

Sorbonne Université
Master 2 Automatique, Robotique
Parcours Systèmes Avancés et Robotique

Rapport TP1
Commande des Systèmes Robotiques

**Identification des paramètres du modèle dynamique d'un
robot manipulateur**

Auteurs :

Viviane Bao-3800857

Yiwen Sun-3970896

Hao Yuan-21117163

Année Universitaire 2023-2024
05 janvier 2024

Table des matières

I.	Introduction	p2
II.	Réponses aux questions	p2-p6
III.	Analyse des résultats obtenus sur Matlab	p7-p12
IV.	Conclusion	p12-p13

I. Introduction

Ce TP a pour objectif l'identification des paramètres du modèle dynamique du robot manipulateur à deux degrés de liberté présenté sur la figure suivante:

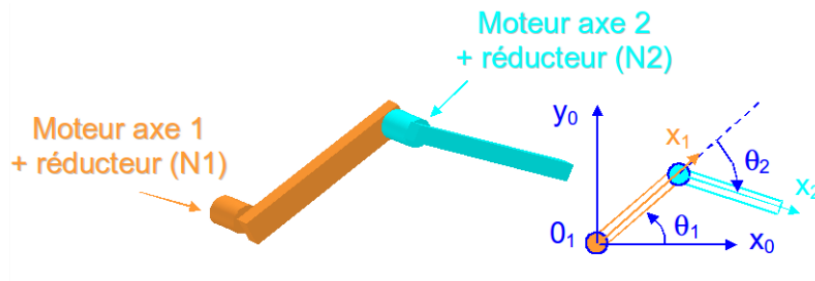


Figure 1: Schéma de principe du robot manipulateur à deux degrés de liberté Duck

Le modèle dynamique du robot est donné par :

$$\begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{pmatrix} = A(q) \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + B(q) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + C(q) \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{pmatrix} + g(q) \quad (1)$$

Dans une première partie, le TP consiste en une étude théorique du modèle dynamique afin d'en obtenir la forme identifiable dans différents cas particuliers. La seconde partie consiste en la mise en œuvre sous Matlab des techniques d'identification vues en cours et en l'analyse des résultats obtenus.

II. Réponses aux questions

Le robot utilisé en TP exploite un montage des actionneurs différents de celui proposé sur la figure 1. Ce montage présenté sur la figure 2 permet un positionnement déporté de l'actionneur 2 grâce à une courroie permettant de transmettre le mouvement de l'actionneur 2 au corps 2.

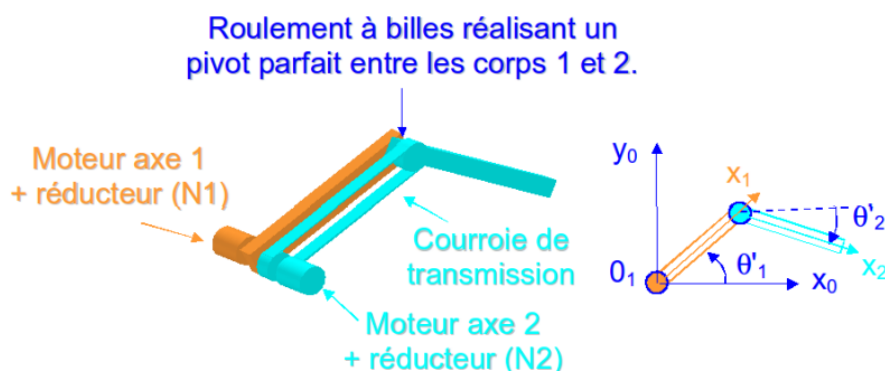


Figure 2: Montage des actionneurs pour la version du robot Duck utilisé en TP

Nous avons :
$$\begin{pmatrix} \theta'_1 \\ \theta'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} \Gamma'_1 \\ \Gamma'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Ainsi,
$$\begin{pmatrix} \Gamma'_1 \\ \Gamma'_2 \end{pmatrix} = A'(q') \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + B'(q') \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + C'(q') \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{pmatrix} + g'(q') \quad (3)$$

Question 1 :

La courroie de transmission dans la figure 2 joue un rôle essentiel en transmettant le mouvement du moteur de l'axe 1 au corps de l'axe 2. Le roulement à billes entre les deux corps permet un pivot parfait, assurant que le mouvement de l'axe 2 n'impacte pas l'axe 1. Ainsi, le couple de gravité agissant sur l'axe 1 est indépendant de la position de l'axe 2, car le centre de masse de l'axe 1 ne change pas de position verticale par rapport au point de pivot. Par conséquent, le couple de gravité sur l'axe 1 ne varie pas, même lorsque l'axe 2 se déplace, assurant une indépendance mécanique entre les deux axes dans le système robotique étudié.

