

# 臺北市第 57 屆中小學科學展覽會

## 作品說明書

科 別：工程學科（二）

組 別：高級中等學校組

作品名稱：探討 3D 列印填充對於列印物機械性質之影響

關 鍵 詞：3D 列印填充結構、壓縮試驗、聚乳酸（PLA）

## 摘要

高二時參加機器人比賽時，3D列印結構突然斷裂，這讓我們開始思考為何相同材質在相同受力下會突然斷裂。為了解這個現象，我們設計了實驗，分析不同填充結構的強度差異以及彈性疲勞對3D列印物的影響，並結合實驗數據探討3D列印物受力時的反應。

研究結果顯示，不同填充結構的降伏應力差異最為明顯。我們還發現，在重複受力的情況下，列印物有一個最大變形量，一旦超過這個變形量就會發生降伏。此外，物體的彈性模數在實驗過程中會先上升後下降。最終，我們確定影響實驗結果的主要原因是微觀結構中的交互作用，這些交互作用導致實驗結果與理論預期產生偏差，並且是造成彈性模數變化的關鍵因素。

# 壹、前言

## 一、研究動機

開學時，我們參加了一場龍舟比賽。比賽規則是每個隊伍製作一艘龍舟，比誰能最快摘到旗子。比賽過程中，我們的學弟突然跑來，原來他們龍舟的划水連桿斷了。

賽後檢討時我們發現，想讓3D列印的連桿更堅固，其實能改進的地方並不多。由於結構上的限制，我們不能改變連桿的大小和形狀；而出於重量要求，列印密度也無法增加。最終，我們發現唯一能調整的就是連桿的內部填充結構。

除此之外，另一個影響連桿強度的因素是使用次數。我們注意到，連桿因為多次使用，似乎出現了彈性疲勞的現象，這可能是導致它斷裂的原因。

然而，當我們上網蒐集資料時，雖然有不少討論，但每個人的說法都不盡相同，且少有完整的實驗數據。因此，我們決定自行進行實驗，找出一種既堅韌又輕便，且在使用過程中不易因彈性疲勞而斷裂的內部填充結構。

## 二、研究目的

- （一）分析不同填充結構的強度與差異
- （二）探討彈性疲勞對於3D列印物的影響
- （三）探討3D列印物受力時的反應

## 三、文獻探討

### （一）材料強度

根據《Mechanics of Materials》（Hibbeler，2018）第一章所述，材料的強度取在不會過度變形或失效的前提下可以承受的最大負荷。相同的材料會有著相同的強度，而具體數值可以透過拉伸或壓縮實驗獲得。

### （二）拉伸或壓縮實驗

根據《Mechanics of Materials》（Hibbeler，2018）第三章，拉伸與壓縮實驗是指透過機器對材料進行拉伸或是壓縮，並且記錄實驗進行時物體應力與應變的變化。應力是指物體在受力的時候單位面積所受之內力，單位是  $\text{N/mm}^2$ ；應變則是指物體在受力

的時候變形的量，以%表示。將應力與應變對應後將會得到應力應變圖，從中便可以觀察到該材料的機械性質。理想中，應力應變圖會如同圖1-1（左）。

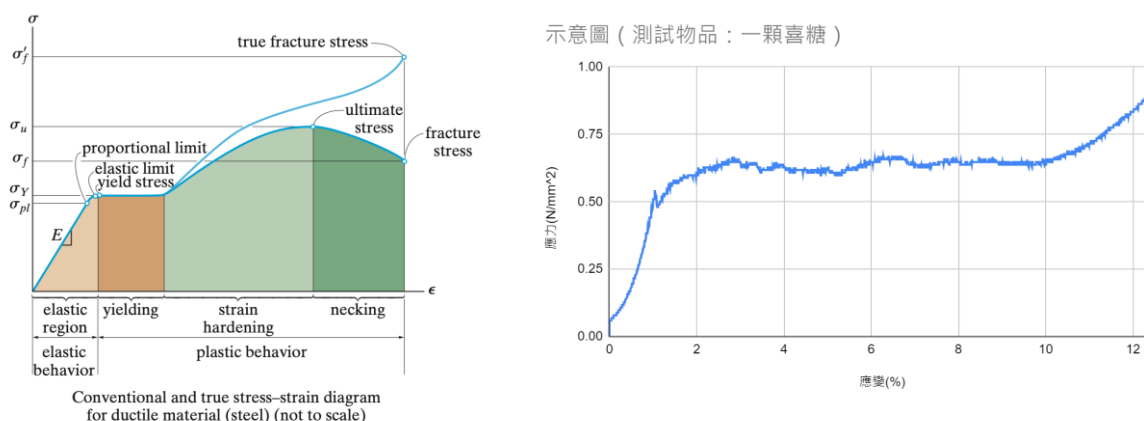


圖 1-1（左）《Mechanics of Materials》中的拉伸曲線（右）一顆喜糖的應力應變圖

在應力應變圖中，可以簡單的分為三個階段。一開始物體受力後會遵循虎克定律等比例上升，而線段的終點稱之為比例極限。此階段的斜率可以稱之為彈性模數或楊氏係數，表示物體的硬度。過了比例極限之後還會有一小段的距離，這段距離的終點被稱為彈性限度。在這段距離之內應力與應變雖然不再呈現線性關係，但卸載後物體還是可以恢復原狀。過了彈性區間後，物體會產生永久變形並開始被破壞，在應力應變圖裡面呈現的是一個上下抖動區域，應變會快速增加，但應力不會上升。這個現象稱之為屈服或降伏（yield），一般而言進入這個階段便代表材料過度變形與失效。而超越彈性限度進入降伏的位置也被稱為降伏點，透過比較降伏點的位置即可知道物體之間的強度。

