Introduction à la robotique

TD N° 4 : Modèle cinématique des robots manipulateurs

Exercice 1

On considère l'interface haptique Phantom montré sur la figure. Ce système est utilisé pour imposer des déplacements à des objets virtuels et faire percevoir à l'opérateur des efforts calculés par une simulation. L'interface posée sur un support fixe est constituée d'un mécanisme à l'extrémité duquel se trouve un stylet manipulé par l'opérateur. Le mécanisme est composé de 3 liaisons rotoïdes en série et le crayon est articulé sur le mécanisme par une liaison de type sphérique (équivalente à 3 liaisons de rotation d'axes orthogonaux et concourants en un point O_3). Les trois premières liaisons rotoïdes sont motorisées. Les trois dernières sont passives (non actionnées).

1. Déterminer les coordonnées du vecteur position O_3 dans R_0.
2. En déduire le modèle cinématique direct et la matrice jacobienne donc au point O_3.
3. Déterminer les configurations singulières en position du mécanisme. Dire comment elles sont reliées aux frontières du domaine de travail en position.
4. Déterminer la force qui est naturellement transmise par le mécanisme sur le stylet dans l'une des configurations singulières.
5. On note m_i la masse du segment i et d_i la distance entre son centre de gravité et l'articulation proximal. Calculer les couples actionneurs permettant d'équilibrer les forces de gravité s'exerçant sur les différents corps du mécanisme (le stylet étant considéré comme de masse négligeable).
6. Déterminer les couples moteurs permettant de simuler par la commande une force pure sur le crayon (les forces de gravité étant considérées compensées par ailleurs).

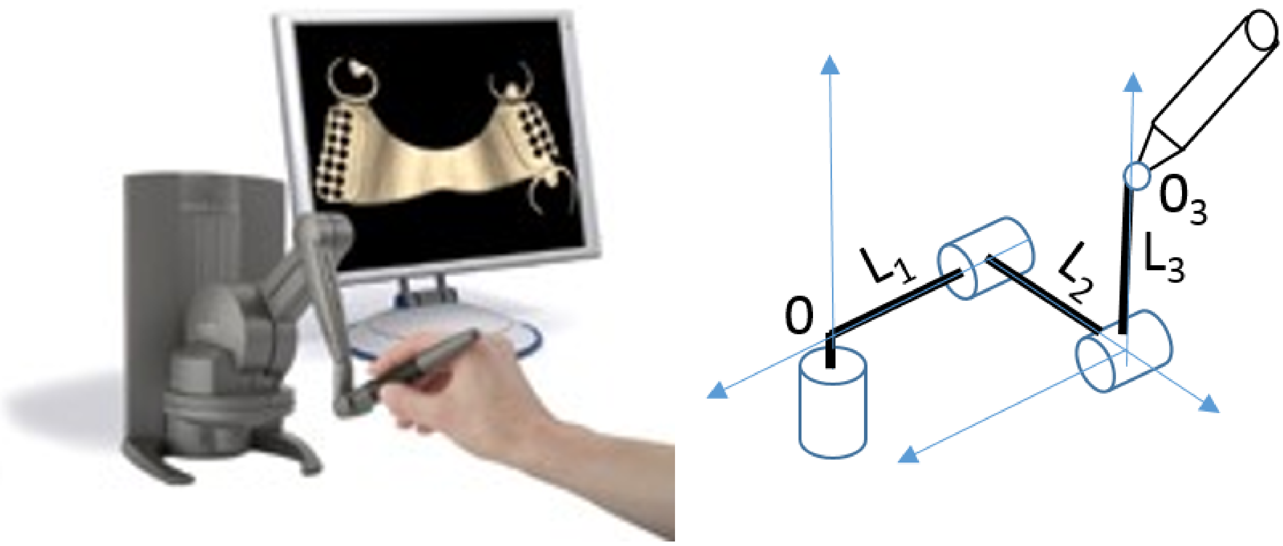


Figure 1 – L'interface haptique Phantom

Exercice 2

La figure 2 représente un robot de type RRPR et les repères respectant la convention de DH. Le tableau des paramètres associés est le suivant

	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	θ_1	$-L_1$	0	$\pi/2$
2	θ_2	L_2	0	$-\pi/2$
3	0	d_3	$-L_3$	0
4	θ_4	0	0	0

1. A partir de la figure, donner la transformation homogène constante ${}^bT_0$.
2. Donner les quatre transformations homogènes ${}^0T_1$, ${}^1T_2$, ${}^2T_3$, ${}^3T_4$.
3. Calculer la transformation ${}^bT_3$.
4. Donner les angles $\theta_1, \theta_2, \theta_4$ dans la configuration la figure. Dans cette configuration, comparer la transformation ${}^bT_3$ de la question précédente avec celle qu'on obtiendrait avec une simple lecture graphique du schéma.
5. On suppose désormais $L_3 = L_1 = 0$, et l'axe (4) fixe avec $\theta_4 = 0$ montrer que la position du point O_4 dans le repère $\mathcal{R}_b$ s'écrit

$$\begin{cases} p_x = d_3 \cos\theta_2 \\ p_y = d_3 \sin\theta_1 \sin\theta_2 + L_2 \cos\theta_1 \\ p_z = -d_3 \cos\theta_1 \sin\theta_2 + L_2 \sin\theta_1 + L_0 \end{cases}$$

6. Résoudre le modèle géométrique inverse restreint à la position. Discuter l'existence de solutions et le domaine atteignable.
7. Déduire du modèle géométrique le modèle cinématique direct et la Jacobienne du manipulateur au point O_4. Montrer qu'elle est singulière pour $d_3 = 0$. Interpréter.
8. Retrouver cette Jacobienne avec la méthode géométrique.
9. Les centres de gravité G_i sont tels que $\vec{O_0G_1} = \vec{0}$, $\vec{O_1G_2} = \lambda_2 \vec{z}_1$, $\vec{O_2G_3} = (d_3 - \lambda_3)\vec{z}_2$, λ_i sont des constantes.

