

Rapport TP2  
UE Estimation et Identification pour la Robotique

---

**Simulation d'un robot RR orthogonal avec flexibilités**

---

**Auteurs :**

Viviane Bao-3800857

Hao Yuan-21117163

Année Universitaire 2023-2024

16 janvier 2024

# Table des matières

I.	Introduction	2
II.	Trajectoire périodique	2-6
III.	Réponse impulsionnelle	6-8
IV.	Analyse modale	8-11

## I. Introduction

L'objet du présent TP est de simuler le comportement d'un bras robotisé à deux degrés de liberté (figure 1), en prenant en compte les flexibilités au niveau des articulations. On analysera dans chaque partie l'impact des coefficients  $k_i, J_i, f_{vi}, f_{ci}$  ainsi que de la configuration ou des conditions initiales sur la réponse du système.

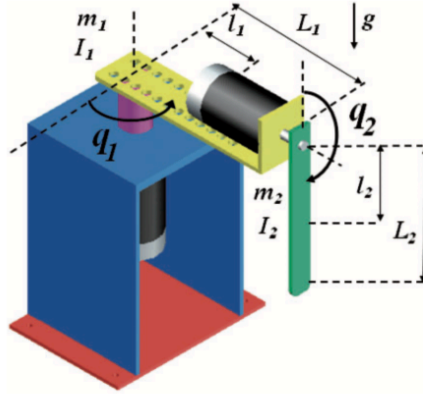


FIGURE 1 – Robot RR orthogonal

## II. Trajectoire périodique

On prend l'action articulaire  $\tau = \bar{\tau}$  issue d'une analyse dynamique inverse rigide basée sur une trajectoire périodique :

$$\bar{q}_i(t) = q_{oi} + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_h} C_{ij} \cos\left(2\pi j \frac{t}{T}\right) + S_{ij} \sin\left(2\pi j \frac{t}{T}\right)$$

$$\bar{\tau} = M(\bar{q}) \ddot{\bar{q}} + C(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) \dot{\bar{q}} + g(\bar{q}) - \tau_f$$

On doit réaliser une simulation dynamique directe avec l'action  $\tau = \bar{\tau}$  et les conditions initiales  $q(0) = \bar{q}(0), \dot{q}(0) = \dot{\bar{q}}(0), p(0) = 0, \dot{p}(0) = 0$

Le vecteur  $y$  est défini par :  $y = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & p_1 & p_2 & \dot{q}_1 & \dot{q}_2 & \dot{p}_1 & \dot{p}_2 \end{bmatrix}$

```
if 1, sstr1 = 'ode45flex'; disp(ssstr)
if TR.T>0, sstr2 = 'harmonic'; y0 = [TR.Q + sum(TR.C,2);
    2*pi/TR.T*sum(TR.S*(1:size(TR.S,2)).',2)]; %[0;0;0;0];
y0 = [y0(1:2);y0(1:2);y0(3:4);y0(3:4)];
else sstr2 = 'pulse'; y0 = [0; 0; 0; 0; 1e-3; 0; 0; 0];
end; disp(ssstr2);
```

On obtient le graphique suivant:

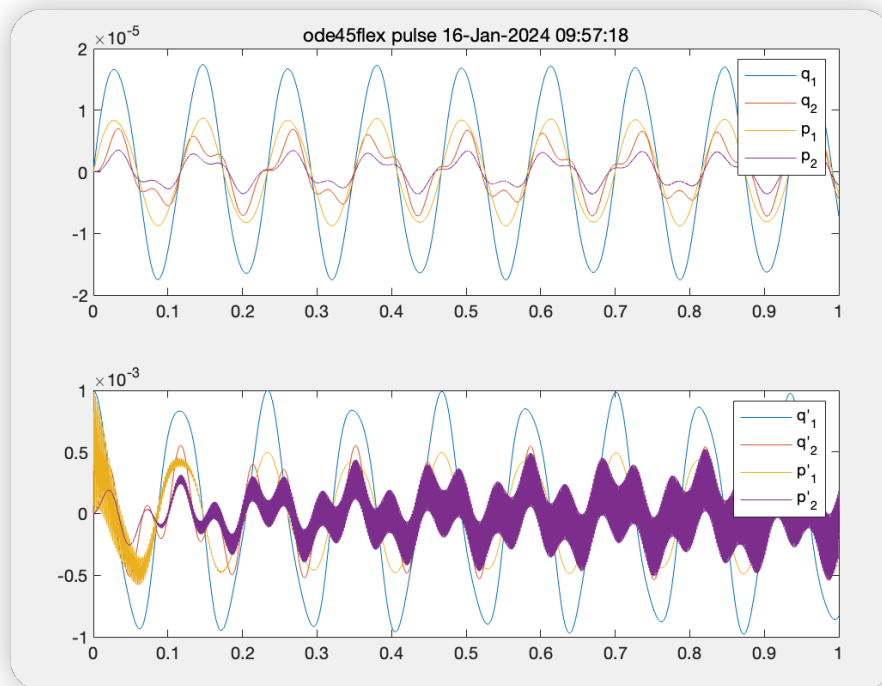


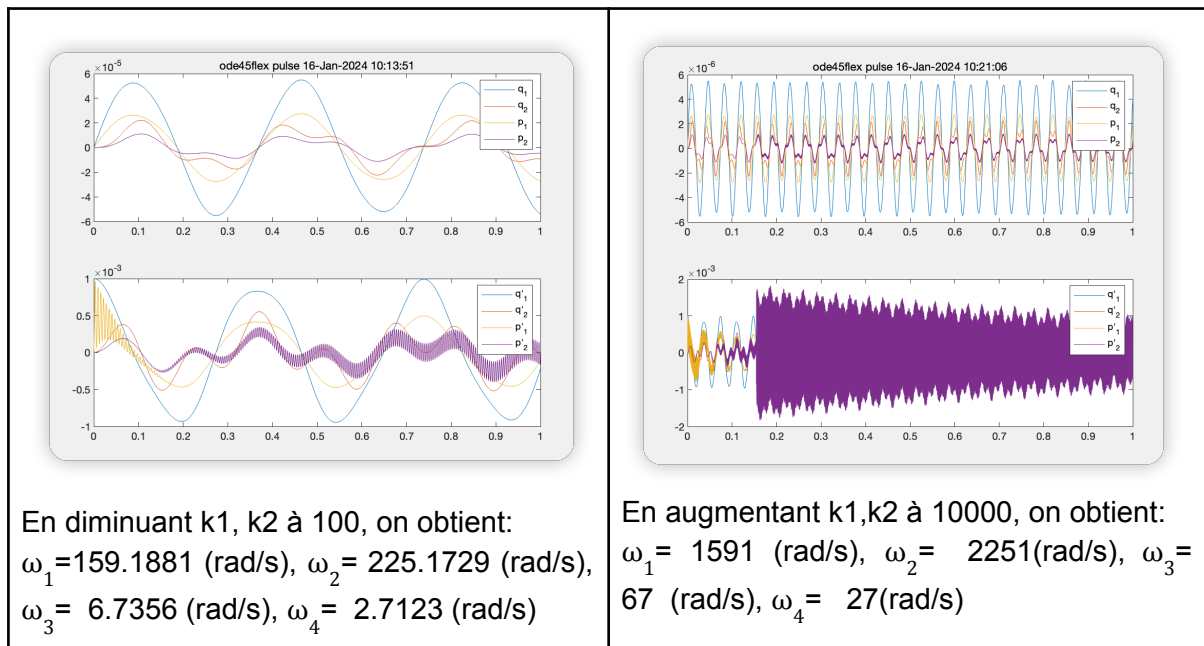
Figure 2- Réponse impulsionnelle du système (choisie comme référence)

Paramètres du système	Valeurs initiales
$k_1$	1000 (N.m)
$k_2$	1000 (N.m)
$J_1$	2e-4 (kg.m2)
$J_2$	1e-4 (kg.m2)
$f_{c1}$	1e-2 (N.m)
$f_{c2}$	1e-2 (N.m)
$f_{v1}$	1e-4 (N.m.s)
$f_{v2}$	1e-4 (N.m.s)

