

이분 탐색으로 정답 찾기

최백준 choi@startlink.io

이분 탐색으로 정답 찾기

이분 탐색으로 정답 찾기

3

Binary Search

- 정답을 구하는 것은 어렵지만
- X가 가능한지 아닌지를 알아내는 것은 쉬운 문제들이 있다

이분 탐색으로 정답 찾기

Binary Search

- 정답을 구하는 문제

최적화

- A에서 B까지 가는 가장 빠른 시간을 구하는 것

- 가능한지 살펴보는 문제

Yes/No

- A에서 B까지 X라는 시간으로 이동할 수 있나?

최적화 \longleftrightarrow Yes/No

이분 탐색으로 정답 찾기

5

Binary Search

- 정답을 구하는 문제는 가능여부를 판별하는 문제로 바꿀 수 있다.
- A에서 B까지 가는 가장 빠른 시간이 M인 경우에
 - M보다 빠른 시간은 모두 불가능
 - M보다 큰 시간은 모두 가능

이분 탐색으로 정답 찾기

Binary Search

- 가능한지 아닌지를 알아보는 문제도 정답을 구하는 문제로 바꿀 수 있다
- A에서 B까지 1라는 시간으로 이동할 수 있나?
- A에서 B까지 2라는 시간으로 이동할 수 있나?
- A에서 B까지 3라는 시간으로 이동할 수 있나?
- A에서 B까지 4라는 시간으로 이동할 수 있나?
- A에서 B까지 5라는 시간으로 이동할 수 있나?
- A에서 B까지 6라는 시간으로 이동할 수 있나?
- A에서 B까지 7라는 시간으로 이동할 수 있나?
- ...

이분 탐색으로 정답 찾기

Binary Search

- 가능한지 아닌지를 알아보는 문제도 정답을 구하는 문제로 바꿀 수 있다

- A에서 B까지 1라는 시간으로 이동할 수 있나? 아니오

- A에서 B까지 2라는 시간으로 이동할 수 있나? 아니오

- A에서 B까지 3라는 시간으로 이동할 수 있나? 아니오

- A에서 B까지 4라는 시간으로 이동할 수 있나? 아니오

- **A에서 B까지 5라는 시간으로 이동할 수 있나? 예**

- A에서 B까지 6라는 시간으로 이동할 수 있나? 예

- A에서 B까지 7라는 시간으로 이동할 수 있나? 예

- A에서 B로 이동하는 가장 빠른 시간은 5이다.

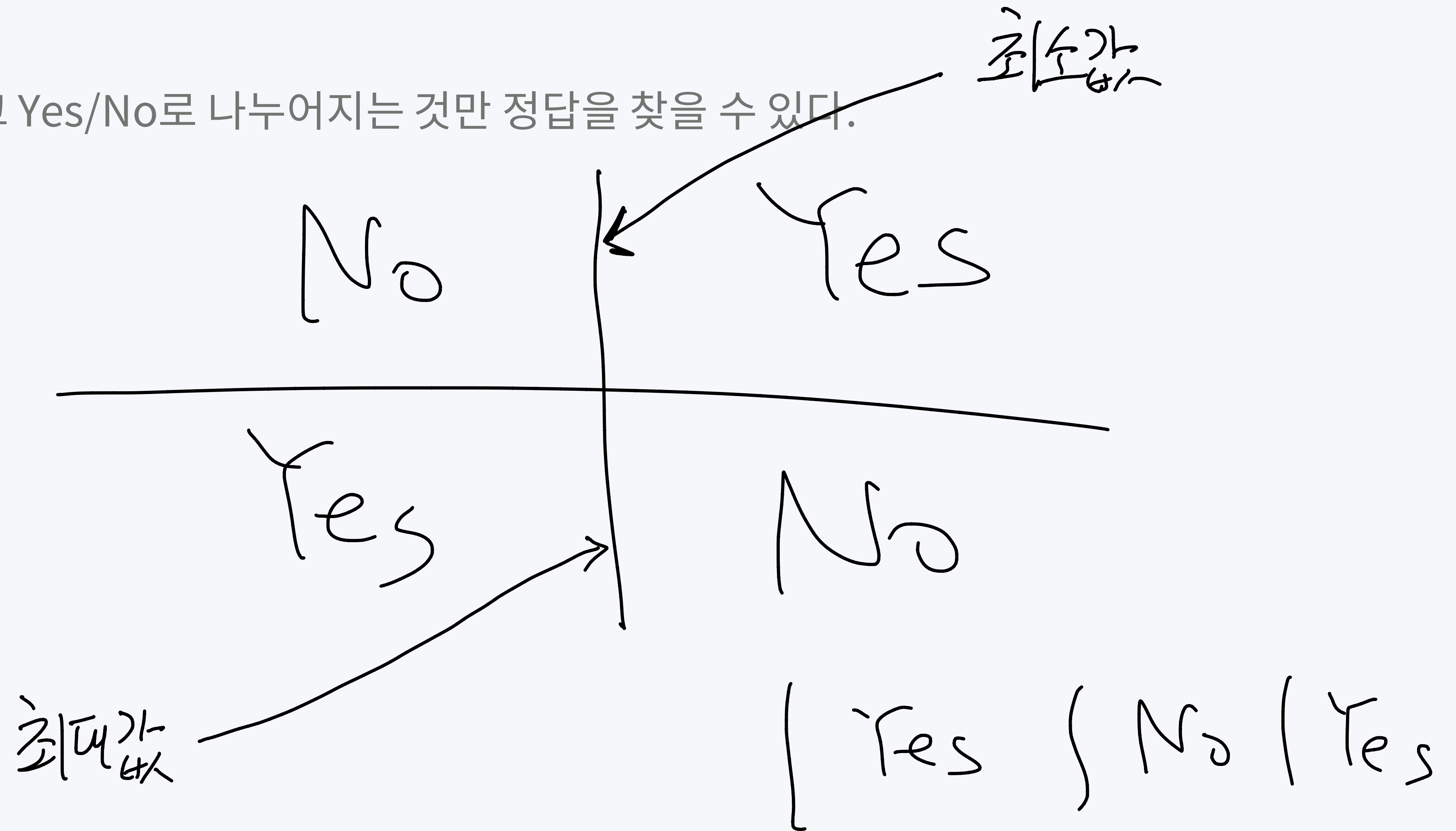
$A \Rightarrow B$



이분 탐색으로 정답 찾기

Binary Search

- 어떤 기준 X를 가지고 Yes/No로 나누어지는 것만 정답을 찾을 수 있다.



