

Automatique linéaire I

2021-2022

TD 3: Commande par anticipation des systèmes linéaires invariants et rejet de perturbations

Exercice 1: Commande par anticipation par rapport à la consigne

Soit un système $H(p)$ contrôlé par un correcteur $C(p)$ avec une action d'anticipation $A(p)$ et soumis à une perturbation $D(p)$.

$$H(p) = \frac{1}{1+\tau p}$$

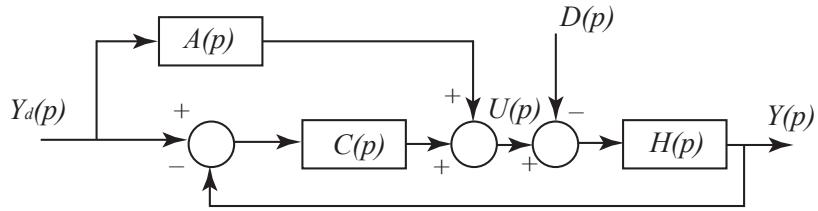


Fig. 1: Schéma de commande.

1. Exprimer les fonctions de transfert $F_1(p) = \frac{Y(p)}{Y_d(p)}$ et $F_2(p) = \frac{Y(p)}{D(p)}$.
2. Déterminer les valeurs des erreurs $\epsilon_{stat/cons} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{Y_d(p) - Y(p)}{Y_d(p)}$ et $\epsilon_{stat/pert} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{Y(p)}{D(p)}$ dans les cas suivants:
 - (a) $A(p) = 0$ et $C(p) = K_c$.
 - (b) $A(p) = 0$ et $C(p) = \frac{K_c(1+\tau_c p)}{p}$.
 - (c) $A(p) = A_0$ et $C(p) = K_c$.
 - (d) $A(p) = A_0$ et $C(p) = \frac{K_c(1+\tau_c p)}{p}$.

Comparer les différentes solutions en terme de précision de suivi de consigne et de rejet de perturbation. Quelle est l'influence de l'anticipation sur la réponse fréquentielle de $F_2(p)$.

Exercice 2: Commande d'un vérin hydraulique et rejet de perturbation

On étudie le système de positionnement représenté sur la figure 2. Un cube de masse M , en translation selon un axe $(O; \vec{x})$ est mu par un vérin lui appliquant une force $f_a(t)$. L'axe $(O; \vec{x})$ fait avec l'horizontale un angle constant θ (Fig.2).

Le mouvement du cube est régi par l'équation suivante:

$$M\ddot{x}(t) + \mu\dot{x}(t) = f_a(t) - T_p$$

Où μ est le coefficient de frottement visqueux et $f_a(t)$ est la force exercée par le vérin. L'effet de la pente peut être assimilé à une perturbation constante $T_p = Mg \sin(\theta)$ avec $g = 9.81$

Le système d'entrée $f_a(t)$ et de sortie $x(t)$ peut ainsi être modélisé par la fonction de transfert :

$$G_2(p) = \frac{1}{Mp^2 + \mu p}$$

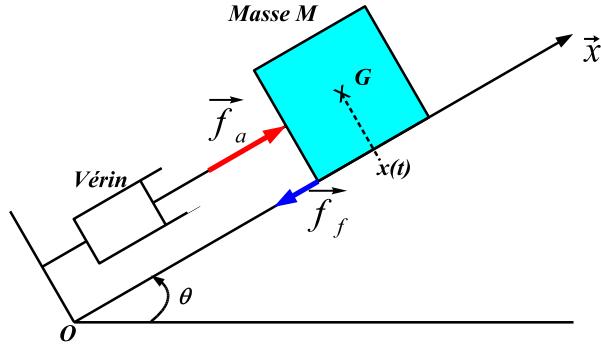


Fig. 2: Système de positionnement formant un angle θ avec l'axe horizontale.

