Sorbonne Université
Master Spi

Introduction à la robotique

TD N°3 : Modélisation géométrique directe et inverse

Exercice 1 : Robot RRPR Adept Cobra S600

On considère le robot Adept Cobra S600 qui est représenté et schématisé sur la figure 1. C'est un manipulateur industriel de type RRPR composé de 4 solides S_1, S_2, S_3, S_4, un bâti S_0 et 3 liaisons ($S_0 - S_1$: pivot, $S_1 - S_2$: pivot, $S_2 - S_3$: glissière et $S_3 - S_4$: pivot).
On note $[p_x, p_y, p_z]^T$ les coordonnées de E dans $\mathcal{R}_0$ et $\phi = (\widehat{\vec{x}_0, \vec{x}_E})$ mesuré autour de $\vec{z}_0$.

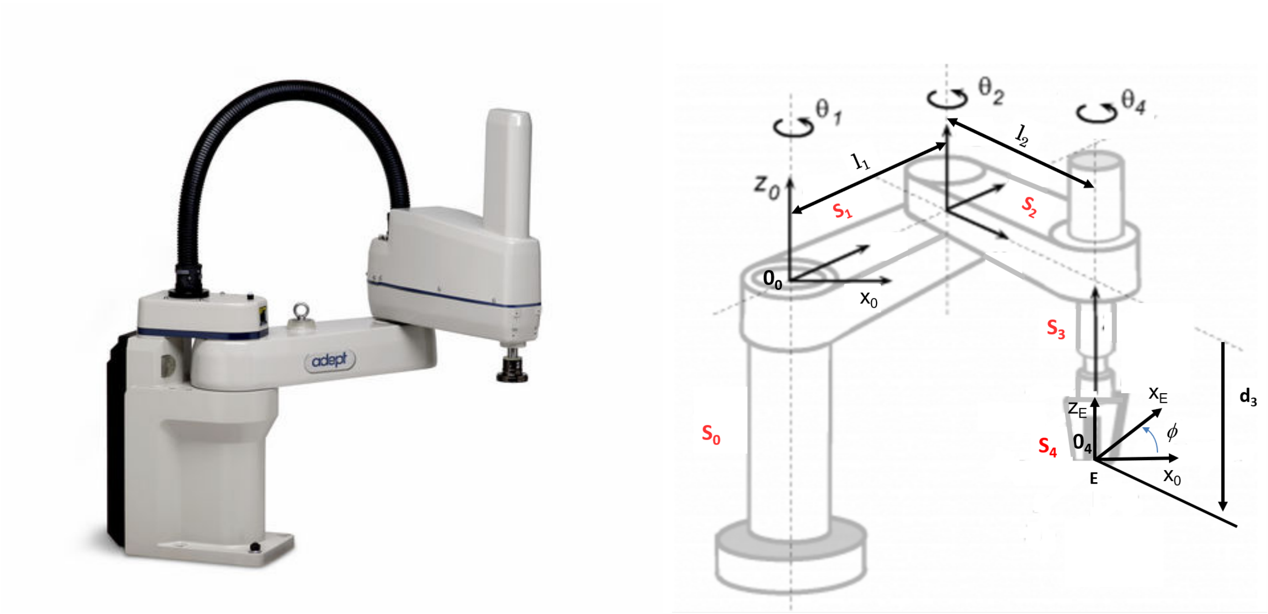

FIGURE 1 – [Gauche] : Robot Adept Cobra S600. [Droite] : Robot RRPR - Placement des repères

1. En utilisant Chasles, donner les coordonnées $[p_x, p_y, p_z]^T$ en fonction des 3 paramètres du robot $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ et $d_3(t)$.
2. Exprimer ϕ en fonction $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ et $\theta_4(t)$.
3. En déduire le modèle géométrique direct $\mathbf{x} = [p_x, p_y, p_z, \phi]^T$ en fonction des paramètres articulaires $\mathbf{q} = [\theta_1(t), \theta_2(t), d_3(t), \theta_4(t)]^T$.
4. Vérifier ces relations en utilisant les matrices de transformation homogènes. On donnera pour cela ${}^0\mathbf{T}_1(\mathbf{q})$, ${}^1\mathbf{T}_2(\mathbf{q})$, ${}^2\mathbf{T}_3(\mathbf{q})$, ${}^3\mathbf{T}_4(\mathbf{q})$, ${}^4\mathbf{T}_E(\mathbf{q})$ et ${}^0\mathbf{T}_E(\mathbf{x})$.
5. Résoudre le modèle géométrique inverse qui donne $\mathbf{q}$ en fonction de $\mathbf{x}$. Combien de solutions au problème inverse ?
6. Comment peut-on définir l'espace de travail du robot.

