

Modélisation de drones

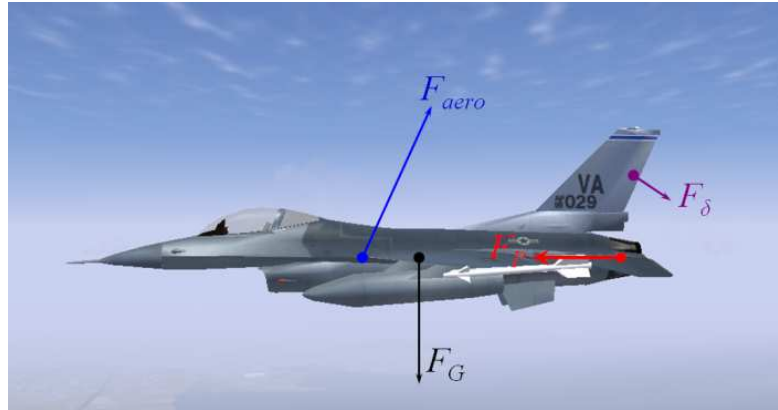
Pascal Morin

ISIR

Cours de Robotique Mobile

Trois types d'engins aériens

- Engins à voilure fixe (type avion)

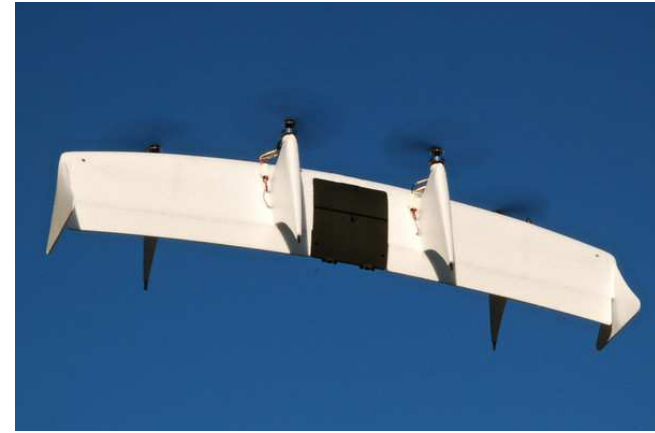


- Engins à voilure tournante (type hélico)

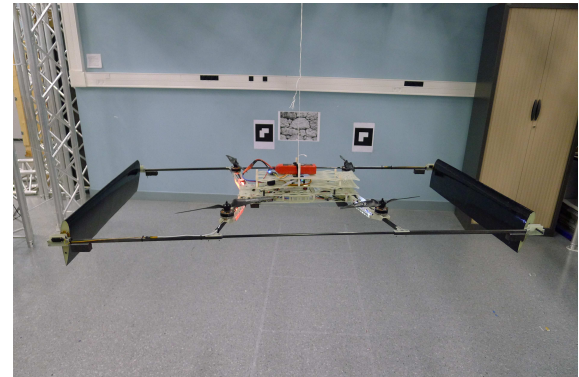


Trois types d'engins aériens

- Engins convertibles: voilures fixes et tournantes
 - Tilt-body (HoverEye, MAVion, Quadshot)



- Tilt-rotor/Tilt-wing (FW-VTOL, ConvertISIR)

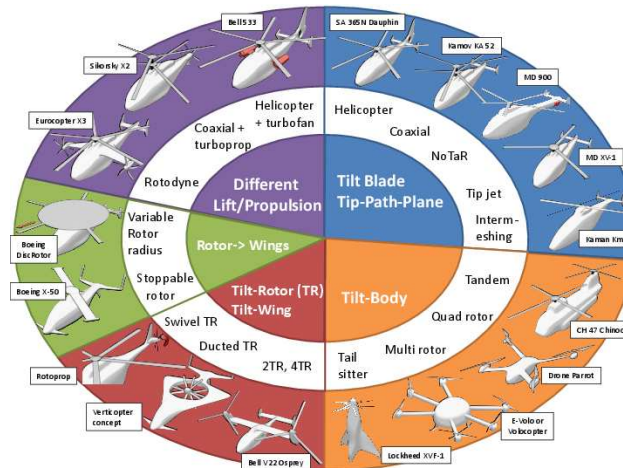


Trois types d'engins aériens

- Tout ceci est bien sûr une longue histoire (ConvairPogo, Vertol VZ2, Coleoptere)



- Et il existe une variété impressionnante de structures (voir Basset & all, 2014)

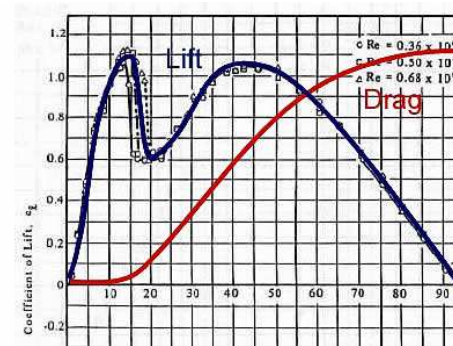
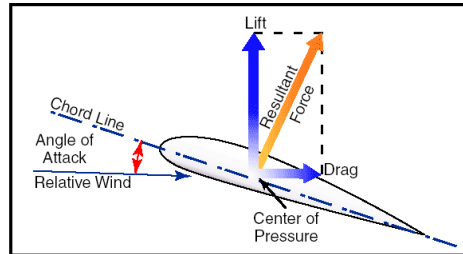


Trois types de drones

- Engin à voilure fixe (type avion):
 - Ne peut faire du vol stationnaire
 - Est très efficace d'un point de vue énergétique
 - Est utilisé pour du vol sur "longues" distances
- Engin à voilure tournante (type hélico)
 - Peut faire du vol stationnaire
 - N'est pas très efficace énergétiquement
 - Est utilisé pour des tâches de surveillance/inspection locales
- Engin Convertible
 - Résulte d'un **compromis**
 - Selon ce compromis, l'engin sera plus adapté au stationnaire ou au vol rapide

Principes de base du vol

Portance et Trainée aérodynamique (Lift & Drag):



$$\vec{L} = \frac{1}{2} \rho S c_L(\alpha) |\vec{v}^a| (\vec{v}^a)^\perp, \quad \vec{D} = -\frac{1}{2} \rho S c_D(\alpha) |\vec{v}^a| \vec{v}^a$$

avec

- ρ : la densité de l'air,
- S : la surface de l'aile,
- α : l'angle d'attaque,
- $\vec{v}^a = \vec{v} - \vec{v}^w$: la vitesse relative air,
- \vec{v} : la vitesse de l'aile,
- \vec{v}^w : la vitesse du vent.

