

## MU4RBI04 Robotique : TP 1– Résolution du modèle géométrique inverse du bras STAUBLI RX90

...

### Consignes pour le rapport

- Votre code doit être clair et bien commenté.
- Vous devez fournir un rapport format pdf contenant les réponses aux questions. Le nom de ce fichier sera *votre-nom-tp1.pdf*.
- *Le fichier du code Matlab à compléter et à rendre devra être nommé votre-nom-IK-RX90.m. Les deux fichiers doivent être mis dans un dossier (zip ou rar) nommé votre-nom puis déposé dans le répertoire Compte-Rendu-TP1 sur Moodle.*

### 1 Objectif

L'objectif de ce TP est de comprendre, résoudre et d'implémenter les notions théoriques des modèles géométriques directe et inverse d'un manipulateur sériel. Ce travail s'appuie sur un exemple relativement classique de structure de bras anthropomorphe qui est le Staubli RX90. Le travail demandé est de compléter l'ensemble des fonctions Matlab données en y intégrant la résolution du MGI (IK Inverse Kinematic).

### 2 Introduction

On considère le bras sériel Staubli RX90 représenté sur la figure (1) dont les paramètres de Denavit-Hartenberg sont donnés dans le tableau 1. Les figures 2 et 3 rappellent cette convention et définit les repères de liaison, de la base et de l'effecteur.

$i$	1	2	3	4	5	6
$d_i$	0	0	0	$L_3$	0	$L_6$
$\theta_i$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\theta_6$
$a_i$	0	$L_2$	0	0	0	0
$\alpha_i$	$\pi/2$	0	$+\pi/2$	$-\pi/2$	$+\pi/2$	0

TABLE 1 – Paramètres Denavit-Hartenberg du Staubli RX90

La matrice de transformation homogène du repère  $\{B\}$  vers le repère  $\{A\}$  est notée  ${}^AT_B$ . La transformation  ${}^{i-1}T_i$  entre deux corps liés par la liaison  $i$  s'écrit, en fonction des paramètres de DH-modifié,

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i}c_{\alpha_i} & s_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

