네트마스크 손열

완전 탐색 0

최백준 choi@startlink.io

비트마스크

비트마스크

Bitmask

- 비트(bit) 연산을 사용해서 부분 집합을 표현할 수 있다.

비트 연산

bitwise operation

- & (and), | (or), ~ (not), ^ (xor)

& => 둘다 1 => 1

| => 둘다 0이아니면 => 1

A	B	~A	A & B	A | B	A ^ B
0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0

^ 다르면 1

0

비트 연산

bitwise operation

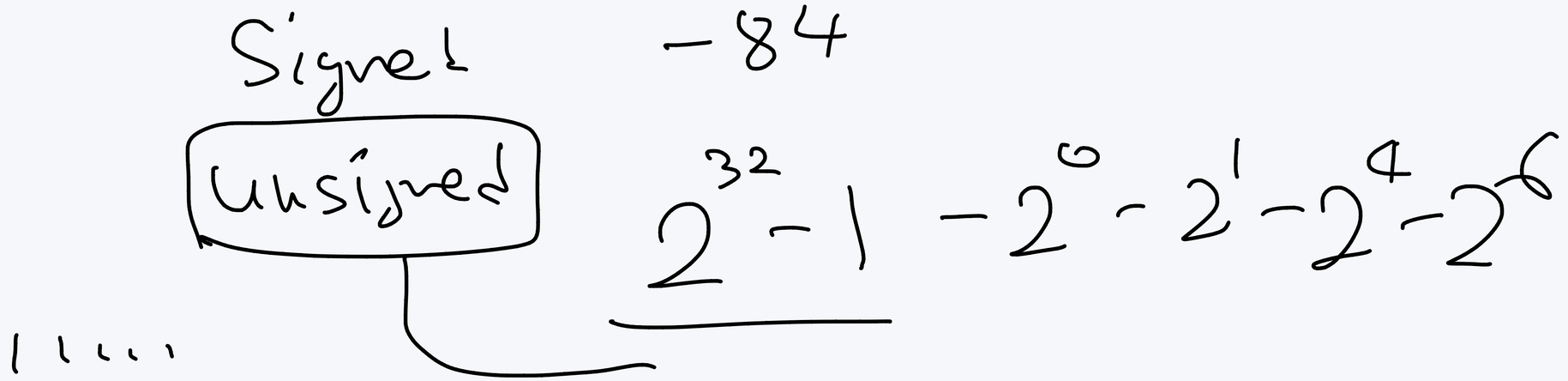
- 두 수 A와 B를 비트 연산 하는 경우에는 가장 뒤의 자리부터 하나씩 연산을 수행하면 된다.
- A = 27, B = 83인 경우
- $A = 11011_2$, $B = 1010011_2$
- A & B = 19, A | B = 91, A ^ B = 73

```
  0 0 1 1 0 1 1      0 0 1 1 0 1 1      0 0 1 1 0 1 1
& 1 0 1 0 0 1 1    | 1 0 1 0 0 1 1    ^ 1 0 1 0 0 1 1
---------------    ---------------    ---------------
  0 0 1 0 0 1 1      1 0 1 1 0 1 1      1 0 0 1 0 0 0
```

비트 연산

bitwise operation

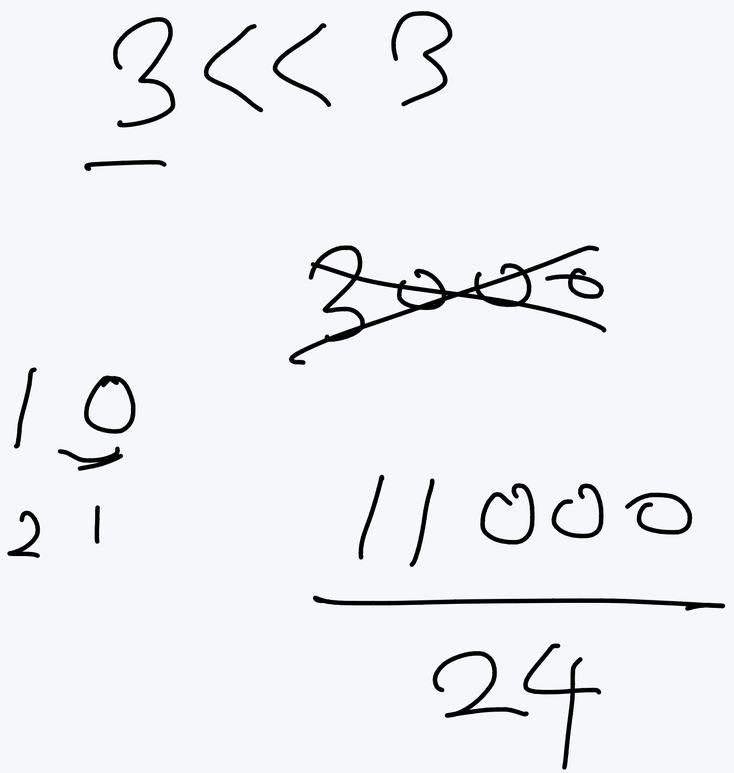
- not 연산의 경우에는 자료형에 따라 결과가 달라진다.
- A = 83 = 1010011_2
- ~A = 10101100_2 (8비트 자료형인 경우)
- ~A = 11111111 11111111 11111111 10101100_2 (32비트 자료형인 경우)
- 또, unsigned, signed에 따라서 보여지는 값은 다르다.



