

◇ 确定下推自动机

确定下推自动机

- ◇ 确定下推自动机的概念
- ◇ 确定下推自动机与正规语言
- ◇ 前缀性质及空栈接受的确定下推自动机
- ◇ 确定下推自动机与上下文无关语言
- ◇ 确定下推自动机与无二义文法
- ◇ 几类语言模型的计算能力对比

确定下推自动机的概念

- ◇ 定义 一个 $PDA P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ 为确定的 (*deterministic*) PDA ，或称为 $DPDA$ ，当且仅当满足下列条件：
- (1) 对于 $a \in \Sigma$ 或 $a = \varepsilon$, $X \in \Gamma$,
 $\delta(q, a, X)$ 最多包含一个元素.
 - (2) 对于 $a \in \Sigma$, 若 $\delta(q, a, X) \neq \varnothing$, 则 $\delta(q, \varepsilon, X) = \varnothing$.

◇ 结论

若 L 为正规语言, 则存在 $DPDA P$, $L(P) = L$.

证明思路 设 $DFA A = (Q, \Sigma, \delta_A, q_0, F)$,
且有 $L(A) = L$. 构造

$DPDA P = (Q, \Sigma, \{Z_0\}, \delta_P, q_0, Z_0, F)$,
其中定义

$$\delta_P(q, a, Z_0) = \{(p, Z_0)\} \text{ iff } \delta_A(q, a) = p.$$

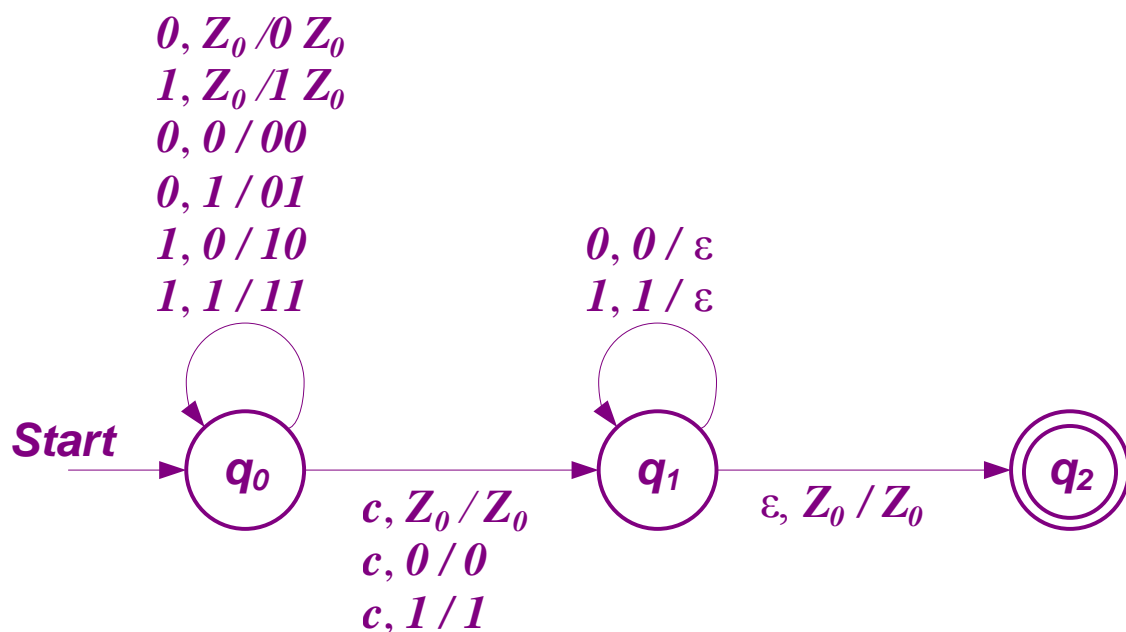
可以证明(归纳于 w 的长度), 对任意 $w \in \Sigma^*$,

$$(q_0, w, Z_0) \vdash^* (p, \varepsilon, Z_0) \text{ iff } \delta'_A(q, w) = p.$$

所以 $L(A) = L(P)$.

