



第十三讲 命题演算

《逻辑学导论》第二版，第2章

Dr. 徐慈华 浙江大学
语言与认知研究中心
CSLC



一、真值表方法

二、命题逻辑的自然推理

一、真值表方法

- 真值表是命题逻辑的重要工具，它不仅可以定义真值联结词，而且可以判定推理形式是否有效，分析几个真值形式相互之间的关系。

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

一般步骤:

1. 列出给定的真值形式所包含的所有的命题变项，并列出这些命题变项的各种真假组合。

$$(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$$

$p \mid q$	
T	T
T	F
F	T
F	F

2.根据构成过程，逐步地由简而繁地列出这个真值形式的各个组成部分，最后为这个真值形式本身。

$$p \quad q \quad p \rightarrow q \quad (p \rightarrow q) \wedge p \quad (p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$$

3.根据基本真值表，逐个计算出每个组成部分的真假情况，最后得出此真值形式的真假情况。

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

真值表的判定作用

一个正确的推理形式可以分析为一个蕴涵式，而且必是一个重言的蕴涵式（永真式）。反之，如果代表某一推理形式的蕴涵式不是重言式，则说明此推理形式无效。

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \neg p$	$(p \vee q) \wedge \neg p \rightarrow q$
<u>T</u>	<u>T</u>	F	T	F	T
<u>T</u>	<u>F</u>	<u>F</u>	T	F	T
<u>F</u>	<u>T</u>	<u>T</u>	<u>T</u>	<u>T</u>	<u>T</u>
<u>F</u>	<u>F</u>	T	F	<u>F</u>	<u>T</u>



二、命题逻辑自然推理

1. 命题逻辑自然推理概述
2. 推理规则及其应用
3. 置换规则及其应用

1. 命题逻辑自然推理概述


- 传统的逻辑基于自然语言
 - 缺陷：
 - 歧义性
 - 模糊性
 - 不准确性
- 形式语言构造逻辑演算系统
 - 符号 + 规则



自然推理系统的内容

- 初始符号
- 形成规则
- 推演规则

① 初始符号

- 命题变项: $p, q, r, s, p_1, q_1, r_1, s_1, \dots$;
- 联结词: \neg 、 \vee 、 \wedge 、 \rightarrow 、
- 辅助符号: $(,)$ 。

②形成规则

- 决定哪些符号组合是有意义的
 - 有意义的符号组合=合式公式（公式）

- 命题变项是公式
- 如果A是公式，则 $\neg A$ 是公式；
- 如果A和B是公式，则 $A \wedge B$ 、 $A \vee B$ 、 $A \rightarrow B$ 、 $A \leftrightarrow B$ 是公式；
- 只有符合上面三条的符号组合才是公式。

③推演规则

- 推理规则
- 置换规则
- 条件证明规则

2. 推理规则及其应用

推理规则1：肯定前件(M.P.)

- 从“ $A \rightarrow B$ ”和“ A ”可以推得“ B ”。

推理规则2：否定后件(M.T.)

- 从“ $A \rightarrow B$ ”和“ $\neg B$ ”可以推得“ $\neg A$ ”。

推理规则3：析取三段论(D.S.)

- 从“ $A \vee B$ ”和“ $\neg A$ ”可以推得“ B ”；
- 从“ $A \vee B$ ”和“ $\neg B$ ”可以推得“ A ”。

推理规则4：简化律（Simp.）

- 从 “ $A \wedge B$ ” 可以推得 “ A ” ；
- 从 “ $A \wedge B$ ” 可以推得 “ B ” 。

推理规则5：合取律（Conj.）

- 从 “ A ” 和 “ B ” 可以推得
“ $A \wedge B$ ” 。

推理规则6：附加律(Add.)

- 从 “**A**” 可以推得 “**A \vee B**” ；
- 从 “**B**” 可以推得 “**A \vee B**” 。

推理规则7：假言三段论 (H.S.)

- 从 “**A \rightarrow B**” 和 “**B \rightarrow C**” 可以推得 “**A \rightarrow C**” 。

推理规则8：构造式二难 (C.D.)

- 从 “**A \rightarrow B**” 、 “**C \rightarrow D**” 和 “**A \vee C**” 可以推得 “**B \vee D**” 。

推理规则9：吸收律(Abs.)