Les fonctions c_L et c_D sont appelées caractéristiques aérodynamiques.

Principes de base du vol

Portance et Trainée aérodynamique (Lift & Drag):

$$\vec{L} = \frac{1}{2}\rho S c_L(\alpha) |\vec{v}_a| (\vec{v}_a)^\perp, \quad \vec{D} = -\frac{1}{2}\rho S c_D(\alpha) |\vec{v}_a| \vec{v}_a$$

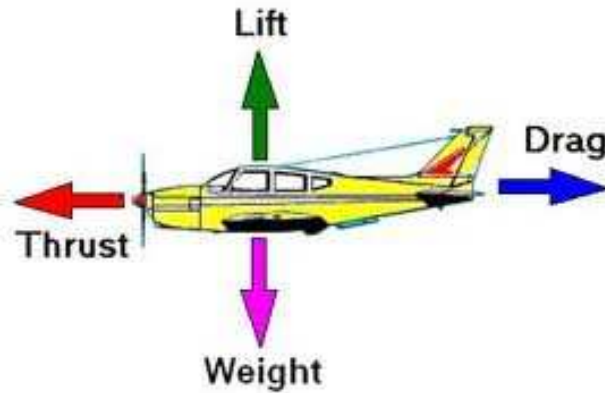
Attention, ce modèle, bien que potentiellement suffisant en première approximation, est simpliste d'un point de vue aérodynamique. On prendra garde aux éléments suivants:

- Pour être précis, il faudrait écrire $c_L(\alpha(.), Re, M)$ et $c_D(\alpha(.), Re, M)$ avec Re le nombre de Reynolds, et M le nombre de Mach.
- La dépendance vis-à-vis du nombre de Mach peut être négligée pour des petits drones
- La dépendance vis-à-vis du nombre de Reynolds peut être significative pour des drones convertibles
- La dépendance **fonctionnelle** vis-à-vis de α est liée à l'aérodynamique instationnaire
- Elle peut, en, première approximation, être simplifiée en $c_L(\alpha, \dot{\alpha})$ et $c_D(\alpha, \dot{\alpha})$
- Le centre de pression peut bouger avec l'angle d'attaque

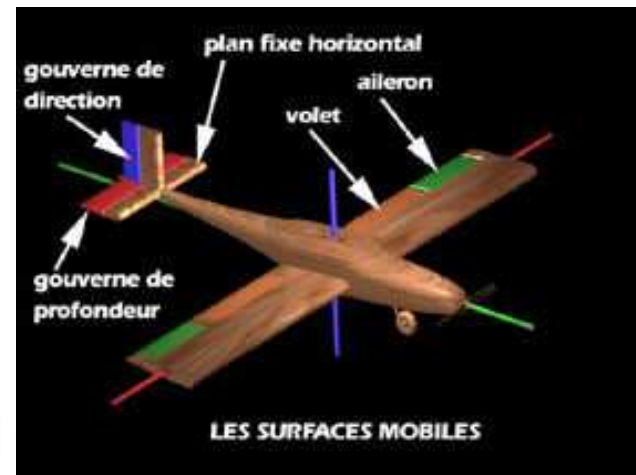
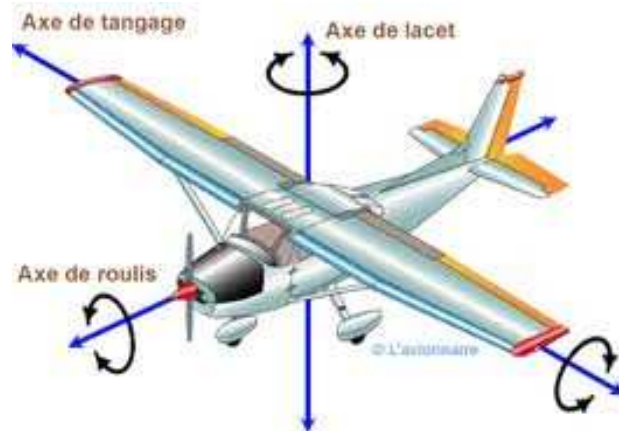
Application aux vol

Principe du vol des avions:

- Vol à vitesse constante



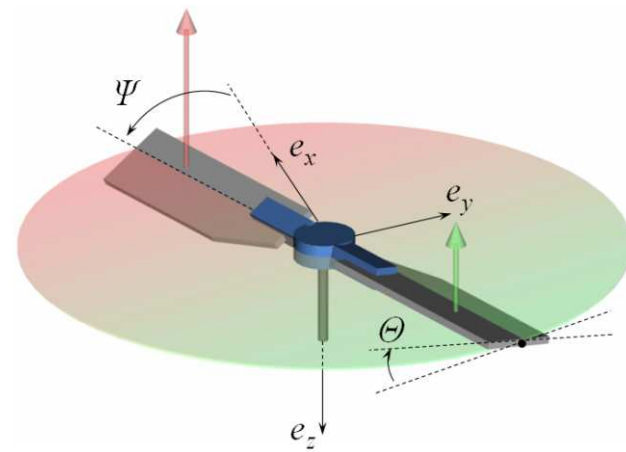
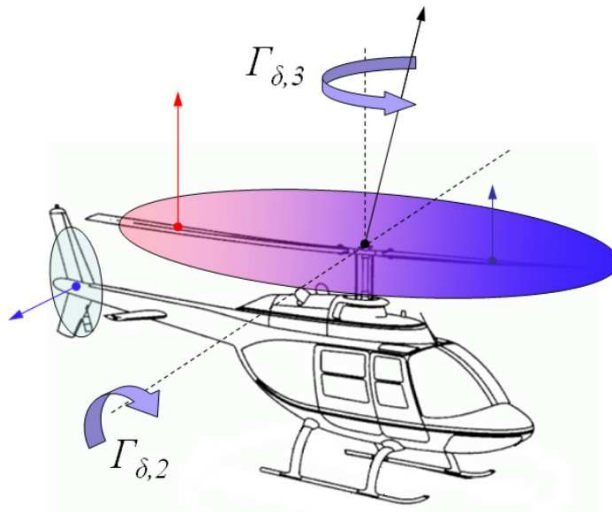
- Mouvements de rotation