### （三）高分子聚合物的降伏點

3D列印機使用的材料為PLA，屬於高分子聚合物。林煌隆（2001）指出，高分子聚合物的應力應變圖與一般材質並不相同（如圖1-2），因此不能直接套用一般定義。

高分子材料發生變形時，會隨著各種材料本身性質不同而有很大的差異，我們必須根據其應力應變曲線形式定義其降伏點。（林煌隆，2001）

對此林煌隆（2001）提出了三種定義降伏點的方式，我們使用第一種降伏點定義，即「負載初期的過程中，應力值會隨應變量增加而持續上升，在超過某一應變量後應力值會有下跌情形發生而導致一峰值出現，此峰值最高點可定義為降伏點」。

應力應變圖 ( Triangles-1 )

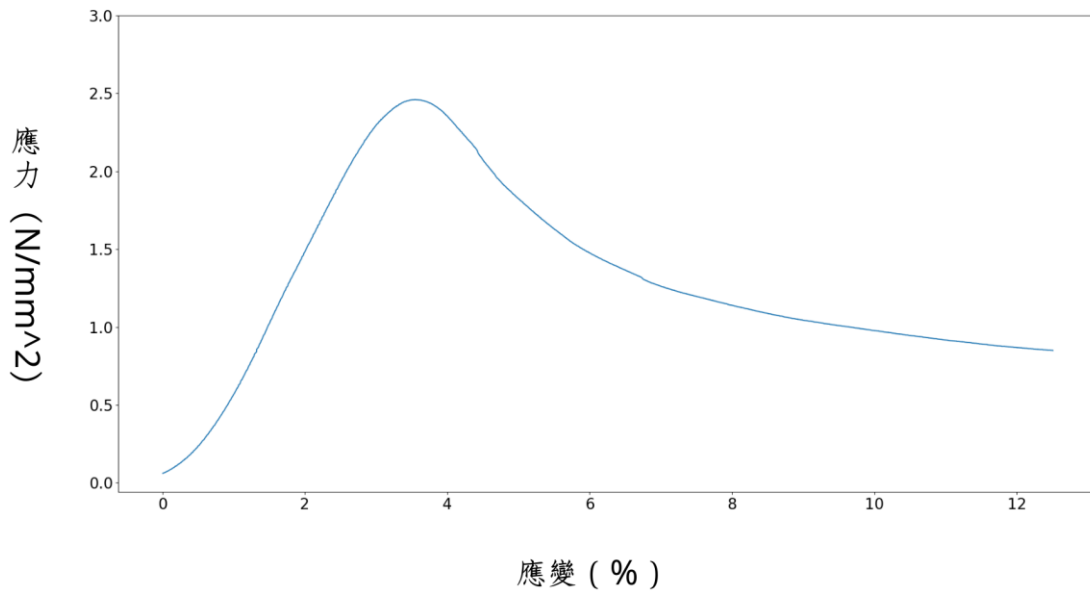


圖 1-2 PLA 的應力應變圖，其降伏應力為應力的峰值

#### (四) 材料疲勞

Hibbeler (2018) 在《Mechanics of Materials》中提到，當物體受到重複的應力或應變循環時，其內部結構會逐漸崩潰，最終導致斷裂，而這通常發生於降伏強度以內。此現象稱為疲勞，通常是引擎的連桿和曲軸等部件故障的主要原因。

這種故障的原因主要來自物體的微觀缺陷，通常在元件表面上。此區域的局部應力遠大於橫截面上的平均應力，隨著這種較高應力的循環，微小的裂縫形成。這些裂縫的出現導致在其端點的應力進一步增加，這反過來又導致裂縫在應力繼續週期的過程中進一步擴展。最終，元件的橫截面積減少到無法再維持載荷的程度，便產生突然斷裂。

#### (三) 3D列印與填充結構

3D列印是一項加法製造的技術，其透過疊加材料的方式將物品列印出來。為了節省材料與重量，列印物內部通常並不是實心的，但也不會是完全空心，而是會透過「填充結構」來填補中間的空隙。在軟體CURA (2023) 中填充有十四種，其中文與英文名稱如表1-1，結構切面圖如表1-2。

表1-1 CURA 14種填充結構中英對照表

中文名稱	英文名稱	中文名稱	英文名稱
網格	Grid	立方體	Cubic
直線	Lines	立方體細分	Cubic Subdivision
三角形	Triangles	四面立方體	Cross 3D
三角六角形	Tri-Hexagon	立體十字形	Quarter Cubic
同心	Concentric	八面體	Octet
鋸齒狀	Zigzag	螺旋形	Gyroid
十字形	Cross	閃電	Lightning

表 1-2 CURA 14種填充結構 5% 101層 切面圖

Grid	Lines	Triangles	Cubic
Tri-Hexagon	Cubic Subdivision	Cross 3D	Quarter Cubic
Concentric	Zigzag	Cross	Octet
Gyroid	lightning		

對於這十四種填充可以進行簡單的分類，若是其樣式會隨高度改變，我們稱之為三維填充，反之則稱為二維填充。

- 二維填充

Grid, Lines, Triangles, Tri-Hexagon, Concentric, Zigzag, Cross

- 三維填充

Cubic, Cubic Subdivision, Quarter Cubic, Cross 3D, Octet, Gyroid, Lightning

除此之外，Benjamin Goldschmidt（2024）的一篇文章〈Cura Guide to the Best Infill Patterns〉也根據不同填充結構的用途將填充結構分為了四種，分別為：

