

图像平滑（降噪）

Denoising



图像平滑方法分类

- 空间域

- 线性方法（线性滤波器）

- ✓均值滤波器, 高斯滤波器, 维纳滤波器, ...

- 非线性方法

- ✓中值滤波器, 全变分, 非局部均值, 双边滤波, 非均匀扩散, ...

- 结合线性与非线性方法

- 基于形态学运算的方法

- 基于模糊理论的方法

- 基于人工神经网络的方法

- 基于统计的方法

- 变换域的方法

- 小波域, 主成份分析（PCA）, ...



图像平均 (Image Averaging)

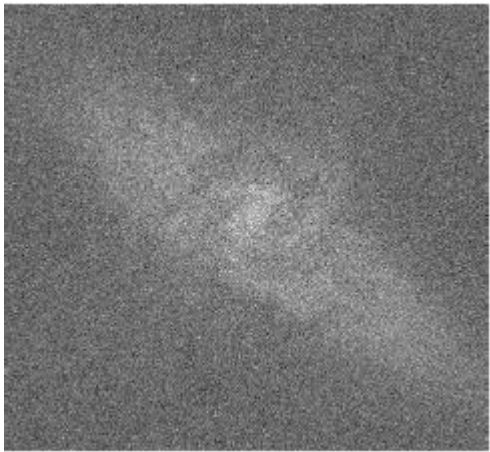
原始图像（无噪声的理想图像）： I

采样图像（包含噪声）： $I(t), (t=1, \dots, N)$

$$I(t) = I + n(t) \quad n(t) \rightarrow \text{服从高斯分布}$$

$$\hat{I} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(t) = I + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n(t)$$