La force $f_a(t)$ exercée par le vérin hydraulique peut être commandée à l'aide du courant $i(t)$ injecté dans une servovalve commandable en pression. La fonction de transfert entre le courant $i(t)$ et la pression différentielle $p(t)$ entre les deux chambres du vérin est :

$$\frac{P(p)}{I(p)} = \frac{k_v}{1+\tau_v p}$$

Où $P(p) = L\{p(t)\}$ et $I(p) = L\{i(t)\}$. La force $f_a(t)$ est, quant-à -elle, donnée par :

$$f_a(t) = Ap(t)$$

Où A est l'aire du piston. Le comportement du vérin i.e. du système d'entrée $i(t)$ et de sortie $f_a(t)$ peut donc être modélisé par la fonction de transfert :

$$G_1(p) = \frac{F_a(p)}{I(p)} = \frac{Ak_v}{1+\tau_v p}$$

Le système d'entrée $i(t)$ et de sortie $x(t)$ peut ainsi être modélisé par la fonction de transfert :

$$G(p) = G_1(p)G_2(p)$$

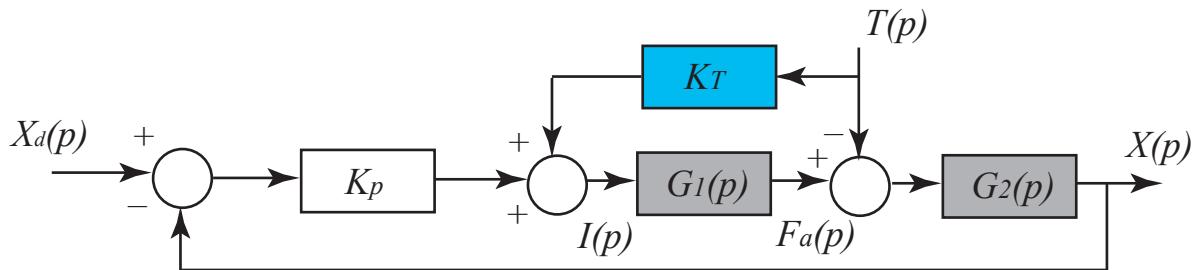


Fig. 3: Système de commande avec anticipation par rapport à la perturbation.

Le système est contrôlé par le schéma de commande représenté sur la figure 3.

1. Exprimer les fonctions de transfert $F_1(p) = \frac{X(p)}{X_d(p)}$ et $F_2(p) = \frac{X(p)}{T(p)}$.
2. Déterminer les valeurs des erreurs $\epsilon_{stat/cons} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{X_d(p) - X(p)}{X_d(p)}$ et $\epsilon_{stat/pert} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{X(p)}{T(p)}$.
3. Pour quelle valeur de K_T le rejet de perturbation est assuré en régime permanent.
4. Expliquer pour quelle raison une action d'anticipation par rapport à la consigne est inutile pour ce système.

Exercice 3 (supplémentaire): Anticipation par estimation

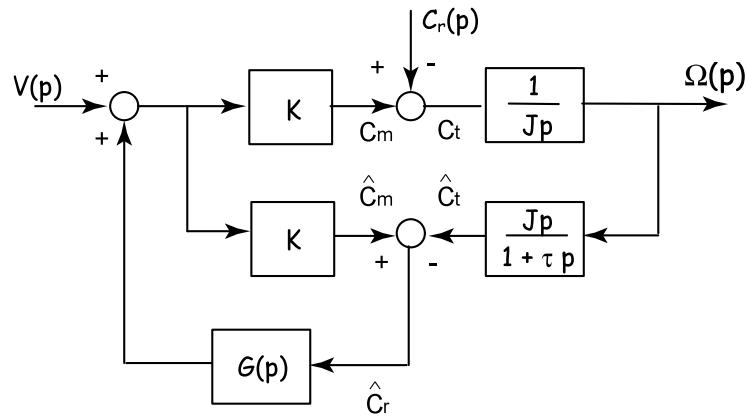


Fig. 4: Système de commande avec anticipation par estimation.

Soit le système représenté dans figure 3.

