题,Fayazi 等<sup>[23]</sup>以四路交叉口为例,提出了以延误和舒适度组合费用函数为优化目标的混合整数线性规划模型,结果表明该模型减少了交叉口车辆的延误与停车次数。Ma 等<sup>[15]</sup>提出时速独立轨迹优化算法,在没有预先设定目标到达时间与速度的情况下通过混合整数线性规划模型优化车辆轨迹。以上研究将冲突模型扩展到四路交叉口,但依然没有考虑车辆的转向。Yu 等<sup>[16]</sup>首先从排队论的角度对 FCFS 规则进行分析,然后提出基于混合整数线性规划的优化模型,通过数值仿真试验证明优化模型在延误和吞吐率上具有更好的控制效果。该研究对交叉口形式的考虑更为完善,设置了左、直、右 3 种转向车道。但考虑到在 AIC 条件下,交叉口进口道的车辆可自由转向,进而可进一步提高交通运行效率和降低延误<sup>[5,10]</sup>。

综上所述,当前 AIC 研究主要存在以下不足:①大多研究均基于 FCFS 规则,未对车辆通过交叉口的顺序进行整体优化,导致优化结果并非全局最优;②由于 AIC 的时空复杂性,已有的 AIC 研究大多为非线性优化问题,难以求解或求解效率较低;③已有研究大多仅关注车辆控制策略,未对交叉口形式进行改进。

本文面向智能网联环境下自由转向车道交叉口,基于交叉口冲突点分析技术和虚拟车队思路,构建基于混合整数线性规划的车辆时序优化 AIC 模

型,从整体上对车辆通过交叉口的时间顺序进行优化。最后,通过数值仿真试验验证模型有效性,并讨论不同参数取值对车辆延误的影响。本文主要贡献在于:

(1)面向自由转向车道交叉口,车辆在进口道可任意转向,避免车辆换道,提高交叉口通行能力。因此,模型更加适用于未来智能网联车环境下的自动交叉路口控制。

(2)构建基于时间维度的虚拟车队,将不同方向车辆合并为同一车队,降低模型与算法复杂程度。

(3)先前的研究将车辆进出控制区段的速度设置为 1 个定值<sup>[16,19,22]</sup>,或将最小行程时间用 1 个输入变量表示<sup>[8]</sup>,而本文在建模时将车辆进出控制区段的速度作为 1 个变量,并基于此推导最小行程时间的数学表达式,能够更好地适应异常情况。例如,交叉口过饱和情况下车辆将在控制区段外排队,当排队消散后重新进入控制区段的车辆速度是逐渐变大的而非固定取值。

本文首先对所研究的问题进行描述;其次构建 AIC 模型,并将非线性模型转为混合整数线性规划模型;最后以 FCFS 模型为基准模型,设计数值仿真试验验证模型的有效性,并对重要参数进行敏感性分析。

## 1 问题描述

为避免与其他方向车辆发生碰撞,车辆在到达交叉口时需停车等待或减速通过,导致车辆延误的增加。在智能网联车环境下,交叉口控制器可以获得通信范围内的实时车辆状态信息,并基于此对车辆到达交叉口冲突区域的时间进行优化,使车辆在保障安全的前提下不停车通过交叉口,进而降低车辆延误。

图 1 为 1 个由交叉口控制器控制的自动交叉路口,宽度为  $D$ ,有 N、W、S、E 四个方向进口道。在智能网联环境下,车辆在交叉口的所有进口道都能左转、直行与右转<sup>[10]</sup>。用  $r_g^h$  表示车辆所在车道与转向信息,  $r \in \{N, W, S, E\}$ ,  $g \in \{1, 2, \dots, N_{\text{lane}}\}$ ,  $h \in \{1, 2, 3\}$ , 其中  $N_{\text{lane}}$  为车道数,  $h=1, 2, 3$  分别表示直行、左转与右转(如  $E_2^3$  表示东进口第 2 条车道右转轨迹)。各进口道由控制区段与优化区段构成,长度分别为  $L_c$  与  $L_o$ 。车辆的优化与控制过程在以上两区段进行,具体如下:

步骤 1:车辆进入优化区段,向交叉口控制器发送自身状态信息(预计进入控制区段时间与速度、转

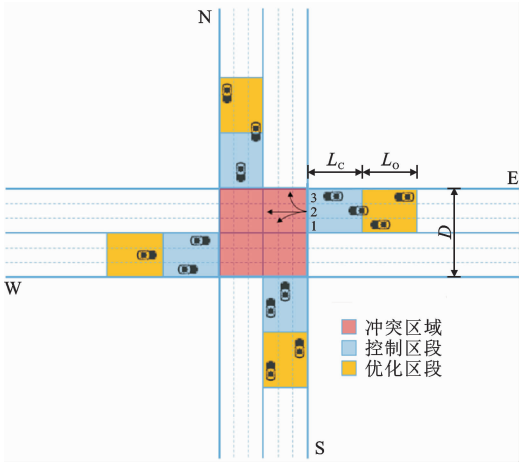


图 1 自动交叉口示意

Fig. 1 Diagram of Autonomous Intersection

向和车辆属性等)。

步骤 2: 交叉口控制器接收单个优化周期内所有车辆状态信息后, 对车辆行驶轨迹进行仿真, 保证车辆经过相同冲突点的时间间隔大于安全时间间隔; 然后, 以总延误最小为目标构建优化模型, 求解模型得到车辆到达冲突区域的最优时刻, 并发送给相应车辆。

步骤 3: 车辆接收优化的目标到达时间后进入控制区段, 通过加减速以目标到达时间进入冲突区域, 然后按照固定轨迹行驶, 并从目标出口道驶离交叉口。若车辆没有接收到目标到达时间或接收到来自交叉口控制器的等待指令, 都将在控制区段外排队等候。

因此, 车辆的优化部分在步骤 2 中进行, 优化目标为最小化车辆总延误, 约束条件为车辆经过冲突点的安全间隔, 决策变量为车辆到达冲突区域边界的时间。该模型为非线性规划模型, 可通过线性化处理转化为混合整数线性规划模型。

为便于建模与分析, 需进行以下假设:

(1) 交叉口控制器可通过 V2I (Vehicle to Infrastructure) 设备获取所有车辆实时信息, 所有智能网联汽车也可通过 V2V (Vehicle to Vehicle) 设备共享车辆实时状态信息。

(2) 不考虑车辆与车辆之间、车辆与交叉口控制器之间的通信延迟。

(3) 所有智能网联车都是相同的, 具有相同的物理属性和特征。

(4) 进、出口道相同的车辆行驶轨迹相同且固定。

(5) 为保障车辆在冲突区域运行的稳定性, 所有车辆在冲突区域内运行的速度相同。

## 2 AIC 车辆时序优化模型

### 2.1 车辆轨迹与相互作用方式分析

本文基于冲突点建模, 首先需对车辆转向轨迹进行分析。由于各车道均能进行 3 种转向, 车道数越多, 车辆轨迹交错点越多, 为便于说明, 本文以单车道为例, 如图 2 所示。图 2 中  $O_0O_1$  为车辆直行轨迹。由于转向车辆由进口道至出口道的行驶轨迹趋近一段圆弧, 可用圆曲线近似描述车辆转向轨迹<sup>[24]</sup>。若假设左转弯半径为  $D$ , 右转弯半径为  $0.25D$ , 则弧  $O_0O_2$  与弧  $O_0O_3$  分别为车辆左转和右转的轨迹。各轨迹长度计算如下