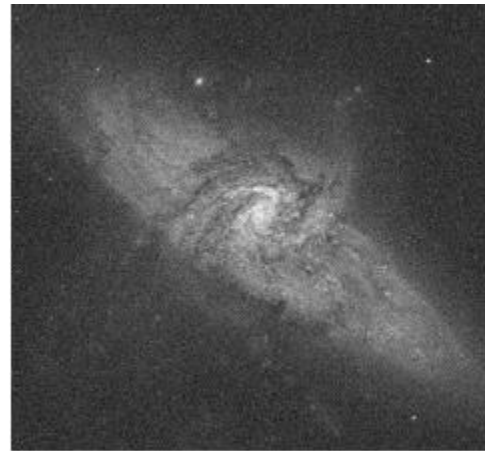




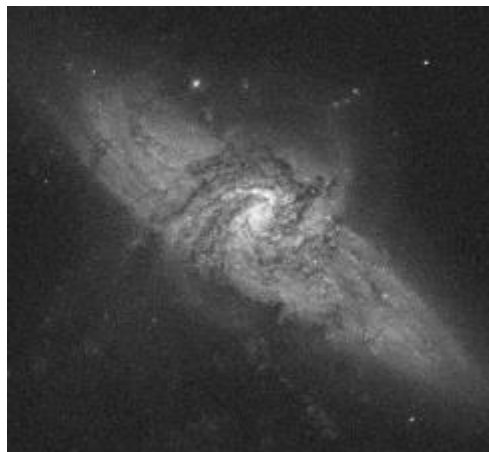
sample



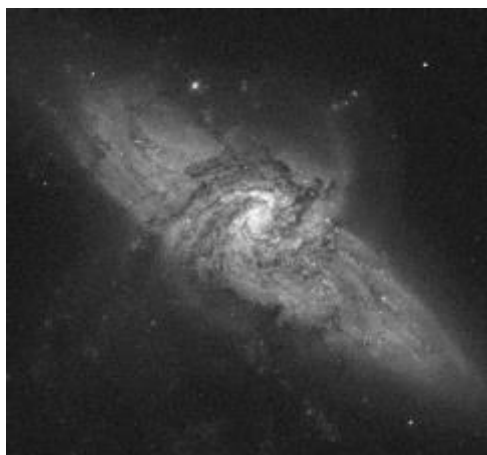
8 frames averaging



16 frames averaging



64frames averaging



128frames averaging



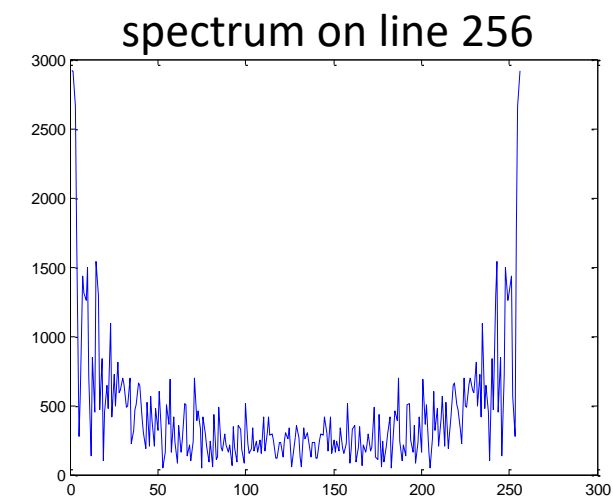