비트 연산

bitwise operation

- shift left (<<) 와 shift right (>>) 연산이 있다.
- A << B (A를 왼쪽으로 B비트만큼 민다.)
- `1 << 0 = 1`
- `1 << 1 = 2` (10_2)
- `1 << 2 = 4` (100_2)
- `1 << 3 = 8` (1000_2)
- `1 << 4 = 16` (10000_2)
- `3 << 3 = 24` (11000_2)
- `5 << 10 = 5120` (1010000000000_2)



비트 연산

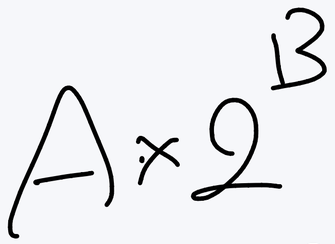
bitwise operation

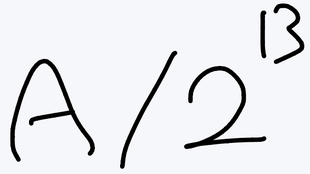
- shift left (<<) 와 shift right (>>) 연산이 있다.
- A >> B (A를 오른쪽으로 B비트만큼 민다.)
- `1 >> 0 = 1`
- `1 >> 1 = 0` (0_2)
- `10 >> 1 = 5` (101_2)
- `10 >> 2 = 2` (10_2)
- `10 >> 3 = 1` (1_2)
- `30 >> 1 = 15` (1111_2)
- `1024 >> 10 = 1` (1_2)

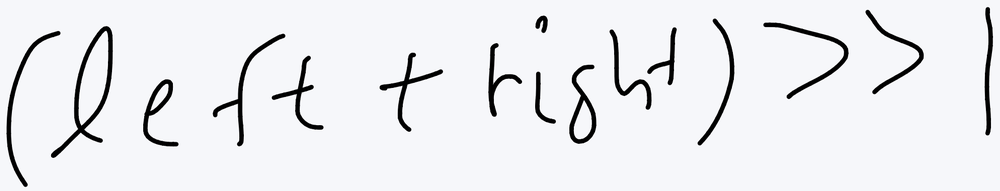
비트 연산

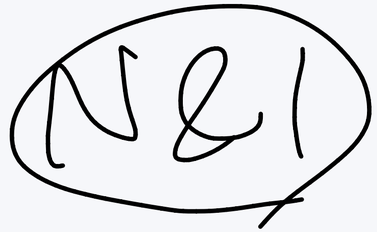
bitwise operation

- A << B는 A × 2^B와 같다.
- A >> B는 A / 2^B와 같다.
- (A + B) / 2는 (A+B) >> 1로 쓸 수 있다.
- 어떤 수가 홀수 인지 판별하는 if (N % 2 == 1) 은 if (N & 1)로 줄여 쓸 수 있다.





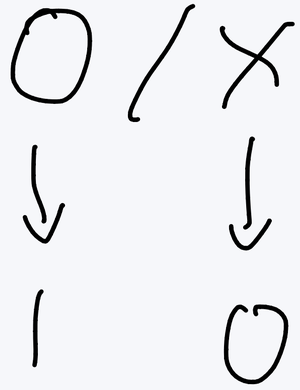


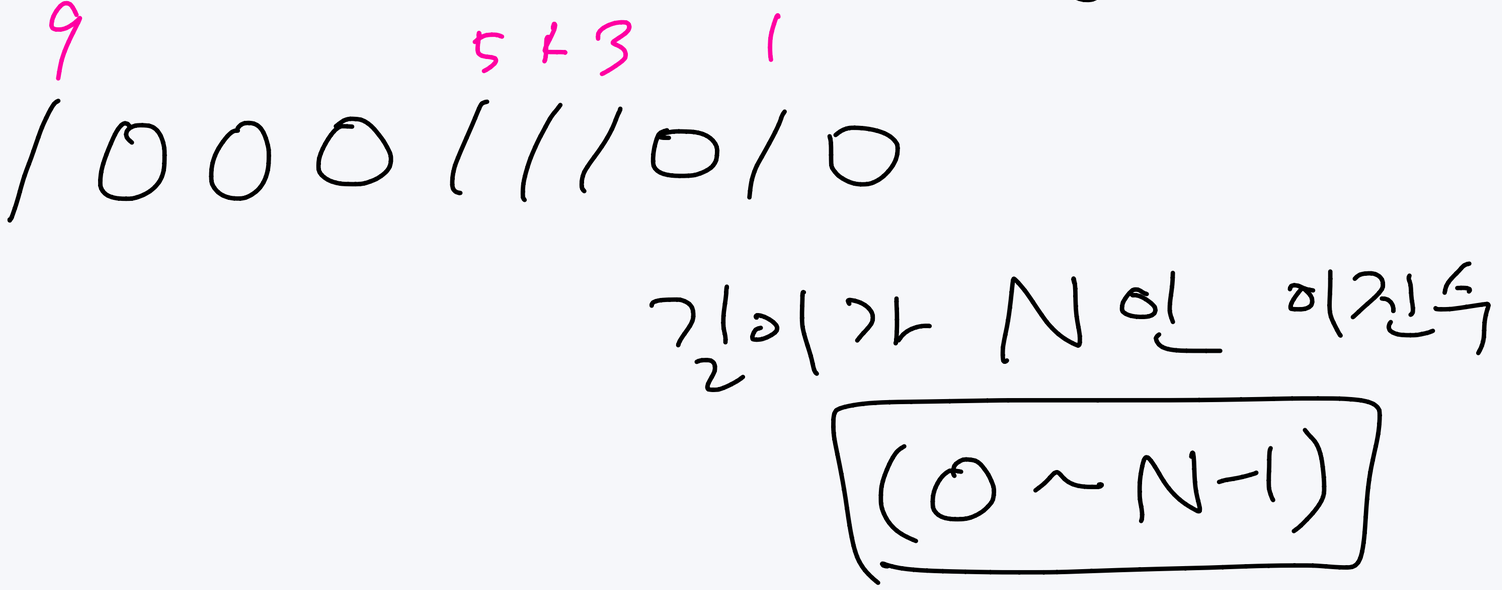


비트마스크

Bitmask

- 정수로 집합을 나타낼 수 있다.
- {1, 3, 4, 5, 9} = 570 = $2^1 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^9$