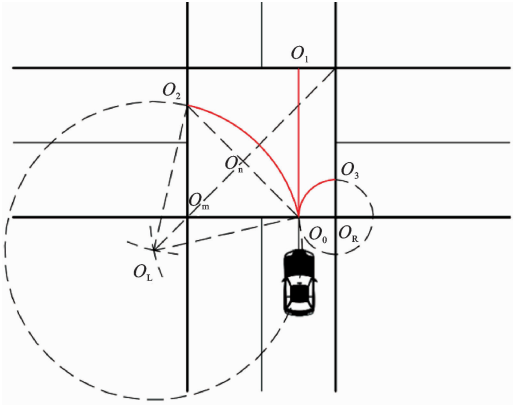


图 2 车辆转向轨迹分析

Fig. 2 Analysis of Vehicle Turning Trajectory

(1) 直行轨迹为

$$l_{O_0O_1} = D \quad (1)$$

(2) 左转轨迹为

$$\angle O_n O_L O_2 = \angle O_n O_L O_0 = \arcsin\left(\frac{O_n O_2}{O_L O_2}\right) =$$

$$(O_L O_2)^{-1} \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2} O_m O_2\right) = \arcsin\left(\frac{3\sqrt{2}}{8}\right) = 32^\circ \quad (2)$$

$$\angle O_0 O_L O_2 = 2\angle O_n O_L O_2 = 64^\circ \quad (3)$$

$$l_{O_0O_2} = \frac{64}{360} \times 2\pi D = \frac{16}{45} \pi D \quad (4)$$

(3) 右转轨迹为

$$\angle O_0 O_R O_3 = 90^\circ \quad (5)$$

$$l_{O_0O_3} = \frac{90}{360} \times 2\pi\left(\frac{1}{4}D\right) = \frac{1}{8} \pi D \quad (6)$$

由于车辆在实际转向过程中轨迹曲率不断变化, 用圆曲线近似替代会存在一定差异。但本文重点是基于冲突点构建车辆无冲突通行方法, 对轨迹的建模进行了一定的简化处理<sup>[10]</sup>。将车辆之间轨迹交错的点定义为相互作用点, 则交叉口冲突区域内共 24 个相互作用点, 如图 3 所示。其中, 1~4 为分流作用点, 5~8 为合流作用点, 9~24 为冲突作用点。

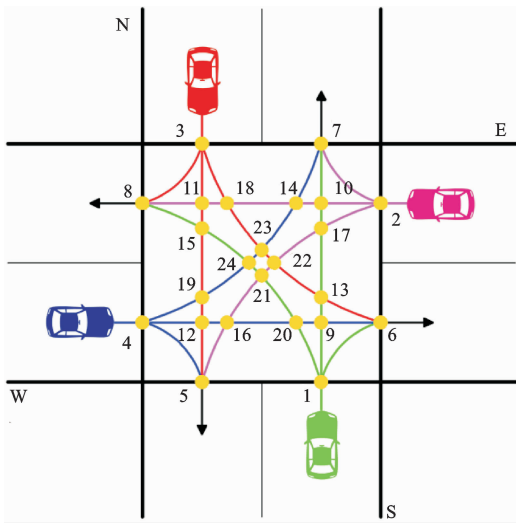


图 3 各转向间作用方式

Fig. 3 Interaction Mode of Each Turning

由图 3 可知,车辆轨迹被各相互作用点分割为若干段,若以相互作用点对表示轨迹,则各方向从交叉口进口道停车线到各相互作用点的轨迹长度如表 1 所示。

表 1 相互作用点对轨迹长度

Table 1 Trajectory Length of Interaction Point Pair

转向	种类	轨迹	轨迹长度
左转	1	$\{1,20\}, \{2,17\}, \{3,18\}, \{4,19\}$	$\frac{1}{12}\pi D$
	2	$\{1,21\}, \{2,22\}, \{3,23\}, \{4,24\}$	$\frac{1}{6}\pi D$
	3	$\{1,24\}, \{2,21\}, \{3,22\}, \{4,23\}$	$\frac{17}{90}\pi D$
	4	$\{1,15\}, \{2,16\}, \{3,13\}, \{4,14\}$	$\frac{49}{180}\pi D$
	5	$\{1,8\}, \{2,5\}, \{3,6\}, \{4,7\}$	$\frac{16}{45}\pi D$
直行	1	$\{1,9\}, \{2,10\}, \{3,11\}, \{4,12\}$	$\frac{1}{4}D$
	2	$\{1,13\}, \{2,14\}, \{3,15\}, \{4,16\}$	$\frac{69}{200}D$
	3	$\{1,17\}, \{2,18\}, \{3,19\}, \{4,20\}$	$\frac{131}{200}D$
	4	$\{1,10\}, \{2,11\}, \{3,12\}, \{4,9\}$	$\frac{3}{4}D$
	5	$\{1,7\}, \{2,8\}, \{3,5\}, \{4,6\}$	$D$
右转	1	$\{1,6\}, \{2,7\}, \{3,8\}, \{4,5\}$	$\frac{1}{8}\pi D$

## 2.2 虚拟车队的建立

为保障车辆安全,需对车辆到达交叉口的时间间隔建立相应约束关系以避免碰撞。假设当前优化周期共有  $N$  辆待优化车辆,若车辆  $i$  与其余车辆均建立约束关系,至少需要  $N(N-1)/2$  个约束。此时,需要构建一种索引序列以保证没有重复约束产

生,从而降低模型复杂度。若车辆  $i$  与各方向车道上早于其进入控制区段的车辆建立约束,只需建立  $N(N-1)/2$  个约束,但对每辆车均需进行 1 次搜索过程,找出时间维度上的前车,在算法上较为冗杂。因此,本文构建一种基于时间维度的虚拟车队,将不同车道的车辆看作来自同一虚拟车道<sup>[25]</sup>。如图 4 所示,将各方向车辆在时间维度上展开,根据车辆进入控制区段的先后顺序将不同方向待优化车辆合并并投影到 1 条虚拟车道上,形成 1 列虚拟车队。用  $i$  表示虚拟车队第  $i$  辆车,  $i \in \{1, 2, \dots, K\}$ , 其中  $K$  为当前优化周期待优化车辆总数。此时,虚拟车队中的前车就是早于车辆  $i$  进入控制区段的车辆,采用该方法上述搜索过程得以避免。为保证任意两车之间均建立约束关系,在虚拟车队中自第 2 辆车开始将车辆  $i$ ,  $i \in \{2, 3, \dots, K\}$  与其前方所有车辆  $j$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, i\}$  都建立约束关系。

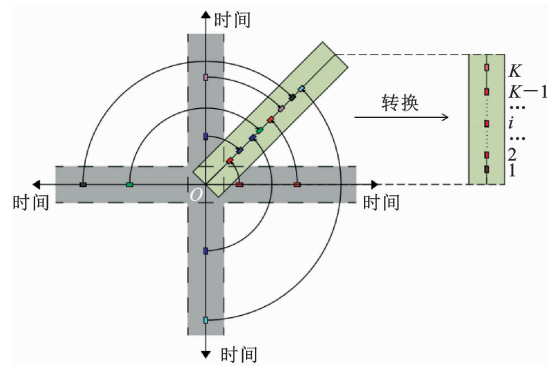


图 4 虚拟车队合并过程

Fig. 4 Consolidation Process of Virtual Platoon

## 2.3 优化模型

### 2.3.1 目标函数

以车辆总延误最小为目标,车辆的延误可以定义为通过控制区段的实际行程时间与理想行程时间的差值。因此,目标函数可表示为所有待优化车辆的延误之和最小,如式(7)所示。

$$J_D = \min \sum_{i=1}^K \vartheta_i = \min \sum_{i=1}^K (t_i^+ - t_i^- - t_i^*) \quad (7)$$