- 模型和雕像（Models & Figurines）：Lightning, Lines, Zigzag

- 標準（Standard）：Grid, Triangles, Tri-Hexagon







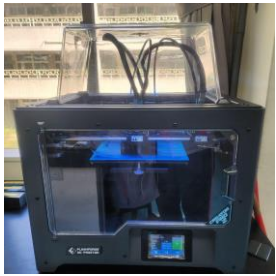

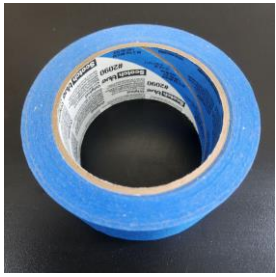



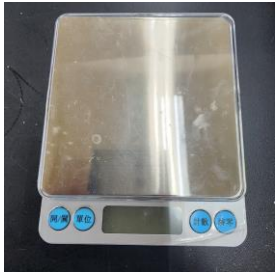



- 功能（Functional）：Cubic, Cubic Subdivision, Octet, Quarter Cubic, Gyroid

- 彈性（Flexible）：Concentric, Cross, Cross 3D

填充是多樣的，且有各自的功能。本實驗就是聚焦在這14種填充上，了解之間的機械性質，並對其結果進行歸納與整理。



## 貳、研究設備及器材

表 2-1 研究設備及器材			
萬能測試機	壓縮治具（下）	壓縮治具（上）	固定插銷
			
PLA 線材（耗材）	電腦多台	Flashforge 列印機	列印底板（耗材）
			
底板膠帶（耗材）	紙膠帶（耗材）	列印板用刮刀	斜口鉗
			
電子秤	3D列印機工具包	記錄用麥克筆	掃把
			



## 參、研究過程與方法

### 一、流程圖

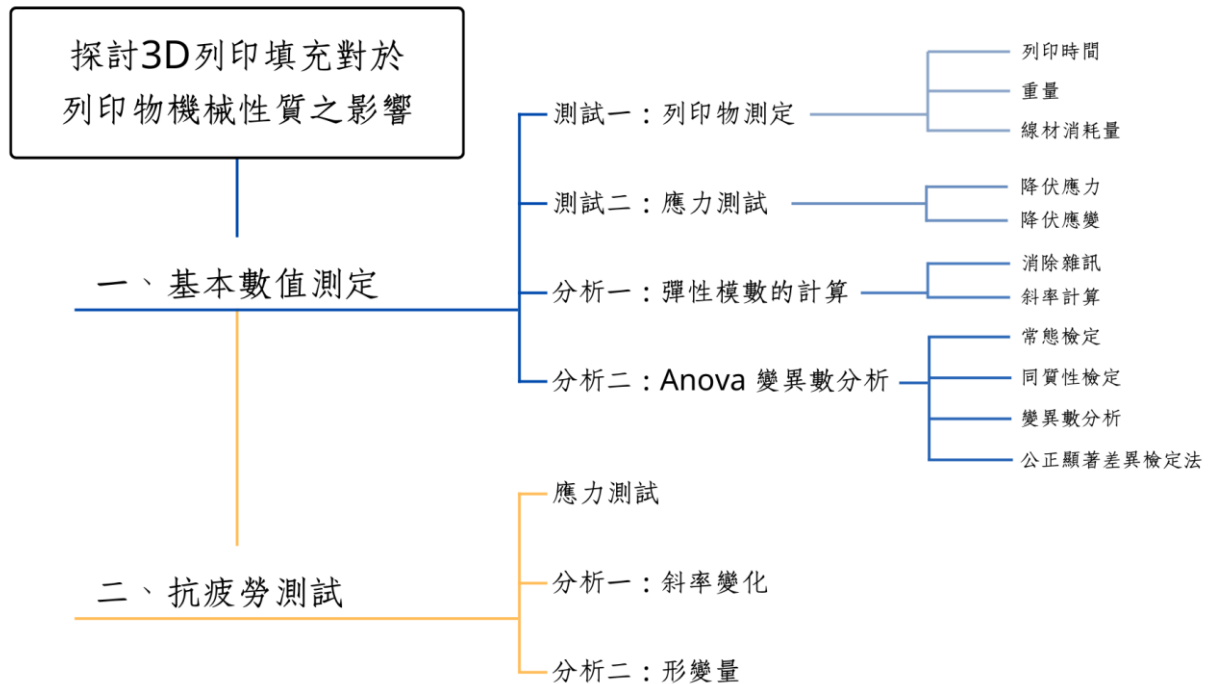


圖 3-1 流程圖

### 二、實驗設定

#### （一）列印物設定

為了方便實驗與計算，我們將實驗物設計為不易滾動且不同高度截面積皆相同的立方體，具體數值如表3-1。

表 3-1 列印物設定

設定項	設定內容
形狀	立方體
邊長	40 mm
截面積	1600 mm
列印顏色	黑色

## （二）列印機設定

我們基於CURA（2023）的預設參數設定了列印機的參數，具體數值如表3-2。

表 3-2 3D列印機設定

設定項	設定內容
layer height	0.2mm
wall line count	2
top/bottom thickness	0.8mm
infill density	5%
build plate temperature	40c
retraction	enable
print cooling	enable
build plate	none
wall thickness	0.8mm
horizontal expansion	0.0mm
top/bottom layers	4
printing temperature	210c
print speed	60mm/s
z hop when retraction	disable
fan speed	100%

## 三、實驗一：基本數據測試

在開始後面的實驗之前，我們需要對方塊進行數值的測試，透過數值了解3D列印物本身的性質與不同填充結構之間的差距。

### （一）測試一：列印物測定

在本測試中，我們將每一種填充結構（共14種）以4個一組的形式列印出來（如圖3-2左、3-2中），並記錄三項數值：材料用量、列印時間與列印物重量。

材料用量來自於切片軟體預估值，單位為公尺（m）；列印時間則在列印完成後紀錄，單位為分鐘（min）；重量則透過電子秤紀錄，單位為公克（g）。

### （二）測試二：壓縮實驗

為了測試填充結構的強度，我們使用萬能拉伸測試機對列印出的方塊進行壓縮實驗（如圖 3-2右），萬能測試機的速度設定為 4 mm/min，並在變形大於 5mm 時終止實驗。在壓縮實驗中可以地測得不同時間下對應的應力（N/mm<sup>2</sup>）與應變（%），藉由這些數據可以繪製出該方塊的應力應變圖，亦可獲得降伏點等數值。