Application au vol

Principe du vol des véhicules à voilure tournante: l'hélico

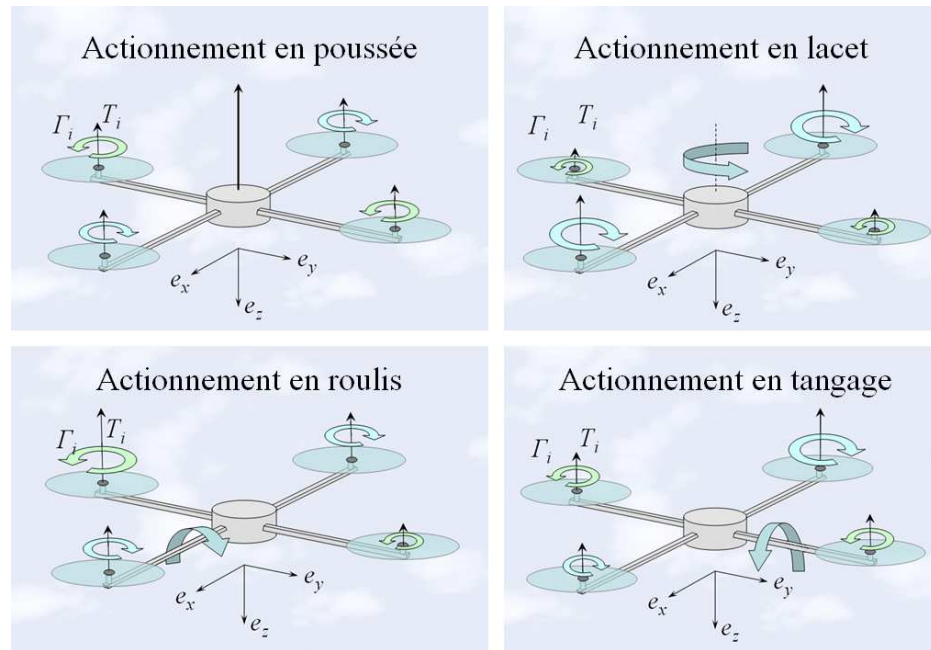
- L'hélice principale assure le contrôle de la poussée, du roulis, et du tangage (pas collectif et pas cyclique)
- L'hélice de queue assure le contrôle du lacet



Application au vol

Principe du vol des véhicules à voilure tournante: le quadricoptère

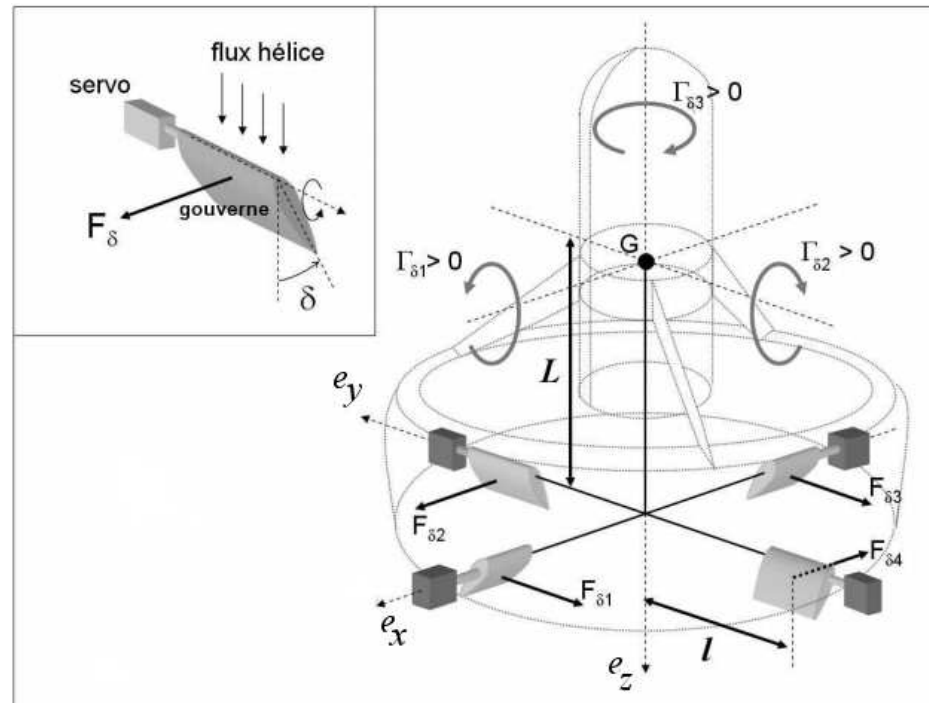
- La portance sur les hélices permet le contrôle de la poussée, du roulis, et du tangage
- La trainée sur les hélices permet le contrôle du lacet