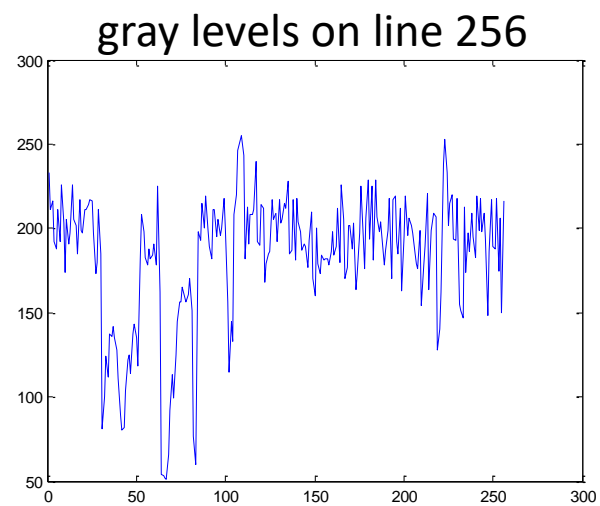
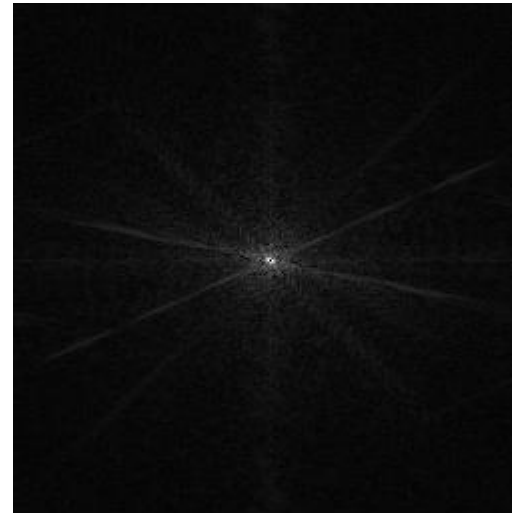
邻域像素的平均

$$\hat{I}(x, y) = \frac{1}{(2W + 1)^2} \sum_{-W}^W \sum_{-W}^W I(x + i, y + j)$$

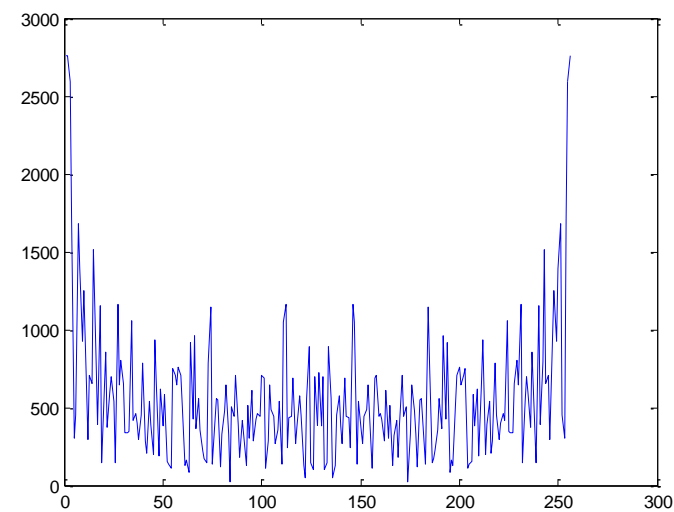
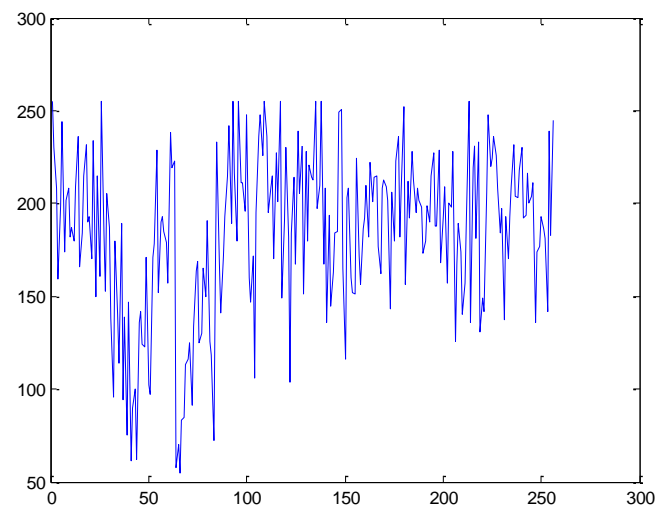
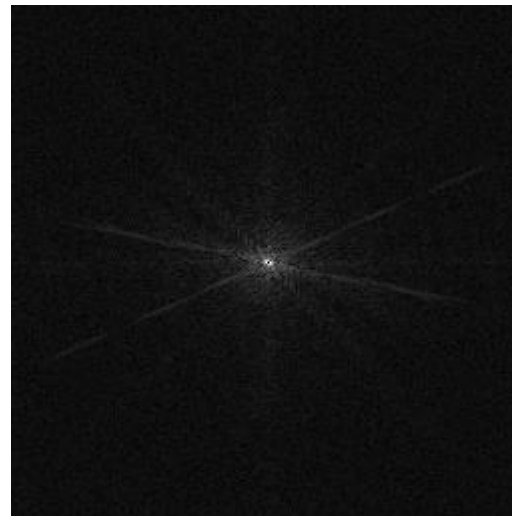
加权平均