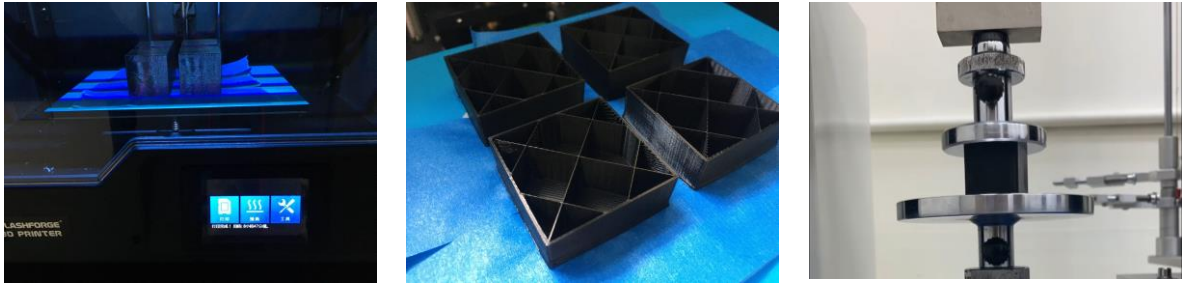


圖 3-2（左）列印時列印完成的方塊（中）列印至一半時的方塊，可以看到其中的網格填充結構（右）為正在進行壓縮實驗的方塊

### （三）分析一：彈性模數的計算

彈性模數是表示物體硬度的方法，透過求出該物體的彈性模數可以有效的對比物體的性質與強度。求得彈性模數的方法是將在比例極限之前應力除以應變量，也就是該線段的斜率。

#### 1. 彈性模數一：去除雜訊

在數據中，因為測量精度的問題，線段放大後會看到雜訊（如圖 3-3左），對於斜率的測量會造成影響（如圖 3-3右），解決方法是取附近的斜率並取平均值。取值的範圍的大小亦會影響結果，我們將取的範圍帶入 2 至 300，並分析取平均值對於消除雜訊效果，以選擇合適的數值。

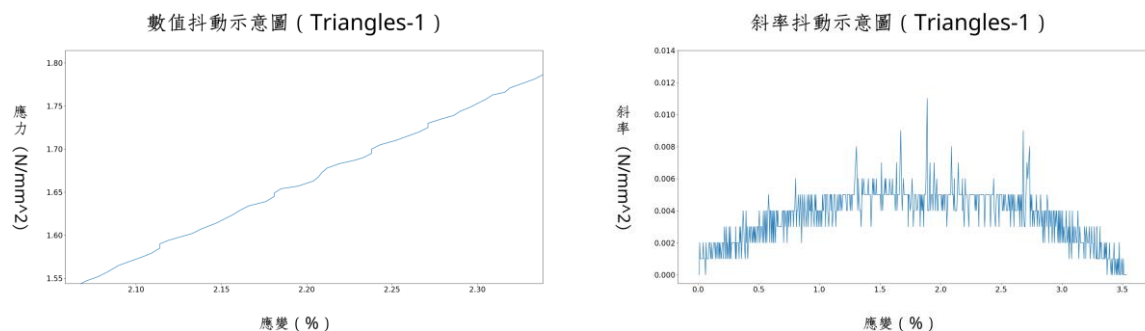


圖 3-3（左）三角形填充結構部分區域的放大圖，線段之中有明顯的抖動（右）為消除雜訊前的斜率變化，可以看到數值會進行大範圍的上下浮動。

#### 2. 彈性模數二：求線段斜率

在實驗結果中，線段並非直直的一條線，要取斜率必須對數值進行處理。首先我們會將數據繪製成應力應變圖，並將過了彈性極限後的數值去除掉（如圖 3-4左）。在圖表中我們可以觀察到斜率由低到高再到低（如圖 3-4右）。之中，一開始斜率低是因為機器還沒有完全碰到方塊，後來接觸面越來越大之後數值就呈現等比例上升符合虎

克定律，後續超越比例極限後進入彈性極限的階段斜率再次下降。對此，我們取整段斜率最高的地方即為該方塊的彈性模數。

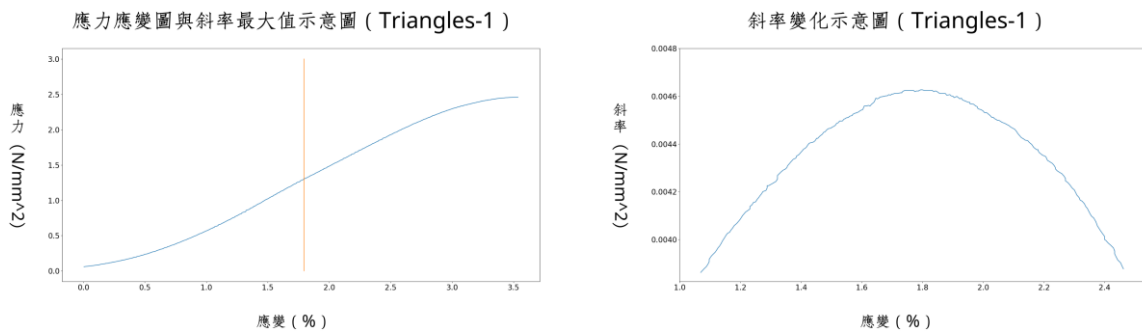


圖 3-4（左）三角形填充結構的應力應變曲線去除彈性極限後數值的圖表，表上的橘線為整個線段斜率最高的地方（右）整個測試的斜率變化，附註：已去除雜訊。

#### （四）分析二：ANOVA變異數分析

透過ANOVA變異數分析可以更直觀的顯示填充結構之間各項數值的差異，因此我們對於實驗前三項實驗的結果進行ANOVA變異數分析，並在之後進行公正顯著差異檢定法（Honestly Significant Difference test, 簡稱HSD test），透過兩兩比較的方式，了解不同填充結構之間的優劣。除了單純填充結構間的對比之外，在文獻探討中有寫到填充結構可以根據形狀與用途等進行分類。我們好奇的是不同分類下，相似的填充結構會不會有相似的性質，不同分類下又會不會有差異。因此除了填充結構間的比較之外，我們也會進行分類間的比較。