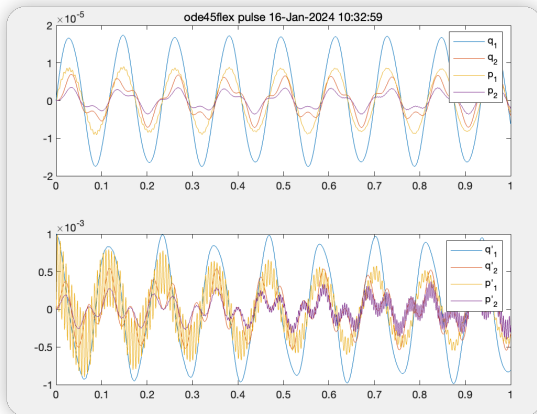
Lors de l'exécution du code, les fréquences de pulsation suivantes sont obtenues :

$\omega_1$ (rad/s)	$\omega_2$ (rad/s)	$\omega_3$ (rad/s)	$\omega_4$ (rad/s)
503.3970	712.0593	21.2999	8.5771

Notre système présente quatre modes de pulsation ou de vibration distincts. Chaque fréquence de pulsation correspond à un mode différent dans lequel le système étudié oscille ou vibre.



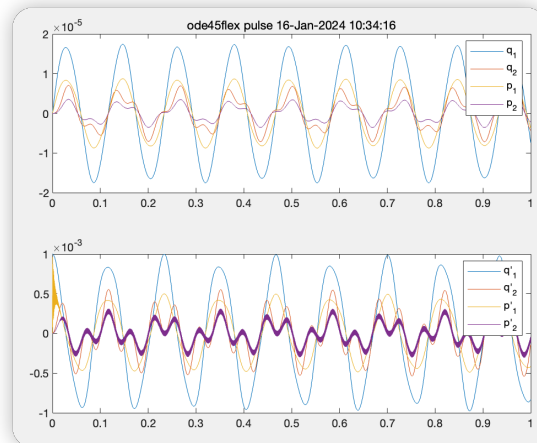
À mesure que la valeur de la raideur des deux axes augmente, on observe une augmentation des perturbations dans le système (dans l'axe 2 notamment). Cette élévation de la raideur au-delà de certaines limites peut induire de l'instabilité dans le système, car il devient plus réceptif aux perturbations externes. En fait, cette augmentation de la raideur conduit à une augmentation des fréquences naturelles du système, pouvant ainsi engendrer des vibrations indésirables.



En diminuant  $j_1, j_2$  à  $2e-3$ , on obtient:

$$\omega_1 = 226.0242 \text{ (rad/s)}, \omega_2 = 159.4875 \text{ (rad/s)},$$

$$\omega_3 = 21.2064 \text{ (rad/s)}, \omega_4 = 8.5663 \text{ (rad/s)}$$



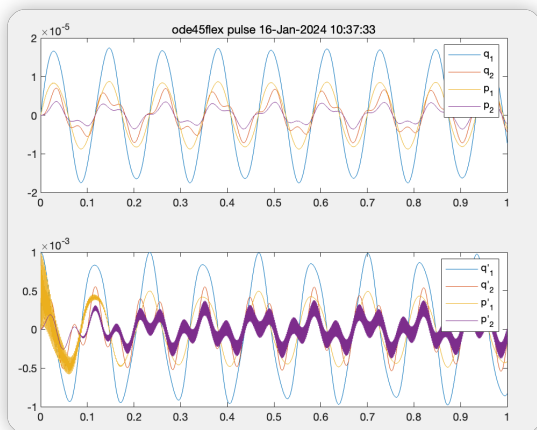
En augmentant  $j_1, j_2$  à  $2e-5$ , on obtient:

$$\omega_1 = 1.0e+03 * 1.5916 \text{ (rad/s)}, \omega_2 = 1.0e+03 * 2.2509 \text{ (rad/s)},$$