랜선 자르기

<https://www.acmicpc.net/problem/1654>

- 랜선 K개가 있다
- 랜선을 같은 길이로 잘라서 N개를 만들어야 한다
- 300cm를 140cm로 자르면, 140cm 2개, 남은 20cm는 버린다
- 자른 것을 붙일 수 없다

이성
✓

길이 최댓값

랜선 자르기

<https://www.acmicpc.net/problem/1654>

예를 들어, 랜선이 4개가 있고, 11개를 만들어야 하는 경우

802, 743, 457, 539 인 경우

200으로 자르면 11개를 만들 수 있다

- $802/200 = 4$
- $743/200 = 3$
- $457/200 = 2$
- $539/200 = 2$
- $4+3+2+2 = 11$

이상
2
11개

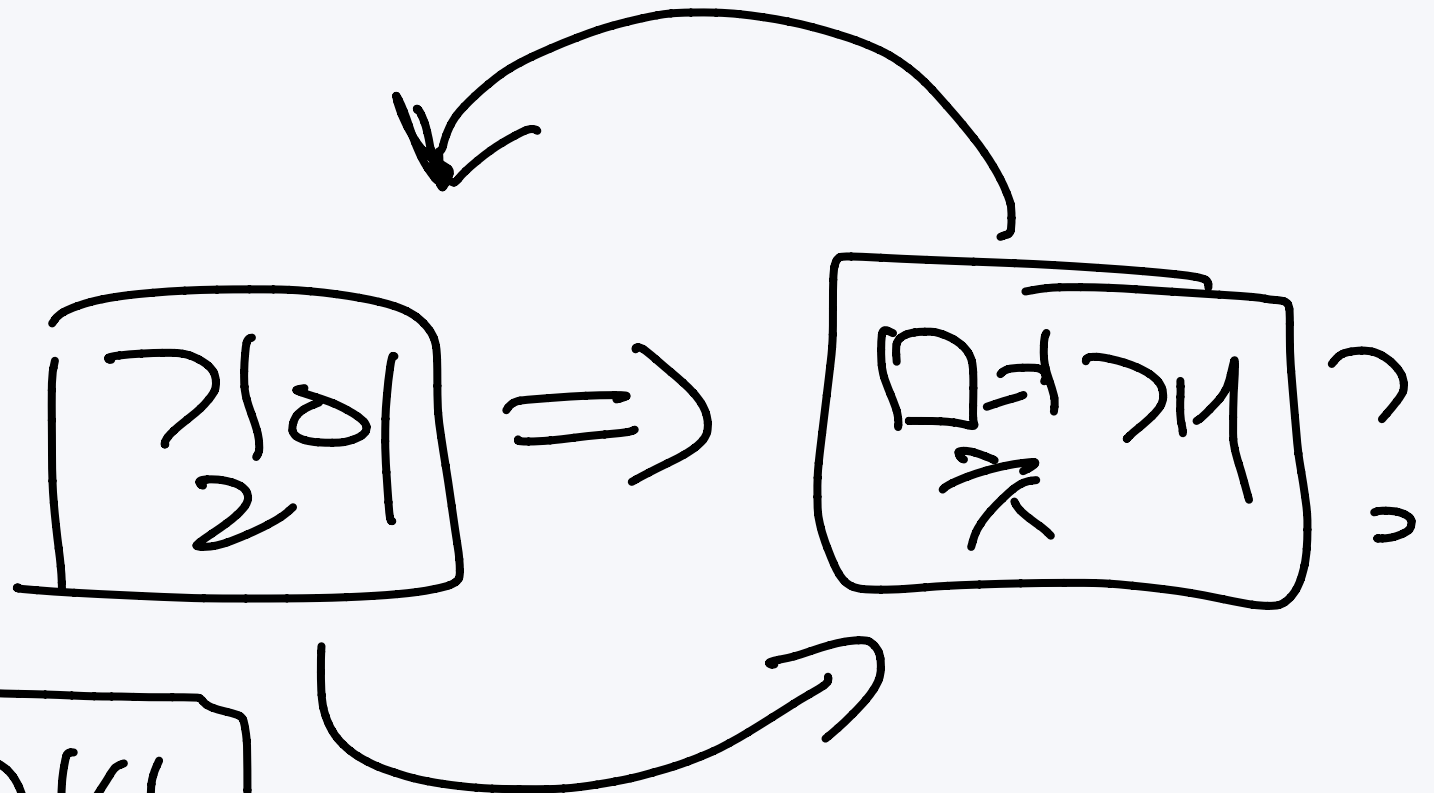
$X \rightarrow N$ 이상

X보다 작은 값은 N 이상

$X \uparrow$
 $X \rightarrow N$ 미만

X보다 큰 N 미만

$X \downarrow$



랜선 자르기

<https://www.acmicpc.net/problem/1654>

- 이 문제는 Binary Search를 이용해야 한다
- 만약, 길이 X 로 잘랐을 때, N 개 이상을 만들 수 있으면, X 를 크게 만들어 봐야 한다
- N 개 이상을 만들 수 없다면 X 를 작게 만들어야 한다