Exercice 2 : Robot RPPR

Soit le robot RPPR à 4 degrés de liberté décrit schématiquement sur la figure ci-dessous.

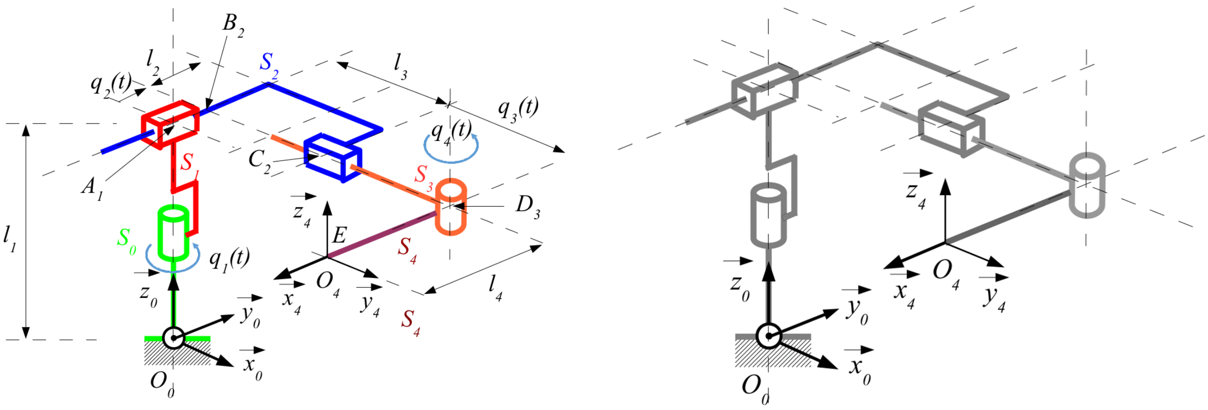

FIGURE 2 – Robot RPPR représenté schématiquement - ET - Placement des repères DH

Ce robot est constitué de 5 corps solides notés S_0, S_1, S_2, S_3 et S_4 articulés entre eux de la façon suivante :

- la liaison entre les corps S_0 et S_1 est une liaison pivot d'axe vertical, paramétré par l'angle q_1,
- la liaison entre les corps S_1 et S_2 est une liaison glissière d'axe horizontal perpendiculaire à l'axe de la liaison précédente ; paramétré par la distance q_2,
- la liaison entre les corps S_2 et S_3 est une liaison glissière d'axe horizontal perpendiculaire à l'axe de la liaison précédente ; paramétré par la distance q_3,
- la liaison entre les corps S_3 et S_4 est une liaison pivot d'axe vertical perpendiculaire à l'axe de la liaison précédente, paramétré par l'angle q_4.

Le corps S_4 est une tige dont l'extrémité, notée P, se situe à la distance l_4 de l'axe de la liaison $S_3 - S_4$.

1. Les repères $\mathcal{R}_0$ à $\mathcal{R}_4$ étant données. Compléter sur la Figure 2 les autres repères $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$ et $\mathcal{R}_3$ conformément à la convention Denavit-Hartenberg.
2. Donner sur le tableau suivant les paramètres de Denavit et Hartenberg associés.
3. Expliquer sans faire explicitement le calcul comment obtenir ${}^0T_4(\boldsymbol{q})$ en prenant soin de donner chaque transformation.
4. Combien de paramètres opérationnels sont commandables ? Lesquels ?
5. **On supprime désormais la dernière liaison** $S_3 - S_4$**.** Calculer la transformation ${}^0T_3(\boldsymbol{q})$ en fonction de q_1, q_2, q_3 et en déduire la position du point D_3 dans le repère $\mathcal{R}_0$.
6. Retrouver ces relations avec une méthode géométrique (Chasles).
   Quelles sont les composantes opérationnelles commandables ?
7. Dans le cas où $q_1 = 0$, simplifier ces relations et donner le modèle géométrique inverse qui exprime les variables articulaires q_2, q_3 en fonction des variables opérationnelles commandables ?
8. Dans le cas où $q_2 = 0$, simplifier ces relations et donner le modèle géométrique inverse qui exprime les variables articulaires q_1, q_3 en fonction des variables opérationnelles commandables ?