Application au vol

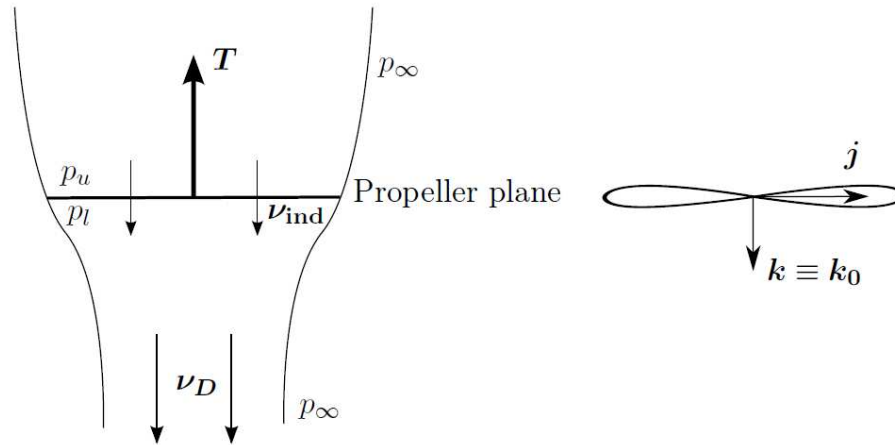
Principe du vol des véhicules à voilure tournante: le "ducted fan"

- La portance sur l'hélice permet le contrôle de la poussée,
- Les gouvernes permettent le contrôle du roulis, tangage, et lacet



Modèle des efforts aéro. appliqués à une hélice

Expression de la vitesse induite en vol stationnaire:



● Par application de Bernouilli,

$$\begin{aligned} p_\infty &= p_u + \frac{1}{2} \rho \nu_{ind}^2 \\ p_\infty + \frac{1}{2} \rho \nu_D^2 &= p_l + \frac{1}{2} \rho \nu_{ind}^2 \end{aligned}$$

● En notant A la surface du disque rotor, on déduit donc

$$T = (p_l - p_u) A = \frac{1}{2} \rho A \nu_D^2$$

Modèle des efforts aéro. appliqués à une hélice

Expression de la vitesse induite en vol stationnaire:

- Par conservation de la quantité de mouvement, la poussée est égale à la variation de quantité de mouvement par unité de temps:

$$T = \rho A \nu_{ind} \nu_D$$

- On obtient donc des équations précédentes:

$$\nu_{ind} = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}}$$

- On notera, à partir des équations précédentes, que $\nu_D = 2\nu_{ind}$.
- Le même raisonnement peut être utilisé pour l'étude du vol vertical.

Aspects énergétiques

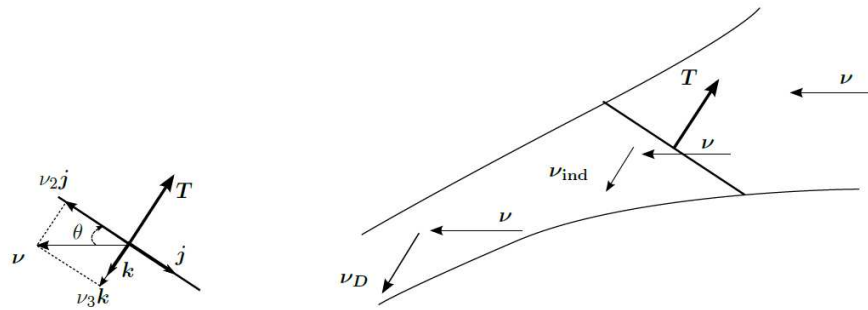
Puissance théorique pour le vol vertical: La puissance théorique idéale pour générer une poussée T est donc donnée par:

$$\begin{aligned} P &= \nu_{ind} T \\ &= \sqrt{\frac{T^3}{2\rho A}} \end{aligned}$$

- La puissance théorique idéale varie en $T^{3/2}$
- Elle augmente lorsque le diamètre de l'hélice diminue
- En pratique, la puissance réelle sera en fait nettement supérieure car:
 - Cette formule ne prend pas en compte les pertes au bord et au centre du disque rotor
 - Cette formule ne prend pas en compte le rendement du moteur utilisé pour faire tourner l'hélice

Modèle des efforts aéro. appliqués à une hélice

Expression de la vitesse induite en vol d'avancement:



- L'intensité du flux d'air à travers le disque rotor est

$$\nu' := \sqrt{\nu_2^2 + (\nu_3 + \nu_{ind})^2}$$

- On admet la **formule de Glauert**, qui généralise le cas du vol stationnaire:

$$T = 2\rho A \nu' \nu_{ind}$$

- D'où, à partir des deux équations précédentes,

$$\nu_{ind} = \frac{T}{2\rho A} \frac{1}{\sqrt{\nu_2^2 + (\nu_3 + \nu_{ind})^2}}$$

Modèle des efforts aéro. appliqués à une hélice

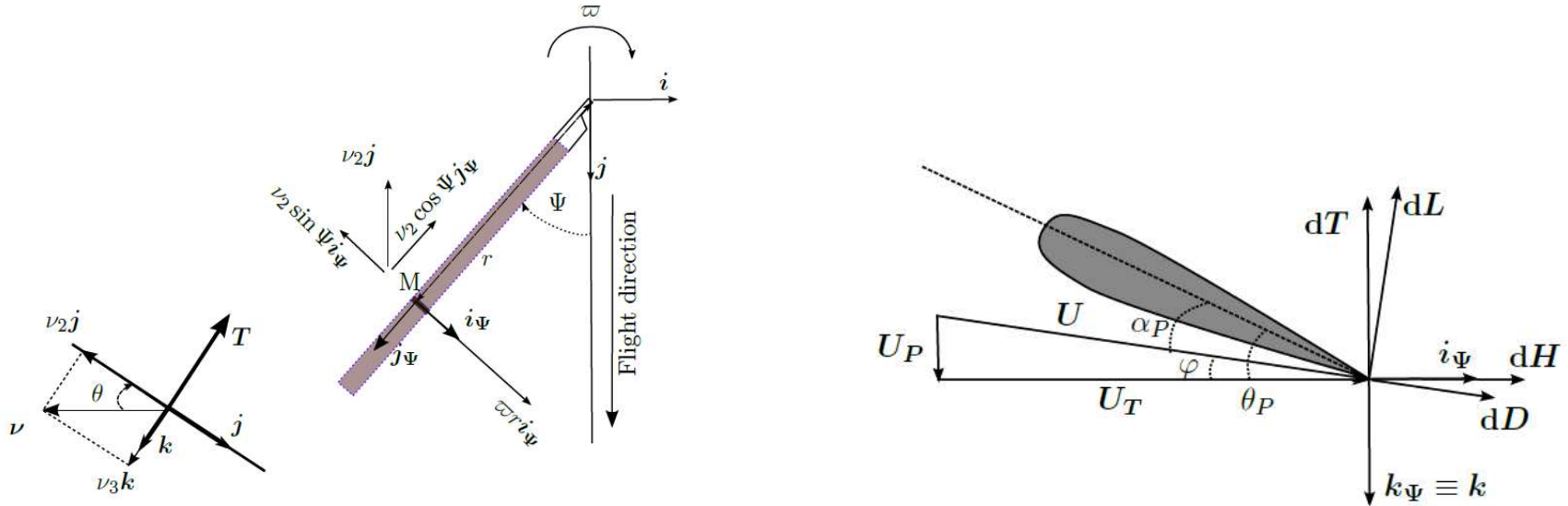
Expression des efforts aérodynamiques sur l'hélice