1. Exprimer $H_1(p) = \frac{\Omega(p)}{V(p)}$ et $H_2(p) = \frac{\Omega(p)}{C_r(p)}$.
2. $G(p) = g_0$.
3. Etudier la réponse fréquentielle de la fonction $H_1(p)$.
4. Comment choisir la constante de temps τ du filtre?
 - (a) $G(p) = \frac{K_m}{1+\tau_m p}$.
 - (b) Determiner les paramètres K_m et τ_m permettant d'éliminer la perturbation.
 - (c) Comment est modifiée la réponse fréquentielle de $H_1(p)$?

Exercice 4 (supplémentaire): Commande par anticipation d'une suspension active

Les véhicules sont des systèmes extrêmement complexes, composés d'une multitude de sous-systèmes qui ont pour objectif d'améliorer le confort et la sécurité au travers de solutions passives (telles la structure du véhicule, les ceintures de sécurité, etc.) ou actives (tel l'ESC, l'ABS, les suspensions pilotées etc.). Ces solutions impliquent différents domaines de compétences dans l'ingénierie tel que le contrôle commande. Les suspensions passives conventionnelles utilisent un ressort et un amortisseur entre le corps du véhicule et l'ensemble de roues ce qui conduit à un compromis entre le confort des passagers et la tenue de route. Les suspensions actives permettent au concepteur d'équilibrer ces objectifs en utilisant un actionneur hydraulique, contrôlé par rétroaction (boucle fermée), entre le châssis et l'ensemble des roues.

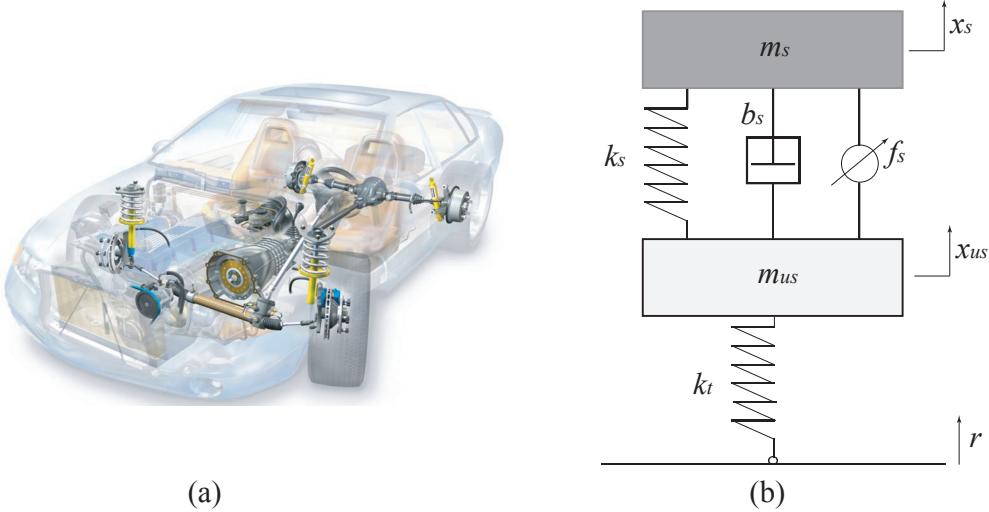


Fig. 5: Schéma CAO du châssis d'un véhicule (a) et modèle quart de véhicule équivalent incluant une suspension active générant une force f_s .

Dans cet exercice, nous nous intéressons à la modélisation et à la commande par anticipation d'une suspension active en utilisant un modèle quart de véhicule équivalent (Fig. 5). La masse suspendue m_s représente le châssis de la voiture, tandis que la masse non suspendue m_{us} représente l'ensemble de la roue. Le ressort de raideur k_s et l'amortisseur de coefficient b_s sont passifs et sont placés entre la carrosserie et la roue, tandis que le ressort de raideur k_t sert à modéliser la compressibilité pneumatique. Les variables x_s , x_{us} correspondent respectivement au déplacement vertical de la carrosserie et celui de la roue. La variable r représente la perturbation due au profil de la route. La force f_s appliquée entre les masses suspendue et non suspendue, est contrôlée par rétroaction (commande en boucle fermée) et représente le composant actif du système de suspension. Les équations dynamiques de ce système sont:

$$\ddot{x}_s = -\frac{1}{m_s} [k_s(x_s - x_{us}) + b_s(\dot{x}_s - \dot{x}_{us}) - f_s] \quad (1)$$

$$\ddot{x}_{us} = \frac{1}{m_{us}} [k_s(x_s - x_{us}) + b_s(\dot{x}_s - \dot{x}_{us}) - k_t(x_{us} - r)] \quad (2)$$

