8 8

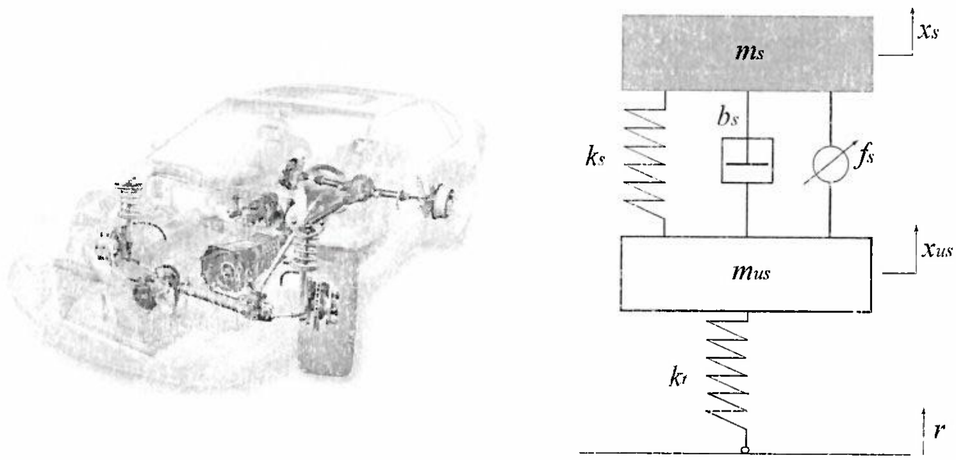
NOM/Prénom : Num. étudiant :

15

Automatique linéaire I
Examen 4 Novembre 2019
Durée : 1h30, sans document, sans calculatrice

Problème: Commande par anticipation d'une suspension active

Les véhicules sont des systèmes extrêmement complexes, composés d'une multitude de sous- systèmes qui ont pour objectif d'améliorer le confort et la sécurité au travers de solutions passives (telles la structure du véhicule, les ceintures de sécurité, etc.) ou actives (tel l'ESC, l'ABS, les suspensions pilotées etc.). Ces solutions impliquent différents domaines de compétences dans l'ingénierie tel que le contrôle commande. Les suspensions passive conventionnelles utilisent un ressort et un amortisseur entre le corps du véhicule et l'ensemble de roues ce qui conduit à un compromis entre le confort des passagers et la tenue de route. Les suspensions actives permettent au concepteur d'équilibrer ces objectifs en utilisant un actionneur hydraulique, contrôlé par rétroaction (boucle fermée), entre le châssis et l'ensemble des roues.



(a) (b)

FIG. 1: Schéma CAO du châssis d'un véhicule (a) et modèle quart de véhicule équivalent incluant une suspension active générant une force f_s.

Dans cet exercice, nous nous intéressons à la modélisation et à la commande par anticipation d'une suspension active en utilisant un modèle quart de véhicule équivalent (Fig. 1). La masse suspendue m_s représente le châssis de la voiture, tandis que la masse non suspendue m_{us} représente l'ensemble de la roue. Le ressort de raideur k_s et l'amortisseur de coefficient b_s sont passifs et sont placés entre la carrosserie et la roue, tandis que le ressort de raideur k_t sert à modéliser la compressibilité pneumatique. Les variables x_s, x_{us} correspondent respectivement au déplacement vertical de la carrosserie et celui de la la roue. La variable r représente la perturbation due au profil de la route. La force f_s appliquée entre les masses suspendue et non suspendue, est contrôlée par rétroaction (commande en boucle fermée) et représente le composant actif du système de suspension. Les équations dynamiques de ce système sont:

$$\ddot{x}_s = -\frac{1}{m_s}\left[k_s(x_s - x_{us}) + b_s(\dot{x}_s - \dot{x}_{us}) - f_s\right] \quad (1)$$

$$\ddot{x}_{us} = \frac{1}{m_{us}}\left[k_s(x_s - x_{us}) + b_s(\dot{x}_s - \dot{x}_{us}) - k_t(x_{us} - r)\right] \quad (2)$$

Le schéma fonctionnel de la commande en boucle fermée de la suspension active est représenté sur Fig.2. Les fonctions de transfert $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ et $G_4(p)$ sont issues des modèles dynamiques (1) et (2) en considérant les conditions initiales nulles.