- Elle est basée sur la **Théorie de l'élément de pôle** (en anglais **Blade Element Theory** (BET))
- Quatre éléments déterminent les efforts aérodynamiques sur une hélice:
 - sa vitesse de rotation,
 - sa vitesse de translation,
 - la vitesse induite,
 - son orientation.
- Ces quatre quantités vont déterminer
 - la vitesse apparente sur chaque **élément de pôle** de l'hélice,
 - l'angle d'attaque sur chaque élément de pôle
- On utilise alors l'expression des efforts de portance et traînée en fonction de la vitesse apparente et l'angle d'attaque pour calculer les efforts aérodynamiques
- **Attention!** Il faut aussi, pour être complet, prendre en compte les moments aérodynamiques.

Modèle des efforts aéro. appliqués à une hélice

Expression des efforts aérodynamiques sur l'hélice

Exemple: le cas du vol à vitesse linéaire constante et vitesse angulaire nulle



$$U_T(r, \Psi) = r\omega + \nu_2 \sin \Psi$$

$$U_P(r, \Psi) = \nu_3 + \nu_{ind}$$

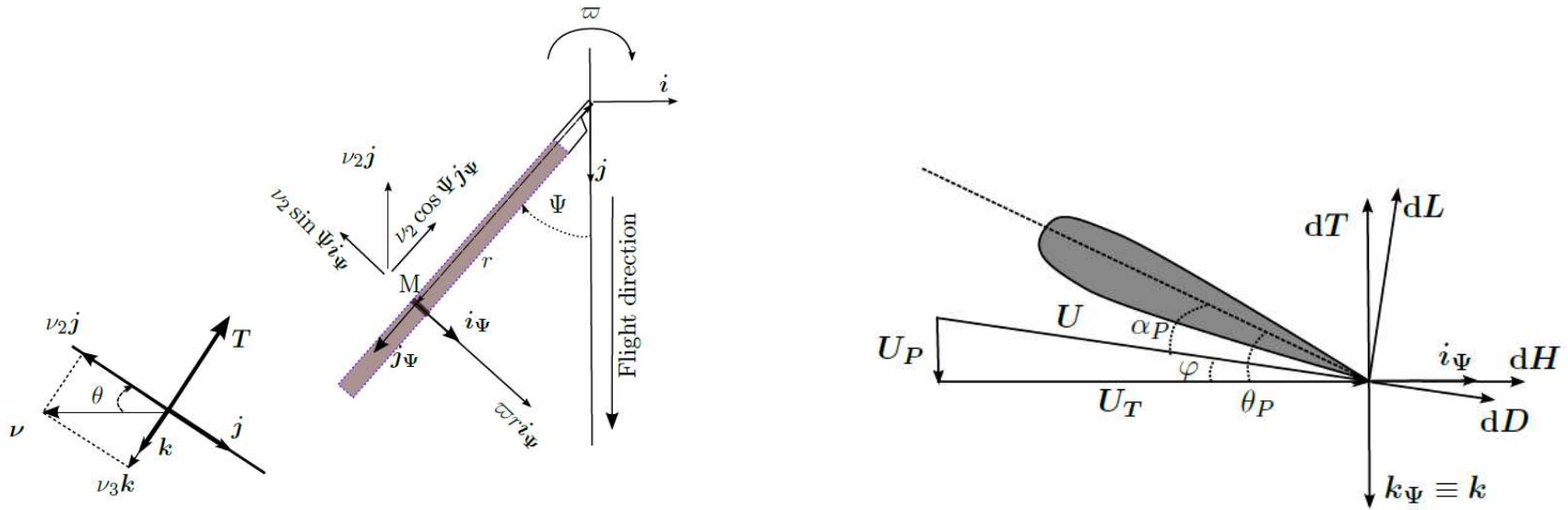
$$|U(r, \Psi)| = \sqrt{(r\omega + \nu_2 \sin \Psi)^2 + (\nu_3 + \nu_{ind})^2}$$

où l'on a négligé la composante de vitesse selon j_Ψ .