Question 2 :

Dans le contexte où les corps 1 et 2 se déplacent dans un référentiel inertiel, soit un système de coordonnées non accéléré et non rotatif, les effets de la force de Coriolis sont inexistantes. La force de Coriolis apparaît uniquement dans des cadres accélérés ou en rotation. Puisque, dans notre cas, le référentiel est fixe et non rotatif par rapport à l'univers, il n'y a pas de mouvement relatif induisant la force de Coriolis. Ainsi, dans ce référentiel inertiel, l'absence de rotation élimine la possibilité d'effets de Coriolis sur les corps en mouvement.

Question 3 :

Si la matrice de masse $A'(q')$ est diagonale et constante, cela indique que les termes

hors-diagonaux sont nuls. Cela signifie que les masses effectives des différents degrés de liberté du système sont indépendantes les unes des autres, ce qui implique que les mouvements des différentes parties du robot sont découplés du point de vue inertiel. Ce qui signifie que :

$$h \cos(\theta'_2 - \theta'_1) = 0 \Rightarrow \theta'_2 - \theta'_1 = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Or } \theta'_2 = \theta_1 + \theta_2 \text{ et } \theta'_1 = \theta_1, \text{ donc : } \theta_1 + \theta_2 - \theta_1 = \pm \frac{\pi}{2} \cdot \text{ Soit : } \theta_2 = \pm \frac{\pi}{2}$$

Question 4 :

Par la suite, pour alléger les notations, nous utiliserons le modèle de l'équation (3) en

abandonnant la notion primée $(\theta'_i \rightarrow \theta_i, \Gamma'_i \rightarrow \Gamma_i, A'(q') \rightarrow A(q), \dots)$

Si nous faisons l'hypothèse que les frottements n'interviennent que dans les réducteurs, les de sortie étant réalisés à partir de montages simples avec des roulements. Le modèle proposé pour l'actionnement est le suivant :

$$\begin{cases} \Gamma_1 &= N_1 K_{c1} \dot{\theta}_1 - I_{a1} \ddot{\theta}_1 - \Gamma_{f1} \\ \Gamma_2 &= N_2 K_{c2} \dot{\theta}_2 - I_{a2} \ddot{\theta}_2 - \Gamma_{f2} \end{cases} \quad (4)$$

Le modèle dynamique complet du robot (actionneurs + système poly-articulé) peut alors s'écrire :

$$\begin{pmatrix} N_1 K_{c1} \dot{\theta}_1 \\ N_2 K_{c2} \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I'_1 + m_2 l_1^2 + I_{a1} & h \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ h \cos(\theta_2 - \theta_1) & I'_2 + I_{a2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \begin{pmatrix} 0 & -h \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ h \sin(\theta_2 - \theta_1) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{pmatrix} + g \begin{pmatrix} (m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos(\theta_1) \\ m_2 \lambda_2 \cos(\theta_2) \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} \Gamma_{f1} \\ \Gamma_{f2} \end{pmatrix}}_{\Gamma_f} \quad (5)$$

D'après l'équation (5), nous avons :

$$N_2 K_{c2} \dot{\theta}_2 = h \cos(\theta_2 - \theta_1) \ddot{\theta}_1 + (I'_2 + I_{a2}) \ddot{\theta}_2 + h \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_1^2 + g m_2 \lambda_2 \cos(\theta_2) + \Gamma_{f2}$$

Puisque nous supposons que l'axe 1 est immobile et que l'axe 2 se déplace à vitesse constante, cela signifie que :

$$\theta_1 = \text{constante} \Rightarrow \dot{\theta}_1 = 0 \Rightarrow \ddot{\theta}_1 = 0 \text{ et } \theta_2 = \text{constante} \Rightarrow \dot{\theta}_2 = 0$$

Ainsi, nous avons donc bien montré que : $N_2 K_{c2} \dot{\theta}_2 = g m_2 \lambda_2 \cos(\theta_2) + \Gamma_{f2}$

Question 5 :

Le modèle proposé pour le frottement est le suivant : $\Gamma_{fi} = a_i \text{sign}(\dot{\theta}_i) + b_i \dot{\theta}_i + c_i$

Nous avons montré à la question précédente que: $N_2 K_{c2} \dot{\theta}_2 = g m_2 \lambda_2 \cos(\theta_2) + \Gamma_{f2}$

$$N_2 K_{c2} \dot{\theta}_2 = g m_2 \lambda_2 \cos(\theta_2) + a_2 \text{sign}(\dot{\theta}_2) + b_2 \dot{\theta}_2 + c_2$$