式中:  $J_D$  为当前优化周期所有待优化车辆的总延误;  $\vartheta_i$  为车辆  $i$  的延误;  $K$  为待优化车辆总数;  $t_i^+$  为车辆  $i$  通过控制区段的实际行程时间;  $t_i^-$  为经时序优化后车辆  $i$  离开控制区段的时刻;  $t_i^*$  为车辆  $i$  进入控制区段的时刻;  $t_i^*$  为车辆  $i$  通过控制区段的理论最小时间。

### 2.3.2 最小行程时间约束

车辆在控制区段上受到最大行驶速度与加速度

变化范围的限制,当初始与终止速度一定时,行程时间  $t_i$  内所能行驶的最大距离  $x_{\max}$  如图 5 所示。根据  $t_i$  不同,可分为 2 种情况:①以最大加速度加速至某一速度  $v_i^{\max}$  ( $v_i^{\max} \leq v_{\text{road}}^{\max}$ ) 后以最大减速度减速;②以最大加速度加速至控制区段最大限速后匀速行驶一段时间,然后以最大减速度减速。为保证车辆在  $t_i$  内成功到达冲突区域边界,则  $x_{\max} \geq L_C$ 。因此,当  $x_{\max} = L_C$  时,  $t_i$  为车辆自进入控制区段到交叉口冲突区域边界的最小行程时间。

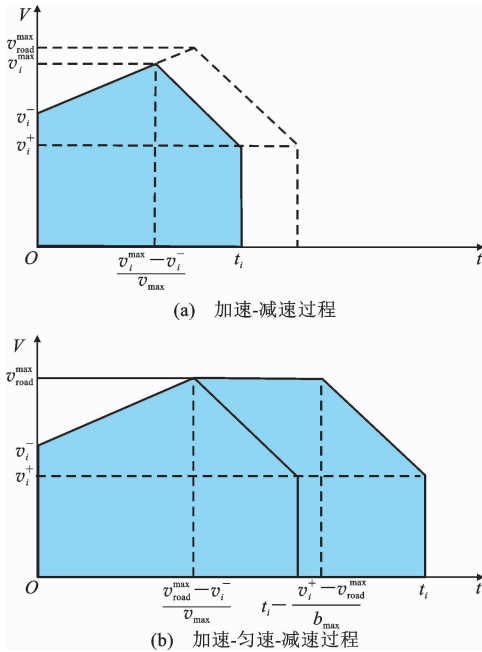


图 5 车辆行驶距离示意

Fig. 5 Diagram of Vehicle Driving Distance

令车辆  $i$  进入控制区段的速度为  $v_i^-$ , 离开控制区段的速度为  $v_i^+$ , 所在控制区段最大限速、最大加速度和最大减速度分别为  $v_{\text{road}}^{\max}$ 、 $a_{\max}$  和  $b_{\max}$ , 则 2 种情况下  $t_i$  的推导过程如下。

(1) 车辆以最大加速度加速至某速度  $v_i^{\max}$  后以最大减速度减速, 如图 5(a) 所示, 则有

$$\frac{(v_{\text{road}}^{\max})^2 - (v_i^-)^2}{2a_{\max}} + \frac{(v_i^+)^2 - (v_{\text{road}}^{\max})^2}{2b_{\max}} \geq L_C \quad (8)$$

此时

$$x_{\max} = \frac{(v_i^{\max})^2 - (v_i^-)^2}{2a_{\max}} + \frac{(v_i^+)^2 - (v_i^{\max})^2}{2b_{\max}} \quad (9)$$

$$x_{\max} \geq L_C \quad (10)$$

$$t_i = \frac{v_i^{\max} - v_i^-}{a_{\max}} + \frac{v_i^+ - v_i^{\max}}{b_{\max}} \quad (11)$$

$$t_i^+ = t_i^- + t_i \quad (12)$$

化简得

$$t_i^+ \geq t_i^- + \left[ a_{\max} v_i^+ - b_{\max} v_i^- + (b_{\max} - a_{\max}) \cdot \right.$$

$$\left. \sqrt{\frac{b_{\max}(v_i^-)^2 - a_{\max}(v_i^+)^2 + 2L_C b_{\max} a_{\max}}{b_{\max} - a_{\max}}} \right] \cdot (a_{\max} b_{\max})^{-1} \quad (13)$$

(2) 车辆以最大加速度加速至路段最大限速后匀速行驶一段时间, 然后以最大减速度减速, 如图 5(b) 所示。则

$$\frac{(v_{\text{road}}^{\max})^2 - (v_i^-)^2}{2a_{\max}} + \frac{(v_i^+)^2 - (v_{\text{road}}^{\max})^2}{2b_{\max}} < L_C \quad (14)$$

此时

$$x_{\max} = v_{\text{road}}^{\max} t_i - \frac{1}{2} (v_{\text{road}}^{\max} - v_i^-) \frac{v_{\text{road}}^{\max} - v_i^-}{a_{\max}} - \frac{1}{2} (v_{\text{road}}^{\max} - v_i^+) \frac{v_i^+ - v_{\text{road}}^{\max}}{b_{\max}} \quad (15)$$

$$x_{\max} \geq L_C \quad (16)$$

$$t_i^+ = t_i^- + t_i \quad (17)$$

化简得

$$t_i^+ \geq t_i^- + \frac{L_C}{v_{\text{road}}^{\max}} + \frac{(v_{\text{road}}^{\max} - v_i^-)^2}{2a_{\max} v_{\text{road}}^{\max}} - \frac{(v_{\text{road}}^{\max} - v_i^+)^2}{2b_{\max} v_{\text{road}}^{\max}} \quad (18)$$

### 2.3.3 到达时间间隔约束

到达时间间隔约束是对车辆到达冲突区域边界的时间间隔进行约束, 以避免车辆在交叉口内的碰撞。根据车辆转向关系组合不同, 可分为分流、合流与冲突、无影响 3 种情况。

#### (1) 分流

具有分流作用的车辆来自于同一真实车道, 为保证前后车辆不发生碰撞, 则

$$t_i^+ - t_j^+ \geq \frac{l + \Delta d}{v_{\text{int}}} \quad z_{i,j} \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (19)$$

式中:  $j$  为虚拟车队中前车;  $i$  为后车;  $l$  为前车车身长度;  $\Delta d$  为最小安全距离;  $v_{\text{int}}$  为车辆在冲突区内行驶的速度;  $z_{i,j}$  为当前进行约束的相互作用点;  $z_{i,j} \in C_i \cap C_j$ , 其中  $C_i$  为车辆  $i$  轨迹上所有相互作用点组成集合 (如 S 方向左转车辆  $C_i = \{1, 20, 21, 24, 15, 8\}$ )。

#### (2) 合流与冲突

具有合流或冲突作用的车辆来自不同的真实车道, 其到达相互作用点的顺序不定, 因为虚拟车队中后方的车辆也可能先到达相互作用点。由于不同方向的车辆轨迹具有一定夹角, 合流与冲突点的相互作用范围为一定区域空间, 如图 6 所示, 图 6 中  $z_{i,j}$  为相互作用点, 相互作