Modèle des efforts aéro. appliqués à une hélice

Expression des efforts aérodynamiques sur l'hélice

Exemple: le cas du vol à vitesse linéaire constante et vitesse angulaire nulle



D'où,

$$\varphi(r, \Psi) = \arctan 2(\nu_3 + \nu_{ind}, r\varpi + \nu_2 \sin \Psi)$$

$$\alpha_P(r, \Psi) = \theta_P(r) - \varphi(r, \Psi)$$

$$dL(r, \Psi) = \frac{1}{2} \rho C_P(r) dr C_{LP}(\alpha_P, r) |U|^2$$

$$dD(r, \Psi) = \frac{1}{2} \rho C_P(r) dr C_{DP}(\alpha_P, r) |U|^2$$

$$dT(r, \Psi) = dL \cos \varphi - dD \sin \varphi$$

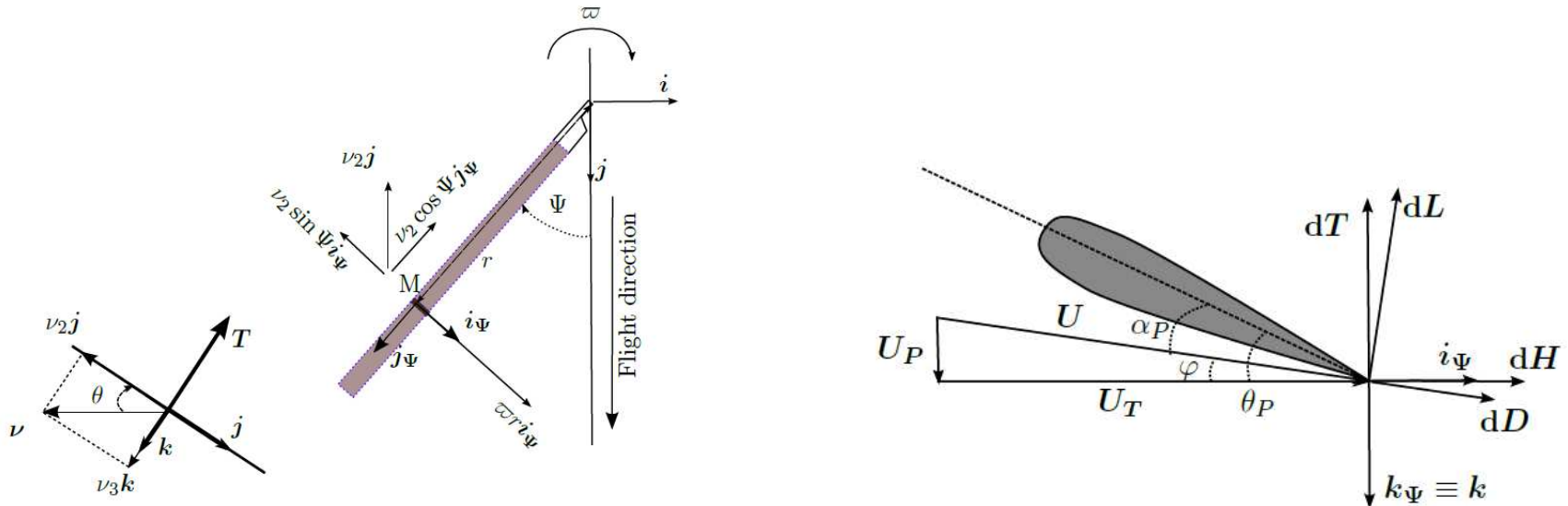
$$dH(r, \Psi) = dL \sin \varphi + dD \cos \varphi$$

$$dQ(r, \Psi) = -r dH(r)$$

Modèle des efforts aéro. appliqués à une hélice

Expression des efforts aérodynamiques sur l'hélice

Exemple: le cas du vol à vitesse linéaire constante et vitesse angulaire nulle



- Analytiquement, cette intégration n'est calculable qu'en faisant des simplifications: c_P, θ_P constants, $\varpi \gg |\nu|$, angle d'attaque petit
- On obtient finalement une expression de la forme

$$\begin{aligned}
 T &= c_0 \varpi^2 + c_1 \varpi (\vec{v}^a \cdot \vec{k} + \nu_{ind}) \\
 H &= c_2 (\vec{v}^a \cdot \vec{k} + \nu_{ind} + c_3 \varpi) \vec{v}^a \cdot \vec{j} \\
 Q &= c_4 (\vec{v}^a \cdot \vec{k} + \nu_{ind} + c_5 \varpi) \vec{v}^a \cdot \vec{j} + c_6 \varpi^2
 \end{aligned}$$

Modèle des efforts aéro. appliqués à une hélice

Expression des efforts aérodynamiques sur l'hélice

Simplification: Le vol stationnaire...

$$T = c_0 \varpi^2 + c_1 \varpi \nu_{ind}$$

$$H = 0$$

$$Q = c_6 \varpi^2$$

Conséquences:

- On peut explicitement trouver ϖ sachant T (pour le vol d'avancement, on peut seulement résoudre numériquement).
- On utilise souvent le modèle simplifié

$$T = c_0 \varpi^2$$

$$H = 0$$

$$Q = c_6 \varpi^2$$

Application aux drones multirotors

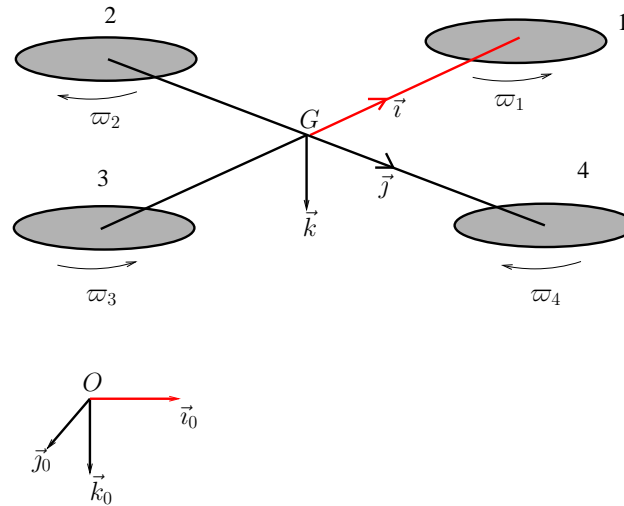
On va établir un modèle sous les hypothèses suivantes:

- Le drone est composé de deux parties:
 - Un corps principal.
 - Des hélices, dont l'axe de rotation est rigidement lié au corps principal. On suppose aussi que les axes de rotation de toutes les hélices ont la même direction.
- Le modèle basique de trainée et portance $c_L(\alpha)$, $c_D(\alpha)$ est supposé suffisant.
- On négligera l'influence de v_a sur les efforts aérodynamiques sur les hélices.