$$\omega_3 = 1.0e+03 * 0.0213 \text{ (rad/s)},$$

$$\omega_4 = 1.0e+03 * 0.0086 \text{ (rad/s)}$$

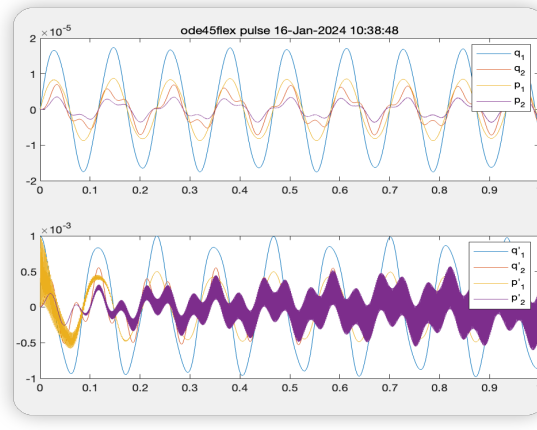
En réduisant l'inertie de l'axe, on introduit davantage de perturbations dans le système (dans l'axe 1 notamment). Une réduction de l'inertie signifie que l'axe aura moins de résistance au changement de mouvement, ce qui peut le rendre plus sensible aux forces extérieures et aux variations de vitesse, augmentant ainsi la possibilité de perturbations indésirables.



En diminuant  $f_{v1}, f_{v2}$  à  $1e-3$ , on obtient:

$$\omega_1 = 503.3970 \text{ (rad/s)}, \omega_2 = 712.0593 \text{ (rad/s)},$$

$$\omega_3 = 21.2999 \text{ (rad/s)}, \omega_4 = 8.5771 \text{ (rad/s)}$$



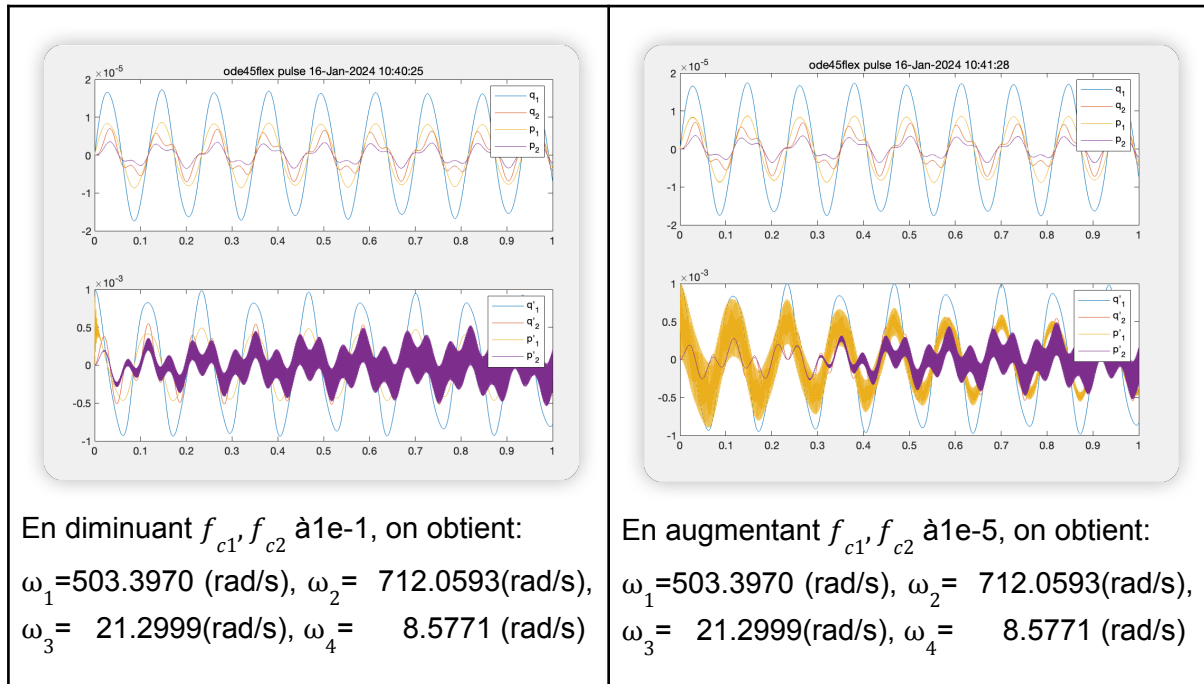
En augmentant  $f_{v1}, f_{v2}$  à  $1e-5$ , on obtient:

$$\omega_1 = 503.3970 \text{ (rad/s)}, \omega_2 = 712.0593 \text{ (rad/s)},$$

$$\omega_3 = 21.2999 \text{ (rad/s)}, \omega_4 = 8.5771 \text{ (rad/s)}$$

En augmentant le coefficient de viscosité, on introduit davantage de perturbations (dans l'axe 2 notamment) dans le système. Le coefficient de viscosité est souvent utilisé pour modéliser l'amortissement dans un système mécanique ou dynamique. Une augmentation du coefficient de viscosité signifie généralement un niveau d'amortissement plus élevé, ce

qui peut ralentir la réponse du système aux perturbations et réduire les oscillations non désirées.



En augmentant le coefficient de Coulomb, on introduit davantage de perturbations dans un système (dans l'axe 1 notamment). Le coefficient de Coulomb est souvent utilisé pour modéliser la friction sèche ou la force de frottement entre les surfaces en contact. Une augmentation du coefficient de Coulomb signifie généralement une augmentation de la force de frottement, ce qui peut affecter la façon dont les objets se déplacent ou réagissent aux forces appliquées.

### III. Réponse impulsionnelle

En considérant une configuration particulière  $\bar{p}$  du robot, on suppose que l'action de la motorisation s'apparente à une raideur égale à celles des transmissions  $\tau = -Kp$ . On doit réaliser une simulation dynamique avec les conditions initiales:

$$q(0) = p(0) = \bar{q}_0, \quad \bar{p}(0) = 0, \quad \dot{q}(0) = [\omega_0, 0]^T$$

On a 4 valeurs pour  $\omega_0$ :

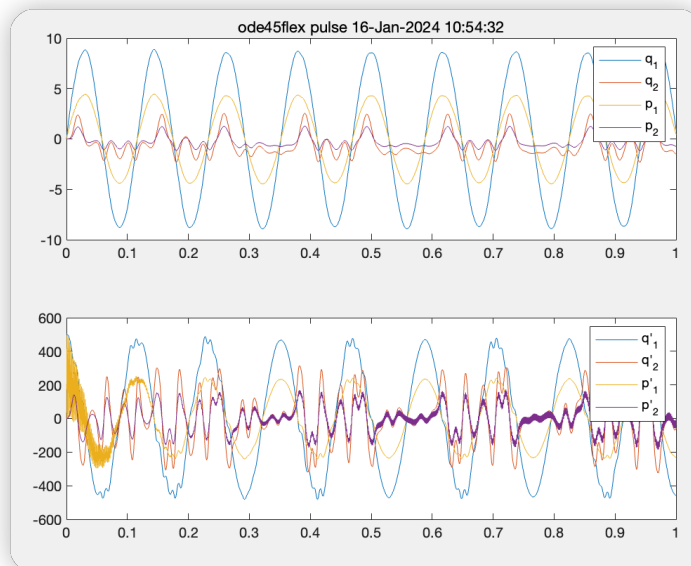
$\omega_{01}$	503.3970 -503.3970
$\omega_{02}$	712.0593 -712.0593