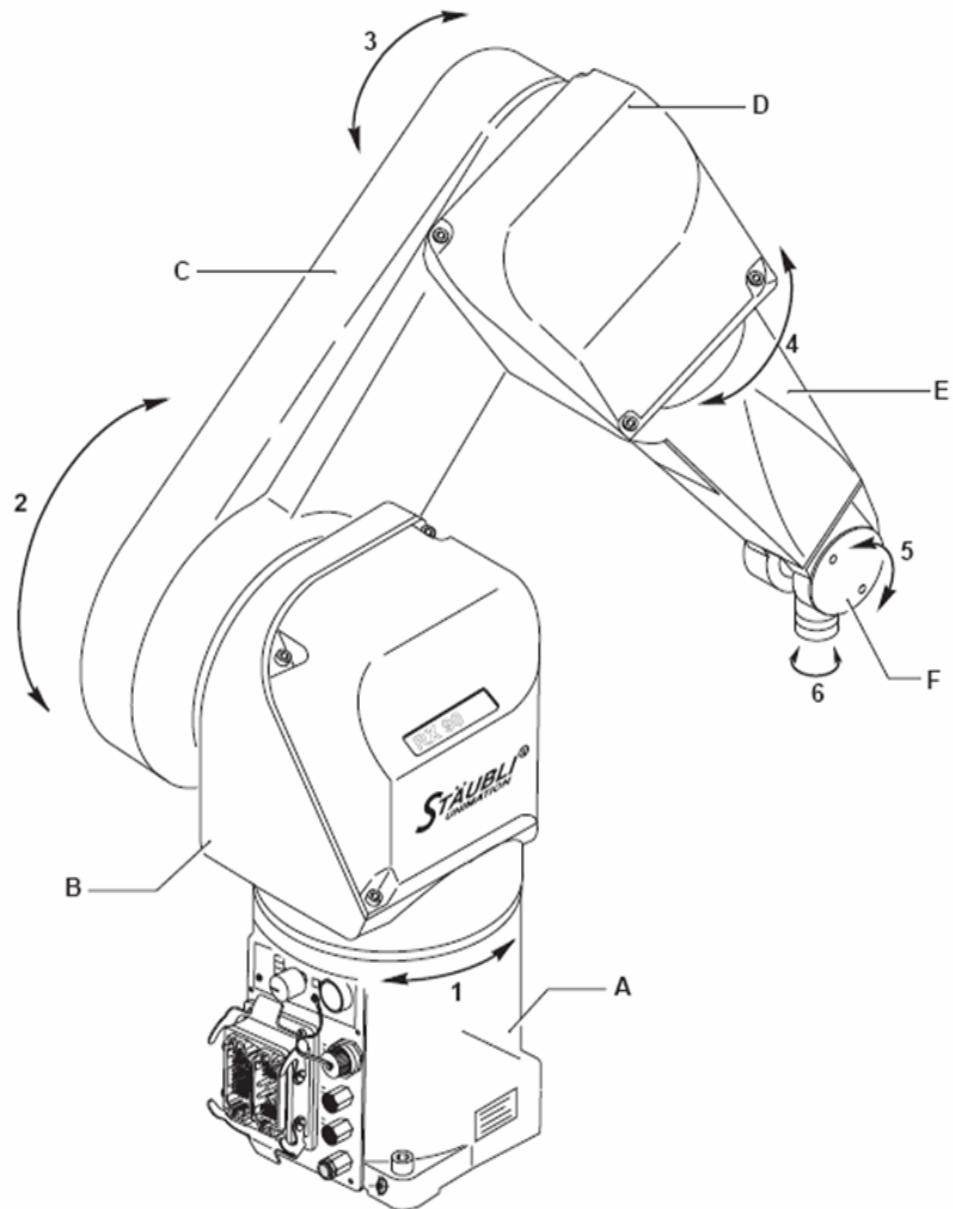


FIGURE 1 – Vue 3D du Staubli RX90.

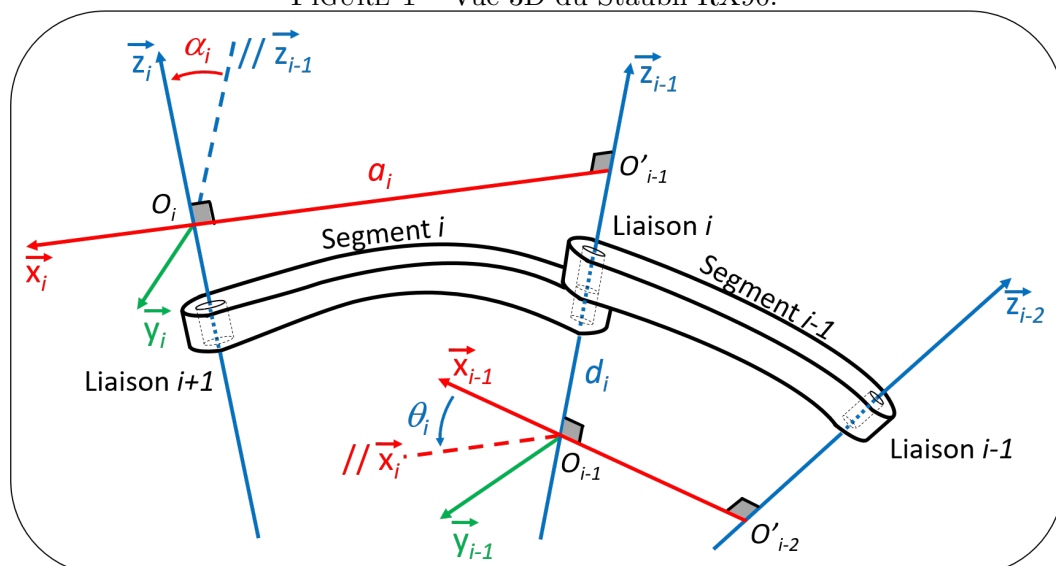


FIGURE 2 – Rappel de la convention DH.



