TP2

SIMULATION D'UN ROBOT RR ORTHOGONAL avec flexibilités

M. GUSKOV, N. MECHBAL, M. REBILLAT

L'objet du présent TP est de simuler le comportement d'un bras robotisé à deux degrés de liberté (Fig. 1), en prenant en compte les flexibilités au niveau des articulations. On anlysera dans chaque partie l'impact des coefficients k_i, J_i, f_{vi}, f_{ci}, ainsi que de la configuration ou des conditions initiales sur la réponse du système

1 Simulation dynamique directe en rigide

Equation de mouvement articulaire

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_f + \boldsymbol{\tau}_{\text{ext}} \tag{1}$$

Reformulation en système d'état :

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{pmatrix}, \quad \dot{\mathbf{y}} = \boldsymbol{\phi}(t, \mathbf{y}) = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ -\mathbf{M}^{-1}\left(\mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g} - \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}_f - \boldsymbol{\tau}_{\text{ext}}\right) \end{pmatrix} \tag{2}$$

2 Prise en compte des flexibilités

Equations de mouvement du système augmenté

$$\begin{cases} \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{S}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\,\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{c_1}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{p}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{K}(\mathbf{q} - \mathbf{p}) = \boldsymbol{\tau}_{fl} + \boldsymbol{\tau}_{\text{ext}} \\ \mathbf{S}^{\mathrm{T}}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_m(\mathbf{q})\,\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{c_2}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{p}}) - \mathbf{K}(\mathbf{q} - \mathbf{p}) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{fm} \end{cases} \tag{3}$$

Réécriture compacte

$$\hat{\mathbf{M}}(\hat{\mathbf{q}})\ddot{\hat{\mathbf{q}}} + \hat{\mathbf{C}}(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}})\dot{\hat{\mathbf{q}}} + \hat{\mathbf{K}}\hat{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{g}}(\hat{\mathbf{q}}) = \hat{\boldsymbol{\tau}} + \hat{\boldsymbol{\tau}}_f + \hat{\boldsymbol{\tau}}_{\text{ext}} \tag{4}$$

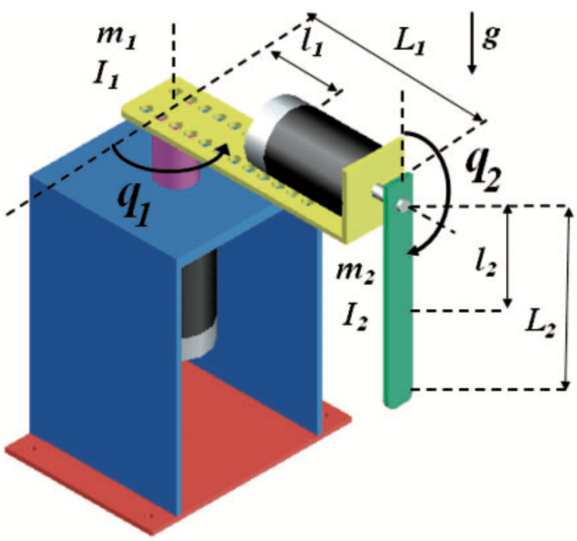

FIGURE 1 – Robot RR orthogonal

v0, 2024-01

avec

$$\hat{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^{\mathrm{T}} & \mathbf{J}_m \end{bmatrix}, \ \hat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{c}_1 \\ \mathbf{c}_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \ \hat{\mathbf{g}} = \begin{pmatrix} \mathbf{g} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \ \hat{\boldsymbol{\tau}}_f = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau}_{fl} \\ \boldsymbol{\tau}_{fm} \end{pmatrix}, \ \hat{\boldsymbol{\tau}}_{\text{ext}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau}_{\text{ext}} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \ \hat{\boldsymbol{\tau}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\tau} \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Simplifications standard : $\mathbf{S} \approx \mathbf{0}$, $\mathbf{c}_1 \approx \mathbf{0}$, $\mathbf{c}_2 \approx \mathbf{0}$, matrices $\mathbf{K}$ et $\mathbf{J}_m$ diagonales.

Reformulation en système d'état :

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{q}} \\ \dot{\hat{\mathbf{q}}} \end{pmatrix}, \quad \dot{\hat{\mathbf{y}}} = \hat{\boldsymbol{\phi}}(t, \hat{\mathbf{y}}) = \begin{pmatrix} \dot{\hat{\mathbf{q}}} \\ -\hat{\mathbf{M}}^{-1}\left(\hat{\mathbf{C}}\dot{\hat{\mathbf{q}}} + \hat{\mathbf{K}}\hat{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{g}} - \hat{\boldsymbol{\tau}} - \hat{\boldsymbol{\tau}}_f - \hat{\boldsymbol{\tau}}_{\text{ext}}\right) \end{pmatrix} \tag{6}$$

3 Simulation directe

3.1 Trajectoire périodique

On prend l'action articulaire $\boldsymbol{\tau} = \bar{\boldsymbol{\tau}}$, issue d'une analyse dynamique inverse rigide basée sur une trajectoire périodique

$$\bar{q}_i(t) = q_{0i} + \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{n_h} C_{ij} \cos\left(2\pi j \frac{t}{T}\right) + S_{ij} \sin\left(2\pi j \frac{t}{T}\right) \tag{7}$$

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{M}(\bar{\mathbf{q}})\ddot{\bar{\mathbf{q}}} + \mathbf{C}(\bar{\mathbf{q}}, \dot{\bar{\mathbf{q}}})\dot{\bar{\mathbf{q}}} + \mathbf{g}(\bar{\mathbf{q}}) - \boldsymbol{\tau}_f \tag{8}$$

Sur la base de l'équation (2), puis de (6), réaliser une simulation dynamique directe avec l'action $\boldsymbol{\tau} = \bar{\boldsymbol{\tau}}$ et les condition initiales $\mathbf{q}(0) = \bar{\mathbf{q}}(0)$, $\dot{\mathbf{q}}(0) = \dot{\bar{\mathbf{q}}}(0)$, $\mathbf{p}(0) = \mathbf{0}$, $\dot{\mathbf{p}}(0) = \mathbf{0}$.

3.2 Réponse impulsionnelle

En considérant une configuration particulière $\bar{\mathbf{p}}$ du robot, on suppose que l'action de la motorisation s'apparente à une raideur égale à celle des transmissions

$$\boldsymbol{\tau} = -\mathbf{K}\mathbf{p} \tag{9}$$

Sur la base de l'équation (6), réaliser une simulation dynamique directe avec les conditions initiales $\mathbf{q}(0) = \mathbf{p}(0) = \bar{\mathbf{q}}_0$, $\dot{\bar{\mathbf{p}}}(0) = 0$, $\dot{\mathbf{q}}(0) = [\omega_0,\ 0]^{\mathrm{T}}$.

3.3 Analyse modale

Réaliser une analyse modale via le problème aux valeurs propres de la matrice

$$\hat{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\hat{\mathbf{M}}^{-1}\tilde{\mathbf{K}} & -\hat{\mathbf{M}}^{-1}\tilde{\mathbf{C}} \end{bmatrix} \tag{10}$$

Trouver les fréquences et les déformées modales, comparer à l'analyse fréquentielle des réponses impulsionnelles.

Rendu

Le livrable est un fichier PDF individuel remis sur SAVOIR à la fin de la séance.