- 从 “**A \rightarrow B**” ， 可以推得 “**A \rightarrow (A \wedge B)**” 。

案 例

华夏队的实力将大增，并且有望获得全国象棋联赛的冠亚军，如果中国象棋特级大师许某加盟华夏队。果然，中国象棋特级大师许某加盟到了华夏队，所以，华夏队有望获得全国象棋联赛的冠亚军。

证 明

令： p ： 中国象棋特级大师许某加盟华夏队；

q ： 华夏队的实力将大增；

r ： 华夏队有望获得全国象棋联赛的冠军；

s ： 华夏队有望获得全国象棋联赛的亚军，

则有：

(1) $p \rightarrow q \wedge (r \vee s)$ 前提

(2) p 前提

(3) $q \wedge (r \vee s)$ (1) (2) 肯定前件

(4) $r \vee s$ (3) 简化律

证毕。

3. 置换规则及其应用

置换规则1：双否律(D.M.)

- “ A ” 和 “ $\neg\neg A$ ” 可以互相置换。

置换规则2：易位律(Trans.)

- “ $A \rightarrow B$ ” 和 “ $\neg B \rightarrow \neg A$ ” 可以互相置换。

置换规则3：德摩根律 (De M.)

- “ $\neg (A \wedge B)$ ” 和 “ $\neg A \vee \neg B$ ” 可以互相置换；
- “ $\neg (A \vee B)$ ” 和 “ $\neg A \wedge \neg B$ ” 可以互相置换。

置换规则4：交换律(Com.)

- “ $A \wedge B$ ” 和 “ $B \wedge A$ ” 可以互相置换；
- “ $A \vee B$ ” 和 “ $B \vee A$ ” 可以互相置换。

置换规则5：幂等律 (Taut.) 重言律

“ A ” 和 “ $A \wedge A$ ” 可以互相置换；

“ A ” 和 “ $A \vee A$ ” 可以互相置换。

置换规则6：分配律 (Dist.)

“ $A \wedge (B \vee C)$ ” 和 “ $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ ” 可以互相置换；

“ $A \vee (B \wedge C)$ ” 和 “ $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$ ” 可以互相置换。

置换规则7：结合律 (Assoc.)

“ $A \wedge (B \wedge C)$ ” 和 “ $(A \wedge B) \wedge C$ ” 可以互相置换；

“ $A \vee (B \vee C)$ ” 和 “ $(A \vee B) \vee C$ ” 可以互相置换。

置换规则8：移出律 (Exp.) 输出律

“ $(A \wedge B \rightarrow C)$ ” 和 “ $(A \rightarrow (B \rightarrow C))$ ”，可以互相置换。

置换规则9：蕴析律(Impl.)实质蕴涵律

“ $A \rightarrow B$ ” 和 “ $\neg A \vee B$ ”，可以互相置换。

置换规则10：等值律 (Equiv.) 实质等值律

“ $A \leftrightarrow B$ ” 和 “ $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ ”，可以互相置换。

置换规则8：移出律 (Exp.) 输出律

“ $(A \wedge B \rightarrow C)$ ” 和 “ $(A \rightarrow (B \rightarrow C))$ ”，可以互相置换。

真值表法

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow r$	$q \rightarrow r$	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	T
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T
F	T	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	T	F	T	T
F	F	T	F	T	T	T	T
F	F	F	F	T	T	T	T

置换规则9：蕴析律(Impl.)实质蕴涵律

“ $A \rightarrow B$ ” 和 “ $\neg A \vee B$ ”，可以互相置换。

充分条件的否定

$$\neg(A \rightarrow B) = A \wedge \neg B$$

前真后假时，为假

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

案 例

如果单位有事，那么小芳就不去太子湾公园游览了。或许是单位有事，或许是另有约会。要是小芳去看电影或者另有约会，那么小芳就不去城东公园练武了。小芳现在刚从城东公园练武回来，所以，小芳就不去太子湾公园游览了。

证 明

令:

p: 单位有事;

q: 小芳去太子湾公园游览;

r: 另有约会;

s: 小芳去看电影;

t: 小芳去城东公园练武,

则有

$$(1) p \rightarrow \neg q$$

前提

$$(2) p \vee r$$

前提

$$(3) s \vee r \rightarrow \neg t$$

前提

$$(4) t$$

前提/∴q

$$(5) \neg \neg t$$

(4) 双否律

$$(6) \neg (s \vee r)$$

(3) (5) 否定后件

$$(7) \neg s \wedge \neg r$$

(6) 德摩根律

$$(8) \neg r$$

(7) 合取化简

$$(9) p$$

(2) (8) 析取否定

$$(10) \neg q$$

(1) (9) 肯定前件

证毕。

课后作业

- 复习+练习——命题演算；