~~124~~ ~~129~~ 130

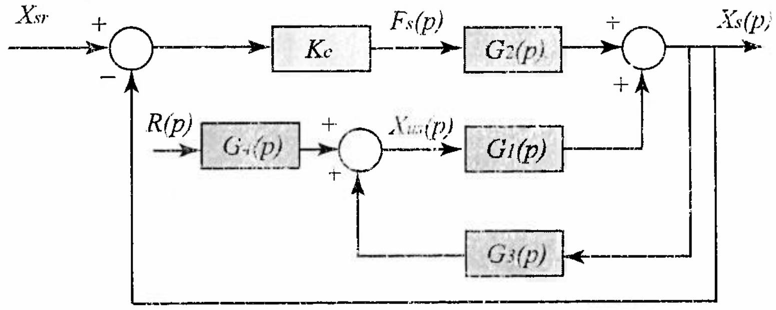


FIG. 2: Schéma de commande de la suspension active.

$X_s(p) = TL[x_s(t)]$, $X_{us}(p) = TL[x_{us}(t)]$, $F_s(p) = TL[f_s(t)]$, $R(p) = TL[r(t)]$.

p est la variable de Laplace.

L'objectif est de rendre la sortie X_s insensible à l'effet de la perturbation R en régime permanent. La consigne de la commande est X_{rs}. Pour le moment la commande est un simple gain proportionnel K_c.

1. Déterminer les expression des fonctions de transfert $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ et $G_4(p)$ en fonction des éléments du système. Les fonctions déterminée sont elles causales ? Justifier.

3

$$X_s = G_1 X_{us} + G_2 F_s$$

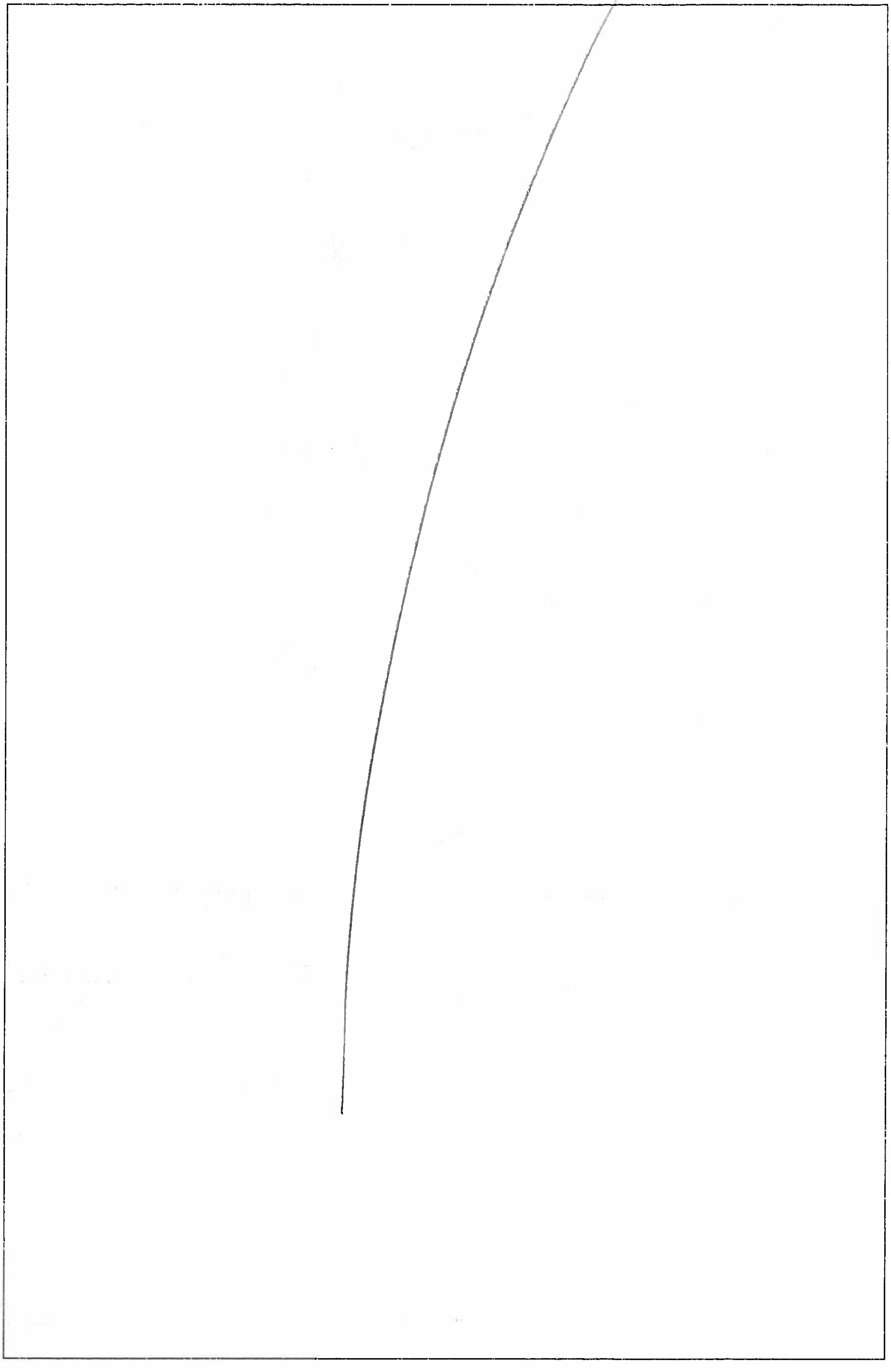
$$\boxed{G_1(p) = \frac{k_s + b_s p}{m_s p^2 + b_s p + k_s}} \quad 0,5 \qquad \boxed{G_2(p) = \frac{1}{m_s p^2 + b_s p + k_s}} \quad 0,5$$