##### 1. 基本假設

在進行變異數分析之前，需要滿足兩項基本假設。分別為：

- 數值滿足常態分佈
- 數值具有變異同質性

對於第一項假設，我們使用 Python 中 scipy 提供的 shapiro (2023) 函數進行常態檢定，P值結果高於0.05便表示符合假設。第二項假設也類似，透過 Python 中 scipy 提供的 levene (2023) 函數進行同質性檢定，P值結果高於 0.05 同樣表示符合假設。

## 2. 變異數分析

前置檢定完成後便可開始進行變異數分析，使用 Python 中 scipy 提供的 `f_oneway` (2023) 函數對數據進行變異數分析，P 值結果低於 0.05 便表示分組間有顯著差異。

## 3. 公正顯著差異檢定

透過變異數分析，我們可以瞭解到不同數值之間的差異，但若是想要知道強度高低與分佈，則需要透過公正顯著差異檢定法 (Honestly Significant Difference test) 來進行數據的分析。我們使用 Python 中 scipy 提供的 `tukey_hsd` (2023) 函數得出每個數值差異值，並透過字母標示差異與否。兩者字母有重複便代表兩者沒有顯著差距，愈靠近 a (第一個字母) 數值就越大，藉此就可以比較他們之間的每個值的差異與優劣。

## 四、實驗二：抗疲勞測試

為了瞭解 3D 列印材料在受到重複壓力時的變化，我們對其進行了疲勞測試。考慮到只有在具備一定承力能力的情況下，重複受力的討論才有意義，我們選擇了最大應力排名前七的填充結構進行測試。

要測試彈性疲勞，我們需要讓材料承受小於其彈性極限的負荷，施加壓力後再釋放，並在材料回彈後重複施加負荷。經過多次重複後，材料的微觀缺陷將導致其最大承受應力逐漸下降，當材料可承受的最大應力低於每次施加的負荷時，便無法支撐，進而進入彈性極限後的降伏階段。

即便是相同的填充結構，其彈性極限仍會略有波動。假設彈性極限呈現常態分佈，若直接施加等於平均彈性極限的力，將會有 50% 的實驗在第一次施加時超過彈性極限，無法觀察到材料在反覆受力下的行為。而若施加的負荷過小，微觀缺陷又不會明顯影響材料的性能。

經過權衡，我們決定施加等於該填充結構平均彈性極限減去一個標準差的力。理論上，這可以使超過彈性極限的實驗概率從 50% 降低到 16%。因此，我們的實驗將對材料反覆施加這一負荷，並觀察其應力與應變的變化。

## 肆、研究結果

### 一、實驗一：基本數據測定

#### （一）列印物測定

表4-1為填充結構的各項數值測定的結果。

表 4-1 列印物測定結果

填充結構	平均列印時間 (min)	平均列印物重量 (g)	平均線材用量 (m)
Grid	268	12.503	17.55
Cross	265	12.635	17.58
Tri-Hexagon	264	12.180	17.25
Cubic	264	12.110	17.12
Zig zag	279	13.765	19.14
Triangles	257	11.485	16.23
Cubic Subdivision	257	12.355	17.22
Quarter Cubic	257	11.633	16.39
Cross3D	265	12.350	17.36
Octet	267	12.220	17.23
Gyroid	279	11.980	17.29
Concentric	246	11.113	15.51
Line	273	12.330	17.30
Lightning	224	9.278	13.14



### 1. 各填充結構的列印時間

從列印時間來看，印的最快的是 Lightning 的 224 分鐘，最慢的是 Gyroid 和 ZigZag 的 279 分鐘。值得注意的是，每次使用機器會需要進行加熱，所以可能會因為加熱時間導致約 1 至 2 分鐘的誤差。

總體的列印時間短到長排序如下：

Lightning < Concentric < Triangles = Quarter Cubic = Cubic Subdivision <  
Tri-Hexagon = Cubic < Cross = Cross 3D < Octet < Grid < Line < Zig zag = Gyroid

### 2. 各填充結構的重量與材料用量

填充結構的重量與材料用量在比較方面是幾乎一樣，兩者的相關係數高達 0.992，因此將兩者一起呈現。材料使用量最少的是 Lightning 的 13.14 公克，重量為 9.278 公克。材料使用量最多的是 Zig zag 的 19.14 公克，重量為 13.765 公克。

以材料使用量小到大來為填充結構排序，結果如下：

Lightning < Concentric < Triangles < Quarter Cubic < Cubic < Cubic Subdivision <  
Octet < Tri-Hexagon < Gyroid < Line < Cross 3D < Grid < Cross < Zig zag

以重量來為填充結構排序，結果如下：

Lightning < Concentric < Triangles < Cubic Subdivision < Gyroid < Cubic <  
Tri-Hexagon < Octet < Line < Cross 3D < Quarter Cubic < Grid < Cross < Zig zag

在中段，雖然兩者的排序不太一樣，但是差距都極小，我們認為這可能是測量與列印時的誤差造成的些微差異。

最後因為這兩項數據十分接近，故之後的比較皆使用重量作為比較數值。

### 3. 列印時間與重量

在數據中，列印時間與重量的相關係數為 0.889，兩者呈現高度相關。所以如果選擇重量較低的填充結構，多半也會伴隨著消耗材料少、列印速度快的優點。

#### （二）應力測試

為了瞭解不同的填充結構受力的強度，我們使用萬能測試機對其進行了壓縮試驗，得到各填充結構的應力應變圖，透過計算便可獲得其降伏點應力（簡稱降伏應力）與降伏點應變（簡稱降伏應變），結果如表4-2。