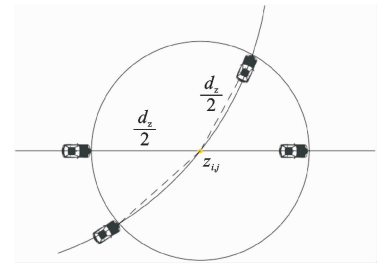


图 6 相互作用区域示意

Fig. 6 Diagram of Interaction Area

用区域为以  $z_{i,j}$  为圆心  $d_z/2$  为半径的圆。

为保障安全,当后车到达相互作用区域时,应保证前车已离开相互作用区域。为便于建模,对曲线轨迹作近似处理,如图6中虚线所示。因此,当车辆  $j$  先到达相互作用区域时需满足式(20)的约束;当车辆  $i$  先到达相互作用区域时需满足式(21)的约束,即

$$t_i^+ + t_i^z - \frac{t_z}{2} \geq t_j^+ + t_j^z + \frac{t_z}{2}, z_{i,j} \in \{5, 6, \dots, 24\} \quad (20)$$

$$t_j^+ + t_j^z - \frac{t_z}{2} \geq t_i^+ + t_i^z + \frac{t_z}{2}, z_{i,j} \in \{5, 6, \dots, 24\} \quad (21)$$

式中:  $t_i^z$  和  $t_j^z$  分别为车辆  $i$  和  $j$  自进口道停车线到达相互作用点  $z_{i,j}$  的时间,可通过本文第2.1节中分析的轨迹长度计算得到;  $t_z$  为车辆通过相互作用区域所需的时间;  $t_z = d_z/v_{int}$ ; 为保证车辆不发生碰撞,令  $d_z = l + \beta \Delta d$ , 其中  $\beta$  为相互作用区域附加系数,  $\beta$  越大,分、合流作用车辆安全性越高。

### (3) 无影响

当车辆间无相互作用时,不需要进行安全距离约束,即

$$t_i^+ - t_j^+ \in (-\infty, +\infty) \quad z_{i,j} = \emptyset \quad (22)$$

### 2.3.4 模型线性化

综合以上分析,当前所构建的优化模型为式(7)、(13)、(18)~(22),为非线性规划问题,求解较为复杂,需进行进一步处理。其中,式(13)、(18)、(20)、(21)均为一定条件下的“或者”问题,可引入0-1变量与足够大的数  $M$  进行线性化。因此,式(13)、(18)可以转换为式(23),即

$$t_i^+ \geq t_i^- + \omega_i \left[ (a_{\max} v_i^+ - b_{\max} v_i^- + (b_{\max} - a_{\max}) \cdot \sqrt{\frac{b_{\max} (v_i^-)^2 - a_{\max} (v_i^+)^2 + 2L_C b_{\max} a_{\max}}{b_{\max} - a_{\max}}}) \right] \cdot$$

$$\min \sum_{i=1}^K (t_i^+ - t_i^- - t_i^*)$$

s. t.

$$t_i^+ \geq t_i^- + \omega_i \{ (a_{\max} v_i^+ - b_{\max} v_i^- + (b_{\max} - a_{\max}) [ (b_{\max} (v_i^-)^2 - a_{\max} (v_i^+)^2 + 2L_C b_{\max} a_{\max}) (b_{\max} - a_{\max})^{-1} ]^{\frac{1}{2}} (a_{\max} b_{\max})^{-1} \} + (1 - \omega_i) \left[ \frac{L_C}{v_{\max}} + \frac{(v_{\max}^{\max} - v_i^-)^2}{2a_{\max} v_{\max}^{\max}} - \frac{(v_{\max}^{\max} - v_i^+)^2}{2b_{\max} v_{\max}^{\max}} \right]$$

$$\left. \begin{aligned} t_i^+ - t_j^+ &\geq \mu_{i,j} \left( \frac{l + \Delta d}{v_{int}} \right) + \xi_{i,j} [(t_j^z - t_i^z + t_z) \lambda_{i,j} + (\lambda_{i,j} - 1)M] - \epsilon_{i,j} M & i \in [2, K], j \in [1, i] \\ t_i^+ - t_j^+ &\leq \mu_{i,j} M + \xi_{i,j} [(t_j^z - t_i^z - t_z) (1 - \lambda_{i,j}) + \lambda_{i,j} M] + \epsilon_{i,j} M & i \in [2, K], j \in [1, i] \\ \omega_i &= 0, 1 & i \in [1, K] \\ \mu_{i,j} + \xi_{i,j} + \epsilon_{i,j} &= 1 & i \in [2, K], j \in [1, i] \\ \mu_{i,j}, \xi_{i,j}, \epsilon_{i,j}, \lambda_{i,j} &= 0, 1 & i \in [2, K], j \in [1, i] \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$(a_{\max} b_{\max})^{-1} + (1 - \omega_i) \left( \frac{L_C}{v_{\max}} + \frac{(v_{\max}^{\max} - v_i^-)^2}{2a_{\max} v_{\max}^{\max}} - \frac{(v_{\max}^{\max} - v_i^+)^2}{2b_{\max} v_{\max}^{\max}} \right) \quad (23)$$

式中:  $\omega_i$  为 0-1 变量, 当  $\frac{(v_{\max}^{\max})^2 - (v_i^-)^2}{2a_{\max}} + \frac{(v_i^+)^2 - (v_{\max}^{\max})^2}{2b_{\max}} \geq L_C$  时,  $\omega_i = 1$ ; 否则  $\omega_i = 0$ 。

同理,式(20)、(21)可转换为式(24)、(25),如下

$$t_i^+ - t_j^+ \geq (t_j^z - t_i^z + t_z) \lambda_{i,j} + (\lambda_{i,j} - 1)M \quad (24)$$

$$t_i^+ - t_j^+ \leq (t_j^z - t_i^z - t_z) (1 - \lambda_{i,j}) + \lambda_{i,j} M \quad (25)$$

式中:  $\lambda_{i,j}$  为 0-1 变量, 当  $\lambda_{i,j} = 1$  时车辆  $j$  先到达相互作用区域, 当  $\lambda_{i,j} = 0$  时车辆  $i$  先到达相互作用区域。

进一步分析,式(19)、(22)、(24)、(25)为不同相互作用条件下的“或者”问题,可转换为式(26)、(27),即

$$t_i^+ - t_j^+ \geq \mu_{i,j} \left( \frac{l + \Delta d}{v_{int}} \right) + \xi_{i,j} [(t_j^z - t_i^z + t_z) \lambda_{i,j} + (\lambda_{i,j} - 1)M] - \epsilon_{i,j} M \quad (26)$$

$$t_i^+ - t_j^+ \leq \mu_{i,j} M + \xi_{i,j} [(t_j^z - t_i^z - t_z) (1 - \lambda_{i,j}) + \lambda_{i,j} M] + \epsilon_{i,j} M \quad (27)$$

式中:  $\mu_{i,j}$ 、 $\xi_{i,j}$ 、 $\epsilon_{i,j}$  均为 0-1 变量,  $\mu_{i,j} + \xi_{i,j} + \epsilon_{i,j} = 1$ ; 当  $z_{i,j} \in \{1, 2, 3, 4\}$  时,  $\mu_{i,j} = 1$ ; 当  $z_{i,j} \in \{5, 6, \dots, 24\}$  时,  $\xi_{i,j} = 1$ ; 当  $z_{i,j} = \emptyset$  时,  $\epsilon_{i,j} = 1$ 。

在式(26)、(27)中,车辆  $i$  需要与其前方的每辆车进行约束,故  $j \in [1, i]$ 。当车辆  $i$  为虚拟车队第1辆车时,不需要与前方车辆进行安全距离约束,故  $i \in [2, K]$ 。