$$\hat{I}(x, y) = \sum_{-W}^W \sum_{-W}^W h(i, j) I(x - i, y - j)$$

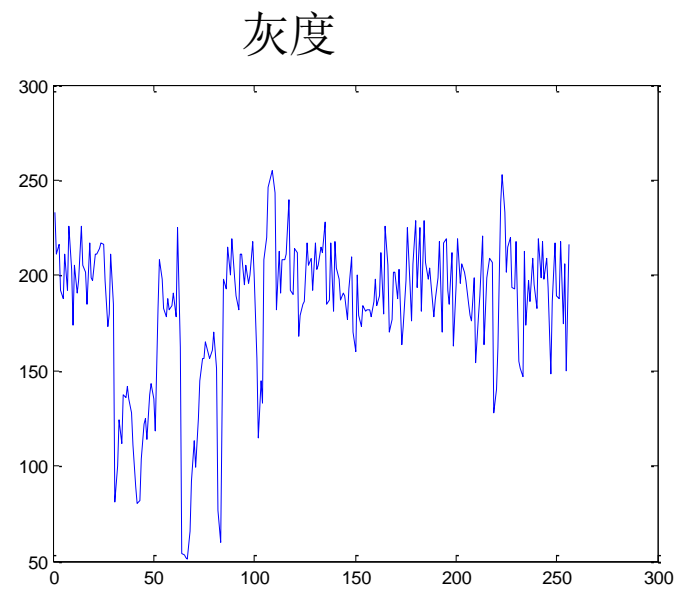
频谱特性



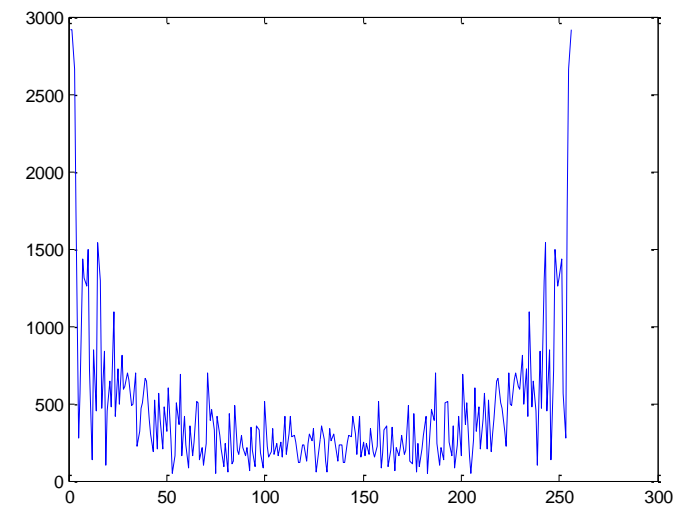
频谱特性



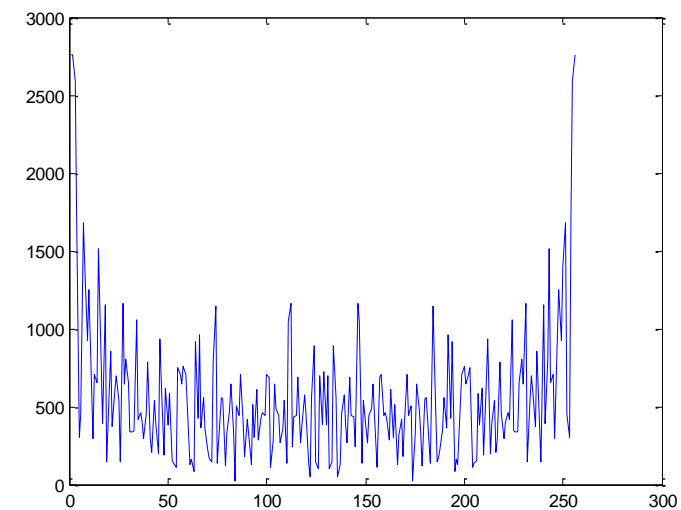
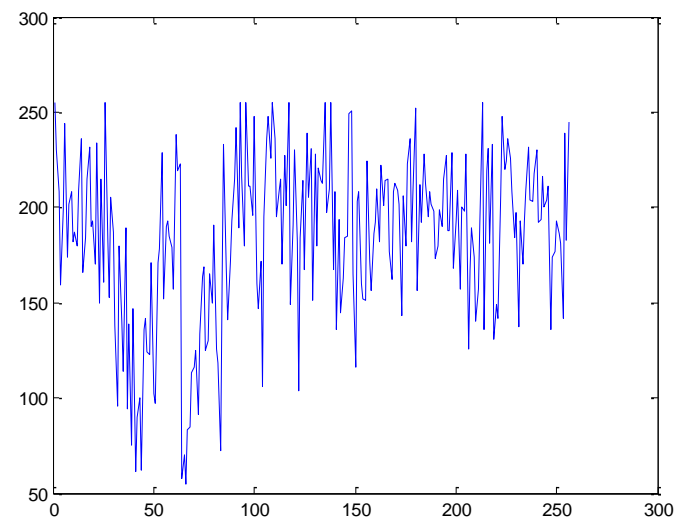
原始图像



频谱

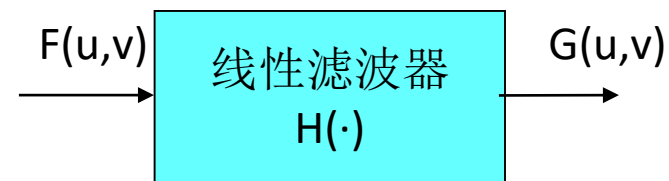


加噪声后图像



低通滤波器 (Lowpass Filter)