表 4-2 應力測試結果

填充結構	降伏應力 (N/mm <sup>2</sup> )	降伏應變 (%)	填充結構	降伏應力 (N/mm <sup>2</sup> )	降伏應變 (%)
Quarter Cubic	2.257	3.804	Grid	3.232	3.329
Cubic Subdivision	2.360	3.810	Cross	3.093	3.454
Cross3D	2.082	2.926	Octet	2.164	3.402
Tri-Hexagon	2.670	4.033	Cubic	2.437	3.208
Triangles	2.300	3.615	Gyroid	1.967	2.860
Lightning	1.310	2.701	Line	1.679	3.035
Concentric	1.804	3.003	Zig zag	2.437	3.687

#### 1. 降伏應力

從降伏應力來看，最高的是 Grid 的 3.232 N/mm<sup>2</sup>，最低的是 Lightning 的 1.310 N/mm<sup>2</sup>。從大到小排序如下：

Grid > Cross > Tri-Hexagon > Cubic > Zig zag > Triangles > Tri-Hexagon >  
Quarter Cubic > Cross 3D > Octet > Gyroid > Concentric > Line > Lightning

此外，降伏應力與列印時間的相關係數為0.4432、與重量的相關係數為0.5976。可以看到數值位於 0.4 至 0.6 之間，雖然並非毫無相關，但也並不明顯。這或許代表說重量高的列印物填充結構強度不一定比較高。

#### 2. 降伏應變

從降伏應變來看，最高的是 Tri-Hex 的 4.033 N/mm<sup>2</sup>，最低的是 Lightning 的 2.701 N/mm<sup>2</sup>。從大到小排序如下：

Tri-Hexagon > Cubic Subdivision > Quarter Cubic > Zigzag > Triangles > Cross > Octet >  
Grid > Cubic > Line > Concentric > Cross 3D > Gyroid > Lightning

此外，降伏應力與列印時間的相關係數為0.2089、與重量的相關係數為0.3923、與降伏應力的相關係數為0.4238。降伏應變與這三項數據的相關係數都偏低，多介於 0.4 上下，相關性並不明顯。其中尤其與列印時間的相關性最低，數值為 0.2，兩者幾乎沒有相關。除此之外降伏應力高低跟降伏應變高低的關係也並不明顯。

### （三）彈性模數

透過計算與一些處理，我們得到了不同填充結構的彈性模數，並進行了比較。

#### 1. 去除雜訊

彈性模數的計算方式是求得應力應變曲線在比例極限前的斜率，但因機器自身的測量精度問題，數值會有些許雜訊。透過擴大取值範圍並平均的方式，便可以消除雜訊。為了瞭解取平均數對於消除雜訊的效果，我們對不同平均的範圍都進行了測試，結果如圖 4-1。

平均對於斜率抖動的幫助

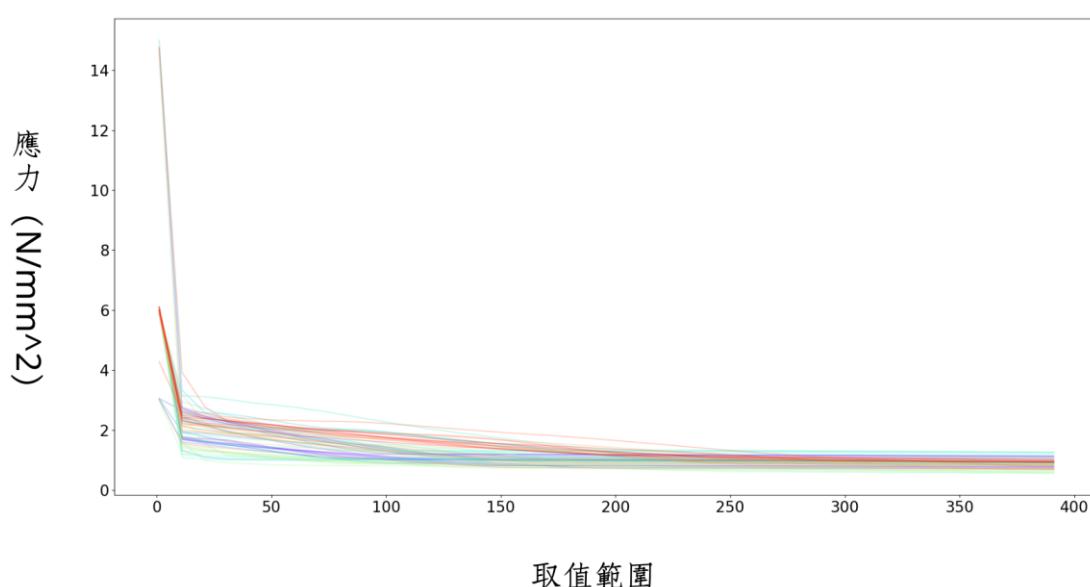


圖 4-1 將平均範圍由最小到最大取出的數值繪製成圖表，可以看到數值小時呈現高低的起伏，其便是因為雜訊造成的極端值。而到了數值變大後，線條則趨於平緩。

可以看到，當取值範圍較小時，數值的浮動非常顯著，直到範圍約 200 時，數值才趨於穩定。考慮到在消除雜訊的前提下，取值範圍越小，結果越精確，因此我們選擇取 200 作為計算斜率時消除雜訊的範圍。這樣可以在保證數據穩定的同時，盡可能提高測量精度。

## 2.彈性模數

根據前一個研究結果研究出的彈性模數結果如表4-3。

表 4-3 彈性模數結果

填充結構	彈性模數 (N/mm <sup>2</sup> )	填充結構	彈性模數 (N/mm <sup>2</sup> )
Grid	1.295	Quarter Cubic	1.116
Cross	1.163	Octet	0.974
Tri-Hexagon	1.357	Cross3D	1.032
Cubic	1.022	Gyroid	0.985
Zig zag	1.216	Concentric	0.795
Cubic Subdivision	0.958	Line	0.804
Triangles	1.119	Lightning	0.738

彈性模數最高的為 Tri-Hexagon 的 1.357 N/mm<sup>2</sup>，最低的為 Lightning 的 0.738 N/mm<sup>2</sup>。將彈性模數由大到小排列如下：