◇ 结论 **DPDA** 的计算能力强于有限自动机.

举例证明 语言 $L_{wcw^R} = \{wcw^R \mid w \text{ 为 } 0,1 \text{ 字符串}\}$ 不是正规语言（可由 **Pumping** 引理证明），但它是如下 **DPDA** 的语言：



前缀性质及空栈接受的确定下推自动机

◇ 前缀性质

一个语言 L 具有前缀性质 (*prefix property*), 当且仅当不存在 $x, y \in L$, $x \neq y$, 且 x 为 y 的前缀 (*prefix*).

例 L 是 Σ 上的任一语言, $\$ \notin \Sigma$, 记

$$L' = \{ w\$ \mid w \in L \},$$

则 L' 一定具有前缀性质.

前缀性质及空栈接受的确定下推自动机

- ◇ **结论** 一个语言 L 是某个空栈接受的 $DPDA$ P 的语言, 即 $L=N(P)$, 当且仅当 L 具有前缀性质, 并且 L 是某个 $DPDA$ P' 的语言, 即 $L=L(P')$.

证明 留做练习.

- ◇ **举例** 语言 $L_{wcwr} = \{wcw^R \mid w \text{ 为 } 0,1 \text{ 字符串}\}$ 具有前缀性质, 并且 L 是某个 $DPDA$ 的语言, 所以 L 是某个空栈接受的 $DPDA$ 的语言; 语言 $\{0\}^*$ 不具有前缀性质, 所以不存在空栈接受的 $DPDA$ P , 使得 $N(P) = \{0\}^*$.

确定下推自动机与上下文无关语言

◇ **结论** 某些上下文无关语言，不是任何 **DPDA** 的语言。

举例 语言 $L_{ww^R} = \{ww^R \mid w \text{ 为 } 0,1 \text{ 字符串}\}$
不是任何 **DPDA** 的语言。证明较复杂。

◇ **定义** 若上下文无关语言 L 是某个 **DPDA** 的语言，则称 L 为一个**确定的上下文无关语言**
(**deterministic context-free language**)

◇ **结论** 一个语言 L 是某个空栈接受的 $DPDA$ P 的语言, 即 $L=N(P)$, 则 L 存在一个无二义文法.

证明思路 由前述的从空栈接受的 PDA 构造等价 CFG 的方法构造相应 $DPDA$ 的 CFG , 可证对于任何所接受的串 w , 此 CFG 有唯一的最左推导, 因而是无二义文法.

◇ **结论** 一个语言 L 是某个 $DPDA$ P 的语言, 即 $L=L(P)$, 则 L 存在一个无二义文法.

证明思路 令 $\$$ 不出现在 L 的任何串中, 记

$L' = \{w\$ \mid w \in L\}$, 则 L' 具有前缀性质.

因此存在某个 $DPDA$ P' , 使得 $L' = N(P')$, 从而存在一个无二义文法 G' , 使得 $L' = L(G')$.

从 G' 构造文法 G , 把 $\$$ 作为非终结符, 并增加产生式 $\$ \rightarrow \varepsilon$. 这样便得到 $L = L(G)$.

易证, G 是一个无二义文法.

☆ 结论 固有二义的语言不是任何 **DPDA** 的语言.

— 例 固有二义的上下文无关语言:

$$L_1 = \{a^n b^n c^m d^m \mid n \geq 1, m \geq 1\} \cup \{a^n b^m c^m d^n \mid n \geq 1, m \geq 1\}$$