랜선 자르기

<https://www.acmicpc.net/problem/1654>

- 예를 들어, 랜선이 4개가 있고, 11개를 만들어야 하는 경우
- 802, 743, 457, 539 인 경우
- 201로 자르는 경우
- $802/201 = 3$
- $743/201 = 3$
- $457/201 = 2$
- $539/201 = 2$
- $3+3+2+2 = 10$

랜선 자르기

<https://www.acmicpc.net/problem/1654>

- 예를 들어, 랜선이 4개가 있고, 11개를 만들어야 하는 경우
- 802, 743, 457, 539 인 경우
- 199로 자르는 경우
- $802/199 = 4$
- $743/199 = 3$
- $457/199 = 2$
- $539/199 = 2$
- $4+3+2+2 = 11$

랜선 자르기

<https://www.acmicpc.net/problem/1654>

- 예를 들어, 랜선이 4개가 있고, 11개를 만들어야 하는 경우
- 802, 743, 457, 539 인 경우
- 100으로 자르는 경우
- $802/199 = 8$
- $743/199 = 7$
- $457/199 = 4$
- $539/199 = 5$
- $8+7+4+5 = 24$

X3 자르면 N개 이상이 나오는지?

14

Yes \Rightarrow X \uparrow
No \Rightarrow X \downarrow

left = 1

right = 가장 길이가
긴 랜선

랜선 자르기

<https://www.acmicpc.net/problem/1654>

- 랜선은 더 많이 만들어도 된다.

랜선 자르기

<https://www.acmicpc.net/problem/1654>

1. X 라는 길이로 랜선을 만들어본다.
2. N 개 이상 만들 수 있으면, X 를 크게 바꾼다.
3. 만들 수 없으면 X 를 작게 바꾼다.

랜선 자르기

<https://www.acmicpc.net/problem/1654>

- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/b0f6f757b2abb2983f09>
- Java: <https://gist.github.com/Baekjoon/c164259c72b1d39ce26d>

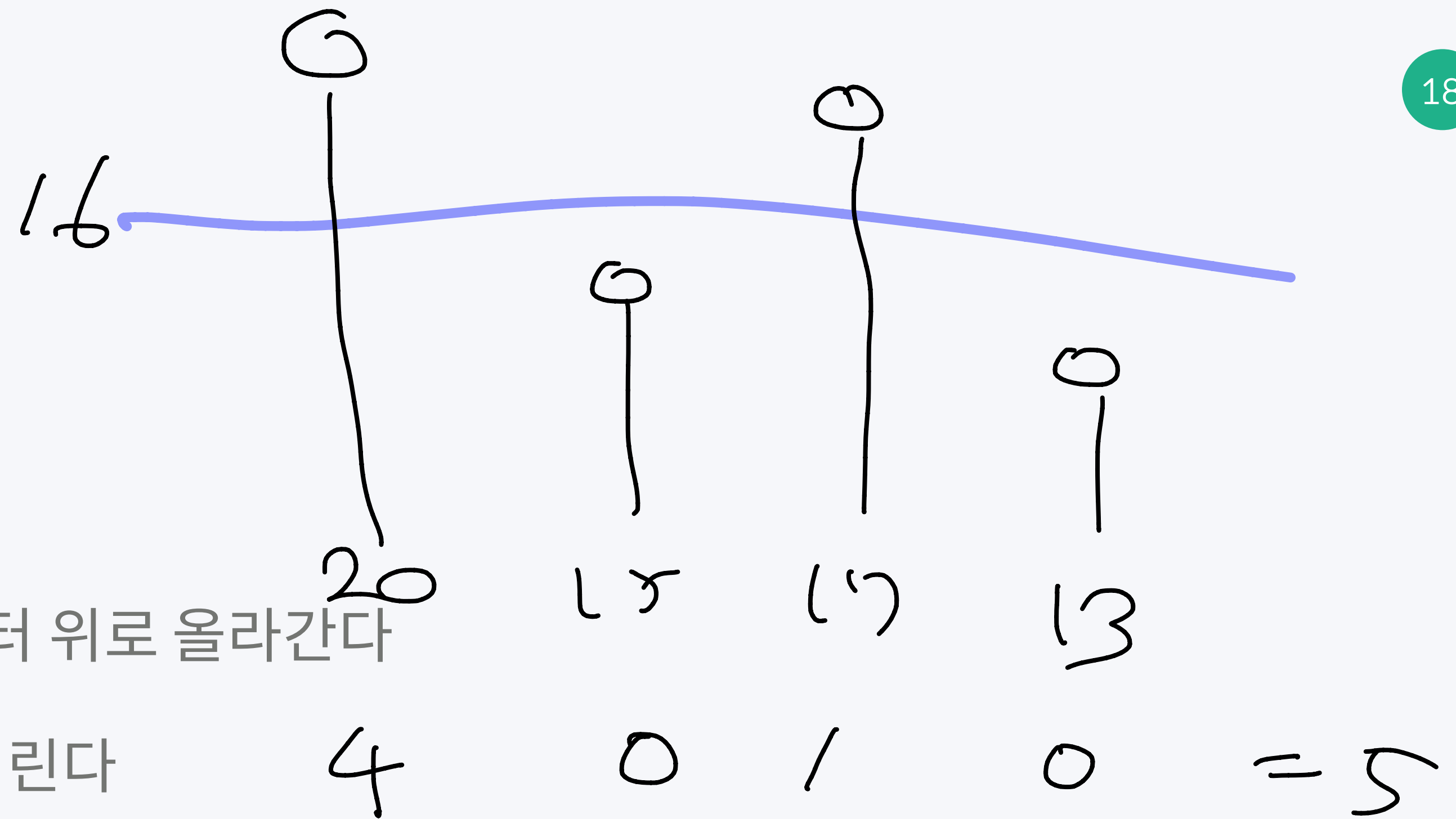
$O(N)$ 랜선의 최대 길이

나무 자르기

<https://www.acmicpc.net/problem/2805>

18

- 상근이는 나무 M미터가 필요하다
- 절단기에 높이 H를 지정해야 한다
- 높이를 지정하면 톱날이 땅으로부터 H미터 위로 올라간다
- 한 줄에 연속해있는 나무를 모두 절단해버린다
- 높이가 H보다 큰 나무는 H 위의 부분이 잘릴 것이고, 낮은 나무는 잘리지 않을 것이다
- 적어도 M미터의 나무를 집에 가져가기 위해서 절단기에 설정할 수 있는 높이의 최대값