$$G(u,v) = H(u,v) F(u,v)$$



$H(u,v)$: 传递函数

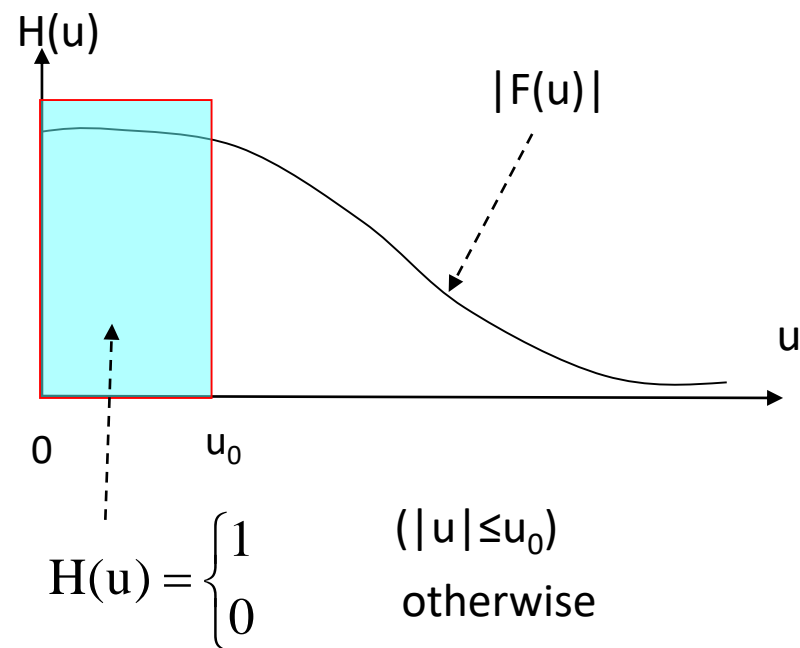
$F(u,v)$: 输入图像的频域特性

$G(u,v)$: 输出图像的频域特性

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y)$$

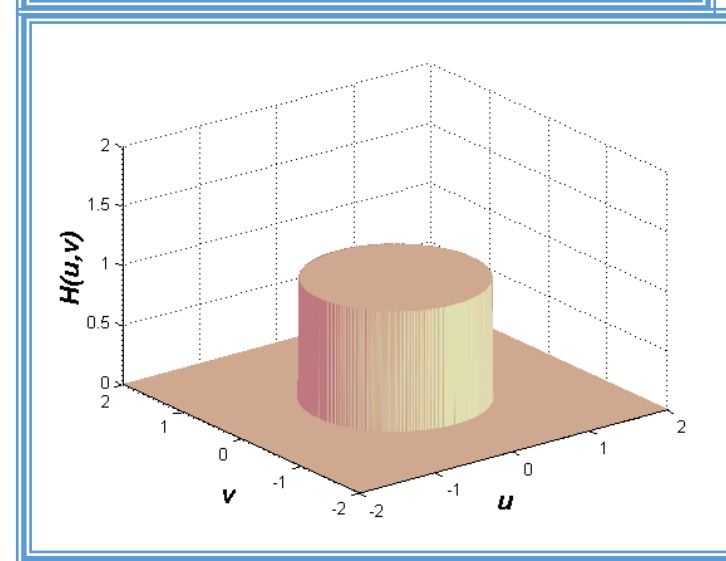
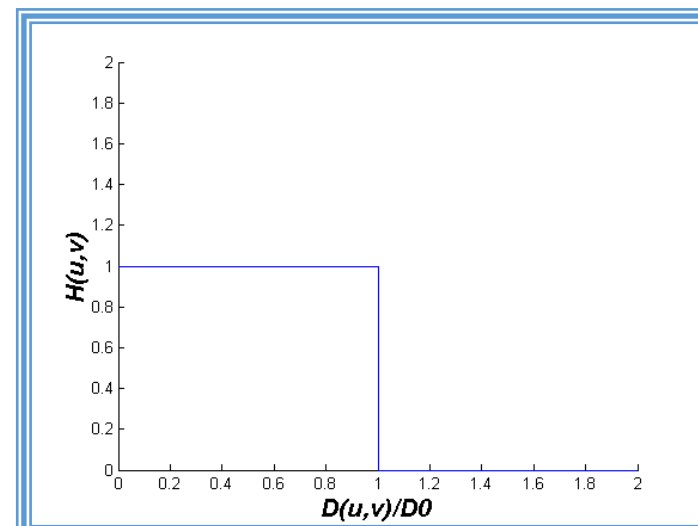
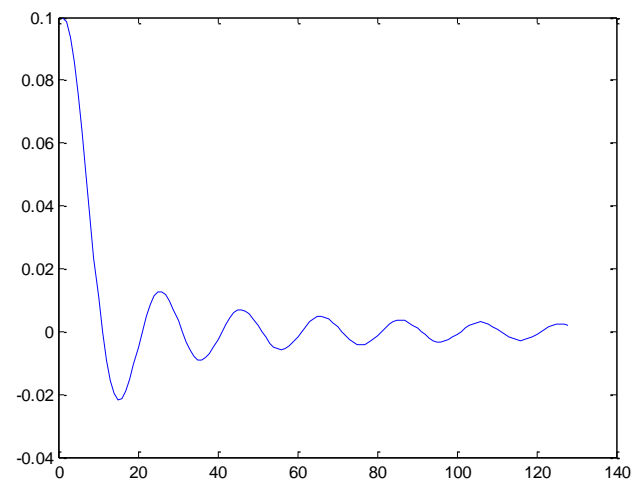
$h(x,y)$: 点扩展函数 (Point Spread Function)

Noise \leftrightarrow Edge



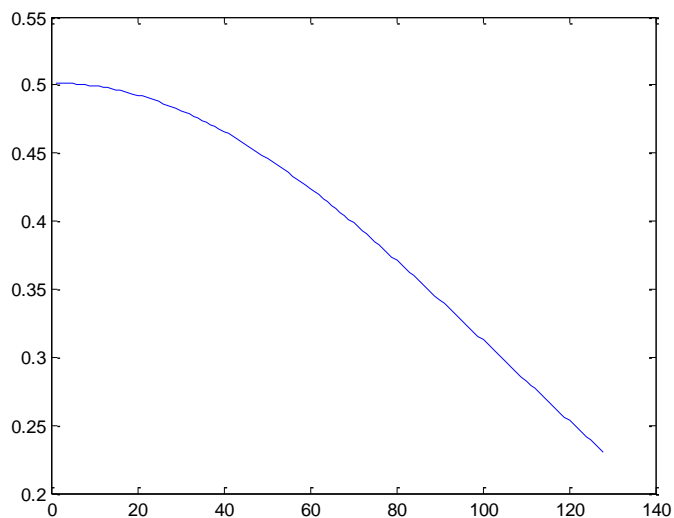
理想低通滤波器 (Ideal Lowpass Filter)