$$X_{us} = G_3 X_s + G_4 R.$$

$$\boxed{G_3(p) = \frac{k_s + b_s p}{m_{us} p^2 + b_s p + k_s + k_t}} \quad 0,5 \qquad \boxed{G_4(p) = \frac{k_t}{m_{us} p^2 + b_s p + k_s + k_t}} \quad 0,5$$

- Les fonctions G_1, G_2, G_3 et G_4 sont causales car l'ordre du polynome du dénominateur est > que celui du numérateur

1



2. Déterminer les expressions du gain statique, des zéros et des pôles de chaque fonction $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ et $G_4(p)$.

Nous considérons que $b_s^2 < 4m_s k_s$ et $b_s^2 < 4m_{us}(k_s + k_t)$

Gain statique:

$$\text{Dcgain } G_1 = \lim_{p \to 0} G_1(p) = 1$$

$$\text{Dcgain } G_2 = \lim_{p \to 0} G_2(p) = 1/k_s$$

$$\text{Dcgain } G_3 = \lim_{p \to 0} G_3(p) = \frac{k_s}{k_s + k_t}$$

$$\text{Dcgain } G_4 = \lim_{p \to 0} G_4(p) = \frac{k_t}{k_s + k_t}$$

1

3

Zéros

$$\text{zéros}(G_1) = -k_s/b_s$$

$$\text{Zéros}(G_2) = \phi$$

$$\text{zéros}(G_3) = -k_s/b_s$$

$$\text{zéros}(G_4) = \phi$$

1

Pôles

$$\text{Pôles}(G_1) = -\frac{b_s}{2m_s} \pm j\frac{\sqrt{|b_s^2 - 4m_s k_s|}}{2m_s}$$

$$\text{Pôles}(G_2) = \text{Pôles}(G_1)$$

$$\text{Pôles}(G_3) = -\frac{b_s}{2m_{us}} \pm j\frac{\sqrt{|b_s^2 - 4m_{us}(k_t + k_s)|}}{2m_{us}}$$

$$\text{Pôles}(G_4) = \text{Pôles}(G_3)$$

1

3. Exprimer en *régime permanent* la fonction de transfert $F_1 = \frac{X_s}{X_{sr}}$ et $F_2 = \frac{X_s}{R}$.

$$F_1(P) = \frac{G_2(P)\,K_C}{1 + G_2(P)\,K_C - G_1(P)\,G_3(P)}$$

$$F_2(P) = \frac{G_1 G_4}{1 + G_2 K_C - G_1 G_3}$$

$$F_1(0) = \frac{G_2(0)\,K_C}{1 + G_2(0)\,K_C - G_1(0)\,G_3(0)} = \frac{K_C}{R_S + K_C - \frac{R_S^2}{R_S + R_t}}$$ 0,5

1

$$F_2(0) = \frac{G_1(0)\,G_4(0)}{1 + G_2(0)\,K_C - G_1(0)\,G_3(0)} = \frac{R_S R_t}{R_S R_t + K_C(R_S + R_t)}$$ 0,5

4. Déterminer les valeurs des erreurs $\epsilon_{stat/cons} = \lim_{p \to 0} \frac{X_{sr}(p) - X_s(p)}{X_{sr}(p)}$ et $\epsilon_{stat/pert} = \lim_{p \to 0} \frac{X_s(p)}{R(p)}$. Sachant que k_s est non nulle. Quelle est la condition sur la structure du véhicule pour assurer $\epsilon_{stat/pert} = 0$. Cette condition est elle logique? Réalisable ? Pourquoi ?

$$\varepsilon_{stat/cons} = \lim_{P \to 0} [1 - F_1(P)] = 1 - F_1(0).$$

$$\boxed{\varepsilon_{stat/cons} = 1 - F_1(0) = \frac{R_S R_t}{R_S R_t + K_C(R_S + R_t)}}$$ 1