分析可知,式(23)为转换后的最小行程时间约束公式,式(26)、(27)为转换后的到达时间间隔约束公式。综上所述,该优化模型最终表示为

为线性公式,该模型为典型的混合整数线性规划模

分析可知,式(28)中的目标函数和约束条件均



型。其中,对已知交叉口,模型固定参数为交叉口几何参数  $D$ 、 $L_C$ 、 $L_O$ ;可控参数(由交叉口控制器控制,仅在特殊情况下改变以控制交通流)为  $v_{road}^{max}$ 、 $v_{int}$ 、 $\Delta d$ 、 $d_z$ 、 $\beta$ ;输入参数为车辆进入控制区段的时间  $t_i^-$  和速度  $v_i^-$ ,车辆进入车道及目标转向  $r_h^k$ ,车辆属性  $a_{max}$ 、 $b_{max}$ 、 $l$ ;输出参数为车辆离开控制区段的时间  $t_i^+$ 。

### 3 数值仿真试验

#### 3.1 模型有效性验证

为验证模型的有效性,以单车道自动交叉路口为例设计仿真试验,对单个优化周期车辆进行研究。假设车辆到达服从泊松分布<sup>[26-27]</sup>,并以  $v_{road}^{max}$  驶入控制区段,以  $v_{int}$  驶入冲突区域并保持匀速行驶,即  $v_i^- = v_{road}^{max}$ ,  $v_i^+ = v_{int}$ 。参考文献[19]、[25],交叉口通信距离  $L_C + L_O = 200$  m。参考文献[5]、[10],车辆长度  $l = 4.5$  m,最小安全距离  $\Delta d = 2.5$  m。主要仿真参数如表 2 所示。

表 2 仿真参数		
Table 2 Simulation Parameters		
参数	含义	数值
$D/\text{m}$	交叉口宽度	20
$L_C/\text{m}$	控制区段长度	50
$L_O/\text{m}$	优化区段长度	150
$v_{road}^{max}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	优化区段与控制区段最大限速	14
$v_{int}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	交叉口冲突区域车辆运行速度	10
$a_{max}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	车辆最大加速度	3
$b_{max}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	车辆最大减速度	-6
$l/\text{m}$	车身长度	4.5
$\Delta d/\text{m}$	最小安全距离	2.5
$\beta$	相互作用区域附加系数	1.5

假设  $t = 0$  s 时刻开始车辆陆续驶入控制区段,单个优化周期长度  $\Delta T = 10$  s。表 3 为某优化周期 15 veh 到达车辆进入控制区段的时刻及转向信息。

表 3 到达车辆状态信息					
Table 3 Status Information of Arrival Vehicles					
车辆编号	$t_i^-/\text{s}$	$r_h^k$	车辆编号	$t_i^-/\text{s}$	$r_h^k$
1	0.46	N <sub>3</sub> <sup>1</sup>	9	4.04	S <sub>1</sub> <sup>1</sup>
2	0.53	E <sub>1</sub> <sup>1</sup>	10	4.73	W <sub>3</sub> <sup>1</sup>
3	0.92	W <sub>2</sub> <sup>1</sup>	11	4.74	E <sub>3</sub> <sup>1</sup>
4	0.95	S <sub>1</sub> <sup>1</sup>	12	6.04	E <sub>1</sub> <sup>1</sup>
5	1.25	N <sub>1</sub> <sup>1</sup>	13	8.29	W <sub>2</sub> <sup>1</sup>
6	2.01	W <sub>1</sub> <sup>2</sup>	14	8.46	N <sub>1</sub> <sup>1</sup>
7	2.84	S <sub>2</sub> <sup>1</sup>	15	9.10	S <sub>1</sub> <sup>1</sup>
8	3.02	W <sub>2</sub> <sup>1</sup>			

根据表 3 中数据,采用 Python 的 PuLP 库求解

本文模型。PuLP 是 Python 中处理线性规划问题的工具,可调用开源求解器 CBC、GLPK 或商业求解器 CPLEX、GUROBI 等。本文模型在求解时调用开源求解器 CBC<sup>[28]</sup>。在求解时,使用的电脑处理器为 Intel(R) Xeon(R) CPU E3-1225 v6, 3.30 GHz 3.31 GHz, 16.0 GB 内存。

将本文模型与 FCFS 模型进行对比。在 FCFS 模型中,车辆输入数据及约束条件与本文模型相同,但仅按照车辆进入控制区段的时间顺序依次规划到达冲突区域的时间  $t_i^+$ ,不做整体优化。当  $t_i^+$  确定后不再改变,后续车辆基于此时间规划到达时间,实现不冲突通过交叉口。表 4 为本文模型与 FCFS 模型求解结果,表 5 为本文模型与 FCFS 模型车辆延误对比结果。

表 4 本文模型与 FCFS 模型计算结果				
Table 4 Results of the Proposed Model and the FCFS Model				
车辆编号	到达冲突区域时间/s		单车延误/s	
	本文模型	FCFS 模型	本文模型	FCFS 模型
1	4.12	4.12	0.00	0.00
2	4.20	4.20	0.00	0.00
3	5.21	4.59	0.62	0.00
4	4.62	5.65	0.00	1.03
5	6.02	6.02	1.11	1.11
6	5.91	7.64	0.23	1.95
7	6.59	6.50	0.09	0.00
8	7.79	8.34	1.10	1.65
9	9.53	9.39	1.82	1.69
10	8.49	9.04	0.09	0.64
11	8.41	11.43	0.00	3.03
12	9.70	12.13	0.00	2.43
13	11.96	11.96	0.00	0.00
14	12.13	12.13	0.00	0.00
15	13.02	13.02	0.25	0.25

表 5 本文模型与 FCFS 模型车辆延误对比						
Table 5 Vehicle Delay Comparison of the Proposed Model and FCFS Model						
车辆数/veh	本文模型		FCFS 模型		车均延误减少	
	总延误/s	车均延误/s	总延误/s	车均延误/s	减少值/s	减少百分比/%
15	5.31	0.35	13.78	0.92	0.57	61.50

由表 4 可知,FCFS 模型最大车辆延误为 3.03 s,本文模型最大车辆延误为 1.82 s,最大车辆延误减少 39.73%。由表 5 可知,与 FCFS 模型相比,本文模型车均延误减少了 0.57 s,减少百分比达 61.50%。

为进一步比较 2 种模型的控制效果,绘制车辆



延误箱线图,如图 7 所示。由图 7 可知,本文模型车辆延误最大值与延误中位数均小于 FCFS 模型,且车辆延误 25%~75% 数据分布更为集中,因此,本文模型整体性能更好。

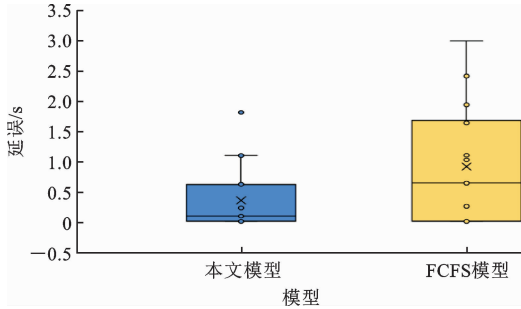


图 7 车辆延误箱线图

Fig. 7 Box Plot of Vehicle Delay

图 8 绘制了 2 种模型单车延误变化趋势。由图 8 可知,本文模型控制结果并未表现出所有车辆延误均优于 FCFS 模型,如车辆 9 的延误为 1.82 s,而在 FCFS 模型中为 1.69 s。但本文模型整体平均延误低于 FCFS 模型。分析可知,在 FCFS 模型中,车辆是“自私”的,每辆车都以不与前车发生碰撞且自身延误最小为策略,导致部分车辆延误较低但整个系统总延误偏高;而在本文模型中,所有车辆为一整体,通过“牺牲”部分车辆的效率而实现整个车队总延误最低,实现了整个系统的延误最小化。