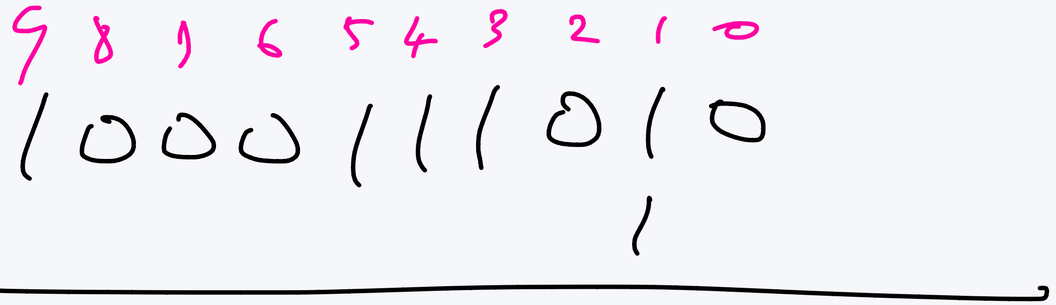


길이가 N인 이진수

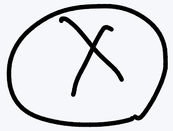
(0 ~ N-1)

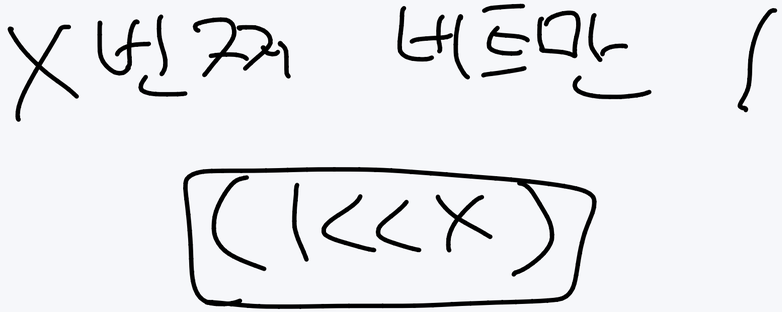
비트마스크

Bitmask



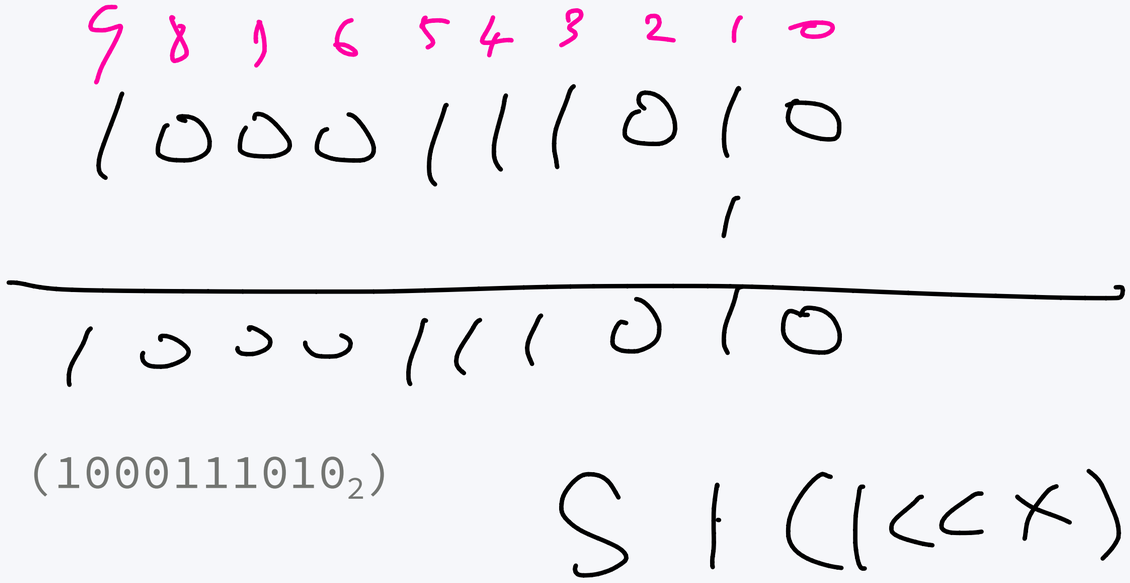
- {1, 3, 4, 5, 9} = 570
- 0이 포함되어 있는지 검사
  - `570 & 2^0 = 570 & (1<<0) = 0`
- 1이 포함되어 있는지 검사
  - `570 & 2^1 = 570 & (1<<1) = 2`
- 2이 포함되어 있는지 검사
  - `570 & 2^2 = 570 & (1<<2) = 0`
- 3이 포함되어 있는지 검사
  - `570 & 2^3 = 570 & (1<<3) = 8`