   A partir du modèle géométrique donné précédemment, exprimer les hauteurs suivant z_b des points G_i.
10. On note m_i la masse du corps i. Exprimer l'énergie potentielle de l'ensemble en fonction de $\mathbf{q}$. Donner les efforts actionneurs permettant de compenser les forces de gravité dans une configuration quelconque $\mathbf{q}$.
11. Le robot est soumis en O_4 à une force $F = [F_x, F_y, F_z]$ exprimé dans $\mathcal{R}_b$. Donner les efforts actionneurs permettant d'assurer son équilibre.

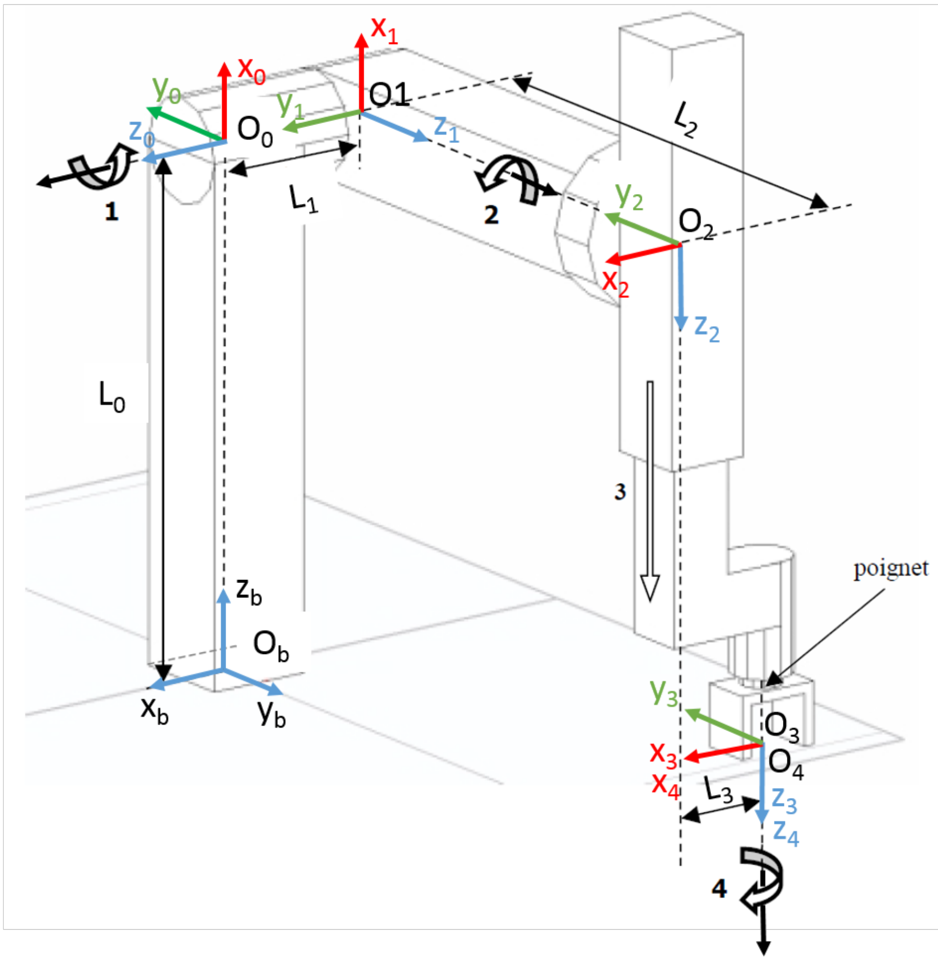
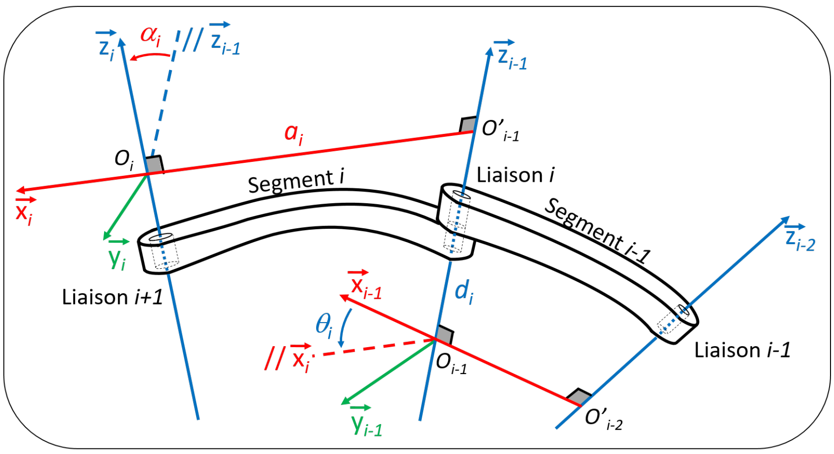


FIGURE 2 – Robot type RRPR.



$$
{}^{i-1}\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i\cos\alpha_i & \sin\theta_i\sin\alpha_i & a_i\cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i\cos\alpha_i & -\cos\theta_i\sin\alpha_i & a_i\sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

FIGURE 3 – Repères et paramètres selon la convention DH.