$\omega_{03}$	21.2999 -21.2999
$\omega_{04}$	8.5771 -8.5771

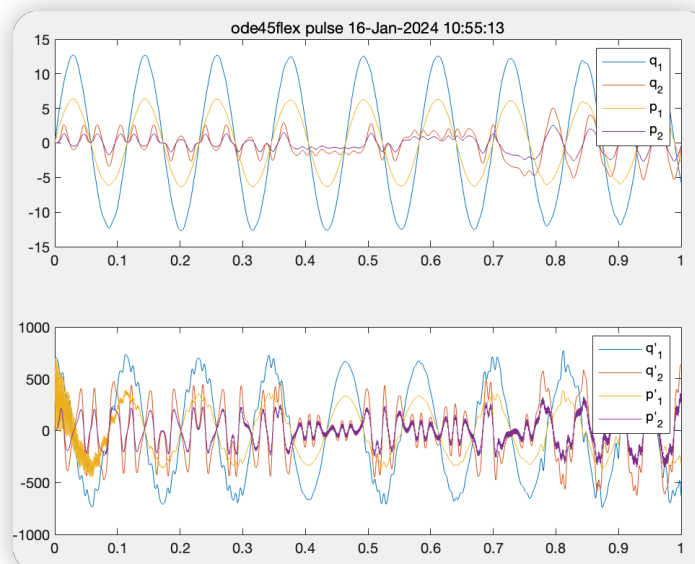
On constate la présence de deux valeurs pour chaque  $\omega_0$ , une positive et une négative. Cette dualité s'explique par le fait que la réponse ou l'oscillation du système peut se manifester dans les deux sens, l'un étant considéré comme positif et l'autre comme négatif, par rapport à un point de référence ou un état d'équilibre donné.

À chaque fréquence, les conditions initiales sont réinitialisées pour  $\dot{q}(0) = [\omega_0, 0]^T$

- Pour  $\omega_{01} = 503.3970$  rad/s:

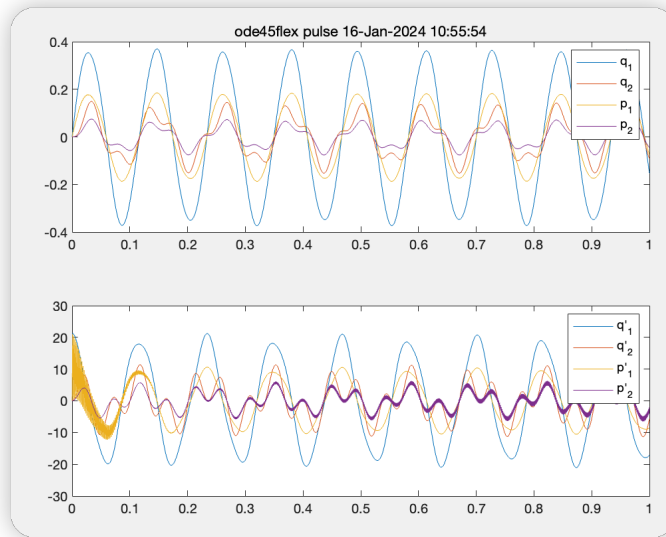


- Pour  $\omega_{02} = 712.0593$  rad/s:

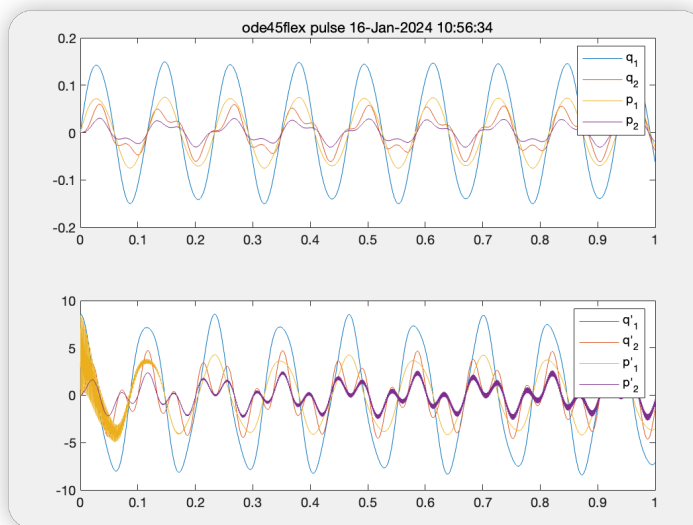




- Pour  $\omega_{03} = 21.2999$  rad/s:



- Pour  $\omega_{04} = 8.5771$  rad/s:



Dans le cadre de notre étude des systèmes dynamiques, on a porté notre analyse sur le comportement des paramètres du système dans le domaine fréquentiel. On a spécifiquement sélectionné quatre fréquences critiques qui sont essentielles à la compréhension des dynamiques du système. Une fois ces fréquences identifiées, on a procédé à une analyse détaillée dans le domaine temporel, en extrayant et en mettant en lumière les quatre composantes correspondantes à ces fréquences pour chaque paramètre. Cette méthode bidimensionnelle nous permet d'observer la façon dont ces composantes fréquentielles se manifestent et évoluent au fil du temps, ce qui est crucial pour diagnostiquer et améliorer la performance ou la stabilité du système

#### IV. Analyse modale

On doit réaliser une analyse modale via le problème aux valeurs propres de la matrice :

$$\hat{D} = \begin{bmatrix} O & I \\ -\hat{M}^{-1} \tilde{K} & -\hat{M}^{-1} \tilde{C} \end{bmatrix}, \text{ trouver les fréquences et les déformées modales et comparer à}$$

l'analyse fréquentielle des réponses impulsionnelles.

L'implémentation du code pour cette section a été réalisée comme suit :

```
clear all
close all

load("donne_y.mat");
q1=y(:,1);
q2=y(:,2);
p1=y(:,3);
p2=y(:,4);
q1_dot=y(:,5);
q2_dot=y(:,6);
p1_dot=y(:,7);
p2_dot=y(:,8);
sampling_period=1e-4;
Fs=1/sampling_period;

fft_q1=fft(q1);
fft_q2=fft(q2);
fft_p1=fft(p1);
fft_p2=fft(p2);
fft_shifted_q1 = fftshift(fft_q1);
fft_shifted_q2 = fftshift(fft_q2);
fft_shifted_p1 = fftshift(fft_p1);
fft_shifted_p2 = fftshift(fft_p2);

N = length(q1); % nb de done
f = (-N/2:N/2-1)*(Fs/N);
f_range = (f >= -1000 & f <= 1000);
fft_cropped_q1 = fft_shifted_q1(f_range);
fft_cropped_q2 = fft_shifted_q2(f_range);
fft_cropped_p1 = fft_shifted_p1(f_range);
fft_cropped_p2 = fft_shifted_p2(f_range);

f_cropped = f(f_range);
```

```

figure;
hold on
plot(f_cropped ,abs(fft_cropped_q1));
plot(f_cropped ,abs(fft_cropped_q2));
plot(f_cropped ,abs(fft_cropped_p1));
plot(f_cropped ,abs(fft_cropped_p2));
legend('q1','q2','p1','p2')
hold off

figure;
loglog(f_cropped ,abs(fft_cropped_q1));
title ('q1')

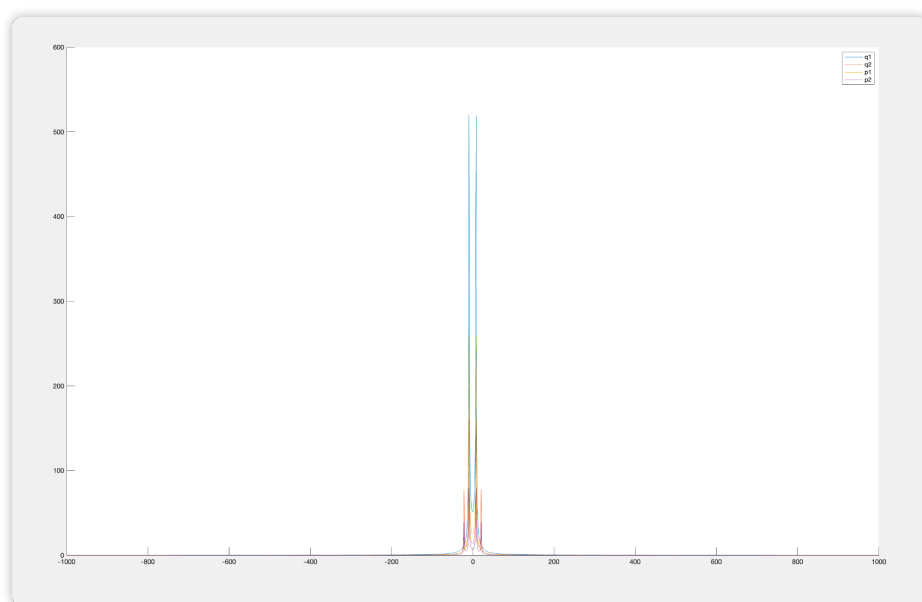
figure
loglog(f_cropped ,abs(fft_cropped_q2));
title ('q2')

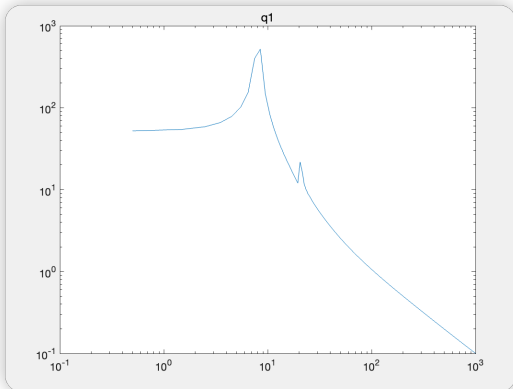
figure
loglog(f_cropped ,abs(fft_cropped_p1));
title ('p1')

figure
loglog(f_cropped ,abs(fft_cropped_p2));
title ('p2')

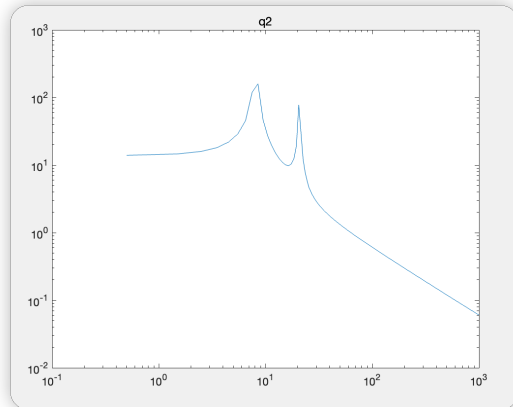
```