비트마스크

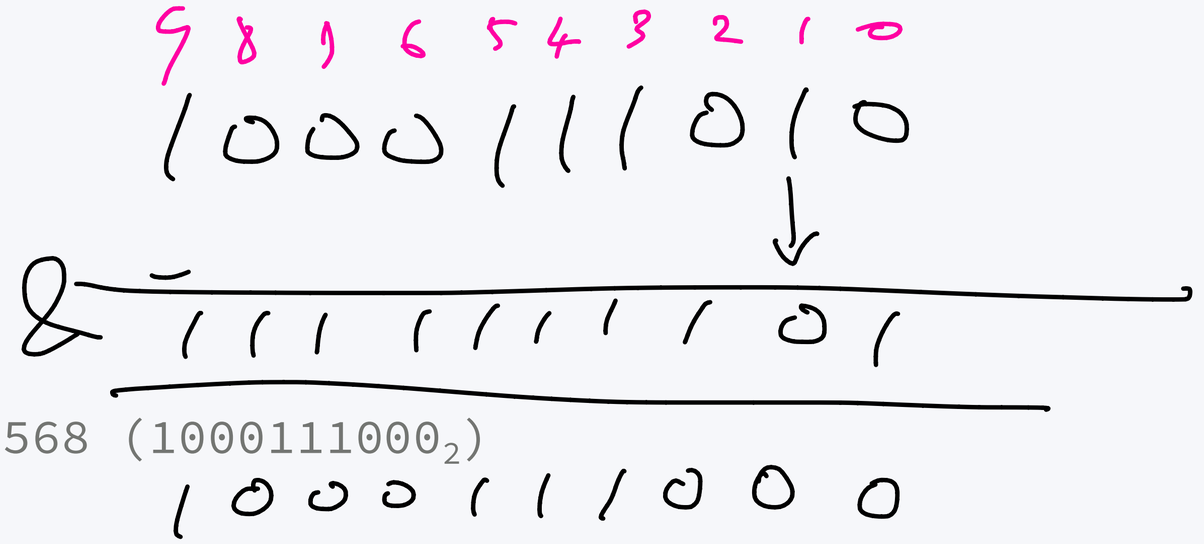
Bitmask



- {1, 3, 4, 5, 9} = 570
- 1 추가하기
  - `570 | 2^1 = 570 + (1<<1) = 570 (1000111010₂)`
- 2 추가하기
  - `570 | 2^2 = 570 | (1<<2) = 574 (1000111110₂)`
- 3 추가하기
  - `574 | 2^3 = 570 + (1<<3) = 570 (1000111010₂)`
- 4 추가하기
  - `574 | 2^4 = 570 | (1<<4) = 570 (1000111010₂)`

비트마스크

Bitmask

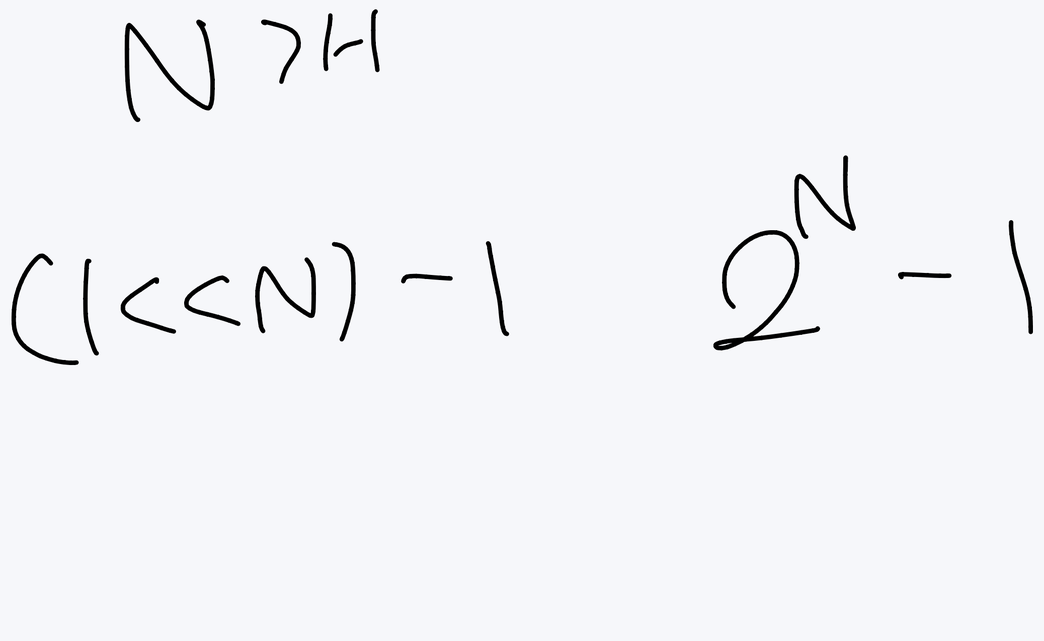


- {1, 3, 4, 5, 9} = 570
- 1 제거하기
  - `570 & ~2^1 = 570 & ~(1<<1) = 568 (1000111000₂)`
- 2 제거하기
  - `570 & ~2^2 = 570 & ~(1<<2) = 570 (1000111010₂)`
- 3 제거하기
  - `562 & ~2^3 = 562 & ~(1<<3) = 562 (1000110010₂)`
- 4 제거하기
  - `562 & ~2^4 = 562 & ~(1<<4) = 546 (1000101010₂)`

비트마스크

Bitmask

- 전체 집합
  - `(1 << N) - 1`
- 공집합
  - `0`



비트마스크

Bitmask

- 현재 집합이 S일때
- i를 추가
  - `S | (1 << i)`
- i를 검사
  - `S & (1 << i)`
- i를 제거
  - `S & ~(1 << i)`
- i를 토글 (0을 1로, 1을 0으로)
  - `S ^ (1 << i)`

집합

https://www.acmicpc.net/problem/11723

- 비트마스크를 연습해보는 문제

집합

https://www.acmicpc.net/problem/11723

- C++: https://gist.github.com/Baekjoon/3503aaa55c03cdde9df51b1bd5155486

비트마스크

Bitmask

- 물론 배열을 사용하는 것이 더욱 편리하지만, 비트마스크를 사용하는 이유는
- 집합을 배열의 인덱스로 표현할 수 있기 때문이다.
- 상태 다이나믹을 할 때 자주 사용하게 된다.

bitset

bitset

- 비트마스크는 STL의 bitset을 이용해서 더 쉽게 나타낼 수 있다.