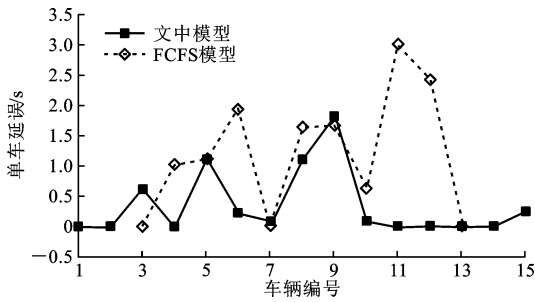
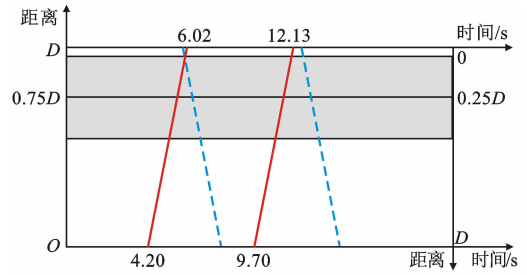


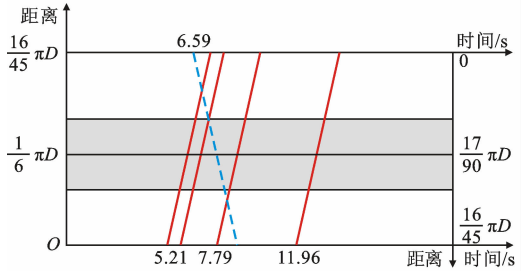
图 8 单车延误变化趋势

Fig. 8 Variation Trend of Single Vehicle Delay

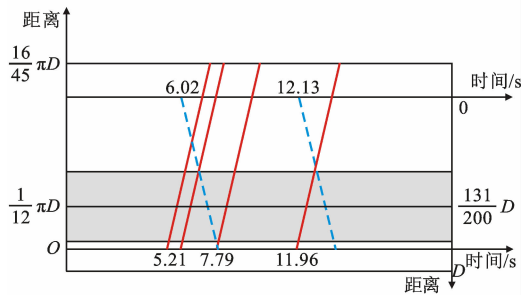
为验证本文模型的安全性,绘制冲突车辆的时空轨迹,如图 9 所示。图 9(a)~(c)分别为 11、24、19 相互作用点,图 9 中红色实线分别为  $E_1^1$ 、 $W_2^1$ 、 $W_2^1$  车辆轨迹,蓝色虚线分别为  $N_1^1$ 、 $S_2^1$ 、 $N_1^1$  车辆轨迹,灰色区域为图 6 所示相互作用区域。为保证车辆安全通过交叉口,红色与蓝色轨迹交点不能位于灰色区域内。由图 9 可知,本文模型优化后具有相互作用的车辆时空轨迹交点均不在灰色区域内部,极端情况为其交点在灰色区域边界上,即对应前车离开相互作用区域的时刻,后车恰好进入相互作用区域。



(a) 相互作用点 11



(b) 相互作用点 24



(c) 相互作用点 19

图 9 相互作用车辆时空轨迹

Fig. 9 Space-time Trajectory of Interacting Vehicles

边界点的存在说明模型对车辆通过冲突区域的时间以及冲突区域空间利用的高效性。

为验证本文模型在不同交通需求下的控制效果,设计 5 种不同的需求场景,如表 6 所示。假设对向流量相同,且车辆到达服从泊松分布。采用滚动优化策略,仿真时间  $T=900$  s,优化周期长度  $\Delta T=10$  s。在滚动优化策略中,非首个周期车辆进入冲突区域时,可能存在部分车辆未驶出冲突区域。此时,当前周期车辆可能与冲突区域余留车辆存在相互作用关系。因此,非首个周期车辆需与冲突区域内余留车辆进行到达时间间隔约束。由于对余留车辆重新优化会降低模型求解效率,故仅对当前周期新进入优化区段的车辆进行优化。在仿真时,考虑到随机性的影响,每组需求场景采用不同种子仿真 10 次并取平均值作为结果。

表 7 为不同交通需求场景下本文模型与 FCFS 模型控制延误对比结果,5 种场景单个优化周期平均求解时间依次为 0.11、0.13、0.18、0.54、2.32 s,均满足实际应用需求。由表 7 可知,随着交通需求

表 6 不同交通需求场景  
Table 6 Different Traffic Demands

需求场景	不同方向的小时交通量/(veh·h <sup>-1</sup> )	
	东西方向	南北方向
1	900	900
2	1 200	900
3	1 200	1 200
4	1 800	1 200
5	1 800	1 800

表 7 本文模型与 FCFS 模型车辆延误对比  
Table 7 Vehicle Delay Comparison of the Proposed Model and FCFS Model

需求场景	车辆数/veh	本文模型的延误		FCFS 模型的延误		车均延误减少	
		总延误/s	车均延误/s	总延误/s	车均延误/s	减少值/s	减少百分比/%
1	906	190.53	0.21	302.65	0.33	0.12	37.05
2	1 039	275.82	0.27	463.26	0.45	0.18	40.46
3	1 194	380.80	0.32	659.11	0.55	0.23	42.22
4	1 499	702.01	0.47	1 323.24	0.88	0.41	46.95
5	1 810	1 344.34	0.74	3 053.30	1.69	0.94	55.97

增大,车辆延误增加,但 5 种场景下本文模型控制的车均延误均较 FCFS 模型更低,延误减少百分比呈增大趋势,最大减少百分比达 55.97%。分析可知,当交通需求较小时,车辆间连续性较差、个体性较强,车辆通行顺序组合方式单一,本文模型优化能力无法体现。当交通需求较高时,相邻两车通行次序的改变将对总延误产生较大影响,此时,该问题的优化空间更大,整体优化模型的性能得以体现。

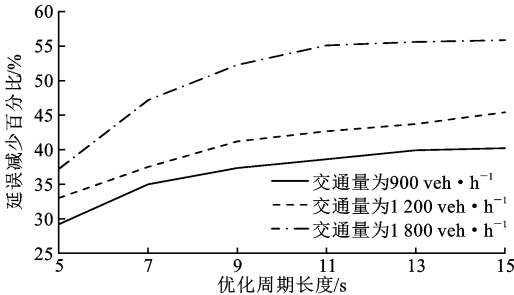
此外,交通需求的增大也会对本文模型造成负面影响。随着交通需求的持续增大,单个周期内待优化车辆数量不断增加,优化模型约束增多,模型复杂度增大,求解效率急剧下降。此时,需要缩短优化周期长度,减少单个优化周期待优化车辆数,降低模型复杂程度(优化周期长度对模型效果的影响见本文第 3.2 节)。若交通需求过大,缩短优化周期后模型仍难以求出最优解,交叉口控制器将由优化控制转向 FCFS 规则控制。

由于车辆延误随着需求增大而增加,当交叉口接近饱和甚至过饱和时,交叉口控制器分配给车辆的最优到达时间较晚,导致车辆在控制区段的行程时间较长,以至于以一个很小的平均速度才能按照目标时间进入冲突区域,可认为在控制区段内出现排队现象。此时,交叉口控制器向优化区段内车辆发送信息,令其在控制区段外排队等候。同时,交叉口控制器向冲突区域和控制区段内车辆发送信息,