En posant $\alpha_2 = g m_2 \lambda_2$, nous avons : $N_2 K_{c2} \dot{\theta}_2 = \alpha_2 \cos(\theta_2) + a_2 \text{sign}(\dot{\theta}_2) + b_2 \dot{\theta}_2 + c_2$

Ceci peut alors se récrire de cette manière: $N_2 K_{c_2} i_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & \sin(\dot{\theta}_2) & \theta_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{bmatrix}$

Soit: $N_2 K_{c_2} i_2 = Y(\theta_2, \dot{\theta}_2) p$

Question 6 :

Le vecteur p représente les paramètres physiques du système à identifier. Nous pouvons utiliser la méthode des moindres carrés pour trouver le vecteur de paramètres p qui minimise l'erreur quadratique entre les sorties mesurées et celles prédites par le modèle.

Cela se fait en résolvant l'équation $Y(\theta_2, \dot{\theta}_2) p = N_2 K_{c_2} i_2$ en minimisant la norme du résidu

$$\left\| Y(\theta_2, \dot{\theta}_2) p - N_2 K_{c_2} i_2 \right\|^2. \text{ La solution est donnée par: } \hat{p} = (Y^T Y)^{-1} Y^T N_2 K_{c_2} i_2.$$

(à condition que $Y^T Y$ soit inversible)

Nous avons également : $(Y^T Y)^{-1} Y^T = Y^+$, est la pseudo-inverse de la matrice Y

Nous notons : $N_2 K_{c_2} i_2 = u$

Ainsi : $\hat{p} = Y^+ u$

Les moindres carrés itératifs améliorent l'efficacité en temps réel pour de grandes données, contrairement aux moindres carrés ordinaires. Pour des analyses hors ligne, sans contraintes de délai, la méthode ordinaire suffit.

Question 7 :

En fixant l'axe 2, on isole l'axe 1 pour observer uniquement son comportement sous l'effet de son propre frottement et de sa propre gravité sans interférence de l'axe 2. Cela permet ainsi d'identifier les termes de frottement et de gravité pour l'axe 1. Nous avons:

$$N_1 K_{c_1} i_1 = (I_1' + m_2 l_1^2 + I_{a_1}) \ddot{\theta}_1 + h \cos(\theta_2 - \theta_1) \ddot{\theta}_2 - h \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2^2 + g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos \theta_1 + \Gamma_{f1}$$

Sachant que l'axe 2 est immobile, nous avons donc : $\theta_2 = \text{constante} \Rightarrow \dot{\theta}_2 = 0 \Rightarrow \ddot{\theta}_2 = 0$

De plus, si nous considérons que l'axe 1 se déplace à vitesse constante: $\dot{\theta}_1 = \text{constante} \Rightarrow \ddot{\theta}_1 = 0$

Ainsi, nous avons : $N_1 K_{c_1} i_1 = g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos \theta_1 + \Gamma_{f1}$

Si nous posons : $\alpha_1 = g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1)$ et $\Gamma_{f1} = a_1 \text{sign}(\dot{\theta}_1) + b_1 \dot{\theta}_1 + c_1$. Nous avons alors:

$$N_1 K_{c_1} i_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & \text{sign}(\dot{\theta}_1) & \dot{\theta}_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix} = Y(\theta_1, \dot{\theta}_1) p$$

Question 8 :

Nous pouvons réécrire le modèle **(5)** sous cette forme:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} N_1 K_{c_1} i_1 \\ N_2 K_{c_2} i_2 \end{pmatrix} - g(q) - \Gamma_f &= \begin{pmatrix} I_1' + m_2 l_1^2 + I_{a_1} & h \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ h \cos(\theta_2 - \theta_1) & I_2' + I_{a_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -h \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ h \sin(\theta_2 - \theta_1) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (I_1' + m_2 l_1^2 + I_{a_1}) \ddot{\theta}_1 + (h \cos(\theta_2 - \theta_1)) \ddot{\theta}_2 + (-h \sin(\theta_2 - \theta_1)) \dot{\theta}_2^2 \\ (h \cos(\theta_2 - \theta_1)) \ddot{\theta}_1 + (I_2' + I_{a_2}) \ddot{\theta}_2 + (h \sin(\theta_2 - \theta_1)) \dot{\theta}_1^2 \end{pmatrix} \\ \text{Soit : } \underbrace{\begin{pmatrix} N_1 K_{c_1} i_1 \\ N_2 K_{c_2} i_2 \end{pmatrix} - g(q) - \Gamma_f}_{\underline{U}} &= \underbrace{\begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 & \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) - \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) & 0 \\ 0 & \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) + \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) & \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix}}_{\underline{Y}} \underbrace{\begin{pmatrix} I_1' + m_2 l_1^2 + I_{a_1} \\ h \\ I_2' + I_{a_2} \end{pmatrix}}_{\underline{P}} \quad (6) \end{aligned}$$