순열

순열

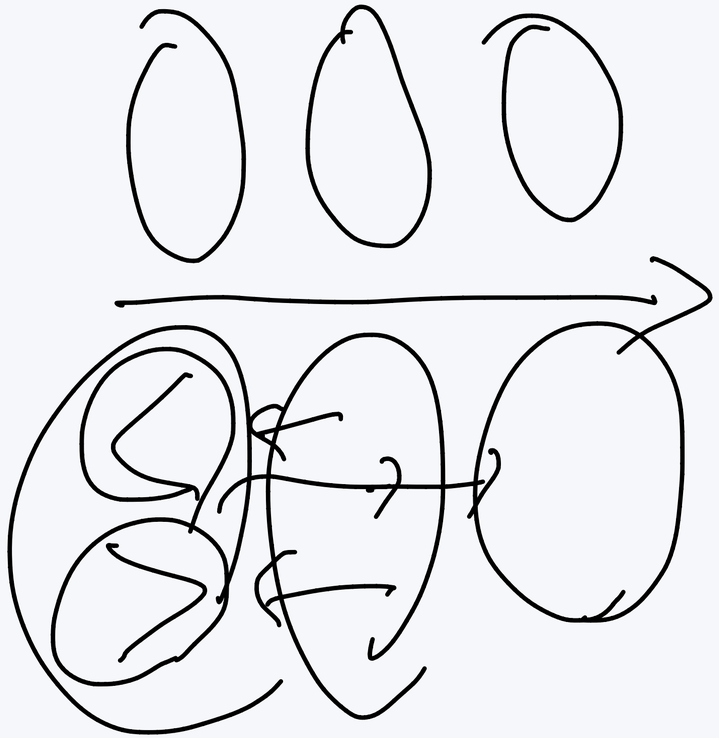
Permutation

- 1 ~ N 까지로 이루어진 수열
- 1 2 3
- 4 1 3 2
- 5 4 2 3 1
- 6 5 1 2 3 4
- 크기는 항상 N이 되어야 하고, 겹치는 숫자가 존재하지 않음

순열

Permutation

- 크기가 N인 순열은 총 N!개가 존재한다
- 순열을 사전순으로 나열했을 때
- N = 3인 경우에 사전순은 다음과 같다
- 1 2 3
- 1 3 2
- 2 1 3
- 2 3 1
- 3 1 2
- 3 2 1



다음 순열

Next Permutation

- 순열을 사전순으로 나열했을 때, 사전순으로 다음에 오는 순열과 이전에 오는 순열을 찾는 방법
- C++ STL의 algorithm에는 이미 next_permutation과 prev_permutation이 존재하기 때문에 사용하면 된다

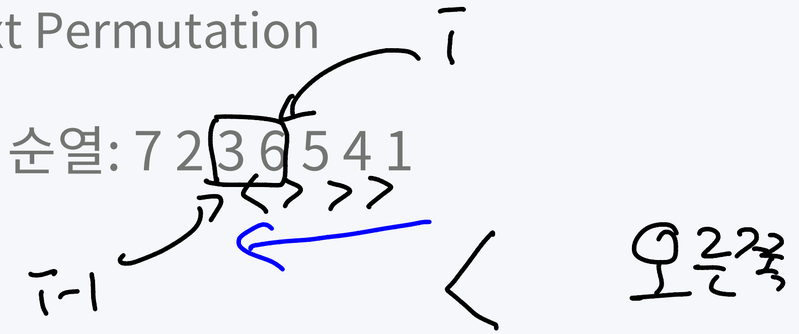
다음 순열

Next Permutation

1. A[i-1] < A[i] 를 만족하는 가장 큰 i를 찾는다
2. j ≥ i 이면서 A[j] > A[i-1] 를 만족하는 가장 큰 j를 찾는다
3. A[i-1]과 A[j]를 swap 한다
4. A[i]부터 순열을 뒤집는다

다음 순열

Next Permutation



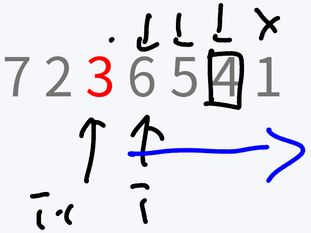
- 순열: 7 2 3 6 5 4 1
- A[i-1] < A[i] 를 만족하는 가장 큰 i를 찾는다
- 즉, 순열의 마지막 수에서 끝나는 가장 긴 감소수열을 찾아야 한다