절단기의 높이 $H \Rightarrow$ M 보다 큰지, 작은지

$H \uparrow \Rightarrow$ 나무의 길이 \downarrow
 $H \downarrow \Rightarrow$ \uparrow

나무 자르기

<https://www.acmicpc.net/problem/2805>

- 예를 들어 나무가 20, 15, 10, 17인 경우
- 절단기의 높이를 15로 하면
- 15, 15, 10, 15 가 되어 버리고
- 길이가 5인 나무와 2인 나무를 집에 들고 갈 수 있다

left = 0

right = 높이의 최대값

절단기 높이

절단기의 높이 결정

절단기 크거나 같은 경우

H ↑

절단기 작을 경우

H ↓

나무 자르기

20

<https://www.acmicpc.net/problem/2805>

1. X 라는 높이로 잘라본다. 나온 길이의 합 = C
2. C 가 M 보다 크거나 같으면 X 를 작게
3. 아니면 X 를 크게

나무 자르기

<https://www.acmicpc.net/problem/2805>

- C: <https://gist.github.com/Baekjoon/befaf4928a77148b6d3a>
- C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/427d0d56b9ee4b0c3e4a>
- Java: <https://gist.github.com/Baekjoon/088cd44ca263bd32ce17>

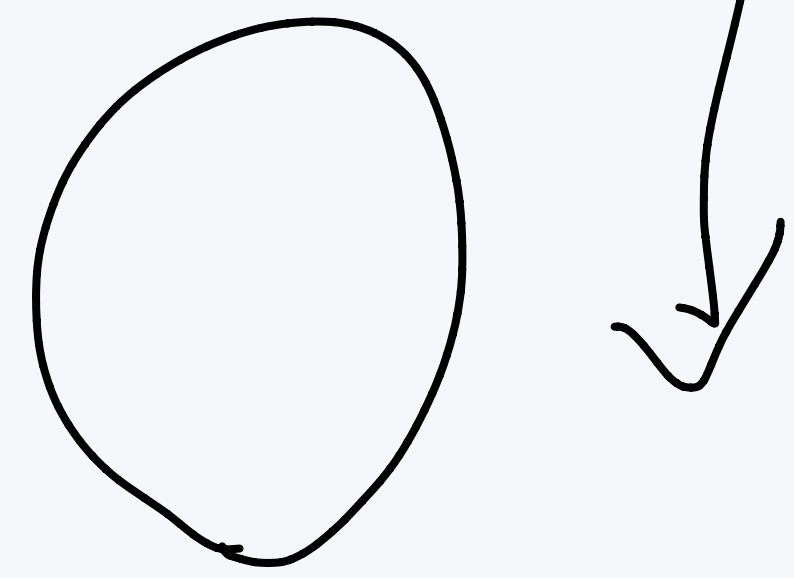
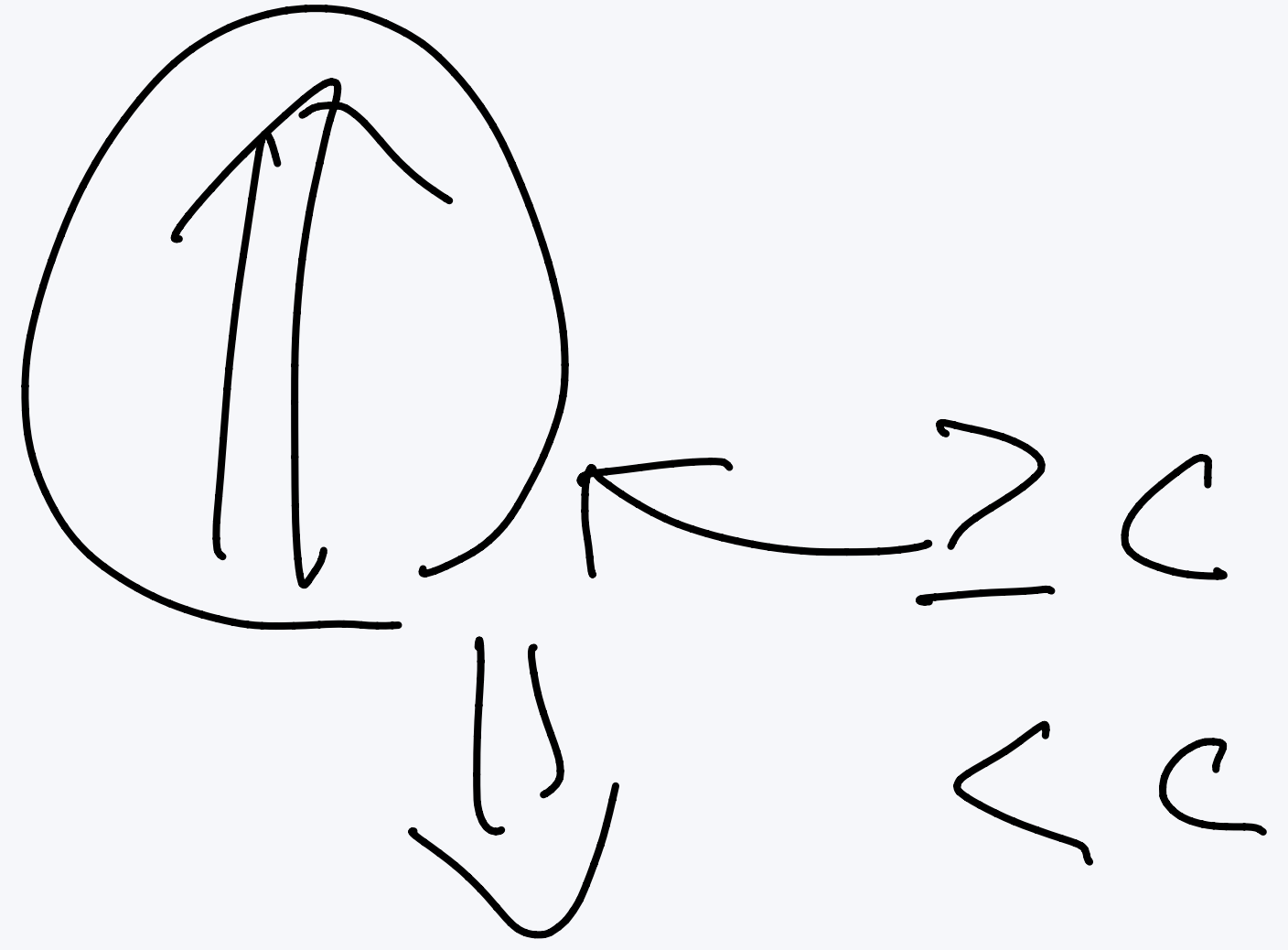
공유기 설치 $C=3$