Tri-Hexagon > Grid > Zig zag > Cross > Triangles > Quarter Cubic > Cross3D > Cubic  
> Gyroid > Octet > Cubic Subdivision > Line > Concentric > Lightning

與列印時間的相關係數為0.4331、與重量的相關係數為0.5659、與降伏應力的相關係數為0.7222、與降伏應變的相關係數為0.6564。從數值可以看到，彈性模數與列印時間和重量的相關性皆低於 0.6，呈現中低度相關，而與降伏應力、降伏應變的相關性顯然更高。除此之外，降伏應力的相關性也比降伏應變更高，代表說彈性模數高的物體通常會伴隨著更高的降伏應力。

### （四）ANOVA 變異數分析

為了更好的了解不同填充結構與不同分類方式之間的差異，我們使用 ANOVA 變異數分析來探討他們之間的差別。分類的方式有三種，分別為：填充結構、填充結構的形式（二維、三維）與 BENJAMIN GOLDSCHMIDT（2024）依用途的分類（之後簡稱用途分類）。

因為相同填充結構的列印時間、材料用量以及重量是幾乎相同的，並不適合 ANOVA 檢定，因此填充結構的列印時間、材料用量以及重量不計入本次實驗。

### 1. 基本假設：常態檢定

常態檢定結果如表4-4、表4-5、表4-6，其中僅有個別數值常態分佈不顯著（P值< 0.05，綠色網底標示），我們認為是因為實驗的數量不夠造成了些許誤差，並不影響結果，所以我們將進行下一項分析。

表 4-4 填充結構 - 常態檢定

	降伏應力	降伏應變	彈性模數
Grid	0.3388	0.4197	0.5719
Cross	0.9873	0.8358	0.2793
Tri-Hexagon	0.0690	0.7991	0.3768
Cubic	0.4361	0.9743	0.0490
Zig zag	0.9308	0.6180	0.3833
Triangles	0.1604	0.9917	0.9462
Quarter Cubic	0.7609	0.2451	0.7722
Cubic Subdivision	0.2010	0.7988	0.8409
Cross3D	0.4312	0.0657	0.6601
Octet	0.1899	0.0231	0.8290
Gyroid	0.3987	0.7745	0.7988
Concentric	0.8077	0.3690	0.2602
Line	0.9308	0.4838	0.6730
Lightning	0.9915	0.0634	0.0124

表4-5填充結構的形式 - 常態檢定

	列印時間	重量	降伏應力	降伏應變	彈性模數
2D	0.9166	0.7724	0.6774	0.7876	0.3022
3D	0.0995	0.0010	0.1048	0.3756	0.0901

表4-6用途分類 - 常態檢定

	列印時間	重量	降伏應力	降伏應變	彈性模數
Standard	0.7017	0.6022	0.7749	0.7897	0.2773
Flexible	7.77E-16	0.3380	0.3954	0.2517	0.9734
Funtional	0.3215	0.7493	0.8360	0.4893	0.2669
Models	0.1902	0.6081	0.6225	0.6549	0.2473

## 2. 基本假設：同質性檢定

同質性檢定結果如表4-7、表4-8、表4-9。其中也僅有個別數值同質性不顯著（P值<0.05，綠色網底標示），我們認為這也是因為樣本不夠，並不影響結果，所以我們將對資料進行變異數分析。

表 4-7 填充結構 - 同質性檢定

降伏應力	降伏應變	彈性模數
0.1674	0.3585	0.0195

表 4-8 填充結構的形式 - 同質性檢定

列印時間	重量	降伏應力	降伏應變	彈性模數
0.6373	0.9770	0.2113	0.5029	0.1276

表 4-9 用途分類 - 同質性檢定

列印時間	重量	降伏應力	降伏應變	彈性模數
0.5600	0.1841	0.6022	0.8466	0.6798

## 3. ANOVA 變異數分析

變異數分析結果如表4-10、表4-11、表4-12。透過變異數分析可以看出，相同填充結構之間有著明顯差異（< 0.05，綠色網底標示），但填充結構的形式與用途分類兩種分類方式的差異則不顯著。

表 4-10 填充結構 - Anova 分析

降伏應力	降伏應變	彈性模數
1.66E-22	3.21E-07	2.91E-09

表 4-11 填充結構的形式 - Anova 分析

列印時間	重量	降伏應力	降伏應變	彈性模數
0.4799	0.2892	0.1828	0.3617	0.4064

表 4-12 用途分類 - Anova 分析

列印時間	重量	降伏應力	降伏應變	彈性模數
0.9292	0.9877	0.1767	0.3445	0.2786



#### 4. 公正顯著差異檢定

結果中可以看到，不同填充結構的分類下實驗數據有顯著差異。為了瞭解他們之間的差異大小與強弱，我們對兩兩填充結構進行公正顯著差異檢定，結果如表4-13。

表 4-13 填充結構 - 公正顯著差異檢定

填充結構	降伏應力	降伏應變	彈性模數
Grid	a	bcdefgh	ab
Cross	ab	abcdef	abcd
Tri-Hexagon	bc	a	a
Cubic	cd	efghi	bcdefgh
Zig zag	cde	abcd	abc
Cubic Subdivision	cdef	ab	cdefghijk
Triangles	cdefg	abcde	abcde
Quarter Cubic	cdefgh	abc	abcdef
Octet	defghi	abcdefg	cdefghij
Cross3D	fghij	efghijkl	bcdefg
Gyroid	ghijk	efghijklm	cdefghi
Concentric	ijkl	efghijk	ghijklm
Line	klm	efghij	ghijkl
Lightning	n	fghijklmn	hijklmn

從表4-13可以看出，降伏應力最高的是 Grid，而降伏應變與彈性模數最高的則是 Tri-Hexagon。在字母的分佈上，降伏應力的前兩組（a, b 組）與其他組別幾乎沒有交集，這表明這兩個填充結構在降伏應力上明顯領先於其他結構，特別是最後的 n 組，其數值顯著低於其他組別。

