Master Automatique-Robotique
Automatique Linéaire II - ER1
Mercredi 4 décembre 2019

Seule une feuille aide mémoire au format A4 est autorisée. Tout autre document est interdit. Tout support électronique est interdit.

Exercice 1: Un système de commande est défini par le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} \ddot{\xi} = -\xi + z + u_1 + u_2 \\ \ddot{z} = z - \xi + u_1 \end{cases} \tag{1}$$

avec $u_1, u_2 \in \mathbb{R}$ les variables de commande, et $\xi, z \in \mathbb{R}$.

1) Mettre les équations sous la forme d'un système linéaire du type $\dot{x} = Ax + Bu$.

2) Ce système est-il commandable dans les cas suivants:

a) Lorsque les deux commandes u_1, u_2 sont disponibles?

b) Lorsque seule la commande u_1 est disponible? (i.e., l'actionneur associé à la commande u_2 est tombé en panne)

c) Lorsque seule la commande u_2 est disponible? (i.e., l'actionneur associé à la commande u_1 est tombé en panne)

3) Ce système est-il asymptotiquement stable en boucle ouverte, i.e., avec $u_1 = u_2 = 0$?

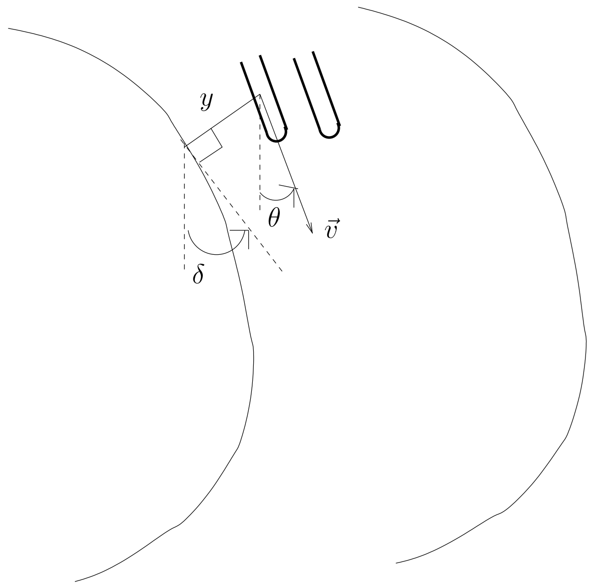
4) Ce système est-il stable en boucle ouverte? (On pourra étudier la dynamique de $\xi - z$)

5) Synthétiser une commande par retour d'état telle que les valeurs propres du système en boucle fermée soient données par l'ensemble $E = \{-1; -2; -3 + j, -3 - j\}$.

Exercice 2: L'hiver arrive. Chaussez vos skis! On s'intéresse à la commande d'un (robot?) skieur. Sous réserve de nombreuses simplifications (pistes vertes plutôt que noires, skieur débutant, etc), on peut modéliser la dynamique du skieur par les équations suivantes (voir schéma ci-dessous):

$$\begin{cases} \dot{y} &= v \sin(\theta - \delta) \\ m\dot{v} &= mg \sin\alpha - \tau v - cv^2 + u_1 \\ J\ddot{\theta} &= u_2 \end{cases} \tag{2}$$

où



- $y \in \mathbb{R}$ désigne la distance du skieur au bord de la piste, i.e., l'écart latéral entre le skieur et le bord de piste;
- $v \in \mathbb{R}$ désigne l'intensité du vecteur vitesse $\vec{v}$ du skieur;
- $\theta \in \mathbb{R}$ désigne l'orientation du skieur;
- $\delta \in \mathbb{R}$ désigne l'orientation de la piste;
- u_1, u_2 sont les entrées de commande, et correspondent respectivement à la force et au couple exercés sur le skieur par l'intermédiaire de ses batons;
- $m, g, \delta, \alpha, \tau, c, J > 0$ sont des paramètres supposés constants afin de simplifier cette étude (masse, constante de gravité, orientation de la piste, pente de la piste, coefficient de frottement des skis sur la neige, coefficient de trainée aérodynamique du skieur, inertie).

1) Déterminer les points d'équilibre du système, et donner une interprétation physique de ces points d'équilibre.

2) Déterminer les systèmes linéarisés tangents du système autour de ses points d'équilibre.

3) Proposer une loi de commande par retour d'état permettant de contrôler (i.e., stabiliser asymptotiquement) l'écart latéral y entre le skieur et la piste à une valeur désirée $y_d > 0$, et la vitesse v du skieur à une valeur désirée $v_d > 0$. Que se passe t-il au niveau de la commande si v_d tend vers zéro, et comment doit-on choisir les gains de commande pour que la commande reste bien définie dans ce cas?

4) Justifier le fait qu'en évaluant visuellement sa distance au bord de la piste, le skieur dispose de suffisamment d'information pour contrôler cette distance.