<https://www.acmicpc.net/problem/2110>

- 집 N개
- x_1, \dots, x_N
- 공유기 C개를 설치
- 가장 인접한 두 공유기 사이의 거리를 가능한 크게
- C개의 공유기를 N개의 집에 적당히 설치해서, 가장 인접한 두 공유기 사이의 거리를 최대

	1	2	4	8	9
1	0	0	0	0	0
2	0	X	0	0	X
3	0	X	0	0	X
4	0	X	X	0	X
5	0	X	X	0	X

공유기의
개수



공유기 설치

<https://www.acmicpc.net/problem/2110>

- 집 N 개
- x_1, \dots, x_N
- 공유기 C 개를 설치
- 가장 인접한 두 공유기 사이의 거리를 가능한 크게
- C 개의 공유기를 N 개의 집에 적당히 설치해서, **가장 인접한 두 공유기 사이의 거리를 최대**

공유기 설치

<https://www.acmicpc.net/problem/2110>

- 가장 인접한 두 공유기 사이의 거리를 x 로 결정
- 이 때, 공유기를 설치했을 때, c 개 이상 설치할 수 있으면 가능!
- 가능한 경우면 x 를 크게
- 불가능하면 작게

공유기 설치

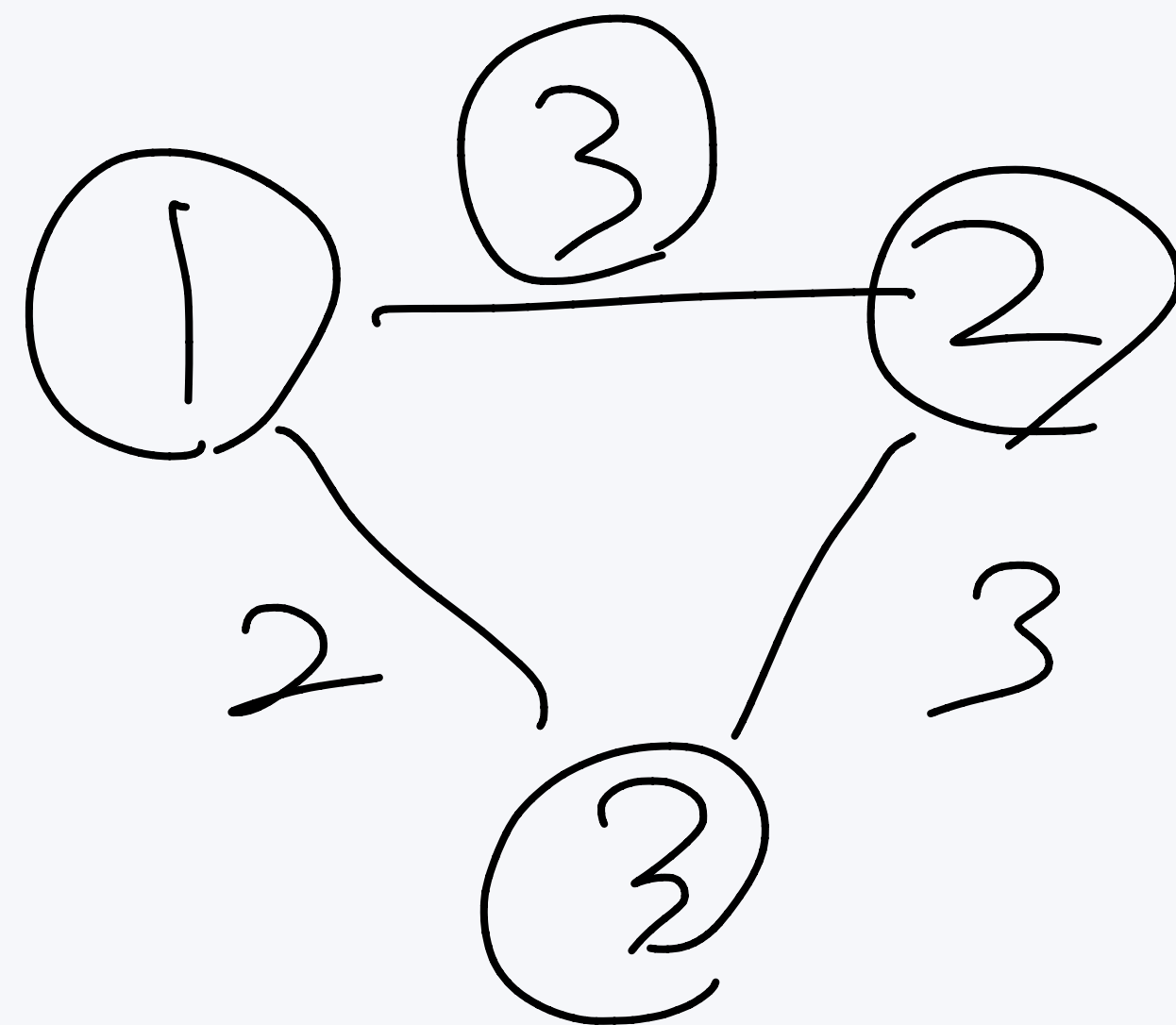
<https://www.acmicpc.net/problem/2110>

- C: <https://gist.github.com/Baekjoon/37661f1c6e34d9ba6079>
- C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/a18b07450b8445e88594>
- Java: <https://gist.github.com/Baekjoon/379647e4eb53f4d64456>

중량제한

<https://www.acmicpc.net/problem/1939>

- N개의 섬과 M개의 다리로 이루어진 나라가 있다.
- 각 다리에는 중량제한이 있고, 중량제한을 초과하면 다리가 무너지게 된다
- 한 번의 이동에서 옮길 수 있는 물품들의 중량의 최대값을 구하는 문제



W가 ~? ~? ~? ~? ~?
W가 ~? ~? ~? ~? ~?
W ↑
W ↓

중량제한

27

<https://www.acmicpc.net/problem/1939>

- 무엇을 결정해야 할까?

중량제한

28

<https://www.acmicpc.net/problem/1939>

- 최대 무게를 결정하고, 그 무게로 갈 수 있는지를 검사해본다

중량제한

<https://www.acmicpc.net/problem/1939>

- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/cc0deac0b4f18b2149ac>

놀이 공원

<https://www.acmicpc.net/problem/1561>

N번

승객

- N명이 있고, M종류의 1인승 놀이기구가 있다
- 줄의 마지막 아이가 타는 놀이기구의 번호를 구하는 문제

놀이 공원

<https://www.acmicpc.net/problem/1561>

- 무엇을 결정하고 문제를 풀어야 할까?

놀이 공원

<https://www.acmicpc.net/problem/1561>

- 문제를 바꿔서 풀어야 한다.
- x 분에 몇 번째 학생부터 몇 번째 학생이 놀이기구를 타는가?

놀이 공원

<https://www.acmicpc.net/problem/1561>

- 0분부터 12분까지 상황

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	6	7	9	11	14	16	19	20	23	25	28	29
2	2		8		12		17		21		26		30
3	3			10			18			24			31
4	4				13				22				32
5	5					15					27		

놀이 공원

<https://www.acmicpc.net/problem/1561>

- 8분까지 탄 학생의 수는 몇 명인가?
- $5 + 8/1 + 8/2 + 8/3 + 8/4 + 8/5 = 22$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	6	7	9	11	14	16	19	20	23	25	28	29
2	2		8		12		17		21		26		30
3	3			10			18			24			31
4	4				13				22				32
5	5					15					27		

놀이 공원

<https://www.acmicpc.net/problem/1561>

- 8분에 탄 학생의 수는 몇 명인가?
- 3명 ($8\%1 == 0, 8\%2 == 0, 8\%4 == 0$)



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	6	7	9	11	14	16	19	20	23	25	28	29
2	2		8		12		17		21		26		30
3	3			10			18			24			31
4	4				13				22				32
5	5					15					27		