Voici la représentation graphique résultant de la transformation de Fourier rapide (FFT) appliquée aux paramètres q1, q2, p1 et p2 :

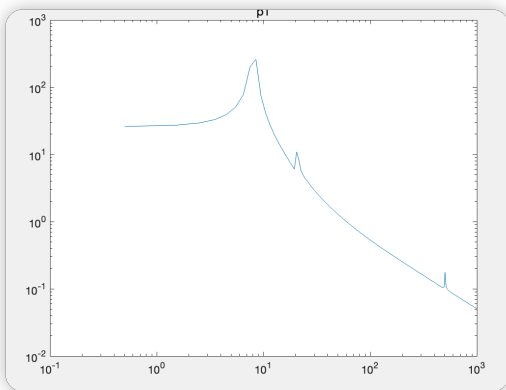




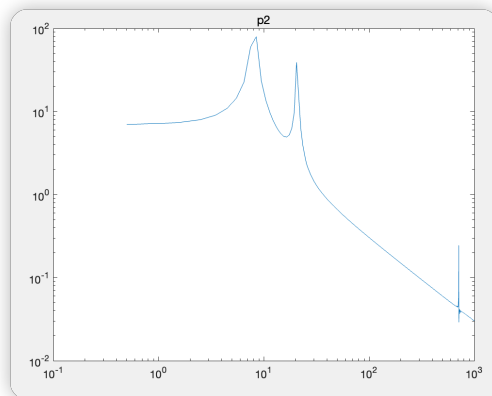
Premier pic à la fréquence de résonance de 8.4 rad/s, le deuxième à 22 rad/s



Premier pic à la fréquence de résonance de 8.4 rad/s, le deuxième à 22 rad/s.



Premier pic à la fréquence de résonance de 8.4 rad/s, le deuxième à 20 rad/s, le troisième à 502 rad/s



Premier pic à la fréquence de résonance de 8.4 rad/s, le deuxième à 20 rad/s, le troisième à 711 rad/s

Les valeurs mesurées : 8.4, 20, 502, et 711 correspondent étroitement aux valeurs théoriques suivantes:

freq =

503.3970  
 -503.3970  
 712.0593  
 -712.0593  
 21.2999  
 -21.2999  
 8.5771  
 -8.5771