Question 9 :

A chaque instant ou période d'échantillonnage, la matrice \underline{Y} et le vecteur \underline{U} sont enrichis de deux nouvelles lignes (pour chaque mesure de l'accélération et des couples moteurs, deux lignes sont ajoutées- une pour chaque axe du système robotique). Cela enrichit l'ensemble de données et augmente la précision du modèle.

Après avoir collecté suffisamment de données, nous pouvons utiliser la méthode des

moindres carrés pour calculer $\hat{\underline{P}}$, l'estimation des paramètres inconnus, en résolvant

l'équation : $\hat{\underline{P}} = \underline{Y}^+ \underline{U}$, où \underline{Y}^+ est la pseudo-inverse de la matrice \underline{Y} . La

pseudo-inverse peut-être calculée directement si la matrice \underline{Y} est de rang complet ou en utilisant la décomposition en valeurs singulières (SVD) si \underline{Y} n'est pas de rang complet (pour gérer les problèmes de multicolinéarité ou pour obtenir une solution lorsque le système d'équations est surdéterminé).

III. Analyse des résultats obtenus sur Matlab

Question 10 :

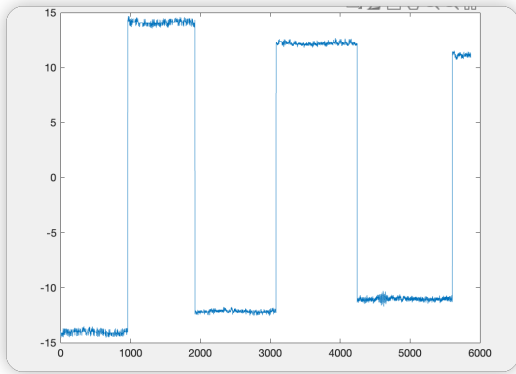


Figure 3: *plot(qp2)*

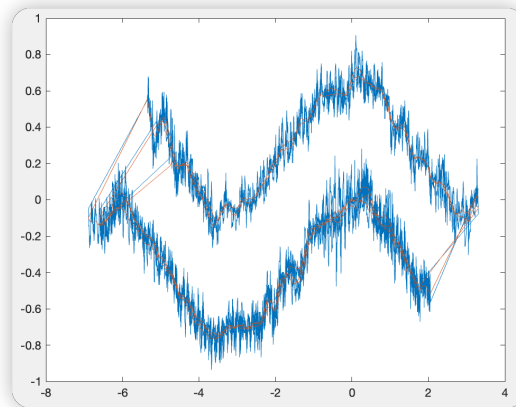


Figure 4 : *plot(q2,i2,q2,ifil2)*

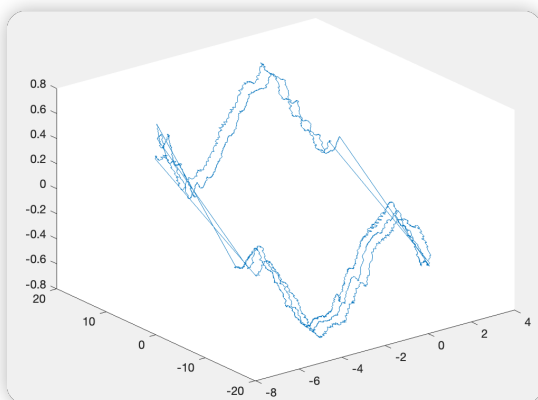


Figure 5 : *Plot3(q2,qp2,ifil2)*

À partir des figures présentées, nous pouvons voir que la position angulaire et la vitesse de l'axe 2 varient en fonction du courant électrique consommé. Sur la figure 4, il est observé que lorsqu'un courant présente une valeur mathématiquement négative (bien que le courant physique soit en réalité toujours positif, le signe indiquant simplement la direction souhaitée pour le mouvement de l'axe), la vitesse angulaire résultante est également négative. Ceci suggère un mouvement de rotation de l'axe en sens inverse de celui considéré comme direct en trigonométrie. Le système manifeste un délai avant de pouvoir inverser sa direction de rotation pour s'aligner avec un courant mathématiquement positif.