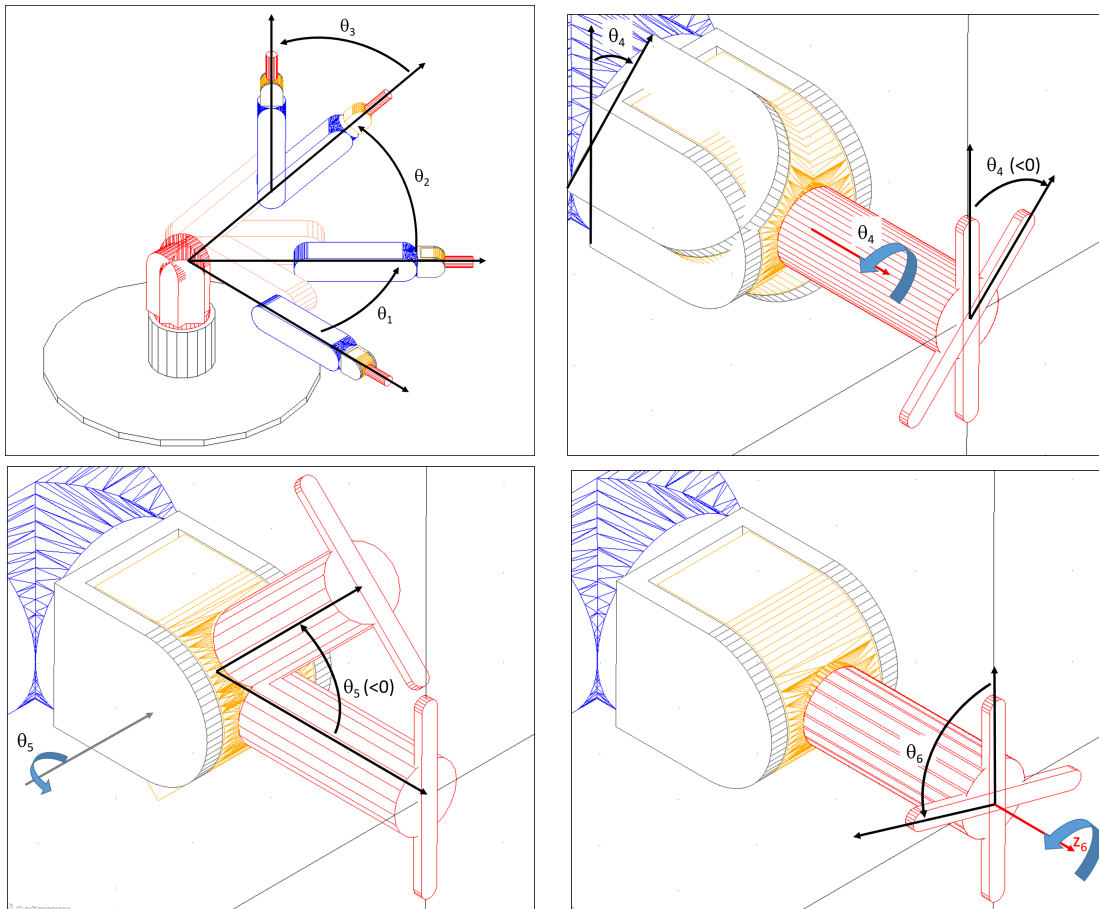


FIGURE 4 – Illustration des différentes rotations

On rappelle la relation de composition des matrices de transformations entre la base (0) et l'effecteur (6)

$${}^0T_6 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 {}^4T_5 {}^5T_6. \quad (2)$$

### 3 Solution du modèle géométrique inverse

#### 3.1 Poignées à axes concourants

Pour les robots 6R où les 3 dernières pivot sont à axes concourants, il existe un point particulier dont la position ne dépend que des 3 premiers angles articulaires. Ce point est le centre de la poignée  $O_4$ . Dans le cas où la configuration de l'effecteur  $\{6\} \equiv \{E\}$  est connue par sa position  $\mathbf{p}_E$  et son orientation  ${}^0_E R$ , la position  $\mathbf{p}_4$   $O_4$  dans  $\{0\}$  peut être calculée par

$$\mathbf{p}_4 = \mathbf{p}_E - {}^0R_6 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L6 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