놀이 공원

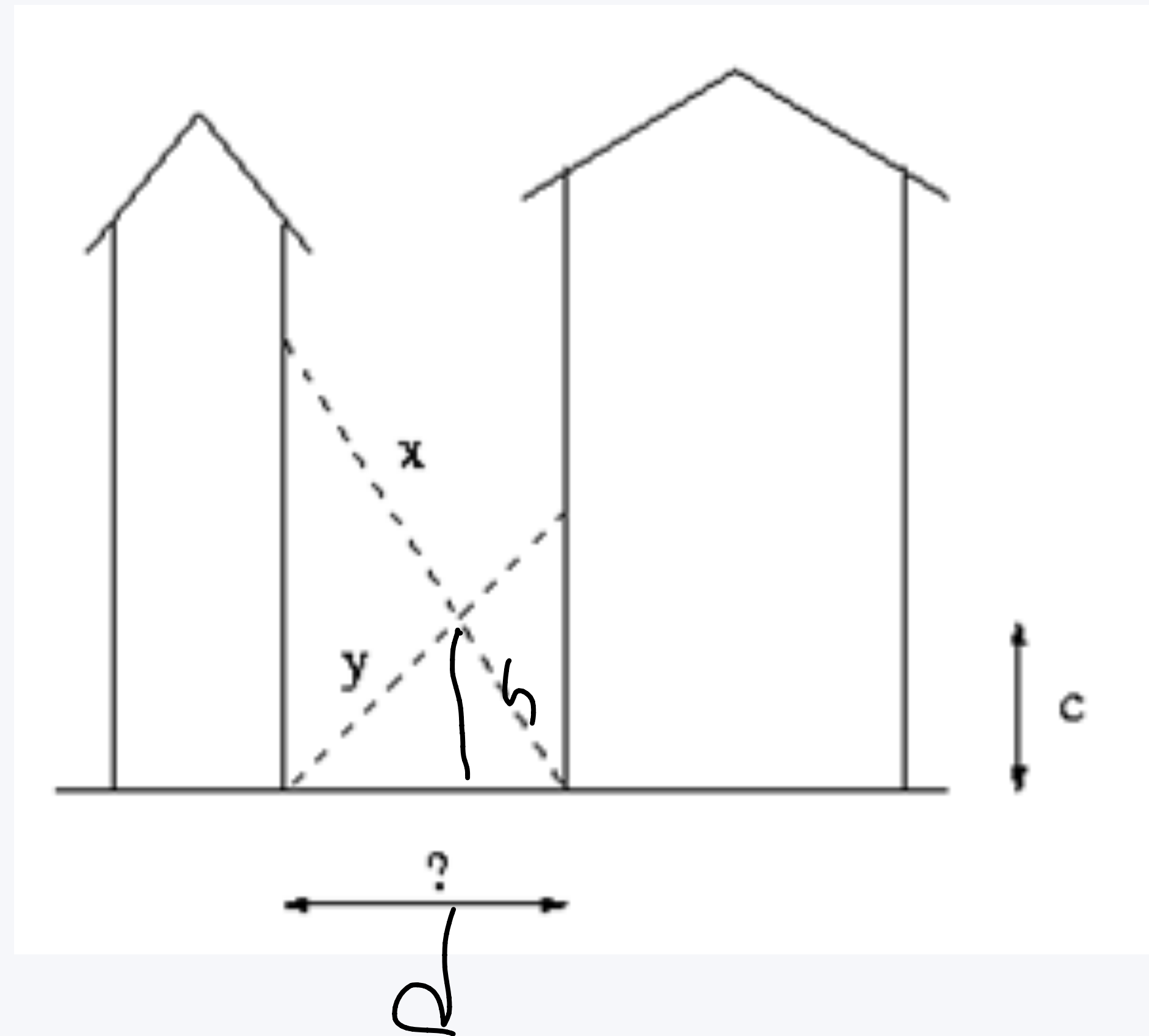
<https://www.acmicpc.net/problem/1561>

- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/a9ecc5eda03baa47ed17>
- Java: <https://gist.github.com/Baekjoon/e54f26f2a02372137e1173bc0e452934>