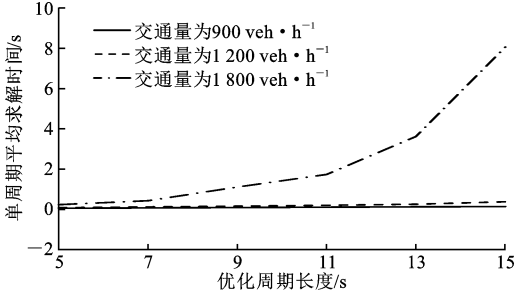
提高冲突区域或控制区段限速,加快排队消散。当排队消散后,优化区段内车辆可重新进入控制区段。

3.2 仿真参数敏感性分析

首先对优化周期长度进行分析。优化周期长度的设置是一个至关重要的问题,相同的优化时间,优化周期长度不同,优化次数相应不同。以表 6 中需求场景 1、3、5 为例,优化周期设置为 5~15 s,以 2 s 为间隔。其余仿真参数如表 2 所示,仿真时间  $T=900$  s。由于 FCFS 模型与优化周期长度无关,经 FCFS 模型计算后得到的车均延误结果在不同周期条件下相等。因此,以本文模型相对 FCFS 模型延误减少百分比以及单个周期求解时长作为衡量指标。图 10 为不同交通需求场景下,车均延误减少百分比以及单周期平均求解时长随周期长度变化的趋势。



(a) 延误减少百分比随优化周期长度变化趋势



(b) 单周期平均求解时间随优化周期长度变化趋势

图 10 优化周期长度敏感性分析结果  
Fig. 10 Sensitivity Analysis of Rolling Optimization Time Interval

由图 10(a)可知,高交通需求对优化周期长度的变化更加敏感。在相同交通需求条件下,随着优化周期长度增加,本文模型在车辆延误优化控制效果上较 FCFS 模型提升更加显著。分析可知,本文模型的主要思想是将所有车辆看作一个系统,以系统总延误最小为目标进行整体优化。单个优化周期可以看作一个子系统,即各优化周期的解为单周期全局最优解,整个仿真时间内的局部最优解。优化周期越长,分割的子系统数量越少,系统整体性越

高。当优化周期长度等于仿真总时长时,求得全局最优解。相反地,当优化周期长度足够小,单个周期至多只有 1 辆车存在时,本文模型等价于 FCFS 模型。因此,优化周期越短,优化次数越多,实际求解结果与全局最优解差距越大。

此外,对于高交通需求,当优化区间长度较小时,可能出现特殊情况,导致本文模型优化后车均延误大于 FCFS 模型。如表 8 所示,当  $\Delta T=5\text{ s}$  时,第 1 个优化周期内车辆总延误低于 FCFS 模型,但优化后的车辆序列对后第 1 周期产生影响,导致第 2 周期车辆总延误大于 FCFS 模型,这种恶性影响在第 3 周期尤为明显。对比  $\Delta T=15\text{ s}$  时,虽然  $0\sim 5\text{ s}$  内车辆总延误与  $\Delta T=5\text{ s}$  时相同,但  $5\sim 10\text{ s}$  时车辆总延误大于  $\Delta T=5\text{ s}$  时以及 FCFS 模型,以此换取了  $10\sim 15\text{ s}$  时总延误较另 2 种情况明显降低。因此,在滚动优化过程中,单个周期的优化过程依然相对“自私”。在高交通需求下,单个优化周期内车辆较多,车辆之间相互作用关系更加复杂,因此特殊情况更容易发生。因此,在进行滚动优化时,不宜选择较小的优化周期长度。

由图 10(b)可知,对于较小的交通需求,优化周期长度的改变对其求解效率影响不大。但在高交通需求条件下,模型求解时间将随优化周期长度的增加呈指数型增长。分析可知,在高交通需求条件下,

表 8 特殊情况时段车辆延误节选

Table 8 Excerpt of Vehicle Delay in Special Circumstances

仿真 时间/s	车辆数 量/veh	$\Delta T=5\text{ s}$ 时 的延误		$\Delta T=15\text{ s}$ 时 的延误		FCFS 模型 的延误	
		总延 误/s	合计/ s	总延 误/s	合计/ s	总延 误/s	合计/ s
0~5	11	4.72	22.56	4.72	12.23	6.08	20.25
5~10	8	1.83		2.30		1.81	
10~15	13	16.01		5.21		12.36	

车辆之间约束较多,模型复杂度提高,难以快速求得最优解。因此,过大的优化周期长度将严重影响模型求解效率。同时,在优化区段最大限速不变的情况下,越长的优化周期意味着需要更长的优化区段。受限于设备通信距离及交叉口间距,优化区段难以设置过长。综合以上分析,滚动优化过程中不宜采用较小的优化周期,对于一般交叉口,可根据优化区段长度采用较长优化周期,但对于高交通需求交叉口,应根据求解效率选择适宜的优化周期。

随后,对保障车辆安全的到达时间间隔约束进行分析。影响到达时间间隔约束的主要参数为车辆最小安全距离  $\Delta d$  以及相互作用区域附加系数  $\beta$ 。以需求场景 3 为基础,采用控制变量的方法,在  $[0,5]\text{ m}$  区间以  $0.5\text{ m}$  为间隔设置最小安全距离,在  $[1,2]$  m 区间以  $0.1\text{ m}$  为间隔设置相互作用区域附加系数,车均延误结果与延误减少百分比结果见图 11。

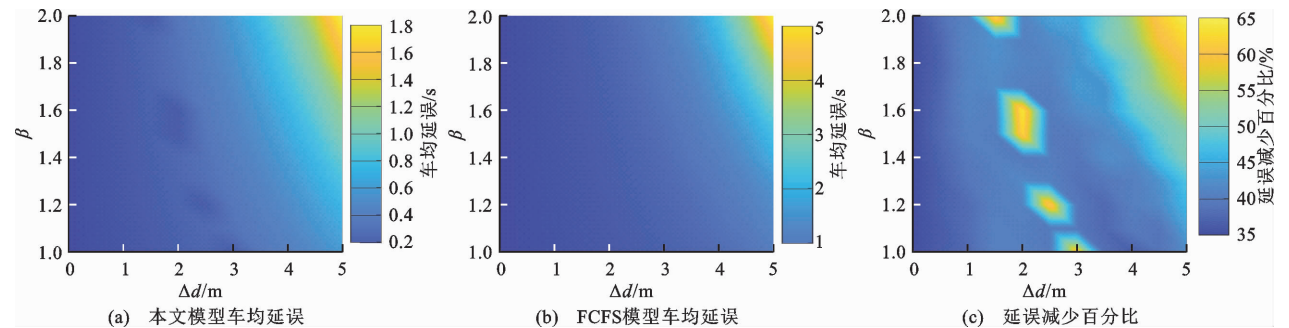


图 11 最小安全距离及相互作用区域附加系数敏感性分析结果

Fig. 11 Sensitivity Analysis of Minimum Safety Distance and Additional Coefficient of Interaction Area

由图 11 可知,随着最小安全距离及相互作用区域附加系数增加,2 种模型下车辆延误均呈增大趋势。分析可知,最小安全距离限制了同车道前后车辆通过分流点的时间差,而最小安全距离与相互作用区域附加系数的乘积限制了不同车道前后车辆通过相互作用区域的时间差。因此,最小安全距离与相互作用区域附加系数越小,车辆延误越小。当最小安全距离为 0 时,车辆延误最小,但此时车辆极易发生碰撞。此外,在图 11(a)中,当不同车道车辆时

间差限制条件(即最小安全距离与相互作用区域附加系数的乘积)等于 3 时,车辆延误出现较低值。此时,车辆延误减少百分比比较高,如图 11(c)所示。因此,在本文模型控制下,最小安全距离与相互作用区域附加系数存在特殊取值,能在尽可能减小延误的同时又不失安全性的保证。