Modèle des drones multirotors

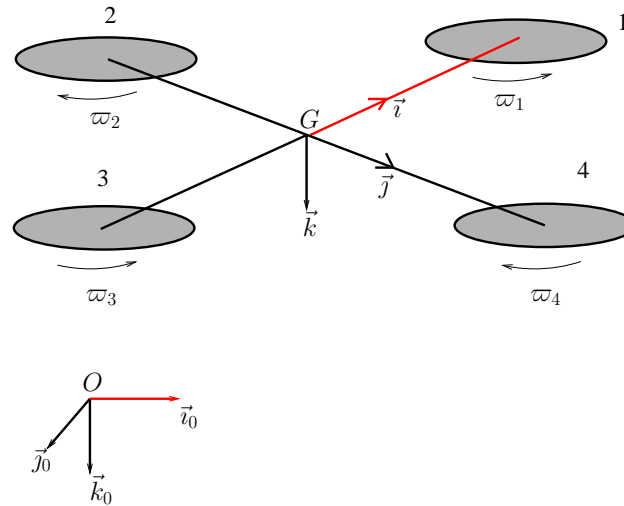
Les notations suivantes sont utilisées:



- $\mathcal{I} = \{O; \vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0\}$ est un repère inertiel (Galiléen) par rapport auquel la pose absolue du drone est mesurée. Ce repère est de type NED (North-East-Down) avec \vec{i}_0 dirigé vers le Nord, \vec{j}_0 vers l'Est, et \vec{k}_0 vers le centre de la terre.
- $\mathcal{B} = \{G; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ est un repère attaché au corps principal (body frame en Anglais), avec G le centre de masse du véhicule. On suppose que G est un point fixe en repère corps (approximation généralement raisonnable).
- Le vecteur de coordonnées de G dans \mathcal{I} est noté p .

Modèle des drones multirotors

Les notations suivantes sont utilisées:



- La matrice de rotation de \mathcal{B} vers \mathcal{I} est notée R .
- L'axe de rotation des hélices est défini par le vecteur \vec{k} .
- Les variables $\varpi_1, \dots, \varpi_{n_p}$ correspondent aux vitesses de rotation des hélices, avec n_p le nombre d'hélices.

Modèle des drones multirotors

Equations dynamiques (Newton-Euler):

$$\begin{cases} \dot{p} &= v \\ m\dot{v} &= mge_3 + F_a \\ \dot{R} &= RS(\omega) \\ J\dot{\omega} &= -S(\omega)J\omega + \Gamma_a \end{cases}$$

avec

- v : vitesse de G par rapport à \mathcal{I} exprimée dans \mathcal{I} ;
- m : masse du véhicule, supposée constante;
- g : constante de gravité;
- $e_3 = (0, 0, 1)^T$;
- $S(\omega)$: matrice associée au produit vectoriel par ω : $S(\omega)y = \omega \times y, \forall y$;
- J : matrice d'inertie, exprimée en repère corps;
- F_a : résultante des efforts aérodynamiques agissant sur le véhicule, exprimée dans \mathcal{I} ;
- Γ_a : moment des forces appliquées au corps principal, calculé en G et exprimé dans \mathcal{B} .

Modèle des drones multirotors

On peut expliciter un peu plus F_a et Γ_a comme suit:

$$\begin{aligned} F_a &= F_e(R, v^a) - \sum_{i=1}^{n_p} b_i \varpi_i^2 R e_3 \\ \Gamma_a &= \Gamma_e(R, v^a) - \sum_{i=1}^{n_p} b_i \varpi_i^2 \ell_i \times e_3 - \sum_{i=1}^{n_p} \kappa_i \varpi_i^2 e_3 \end{aligned}$$

où

- F_e est la résultante des efforts aéro. agissant sur le corps principal;
- les termes de la somme dans F_a correspondent aux efforts de portance agissant sur les hélices.
- Γ_e est la résultante des efforts aéro. agissant sur le corps principal;
- les termes de la première somme dans Γ_a correspondent aux couples induits par les efforts de portance agissant sur les hélices, avec ℓ_i le vecteur reliant G au centre de l'hélice i , exprimé dans \mathcal{B} ;
- les termes de la deuxième somme dans Γ_a correspondent aux couples induits par les efforts de trainée agissant sur les hélices;

Modèle des drones multirotors

$$\begin{aligned} F_a &= F_e(R, v^a) - \sum_{i=1}^{n_p} b_i \varpi_i^2 R e_3 \\ \Gamma_a &= \Gamma_e(R, v^a) - \sum_{i=1}^{n_p} b_i \varpi_i^2 \ell_i \times e_3 - \sum_{i=1}^{n_p} \kappa_i \varpi_i^2 e_3 \end{aligned}$$

On va ré-écrire ces équations comme suit:

$$\begin{aligned} F_a &= F_e(R, v^a) - T R e_3 \\ \Gamma_a &= \Gamma_e(R, v^a) + \Gamma \end{aligned}$$

avec

$$\begin{pmatrix} T \\ \Gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n_p} b_i \varpi_i^2 \\ - \sum_{i=1}^{n_p} b_i \varpi_i^2 \ell_i \times e_3 - \sum_{i=1}^{n_p} \kappa_i \varpi_i^2 e_3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \varpi_1^2 \\ \vdots \\ \varpi_{n_p}^2 \end{pmatrix}$$

Modèle des drones multirotors

- La matrice A est une **matrice d'allocation**, permettant de passer des vitesses de rotation des hélices aux commandes (poussée, couples).
- Pour que le drone ait des propriétés de commandabilité satisfaisantes (linéarisé commandable autour du vol stationnaire), il suffit que A soit de rang quatre, et qu'il existe des valeurs strictement positives $\xi_1, \dots, \xi_{n_p} > 0$ telles que $A\xi = (mg, 0, 0, 0)^T$, avec $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_{n_p})^T$. Ceci est toujours satisfait si le drone est construit correctement avec au moins quatre hélices qui ne tournent pas toutes dans le même sens.
- Pour les multirotors, on néglige souvent la dépendance de F_e par rapport à R , i.e., $F_e = F_e(v^a)$. On verra que ceci est très important du point de vue de la synthèse de lois de commande.