2,5

$$\varepsilon_{stat/pert} = \lim_{P \to 0} F_2(P) = F_2(0)$$

$$\boxed{\varepsilon_{stat/cons} = F_2(0) = \frac{R_S R_t}{R_S R_t + K_C(R_S + R_t)}}$$ 1

$\varepsilon_{tat/cons} = 0$ si $R_t = 0$ [compressibilité pneumatique $= 0$]

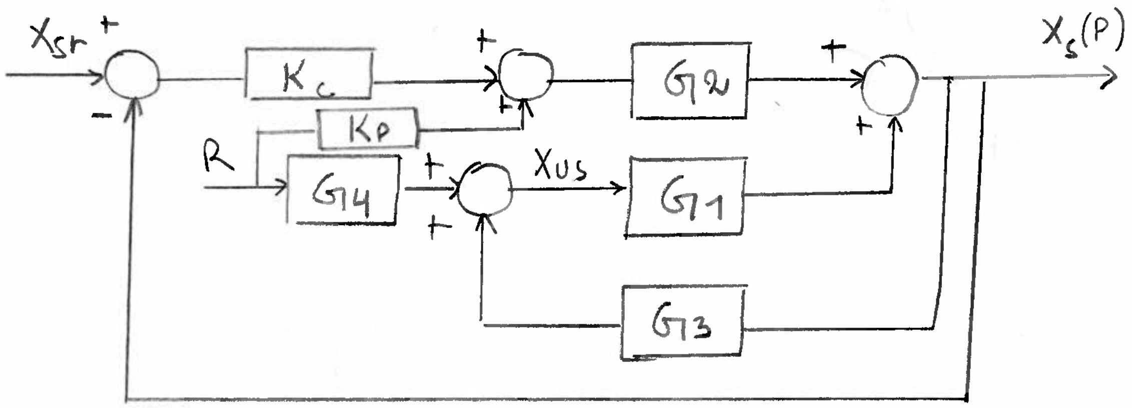
→ non réalisable 0,5

$K_p = \frac{-R_t}{R_s + R_t}$

$\frac{X_s}{R} = \frac{G_1 K_p + G_1 G_4}{1 + K_c G_2 - G_1 G_3}$

5. L'objectif à présent est de proposer une structure d'anticipation statique avec un gain K_p pour assurer $\epsilon_{stat/pert} = 0$ en régime permanent. Représenter le schéma de commande de Fig.2 enrichi d'une action d'anticipation K_p par rapport à la perturbation R.

2



6. Déterminer les valeurs de K_c et K_p pour assurer un rejet de perturbation, i.e. $\epsilon_{stat/pert} = 0$ en régime permanent.

1,5

$$\frac{X_s}{R} = \frac{K_p G_2 + G_1 G_4}{1 + K_c G_2 - G_1 G_3}$$

$\varepsilon_{stat/pert} = 0$ si $\boxed{K_p = \frac{-G_1(0)\, G_4(0)}{G_2(0)} = \frac{-R_s R_t}{R_s + R_t}}$ 1

$\boxed{K_c \text{ n'a pas d'influence sur le rejet de perturbation}}$

7. Quelles sont les conditions nécessaires afin de pouvoir implémenter la structure de commande avec anticipation par rapport à la perturbation dans un cadre expérimental (sur un véhicule réel). Proposer des solutions afin de satisfaire ces conditions.

1

- R mesurable 0,5
- Ex: Laser 0,5

8. Proposer une structure différente de K_c afin de satisfaire une erreur de suivi de consigne nulle. Justifiez votre réponse.

1 - Ajout d'un intégrateur

ou

- Action d'anticipation/consigne.

8

Exercice 2: Tracé dans le plan de Bode

Soit la fonction de transfert suivante:

$G(p) = \frac{K(1+\tau_1 p)p}{(1+\tau_2 p)(1+\tau_3 p)}$; avec $0 < K < 1$ et $0 < \tau_1 < \tau_2 < \tau_1 < 1$.

τ_3

1. Calculer et tracer les asymptotes du gain et de la phase du diagramme de Bode de $G(p)$. Expliquer en détail comment les asymptotes sont obtenues. Tracer grossièrement les diagrammes de Bode de gain et de phase en se basant sur les asymptotes. Représenter les marges de gain et de phase du système sur ce diagramme de Bode.

$G(p) = \frac{K(1+\tau_1 p)p}{(1+\tau_2 p)(1+\tau_3 p)}$, $0<K<1$, $0<\tau_3<\tau_2<\tau_1$