$$L_2 = \{a^i b^j c^l \mid i, j, l \geq 0, i = j \text{ 或 } j = l\}$$

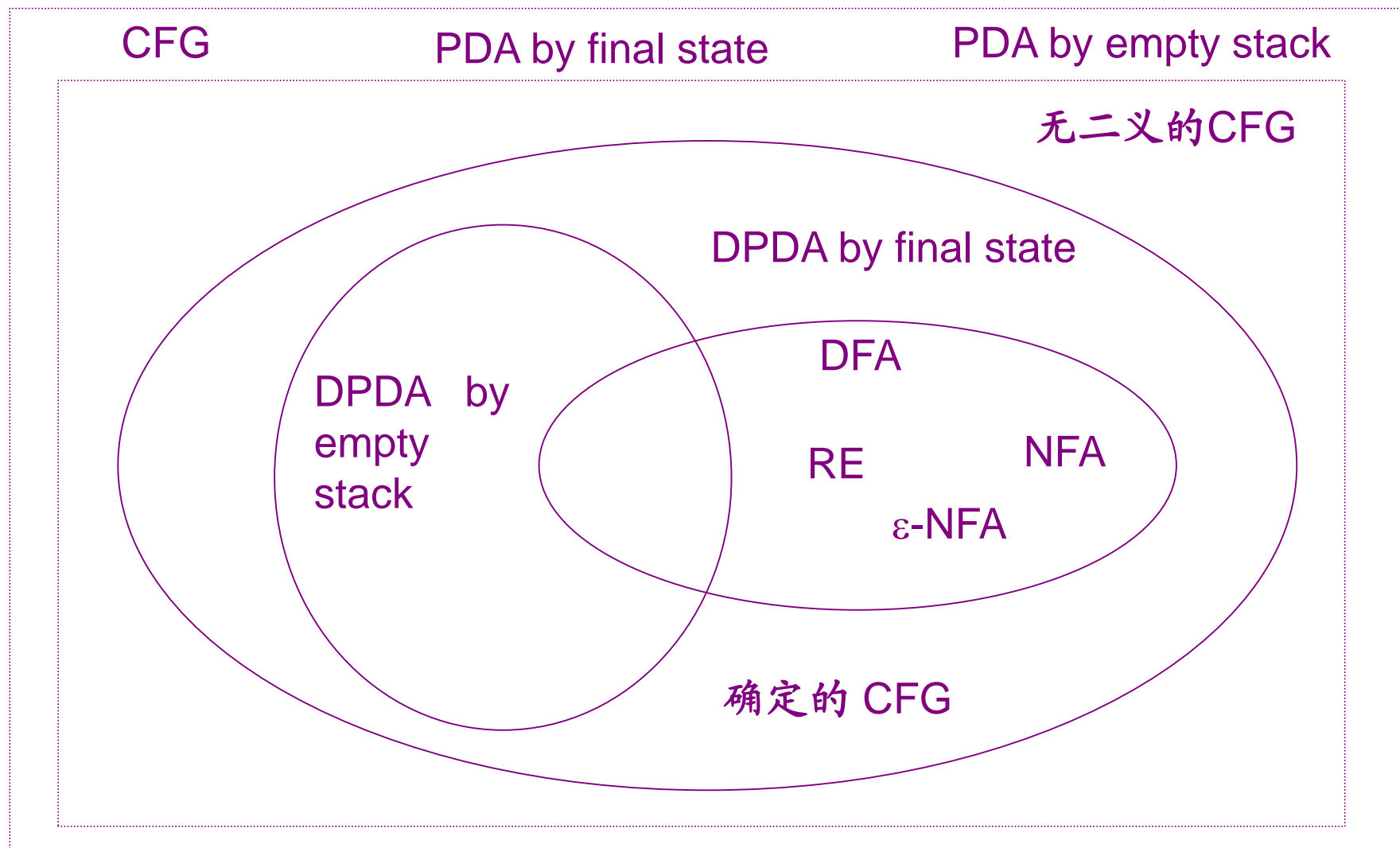
◇ 结论 存在非固有二义的语言 L ，不是任何 $DPDA$ P 的语言。

举例证明 语言 $L_{ww^R} = \{ww^R \mid w \text{ 为 } 0,1 \text{ 字符串}\}$ 不是任何 $DPDA$ 的语言，但 L_{ww^R} 并非固有二义的，它存在如下无二义文法：

$$S \rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid \varepsilon.$$

几类语言模型的计算能力对比

FL&A



✧ 必做题:

- *Ex.6.4.2 (c)*
- *Ex.6.4.3 $*(a), !(b), *!(c)$*

That's all for today.

Thank You