Cette dynamique est également perceptible sur la figure 3, où l'axe accélère pour atteindre une vitesse angulaire positive avant de nécessiter un certain délai pour inverser sa direction.

Quant à la figure 5, elle illustre l'effet du filtrage sur le courant : après élimination des interférences, le courant filtré présente un profil plus clair et plus intelligible.

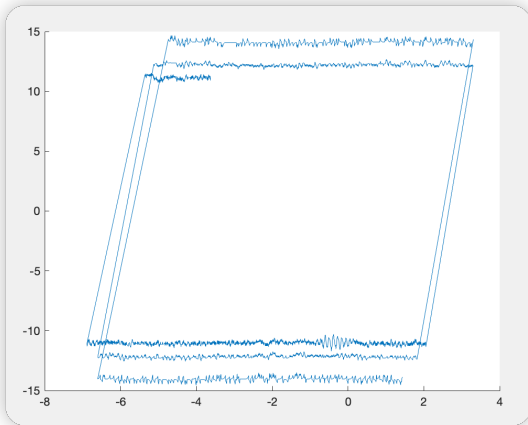


Figure 6: $q2$ - $qp2$

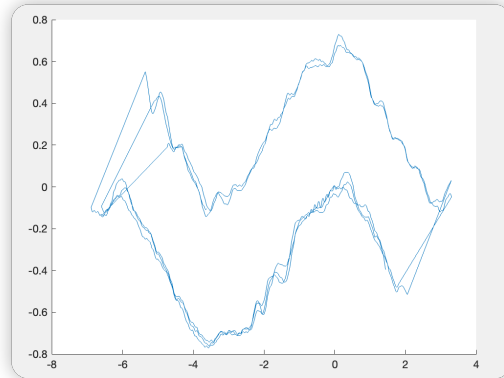


Figure 7: $q2$ - $ifil2$

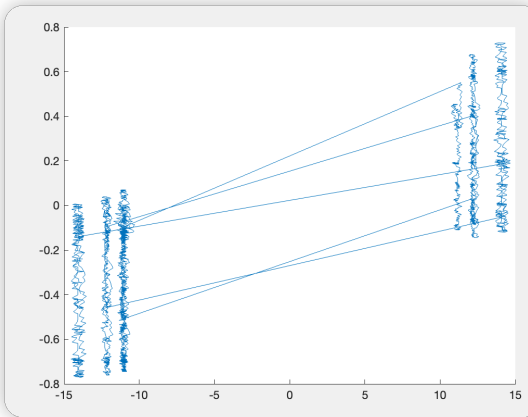


Figure 8: $qp2$ - $ifil2$

Ces 3 figures représentent les plans XY, XZ et YZ de la figure 5. Nous pouvons clairement observer qu'elles contiennent six vitesses différentes.

Figure 6 : les fluctuations en forme de paliers sur l'axe de la position suggèrent que la vitesse angulaire reste stable pendant que l'axe maintient une position angulaire constante avant de changer brusquement à une nouvelle position angulaire . Cela peut indiquer un contrôle par paliers ou une réponse en escalier du système.

Figure 7 : les oscillations indiquent que la position angulaire change en fonction de la variation du courant. La nature lisse des courbes reflète l'effet du filtrage du courant, produisant des changements de position plus prévisibles et moins sujets aux perturbations qui seraient visibles avec un courant non filtré.

Figure 8 : les segments linéaires avec des pentes différentes représentent les différentes vitesses angulaires que l'axe peut atteindre pour des valeurs spécifiques de courant filtré. Cela montre que pour chaque segment de courant, il y a une vitesse angulaire

correspondante, et cela pourrait indiquer différents régimes de fonctionnement ou des relations linéaires par morceaux entre la vitesse et le courant.

Question 11 :

Le fichier matlab *ident_axe2_v_cste* construit la matrice Y et le vecteur u, puis calcule le vecteur p. En exécutant ce fichier, voici la valeur des paramètres identifiés:

$$p_2 = [0.085326167595372 \quad 0.078433190540951 \quad 0.000332664823074 \quad -0.011870656685087]$$

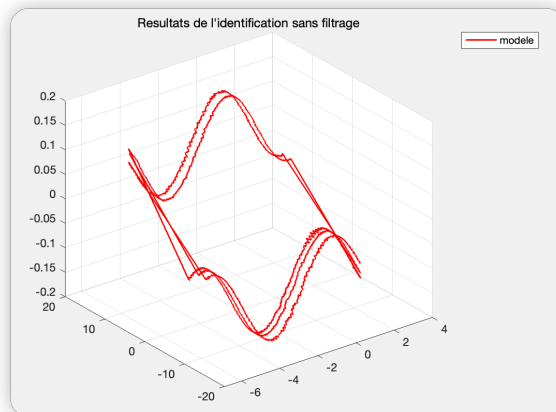


Figure 9: vitesse, position angulaires de l'axe 2 en fonction du courant consommé (avant filtrage)

Nous pouvons constater que, comme le bruit n'a pas été filtré, les résultats estimés présentent de la volatilité. Ainsi, nous utilisons un PID pour débruiter les données. Dans la question suivante, nous utiliserons les données débruitées pour procéder à l'estimation.