사다리

<https://www.acmicpc.net/problem/2022>

- x, y, c 가 주어졌을 때, 두 빌딩 사이의 떨어진 거리를 구하는 문제

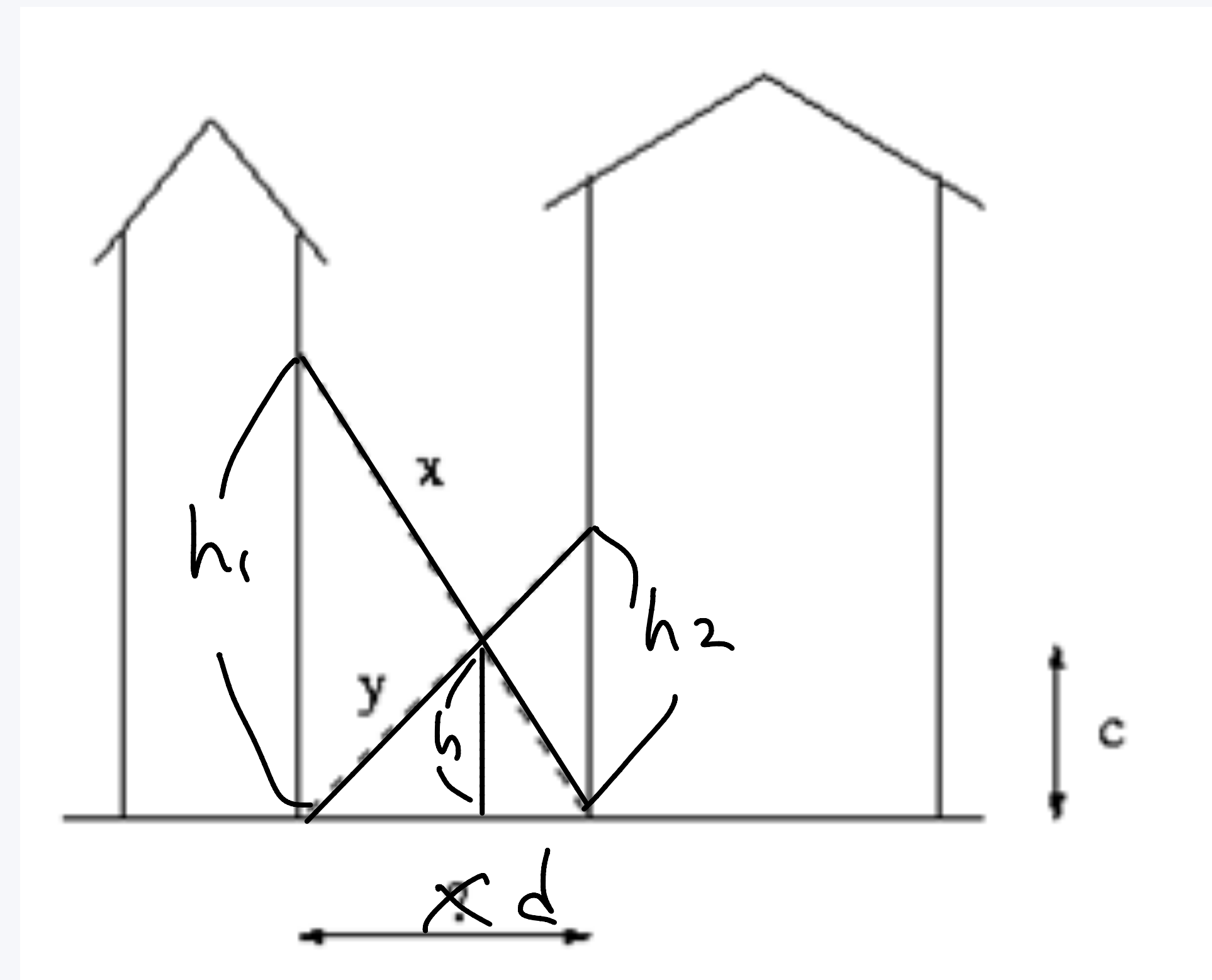


$h > c$ $d \uparrow$
 $h < c$ $d \downarrow$

사다리

<https://www.acmicpc.net/problem/2022>

- $h1 = \sqrt{x^2 - d^2}$
- $h2 = \sqrt{y^2 - d^2}$



사다리

<https://www.acmicpc.net/problem/2022>

- 삼각형의 닮음을 이용하면

- $h_2/d = c/d_1$

- $h_1/d = c/d_2$

- $d = d_1 + d_2$

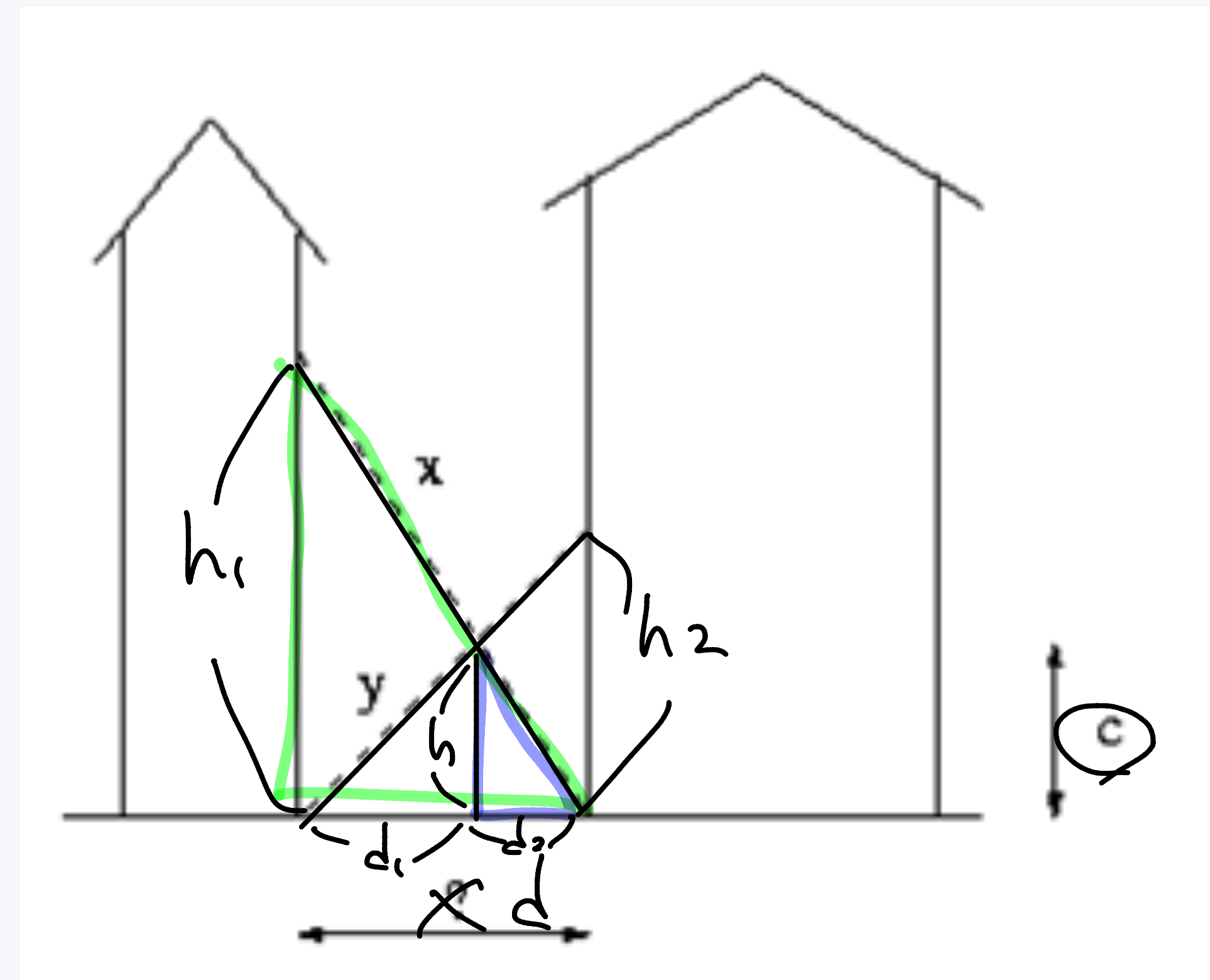
- $1/h_1 + 1/h_2 = 1/c$

- $h = h_1 * h_2 / (h_1 + h_2)$

$$\frac{h}{d_2} = \frac{h_1}{d}$$
$$\frac{h}{d_1} = \frac{h_2}{d}$$

$$\frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2}$$

$$d = d_1 + d_2$$



사다리

<https://www.acmicpc.net/problem/2022>

- 실수에서 이분 탐색을 수행하는 것이기 때문에, 달라져야 하는 부분이 있다.
- `while (left <= right)` 와 같은 표현의 사용이 불가능하다
- `left = mid + 1` 불가능 (`mid` 와 `mid + 1` 사이에 정답이 있을 수 있기 때문)
- `right = mid - 1` 불가능 (`mid - 1` 와 `mid` 사이에 정답이 있을 수 있기 때문)

사다리

<https://www.acmicpc.net/problem/2022>

- 실수에서 이분 탐색을 수행하는 것이기 때문에, 달라져야 하는 부분이 있다.
- `while (left <= right)` 와 같은 표현의 사용이 불가능하다
- `left = mid + 1` \Rightarrow `left = mid`
- `right = mid - 1` \Rightarrow `right = mid`

사다리

<https://www.acmicpc.net/problem/2022>

- `while (left <= right)` 와 같은 표현의 사용이 불가능하다

- 대신 아래와 같은 표현 중 하나를 사용한다

• `for (int k=0; k<10000; k++)`

• `while (abs(right-left) > 1e-6)`

사다리

<https://www.acmicpc.net/problem/2022>

- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/5a2bd2a33eb855a0144ee38708431fe5>
- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/3472fd75d793be0140a99a232593d1d8>