#### 3.2 Résolution de $\theta_1$

Connaissant  $\mathbf{p}_4$ , on montre assez aisément que

$$\begin{cases} \theta_1 = \arctan2(p_{4_2}, p_{4_1}) \\ \theta'_1 = \arctan2(p_{4_2}, p_{4_1}) + \pi \end{cases} \quad (4)$$

#### 3.3 Résolution de $\theta_2$ et $\theta_3$

En utilisant les matrices homogènes ou par un simple raisonnement graphique, on montre

$$\begin{aligned} p_{04x} &= L3*(C1*C2*S3 + C1*C3*S2) + C1*C2*L2 \\ p_{04y} &= L3*(C2*S1*S3 + C3*S1*S2) + C2*L2*S1 \\ p_{04z} &= L3*(S2*S3 - C2*C3) + L2*S2 \end{aligned}$$

Connaissant  $\theta_1$ , on obtient  $\theta_2$

$$\theta_2(\theta_1) = \arctan2\left(BC - \epsilon A \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}, AC + \epsilon B \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}\right).$$

avec

$$\begin{aligned} A &= 2L_2\lambda, \quad B = 2L_2p_{O4_z}, \quad C = \lambda^2 + p_{O4_z}^2 + L_2^2 - L_3^2, \\ \lambda &= p_{O4_x}C_{\theta_1} + p_{O4_y}S_{\theta_1}, \quad \epsilon = \{-1, 1\} \end{aligned}$$

puis  $\theta_3$  en fonction  $\theta_1$  et  $\theta_2$

$$\theta_3(\theta_1, \theta_2) = \arctan2(\lambda C_{\theta_2} + p_{O4_z}S_{\theta_2} - L_2, \lambda S_{\theta_2} - p_{O4_z}C_{\theta_2}).$$

### 3.4 Résolution de $\theta_5$ , $\theta_4$ et $\theta_6$

On commence par calculer  ${}^0T_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  puis  ${}^3T_6 = [{}^0T_3]^{-1} {}^0T_6$   
Si on note

$${}^3T_6 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Aussi

$${}^3T_6 = {}^3T_4 {}^4T_5 {}^5T_6 = \begin{bmatrix} C_{\theta_6}C_{\theta_5}C_{\theta_4} - S_{\theta_6}S_{\theta_4} & -S_{\theta_6}C_{\theta_5}C_{\theta_4} - C_{\theta_6}S_{\theta_4} & S_{\theta_5}C_{\theta_4} & L_6S_{\theta_5}C_{\theta_4} \\ C_{\theta_6}C_{\theta_5}S_{\theta_4} + S_{\theta_6}C_{\theta_4} & -S_{\theta_6}C_{\theta_5}S_{\theta_4} + C_{\theta_6}C_{\theta_4} & S_{\theta_5}S_{\theta_4} & L_6S_{\theta_5}S_{\theta_4} \\ -C_{\theta_6}S_{\theta_5} & S_{\theta_6}S_{\theta_5} & C_{\theta_5} & L_6C_{\theta_5} + L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\theta_5(\theta_1, \dots, \theta_3) = \arctan2\left(\sqrt{r_{13}^2 + r_{23}^2}, r_{33}\right).$$

$$\begin{cases} \theta_4(\theta_1, \dots, \theta_3) = \arctan2(p_2, p_1) \text{ si } S_{\theta_5} \neq 0 \\ \theta_4 \text{ arbitraire si } S_{\theta_5} = 0 \end{cases}$$

Si  $S_{\theta_5} = 0$ , une valeur arbitraire de  $\theta_4$  peut être choisie.