Question 12 :

Nous utilisons ici le fichier *ident_axe2_v_cste_filtre*. En exécutant ce fichier, voici la valeur des paramètres identifiés :

$$p_{2fil} = [0.084924593041250 \quad 0.070495234703875 \quad 0.000958000578040 \quad -0.012077896410435]$$

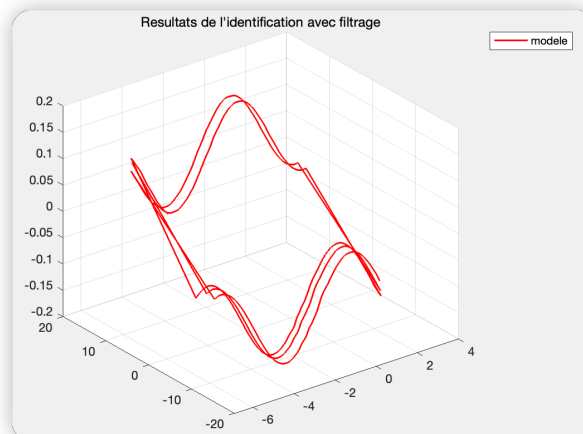


Figure 10: vitesse, position angulaires de l'axe 2 en fonction du courant consommé (après filtrage)

Nous pouvons remarquer que la figure 10 présente des oscillations avec une amplitude réduite par rapport à la première, ce qui suggère une atténuation des variations abruptes et une réduction du bruit. Les lignes paraissent plus continues et lisses, indiquant que le signal a été nettoyé des perturbations transitoires ou du bruit de fond.

La forme générale de la courbe après filtrage montre que les données conservent toujours une structure fondamentale similaire à celle d'avant le filtrage, mais avec moins de distorsions.

Les paramètres identifiés après filtrage sont susceptibles d'être plus représentatifs des caractéristiques intrinsèques du système. La consistance observée dans la deuxième courbe est probablement indicative d'une amélioration significative de la qualité des données, ce qui devrait conduire à des estimations de paramètres plus précises.

Question 13 :

Compte tenu des nouvelles conditions établies : $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2$ et $\theta_2 - \theta_1 = -\pi$ et $\dot{\theta}_2 = 0$

Le modèle peut être écrit, comme la question 7, sous la forme :

$$N_1 K_{c_1} i_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & \text{sign}(\dot{\theta}_1) & \dot{\theta}_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix} = Y(\theta_1, \dot{\theta}_1) p$$

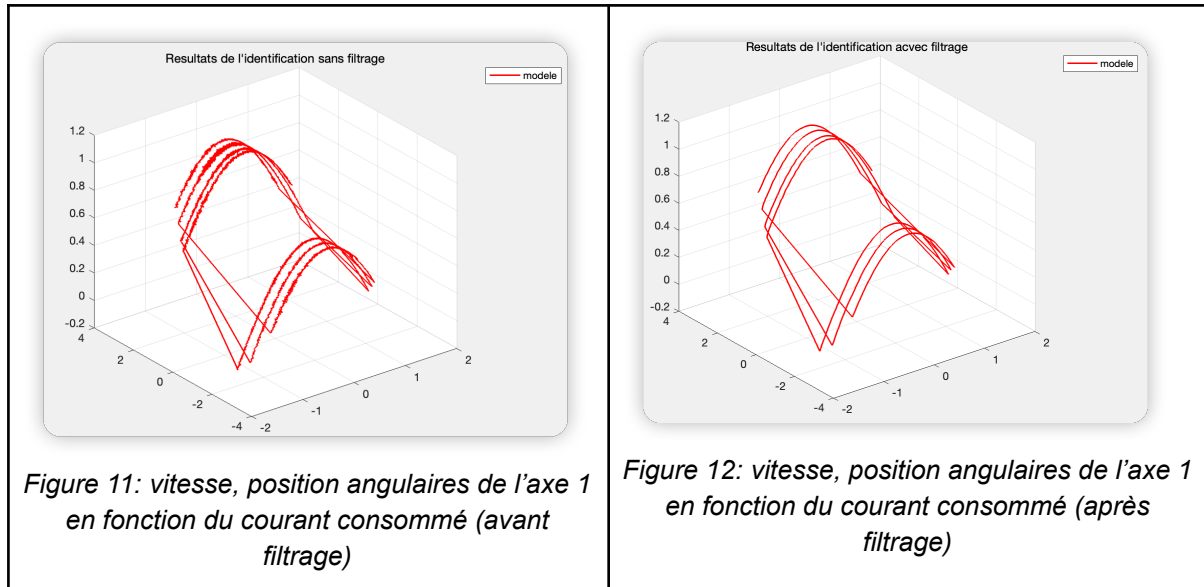
Question 14 :