Structure matérielle des drones multirotors

Les drones multirotors contiennent un ensemble d'éléments matériels de base, indispensables au fonctionnement du drone:

- **Chassis**, qui constitue l'ossature matérielle du drone;
- **Moteurs sans balais** ("Brushless motors" en Anglais), qui vont faire tourner les hélices. Ils sont spécifiés par leur "kV" qui désigne le nombre de tours/minute/Volt à vide;
- **Hélices** ("Propellers" en Anglais), dont le diamètre et le pas sont indiqués typiquement en pouces;
- **Contrôleurs de vitesse moteur** "ESC (Electronic Speed Controlers), en Anglais", qui vont assurer la régulation de la vitesse moteur.
- **Batterie**, ("Battery" en Anglais), typiquement de type Lythium-Polymères (LiPo), qui va fournir l'énergie pour les moteurs et l'ensemble de l'électronique embarquée. La batterie est spécifiée par:
 - sa capacité (en mA.h),
 - son nombre de cellule (typiquement de 2 à 6, avec une tension nominale de 3.7-3.8 V par cellule),
 - son taux de décharge, qui correspond au courant max que la batterie peut délivrer, exprimé en facteur x Capacité (e.g., 30 C donne $I_{max} = 30 \times \text{Capacité en A}$);

Structure matérielle des drones multirotors

Suite...

- **Radio-commande**, ("Radio" en Anglais), qui va permettre de transmettre au drone des messages envoyés par un pilote;
- **Recepteur radio**, ("Radio receiver" en Anglais), qui va permettre de recevoir les messages émis par la radio, et de communiquer avec elle;
- **Autopilote**, ("Autopilot"), qui en fonction des consignes de vol, va calculer les consignes de vitesse à envoyer aux ESCs. Cet autopilote contient typiquement des capteurs, notamment une **Centrale inertielle** ("IMU", Inertial Measurement Unit, en Anglais). Il peut aussi s'appuyer sur d'autres capteurs embarqués, GPS, altimètre, capteurs lasers, caméras, etc

Structure matérielle des drones multirotors

Suite... A ces éléments de base, vont souvent se rajouter d'autres composants, comme

- **Station sol**, ("Ground station" en Anglais), qui est simplement un ordinateur communiquant avec le drone via des antennes de **Télémétrie** ("Telemetry" en Anglais);
- **Antenne GPS**, ("GPS antenna" en Anglais), qui va permettre de recevoir(quand tout va bien) la position et la vitesse du drone;
- **Altimètre**, ("Altimeter" en Anglais), laser, ou ultrason, qui fournit la distance au sol;
- **Autres Capteurs exteroceptifs**, ("Exteroceptive sensors" en Anglais), pour fournir des informations sur l'environnement qui pourront être utilisés dans des boucles de commande (Caméras, Lidars, etc);
- **Processeur haut-niveau**, ("High-Level processor" en Anglais), dédié au traitement de ces capteurs;

Exemple de dimensionnement

On souhaite concevoir un drone quadricopter pour "vol lent" avec les caractéristiques suivantes:

- Masse $m \leq 500$ gr, incluant 100 gr de "charge utile" (capteurs)
- Capacité de poussée maximum d'au moins $1.6mg$
- Temps de vol d'au moins 10min

Outre la charge utile (non spécifiée), le drone contient les éléments suivants:

- Chassis
- Motorisation (moteurs, ESC, carte de distribution de puissance)
- Hélices
- Contrôleur de vol
- Batterie

Exemple de dimensionnement

Choix de la motorisation et des hélices:

- Chaque hélice doit produire 125 gr en vol stationnaire, et doit pouvoir produire jusqu'à 200 gr de poussée
- La masse du drone suggère des dimensions d'hélices entre 5 et 7 pouces
- Un exemple de moteur adapté à ces dimensions est le modèle DYS 1306 3100KV, qui avec des hélices 5x3 pouces et une batterie LIPO 2S (7.4V) donne les performances constructeur (théoriques) suivantes:
 - 1.4 A $\rightarrow T = 70\text{gr}$, $P = 10.36\text{W}$, $\text{Eff} = 6.8\text{gr/W}$, Poussée théorique $\approx 150\text{ gr}$
 - 3.3 A $\rightarrow T = 140\text{gr}$, $P = 24.42\text{ W}$, $\text{Eff} = 5.7\text{gr/W}$, Poussée théorique $\approx 270\text{gr}$
 - 5.7 A $\rightarrow T = 220\text{gr}$, $P = 42.18\text{ W}$, $\text{Eff} = 5.2\text{gr/W}$, Poussée théorique $\approx 380\text{gr}$
- La masse des moteurs est d'environ 15 gr. Avec les ESC et les hélices, on aura une motorisation d'environ 90 gr.

Exemple de dimensionnement

Autres composants:

- Chassis 250mm: $m \approx 110$ gr
- Contrôleur de vol: Pixhawk 4 + GPS: $m \approx 60$ gr
- $\implies m \approx 260$ gr sans batterie et sans charge utile.
- Batterie Lipo 2S, 2200 mA.H $\implies m \approx 120$ gr, $E = 16.28$ W.H
- \implies masse totale = 380 gr sans la charge utile.
- Va t-on atteindre les 10 min de vol avec 100gr de charge utile?
 - Pour 120gr de poussée/moteur, on a une efficacité d'environ 6gr/W, d'où une consommation de $480/6 = 80$ Watt
 - Temps de vol: pour une énergie de 15W.H (batterie pas complètement vide), on obtient une durée de vol de $15 * 60/80 \approx 11$ min;
 - Sans les 100 gr de charge utile, avec une efficacité d'environ 6.3gr/W, on a une consommation de $380/6.3 \approx 60$ Watt, et un temps de vol d'environ 15 min