点扩展函数 $h(r)$

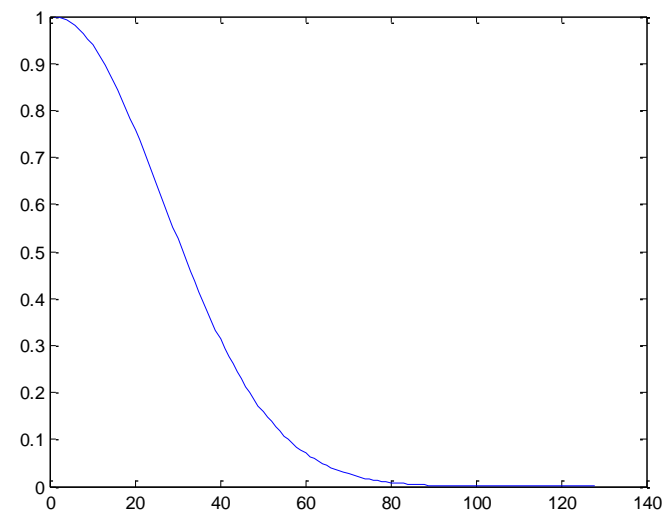


高斯滤波器(Gaussian Lowpass Filter)

$$h(x) = \sqrt{2\pi}\sigma A e^{-2\pi^2\sigma^2 x^2}$$

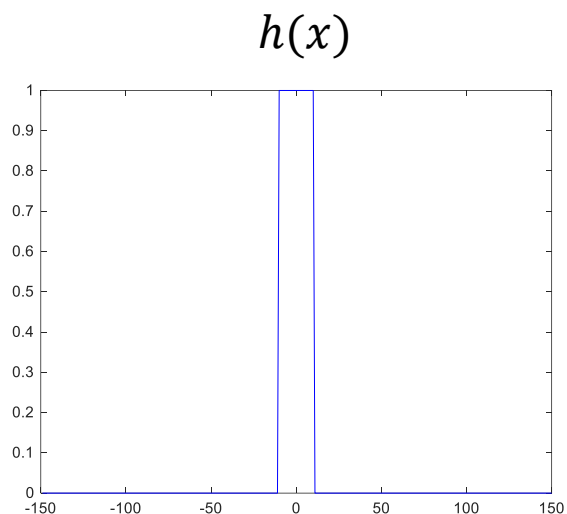


$$H(u) = A e^{-u^2/2\sigma^2}$$

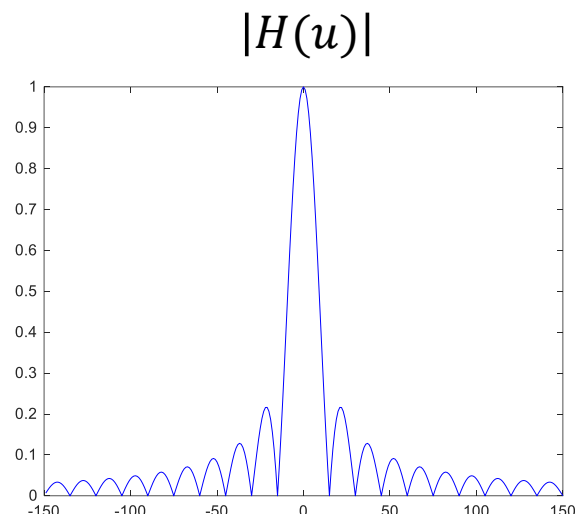


均值滤波器 (Averaging filter)

$$h(x) = \begin{cases} 1 & (-a/2 \leq x \leq a/2) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



$$\begin{aligned} H(u) &= \int_{-a/2}^{a/2} e^{-j2\pi ux} dx \\ &= \frac{e^{-j\pi au} - e^{j\pi au}}{-j2\pi u} \\ &= \frac{\sin(\pi au)}{\pi u} \end{aligned}$$