$$[{}^0T_5]^{-1} {}^0T_6 = {}^5T_6.$$

$$[{}^0T_5]^{-1} {}^0T_6 = \begin{bmatrix} r'_{11} & r'_{12} & r'_{13} & p'_1 \\ r'_{21} & r'_{22} & r'_{23} & p'_2 \\ r'_{31} & r'_{32} & r'_{33} & p'_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\theta_6$  peut être déduit

$$\theta_6(\theta_1, \dots, \theta_5) = \arctan2(r'_{21}, r'_{11}).$$

D'autres solutions pour  $\theta_4$ ,  $\theta_5$  et  $\theta_6$  existent :

$$\begin{aligned} \theta'_4 &= \theta_4 + \pi \\ \theta'_5 &= -\theta_5 \\ \theta'_6 &= \theta_6 + \pi. \end{aligned}$$

## 4 Questions préliminaires

1. Pourquoi utilise-t-on la fonction *atan2* plutôt que *atan*?
2. Expliquer brièvement pourquoi deux solutions pour  $\theta_1$  existent.
3. Expliquer brièvement pourquoi deux solutions pour  $\theta_2$  existent.
4. Expliquer brièvement pourquoi deux solutions existent pour  $\{\theta_4, \theta_5, \theta_6\}$ .
5. Pour une position et orientation données de l'effecteur, combien de solutions différentes au problème géométrique inverse existent ?

## 5 Implémenter le code

Un ensemble de fonction Matlab vous est fourni. Ces fonctions permettent la représentation du robot sous interface graphique et la possibilité de spécifier une configuration cible de l'effecteur. Ces fonctions peuvent être lancées à partir de script *main-geom-motion-RX90.m*.

- La commande **Go** permet de positionner le manipulateur sur une configuration articulaire  $\mathbf{q}$  défini dans le champ en face. Cette fonction fonctionne et à tester ( $\mathbf{q}$  est en radian).
- Une fois l'inverse géométrique programmé, "IK Go" permet de positionner le robot à partir de sa la pose opérationnelle, Goal EE position and Orientation à partir de sa matrice de rotation (EE veut dire End Effector).
- Le champ Solution Number IK permet de spécifier l'indice de la solution du MGI.
- Pour info, le bouton IVK permet d'aller à la cible opérationnelle spécifiée grâce à une interpolation linéaire dans l'espace de paramètres opérationnels. Ce mode ne permet pas de contrôler la configuration finale. A l'inverse, IK ne permet pas de contrôler la trajectoire opérationnelle entre la configuration initiale et la configuration finale. Cette opération est donnée pour information et nécessite la connaissance du modèle cinématique du robot et sa Jacobienne, qui seront vus en cours.

Votre code doit être écrit dans la fonction *IK-RX90.m* qui doit déterminer les solutions du MGI.

1. Ajouter les commandes nécessaires dans la fonction *IK-RX90.m* qui doit résoudre le MGI. **Aucune autre fonction ne doit être changée !** Il est recommandé de faire une boucle sur le nombre total de solutions, pour remplir au fur à mesure une matrice (8,6) de toutes les solutions du vecteur  $\boldsymbol{\theta}$  afin de maintenir la correspondances des angles articulaires car  $\theta_2 = f(\theta_1)$ , puis  $\theta_3 = g(\theta_2(\theta_1)), \dots$
2. Tester vos solutions pour différentes entrées. Un exemple est donné à la fin de la fonction matlab *IK-RX90.m*
3. Choisir **une autre pose** de l'organe terminal et donner les représentations graphiques des 8 configurations obtenues par le MGI en utilisant des captures d'écran.
4. Quel critère doit être considéré pour le choix parmi les différentes solutions ?
5. Ajouter les instructions nécessaires pour prendre en compte ceci.
6. Ajouter les instructions nécessaires traiter les poses non-atteignables.

## 6 Analyse

1. Pour une pose de l'effecteur, est-il possible d'aller d'une configuration  $\boldsymbol{\theta}$  à une autre tout en maintenant cette pose ? pourquoi ?
2. Est-ce que le MGI prend en compte les contraintes d'évitement d'obstacle ? Comment cela peut être pris en compte ?
3. Tout autre ajout ou analyse personnel sont le bienvenus.