De manière similaire à ce que nous avons fait auparavant, nous procéderons à l'identification des paramètres pour le modèle de l'axe 1. Voici la valeur des paramètres identifiés (avant le filtrage) :

$$p_1 = [0.889140184994101 \quad 0.181533806305299 \quad -0.000266353356286 \quad -0.048843223218078]$$

Et suite au filtrage:

$$p_{1fil} = [0.885713295835873 \quad 0.156775736657458 \quad 0.011668376531522 \quad -0.045244543135239]$$



Nous pouvons observer des explications analogues à celles données pour l'axe 2.

Question 15 :

Nous allons maintenant identifier les paramètres restants du modèle dynamique en utilisant les données filtrées, qui sont : $I_1' + m_2 l_1^2 + I_{a_1}, h, I_2' + I_{a_2}$.

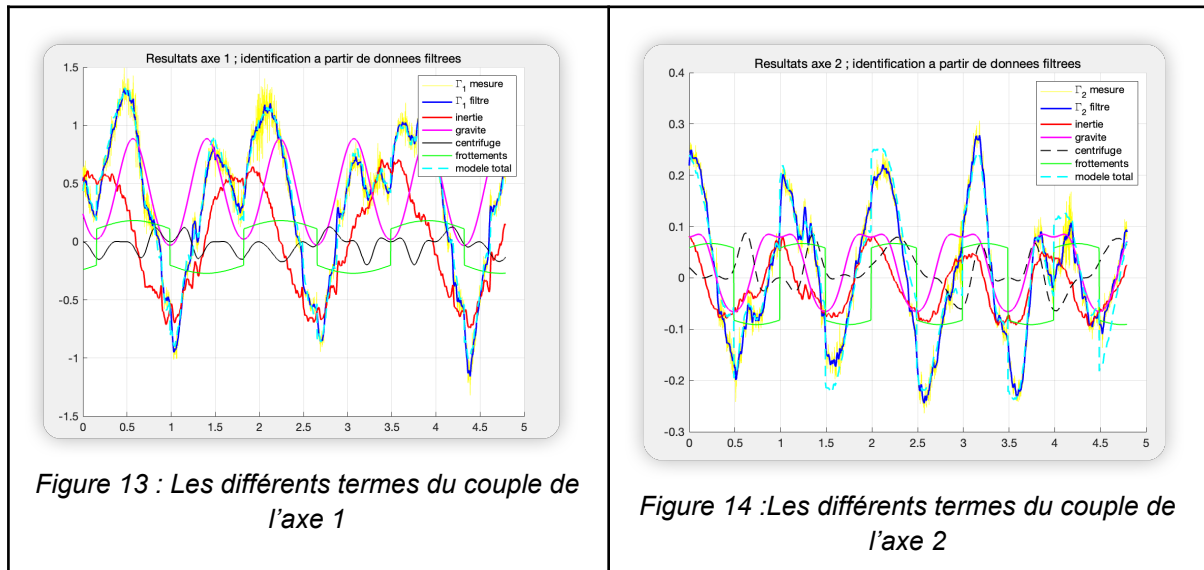
Ci-dessous, vous trouverez un tableau résumant tous les paramètres à estimer, avec pour chacun d'eux, la valeur estimée attribuée:

Paramètres à identifier	Valeur estimée
α_1	0.885713295835873
a_1	0.156775736657458
b_1	0.011668376531522
c_1	− 0.045244543135239
α_2	0.084924593041250
a_2	0.070495234703875
b_2	0.000958000578040
c_2	− 0.012077896410435
$I_1' + m_2 l_1^2 + I_{a_1}$	0.025810278926506

h	0.002463131350553
$I_2' + I_{a_2}$	0.000861508005647

Par la suite, nous procédons à l'identification des divers éléments constitutifs du couple moteur associé à chaque axe: le couple des termes d'inertie, de gravité, des effets centrifuges et de frottements.