均值滤波器

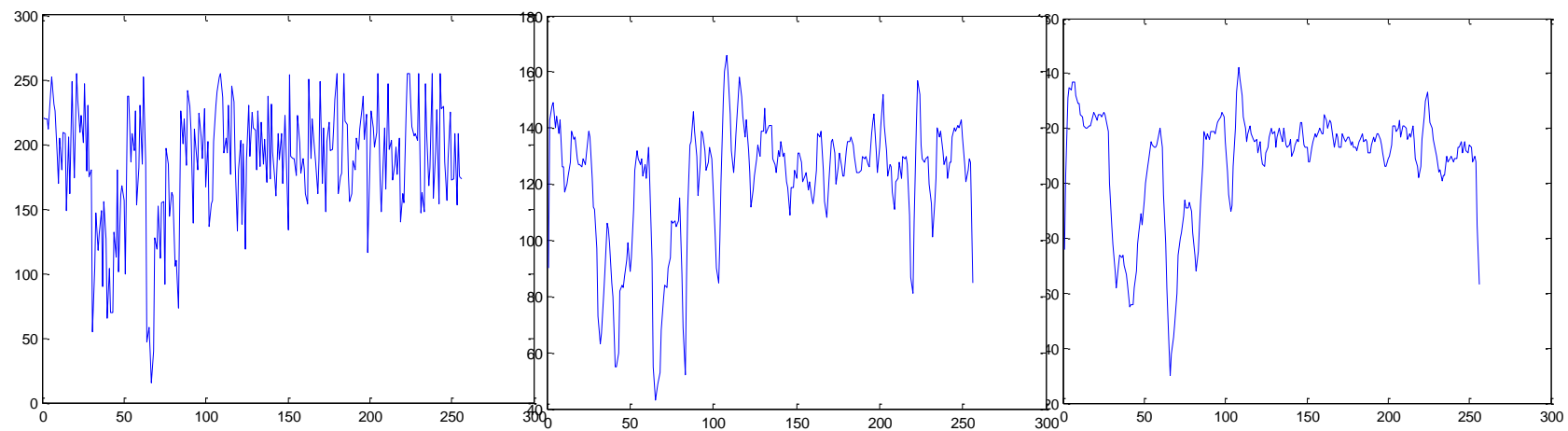
输入图像



3x3



5x5



高斯滤波器

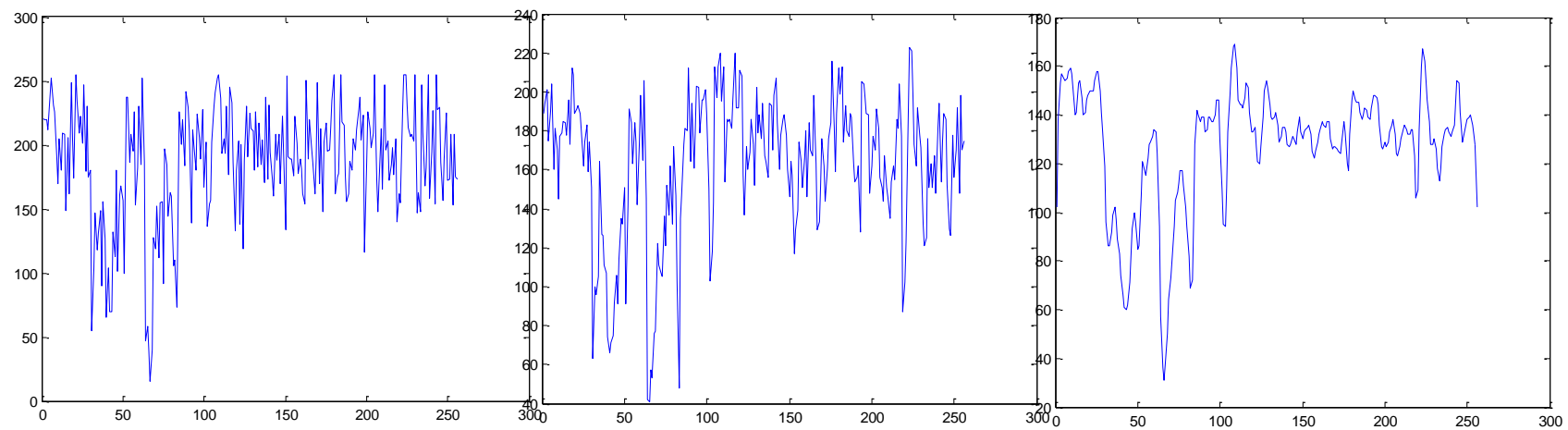
输入图像



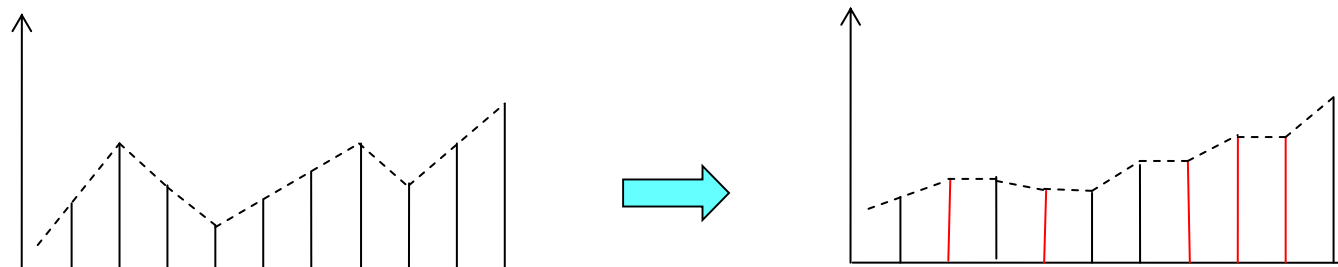
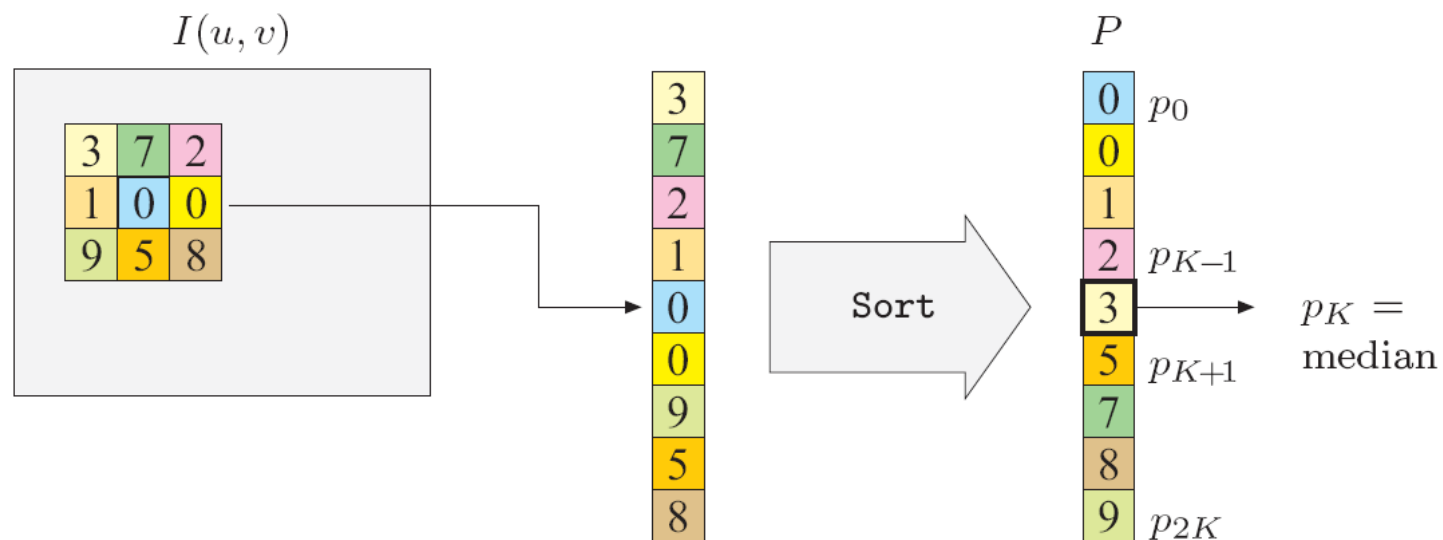