4 结 语

本文以系统总延误最小为目标构建混合整数线

性规划模型,对具有自由转向车道的自动交叉路口车辆通过冲突区域的时间顺序进行整体优化。为简化建模过程与算法,构建虚拟车队,将二维车队转化为一维车队。在建模时不仅考虑了车辆在冲突区域内避免碰撞的约束条件,还对车辆进入冲突区域的最小时间进行了约束,避免速度与加速度发生突变。此外,将车辆进出控制区段的速度设置为一个变量,有利于交叉口控制器应对异常情况。通过对模型进行验证分析,得出以下结论:

(1)本文模型不仅能够保障车辆安全通过交叉口,还能够较大程度上减少车辆延误。在不同交通需求条件下,与 FCFS 模型相比,本文模型最大减少 55.97% 车均延误,且交通需求越高,车辆延误减少百分比越大。

(2)优化周期长度对本文模型延误控制效果具有显著影响。当优化周期较小时,求解结果与全局最优解偏差较大,且在高交通需求条件下可能导致本文模型对延误的控制效果不如 FCFS 模型。因此对于一般交叉口,可采用较大优化周期,但对于高交通需求交叉口,较大优化周期模型求解时间较长。

(3)车辆延误随最小安全距离和相互作用区域附加系数的增大呈增大趋势,但存在特殊取值,使本文模型优化后车辆延误较小。该特殊值可为车辆安全间距的设置提供依据,即在保证适宜安全间距的同时尽可能降低车辆延误。

(5)本文模型依然存在一定局限性,将在后续研究中进行完善。例如,本文基于冲突点进行建模,但实际道路中车辆的冲突是一个区域,不同冲突角度将对应不同的安全间隔要求,本文对此做了简化处理。此外,在下一步的研究中,还将针对多进口车道交叉口构建车辆最优时序优化模型,并在时序优化的基础上以油耗和排放为目标对车辆在路段上的轨迹进行优化。

## 参考文献:

## References:

- [1] 《中国公路学报》编辑部. 中国汽车工程学术研究综述·2017 [J]. 中国公路学报, 2017, 30(6): 1-197.  
Editorial Department of *China Journal of Highway and Transport*. Review on China's automotive engineering research progress: 2017 [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2017, 30 (6): 1-197.
- [2] 李林恒,甘 婧,曲 栩,等. 智能网联环境下基于安全势场理论的车辆跟驰模型[J]. 中国公路学报, 2019, 32(12): 76-87.  
LI Lin-heng, GAN Jing, QU Xu, et al. Car-following model

based on safety potential field theory under connected and autonomous vehicle environment [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2019, 32 (12): 76-87.

- [3] GUO G, WANG L. Control over medium-constrained vehicular networks with fading channels and random access protocol: A networked systems approach [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2014, 64 (8): 3347-3358.
- [4] 郭 戈,岳 伟. 智能交通系统中的车辆协作控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 2016.  
GUO Ge, YUE Wei. *Vehicle cooperative control in intelligent transportation system* [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 2016.
- [5] 吴 伟,刘 洋,马万经. 自动驾驶环境下面向交叉口自由转向车道的交通控制模型[J]. 中国公路学报, 2019, 32(12): 25-35.  
WU Wei, LIU Yang, MA Wan-jing. Intersection traffic control model for free-turning lane in connected and autonomous vehicle environment [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2019, 32 (12): 25-35.
- [6] SAYIN M O, LIN C W, SHIRAISHI S, et al. Information-driven autonomous intersection control via incentive compatible mechanisms [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2018, 20 (3): 912-924.
- [7] DRESNER K, STONE P. Multiagent traffic management: A reservation-based intersection control mechanism [C] // IEEE. *International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems*. New York: IEEE, 2004: 530-537.
- [8] LEVIN M W, REY D. Conflict-point formulation of intersection control for autonomous vehicles [J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2017, 85: 528-547.
- [9] DRESNER K, STONE P. A multiagent approach to autonomous intersection management [J]. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 2008, 31: 591-656.
- [10] HE Z, ZHENG L, LU L, et al. Erasing lane changes from roads: A design of future road intersections [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, 2018, 3 (2): 173-184.
- [11] FAJARDO D, AU T C, WALLER S T, et al. Automated intersection control: Performance of future innovation versus current traffic signal control [J]. *Transportation Research Record*, 2011 (2259): 223-232.
- [12] LI Z, CHITTURI M V, ZHENG D, et al. Modeling reservation-based autonomous intersection control in VISSIM [J]. *Transportation Research Record*, 2013 (2381): 81-90.
- [13] LEVIN M W, BOYLES S D, PATEL R. Paradoxes of reservation-based intersection controls in traffic networks [J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 2016, 90: 14-25.
- [14] CHOI M, RUBENECIA A, CHOI H H. Reservation-based traffic management for autonomous intersection crossing [J]. *International Journal of Distributed Sensor Networks*, 2019, 15 (12): 1-15.
- [15] MA M, LI Z. A time-independent trajectory optimization ap-

- proach for connected and autonomous vehicles under reservation-based intersection control [J]. *Transportation Research Interdisciplinary Perspectives*, 2021, 9: 1-11.
- [16] YU C, SUN W, LIU H X, et al. Managing connected and automated vehicles at isolated intersections: From reservation-to optimization-based methods [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2019, 122: 416-435.
- [17] DENG Z, SHI Y, HAN Q, et al. A conflict duration graph-based coordination method for connected and automated vehicles at signal-free intersections [J]. *Applied Sciences*, 2020, 10 (18): 6223.
- [18] LEE J, PARK B. Development and evaluation of a cooperative vehicle intersection control algorithm under the connected vehicles environment [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2012, 13 (1): 81-90.
- [19] ZOHDY I H, RAKHA H A. Intersection management via vehicle connectivity: The intersection cooperative adaptive cruise control system concept [J]. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 2016, 20 (1): 17-32.
- [20] 吴 伟,刘 洋,刘 威,等.自动驾驶环境下交叉口车辆路径规划与最优控制模型[J]. *自动化学报*, 2020, 46 (9): 1971-1985.
- WU Wei, LIU Yang, LIU Wei, et al. A novel autonomous vehicle trajectory planning and control model for connected-and-autonomous intersections [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46 (9): 1971-1985.
- [21] MÜLLER E R, CARLSON R C, JUNIOR W K. Intersection control for automated vehicles with MILP [J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2016, 49 (3): 37-42.
- [22] YAO Z, JIANG H, CHENG Y, et al. Integrated schedule and trajectory optimization for connected automated vehicles in a conflict zone [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2020, 23 (2): 1841-1851.
- [23] FAYAZI S A, VAHIDI A. Mixed-integer linear programming for optimal scheduling of autonomous vehicle intersection crossing [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, 2018, 3 (3): 287-299.
- [24] 郑刘杰.左转车辆出口车道选择行为建模与导向线设置[D].大连:大连理工大学,2019.
- Modeling of selection behavior on exit lanes and settings of guideline markings for left-turning vehicles [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2019.
- [25] XU B, LI S E, BIAN Y, et al. Distributed conflict-free cooperation for multiple connected vehicles at unsignalized intersections [J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2018, 93: 322-334.
- [26] FENG Y, YU C, LIU H X. Spatiotemporal intersection control in a connected and automated vehicle environment [J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2018, 89: 364-383.
- [27] YU C, FENG Y, LIU H X, et al. Integrated optimization of traffic signals and vehicle trajectories at isolated urban intersections [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2018, 112: 89-112.
- [28] FORREST J, LOUGEE-HEIMER R. CBC user guide [M]. Cantonville: Informs, 2005.