- 순열: 7 2 3 6 5 4 1

다음 순열

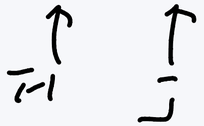
Next Permutation

- 순열: 7 2 3 6 5 4 1



- j ≥ i 이면서 A[j] > A[i-1] 를 만족하는 가장 큰 j를 찾는다

- 순열: 7 2 3 6 5 4 1



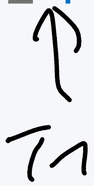
다음 순열

Next Permutation

- 순열: 7 2 3 6 5 4 1

- A[i-1]과 A[j]를 swap 한다

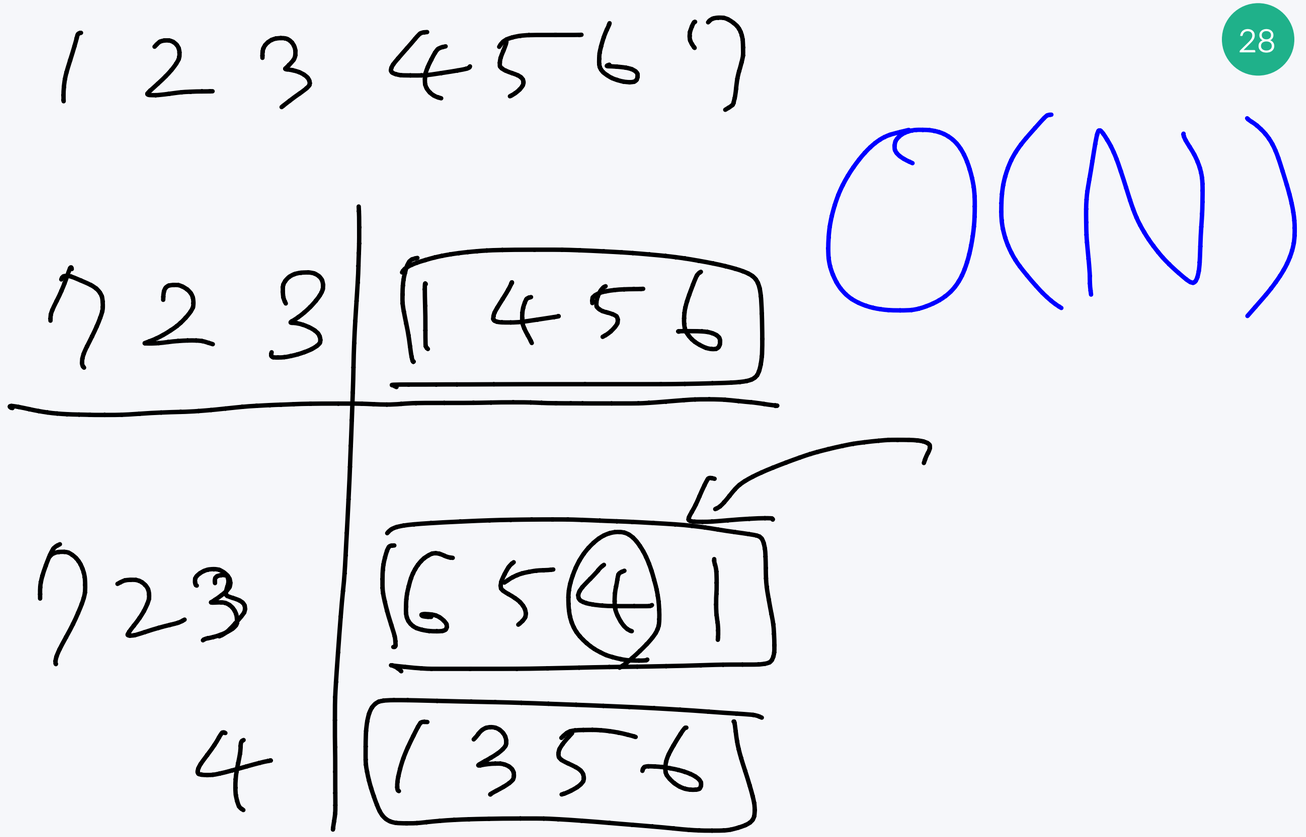
- 순열: 7 2 4 6 5 3 1



다음 순열

Next Permutation

- 순열: 7 2 4 6 5 3 1
- A[i]부터 순열을 뒤집는다
- 순열: 7 2 4 1 3 5 6



7 6 5 4 3 2 1

다음 순열

Next Permutation

O(N)

true ⇒ 다음수열 O

false ⇒ 다음수열 X

```
bool next_permutation(int *a, int n) {
    int i = n-1;
    while (i > 0 && a[i-1] >= a[i]) i -= 1;
    if (i <= 0) return false; // 마지막 순열
    int j = n-1;
    while (a[j] <= a[i-1]) j -= 1;
    swap(a[i-1], a[j]);
    j = n-1;
    while (i < j) {
        swap(a[i], a[j]);
        i += 1; j -= 1;
    }
    return true;
}
```

다음 순열

https://www.acmicpc.net/problem/10972

- 다음 순열을 구하는 문제

다음 순열

https://www.acmicpc.net/problem/10972

- C++: https://gist.github.com/Baekjoon/d51fbc6f75332cfc6ab9
- C++ (next_permutation 구현): https://gist.github.com/Baekjoon/f8d9765ccde7262744b5
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/c307fc69373a74a730c0

이전 순열

https://www.acmicpc.net/problem/10973

- 이전 순열을 구하는 문제

이전 순열

https://www.acmicpc.net/problem/10973

- C++: https://gist.github.com/Baekjoon/2db36900d5b1f37b2397
- C++ (prev_permutation 구현): https://gist.github.com/Baekjoon/c3b6e4a24b3841575dc9
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/37eda7e437c1d14092aa