Le schéma fonctionnel de la commande en boucle fermée de la suspension active est représenté sur Fig.6. Les fonctions de transfert $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ et $G_4(p)$ sont issues des modèles dynamiques (1) et (2) en considérant les conditions initiales nulles.

$$X_s(p) = TL[x_s(t)], X_{us}(p) = TL[x_{us}(t)], F_s(p) = TL[f_s(t)], R(p) = TL[r(t)].$$

p est la variable de Laplace.

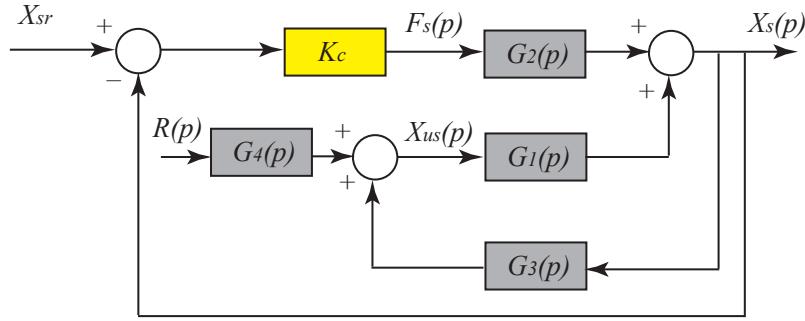


Fig. 6: Schéma de commande de la suspension active.

L'objectif est de rendre la sortie X_s insensible à l'effet de la perturbation R en régime permanent. La consigne de la commande est X_{rs} . Pour le moment la commande est un simple gain proportionnel K_c .

- (a) Déterminer les expressions des fonctions de transfert $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ et $G_4(p)$ en fonction des éléments du système. Les fonctions déterminées sont elles causales ? Justifier.
- (b) Déterminer les expressions du gain statique, des zéros et des pôles de chaque fonction $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ et $G_4(p)$.

Nous considérons que $b_s^2 < 4m_s k_s$ et $b_s^2 < 4m_{us}(k_s + k_t)$

- (c) Exprimer en régime permanent la fonction de transfert $F_1 = \frac{X_s}{X_{sr}}$ et $F_2 = \frac{X_s}{R}$.
- (d) Déterminer les valeurs des erreurs $\epsilon_{stat/cons} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{X_{sr}(p) - X_s(p)}{X_{sr}(p)}$ et $\epsilon_{stat/pert} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{X_s(p)}{R(p)}$. Sachant que k_s est non nulle, Quelle est la condition sur la structure du véhicule pour assurer $\epsilon_{stat/pert} = 0$. Cette condition est elle logique? Réalisable ? Pourquoi ?
- (e) L'objectif à présent est de proposer une structure d'anticipation statique avec un gain K_p pour assurer $\epsilon_{stat/pert} = 0$ en régime permanent. Représenter le schéma de commande de Fig.6 enrichi d'une action d'anticipation K_p par rapport à la perturbation R .
- (f) Déterminer les valeurs de K_c et K_p pour assurer un rejet de perturbation, i.e. $\epsilon_{stat/pert} = 0$ en régime permanent.
- (g) Quelles sont les conditions nécessaires afin de pouvoir implémenter la structure de commande avec anticipation par rapport à la perturbation dans un cadre expérimental (sur un véhicule réel). Proposer des solutions afin de satisfaire ces conditions.
- (h) Proposer une structure différente de K_c afin de satisfaire une erreur de suivi de consigne nulle. Justifiez votre réponse.