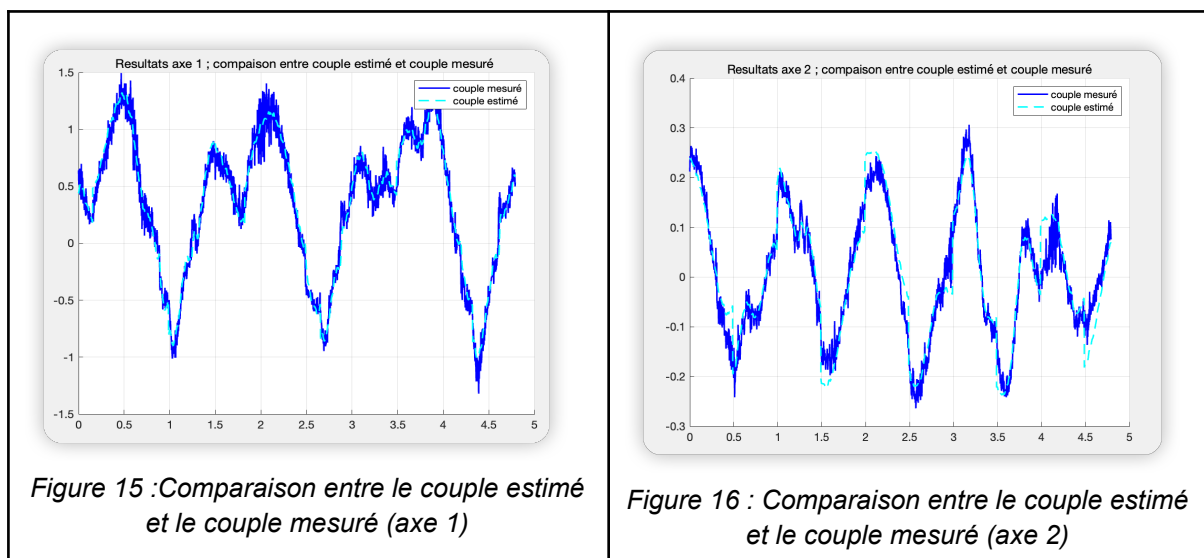
Voici les résultats obtenus:



IV. Conclusion

Question 16:

Pour juger de la fiabilité de l'identification effectuée, il est possible d'examiner et de comparer les différents graphiques illustrés ci-après :



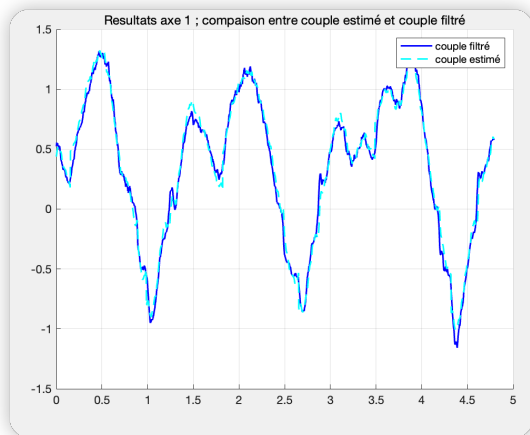


Figure 17 : Comparaison entre le couple estimé et le couple filtré (axe 1)

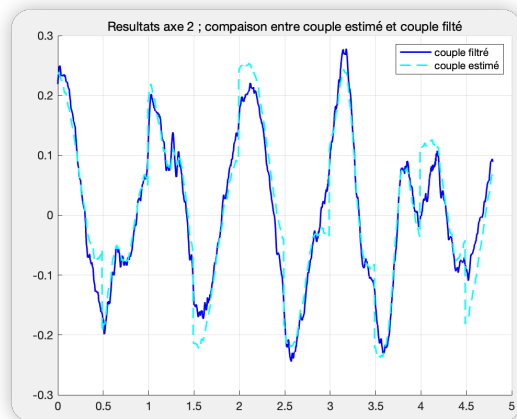


Figure 18 : Comparaison entre le couple estimé et le couple filtré (axe 2)

Nous remarquons que pour l'axe 1, la courbe du couple estimé se rapproche étroitement de celle du couple filtré, indiquant ainsi une identification réussie pour cet axe. Pour l'axe 2, bien que l'exactitude de l'identification des paramètres soit légèrement inférieure à celle de l'axe 1, avec de petites divergences observées entre la courbe du couple estimé et celle du couple filtré, la correspondance reste majoritairement fidèle au tracé du couple filtré.