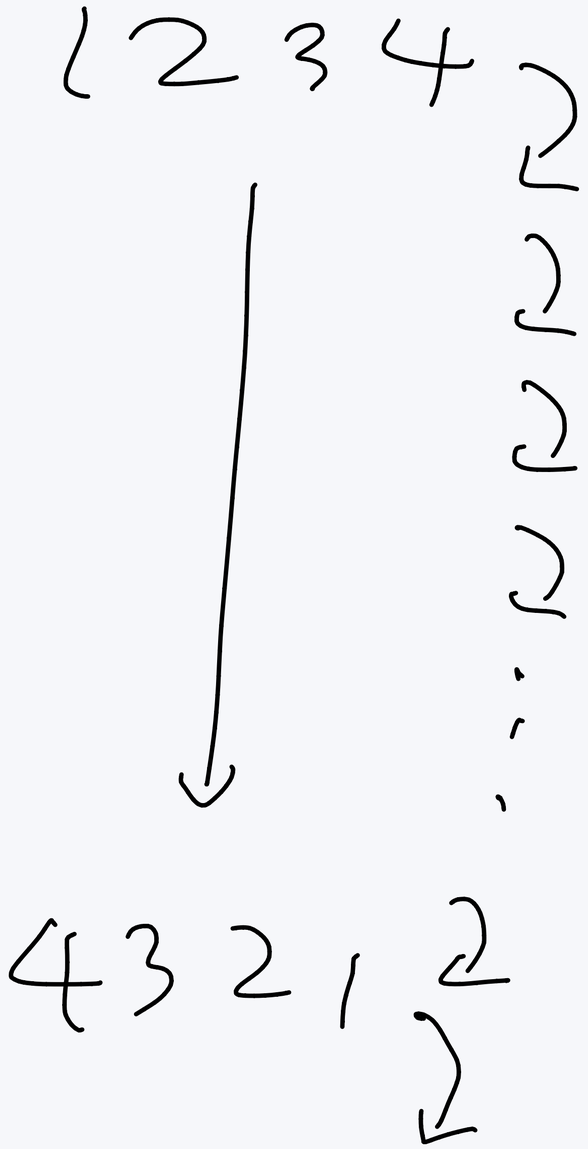
모든 순열

https://www.acmicpc.net/problem/10974

- 모든 순열을 구하는 문제

$O(N \times N!)$

$N = 4$



모든 순열

https://www.acmicpc.net/problem/10974

- C++: https://gist.github.com/Baekjoon/8c1c89872b713e45d45d
- Java: https://gist.github.com/Baekjoon/bb4679d85dd726fd3456

순열의 순서

https://www.acmicpc.net/problem/1722

- 1부터 N까지의 수를 임의로 배열한 순열은 총 N! = N×(N-1)×…×2×1 가지가 있다.
- 임의의 순열은 정렬을 할 수 있다.
- 예를 들어 N=3인 경우 {1, 2, 3}, {1, 3, 2}, {2, 1, 3}, {2, 3, 1}, {3, 1, 2}, {3, 2, 1}의 순서로 생각할 수 있다
- 첫 번째 수가 작은 것이 순서상에서 앞서며, 첫 번째 수가 같으면 두 번째 수가 작은 것이, 두 번째 수도 같으면 세 번째 수가 작은 것이….
- N이 주어지면, 아래의 두 소문제 중에 하나를 풀어야 한다.
- k가 주어지면 k번째 순열을 구하고, 임의의 순열이 주어지면 이 순열이 몇 번째 순열인지를 출력하는 프로그램을 작성하시오.