$\sigma=0.5$



$\sigma=1.0$



中值滤波器 (Median Filter)



中值滤波器

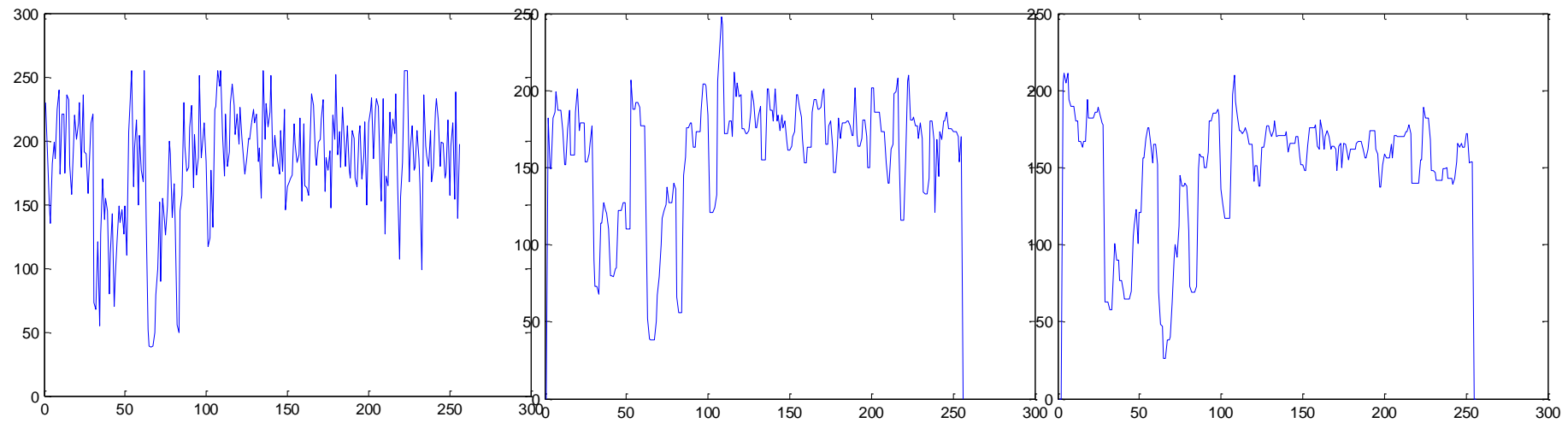
输入图像



3x3 窗口输出图像



5x5 窗口输出图像



加权中值滤波器 (Weighted Median Filter)

