Exercice préparatoire

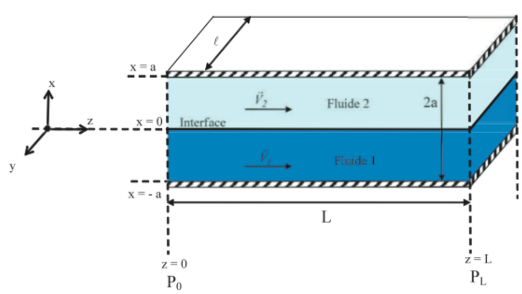
On étudie l'écoulement d'un fluide homogène, newtonien, visqueux, incompressible dans la direction $\underline{e}_z$ entre deux parois planes fixes, parallèles d'équation $x = \pm a$. L'écoulement est supposé stationnaire et laminaire, les lignes de courant étant des droites parallèles à la direction $\underline{e}_z$. L'écoulement est crée par une différence de pression imposée entre la section située en $z = 0$ et la section située en $z = L$. On désigne par P_0 la pression uniforme imposée sur la section $z = 0$ et par P_L la pression uniforme imposée sur la section $z = L$ et on suppose ces pressions telles que $P_0 > P_L$. On désigne par ρ la masse volumique du fluide et μ sa viscosité.

- Enoncer les deux expressions de l'équation locale de la conservation de la masse. Que deviennent-elles dans le cas d'un fluide homogène ? En déduire que la vitesse du fluide dans l'écoulement étudié est nécessairement de la forme $\underline{v} = v(x)\underline{e}_z$
- Donner l'expression générale de la loi de comportement d'un fluide newtonien. Que devient-elle dans le cas d'un fluide incompressible ?
- Rappeler l'expression générale des composantes du tenseur des taux de déformations. Calculer ses composantes dans le cas de l'écoulement étudié.
- Rappeler la forme générale de l'équation de Navier-Stokes. Donner le système d'équations satisfait par la vitesse et la pression.
- En déduire que la pression est une fonction affine de la variable z et la vitesse une fonction quadratique en x. On exprimera les résultats en fonction des pressions P_0, P_L, de la viscosité μ et de constantes d'intégration.
- Ecrire les conditions aux limites en $x = \pm a$. Achever la détermination de la vitesse et de la pression en tout point de l'écoulement.
- Représenter le profil de vitesse dans la conduite.
- Calculer la densité d'efforts surfaciques exercée par le fluide sur les parois $x = \pm a$.

Ecoulement de deux fluides non miscibles

Deux fluides homogènes, newtoniens, visqueux, incompressibles, non miscibles, s'écoulent dans la direction $\underline{e}_z$ entre deux parois planes fixes, parallèles d'équation $x = \pm a$. Le fluide 1, de masse volumique ρ_1, de viscosité μ_1 s'écoule entre les plans $x = -a$ et $x = 0$ et le fluide 2 de masse volumique ρ_2, de viscosité μ_2 entre les plans $x = 0$ et $x = a$. Cette configuration est supposée stable, l'interface entre les fluides reste le plan $x = 0$.

L'écoulement est crée par une différence de pression imposée entre la section située en $z = 0$ et la section située en $z = L$. On désigne par P_0 la pression uniforme imposée sur la section $z = 0$ et par P_L la pression uniforme imposée sur la section $z = L$ et on suppose ces pressions telles que $P_0 > P_L$. L'écoulement est supposé stationnaire et laminaire, les lignes de courant étant des droites parallèles à la direction $\underline{e}_z$. Les longueurs des parois L selon $\underline{e}_z$ et l selon $\underline{e}_y$ sont supposées grandes devant leur écartement $2a$, de sorte que les effets de bords sont négligeables et le champ de vitesse pourra être supposé indépendant de la variable y. Enfin, les forces de gravité sont supposées négligeables.



1. Après avoir explicité toutes les hypothèses, écrire les équations de conservation et les conditions aux limites de l'écoulement.

   On convient de noter $\underline{v}^i$ et p^i les vecteurs vitesse et champ de pression dans le fluide i, avec $i = 1$ ou 2.

2. Calculer les champs des vitesses et de pression en tout point de l'écoulement dans chacun des deux fluides.
3. Vérifier les résultats obtenus en traitant le cas de deux fluides identiques. Quel est alors le profil de vitesse ?
4. Tracer le profil des pressions et vitesses dans les deux cas $\mu^1 < \mu^2$ et $\mu^2 < \mu^1$.
5. Calculer la densité d'effort surfacique exercée par chacun des fluides sur les parois $x = \pm a$.