순열의 순서

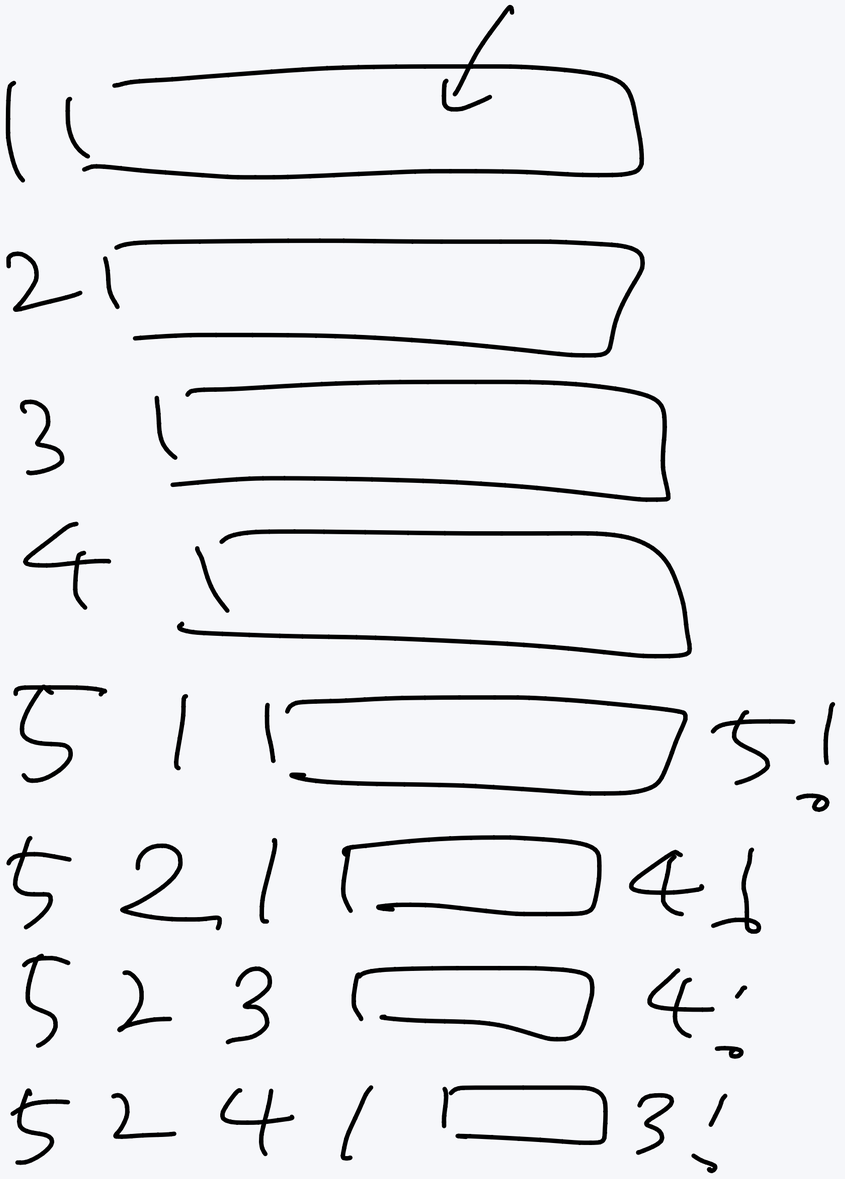
https://www.acmicpc.net/problem/1722

- 총 2개의 문제로 이루어져 있다.
- 어떤 순열이 몇 번째 순열인지
- 몇 번째 순열이 뭔지

순열의 순서

https://www.acmicpc.net/problem/1722

- 어떤 순열이 몇 번째 순열인지 구하는 방법
- N = 7, 순열 = 5, 2, 4, 7, 6, 3, 1
- 1, ?, ?, ?, ?, ?, ? = 6! 개
- 2, ?, ?, ?, ?, ?, ? = 6! 개
- 3, ?, ?, ?, ?, ?, ? = 6! 개
- 4, ?, ?, ?, ?, ?, ? = 6! 개



순열의 순서

https://www.acmicpc.net/problem/1722

- 어떤 순열이 몇 번째 순열인지 구하는 방법
- N = 7, 순열 = 5, 2, 4, 7, 6, 3, 1
- 5, 1, ?, ?, ?, ?, ? = 5! 개
- 5, 2, 1, ?, ?, ?, ? = 4! 개
- 5, 2, 3, ?, ?, ?, ? = 4! 개
- 5, 2, 4, 1, ?, ?, ? = 3! 개
- 5, 2, 4, 3, ?, ?, ? = 3! 개
- 5, 2, 4, 6, ?, ?, ? = 3! 개

순열의 순서

https://www.acmicpc.net/problem/1722

- 어떤 순열이 몇 번째 순열인지 구하는 방법
- N = 7, 순열 = 5, 2, 4, 7, 6, 3, 1
- 5, 2, 4, 7, 1, ?, ? = 2! 개
- 5, 2, 4, 7, 3, ?, ? = 2! 개
- 5, 2, 4, 7, 6, 1, ? = 1! 개

3071

- 5, 2, 4, 7, 6, 3, 1
- 6! × 4 + 5! × 1 + 4! × 2 + 3! × 3 + 2! × 2 + 1! = 3,071 번째 순열 (0부터 시작했을 때)

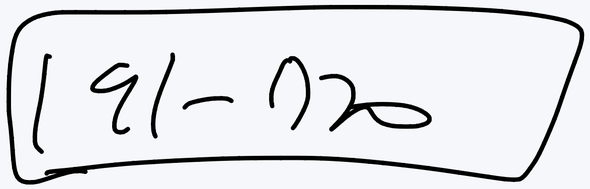
순열의 순서

https://www.acmicpc.net/problem/1722

- 몇 번째 순열이 어떤 순열인지 찾는 방법
- 3071번째 순열
- 1, ?, ?, ?, ?, ?, ? = 6! = 720
- 3071-720 = 2351번째 순열
- 2, ?, ?, ?, ?, ?, ? = 6! = 720
- 2351-720 = 1631 번째 순열
- 3, ?, ?, ?, ?, ?, ? = 6! = 720
- 1631-720 = 911번째 순열
- 4, ?, ?, ?, ?, ?, ? = 6! = 720

순열의 순서

https://www.acmicpc.net/problem/1722



- 몇 번째 순열이 어떤 순열인지 찾는 방법
- 3071번째 순열
- 911-720 = 191번째 순열
- 5, 1, ?, ?, ?, ?, ? = 5! = 120
- 191-120 = 71번째 순열
- 5, 2, 1, ?, ?, ?, ? = 4! = 24
- 71-24 = 47번째 순열
- 5, 2, 3, ?, ?, ?, ? = 4! = 24
- 47-24 = 23번째 순열

순열의 순서

https://www.acmicpc.net/problem/1722

- 몇 번째 순열이 어떤 순열인지 찾는 방법
- 3071번째 순열
- 47-24 = 23번째 순열
- 5, 2, 4, 1, ?, ?, ? = 3! = 6
- 23-6 = 17번째 순열
- 5, 2, 4, 3, ?, ?, ? = 3! = 6
- 17-6 = 11번째 순열
- 5, 2, 4, 6, ?, ?, ? = 3! = 6
- 11-6 = 5번째 순열

순열의 순서

https://www.acmicpc.net/problem/1722

- 몇 번째 순열이 어떤 순열인지 찾는 방법
- 3071번째 순열
- 11-6 = 5번째 순열
- 5, 2, 4, 7, 1, ?, ? = 2! = 2
- 5-2 = 3번째 순열
- 5, 2, 4, 7, 3, ?, ? = 2! = 2
- 3-2 = 1번째 순열
- 5, 2, 4, 7, 6, 1, ? = 1! = 1
- 1-1 = 0번째 순열

순열의 순서

https://www.acmicpc.net/problem/1722

- 몇 번째 순열이 어떤 순열인지 찾는 방법
- 3071번째 순열
- 1-1 = 0번째 순열
- 5, 2, 4, 7, 6, 1, 3

순열의 순서

https://www.acmicpc.net/problem/1722

- C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/1b94fe874444c2287fe5