然而，降伏應變和彈性模數並沒有類似的大幅差距，必須要到 g, h 組才與 a 組有顯著差異，這表明在這兩項測試中，各填充結構之間的性能差距並不明顯。尤其在降伏應變的結果中，從第五名開始，與最後一名之間的差異就不再顯著，顯示這項性能的分佈相對均勻，沒有像降伏應力那樣大的差距，整體上各結構的表現相當接近。

## 二、實驗二：抗疲勞測試

### （一）應力測試

表 4-14 為抗疲勞測試的結果數據，此數據代表其進行的重複受力實驗次數。由表 4-14 數據發現，3D 列印材料的疲勞測試結果差異極大。即使相同填充結構的不同重複，其耐疲勞也有顯著差異（組內平均標準差高達 4.196）。表 4-15 為各填充進行重複疲勞測試時的首次變形量與降伏變形量，分別以 first line 與 last line 表示。

表 4-14 測試

	第一次(次)	第二次(次)	第三次(次)	第四次(次)
Grid	1	2	1	1
Cross	2	42	1	2
Tri-Hexagon	61	21	35	231
Cubic	21	15	57	104
Zig zag	7	3	4	31
Triangles	1	9	35	1
Quarter Cubic	1	3	1	2

表 4-15 變形量

	第一次(mm)		第二次(mm)		第三次(mm)		第四次(mm)	
	first line	last line	first line	last line	first line	last line	first line	last line
Grid	--	1.6608	1.4427	1.5827	X	X	--	1.4871
Cross	1.5117	1.7568	1.3738	1.8223	--	1.5585	1.5311	1.6467
Tri-Hexagon	1.2897	2.2935	1.5350	2.4183	1.3064	2.2209	1.0447	1.9161
Cubic	1.0765	1.7780	1.5688	2.1453	1.2019	1.8682	1.2909	1.9976
Zig zag	1.4717	1.9624	1.5204	1.8549	1.3783	1.6783	1.2935	2.0374
Triangles	--	1.6729	1.2401	1.7622	1.1880	1.7407	X	X
Quarter Cubic	--	1.5760	1.3312	1.5271	--	1.5147	1.3879	1.5360

--：僅承受一次（不分第一條與第二條） X：數據丟失

由於數據偏差大到難以進行分析，因此接下來的內容會以對數據進行的觀察與發現為主。

### （二）發現一：列印物受壓後的形變量

圖 4-2 的左上與右上圖表皆為 Cubic 填充結構，但抗疲勞能力卻呈現兩極。左上圖中的 L1 為第一次施壓的變形量，與右上圖中的 L1' 有 0.28 mm 的差距；而左上圖中的 L2 為降伏點的變形量，與右上圖中的 L2' 相差僅 0.1 mm。

圖 4-2 左下與右下的圖表也皆為 Triangles 填充結構。左下圖中，列印物僅承受了 1 次壓應力，K2 為降伏點的變形量。而右下圖則施加了 35 次壓應力，K2' 為降伏點的變形量，相比也差距約 0.07 mm。

這表示可能存在一個最大累積形變量，無論經過的次數多寡，只要達到這個變形量便會使物體進入降伏階段，也就是失效。

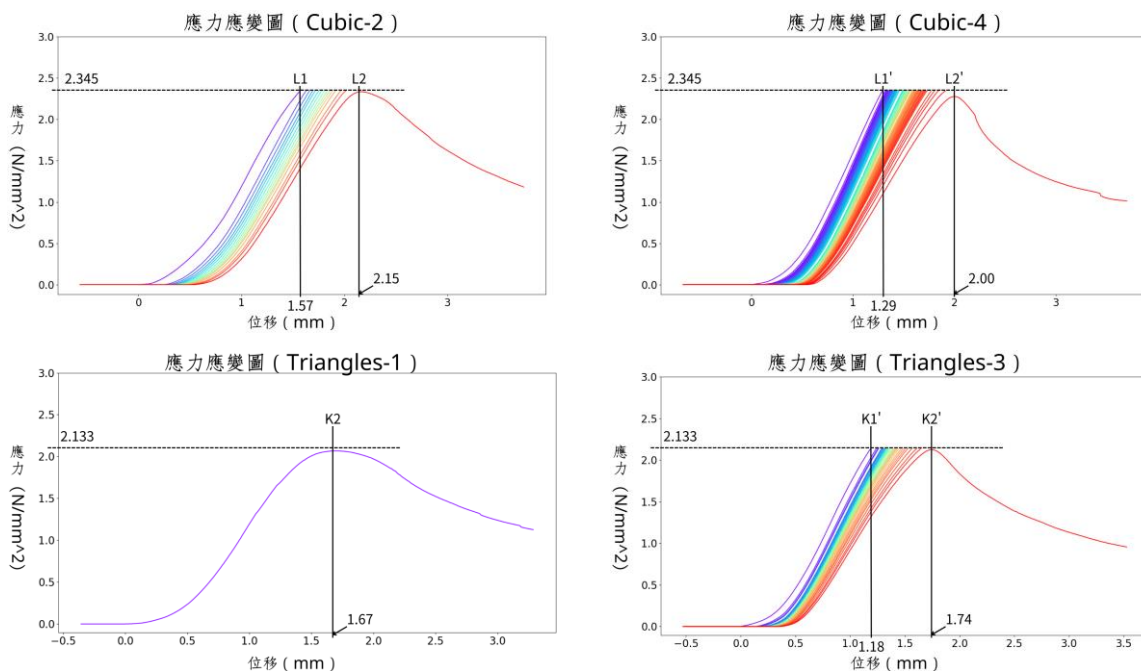


圖 4-2（左上）Cubic 填充結構的第二次實驗（右上）Cubic 填充結構的第四次實驗（左下）Triangles 填充結構的第一次實驗（右下）Triangles 填充結構的第三次實驗

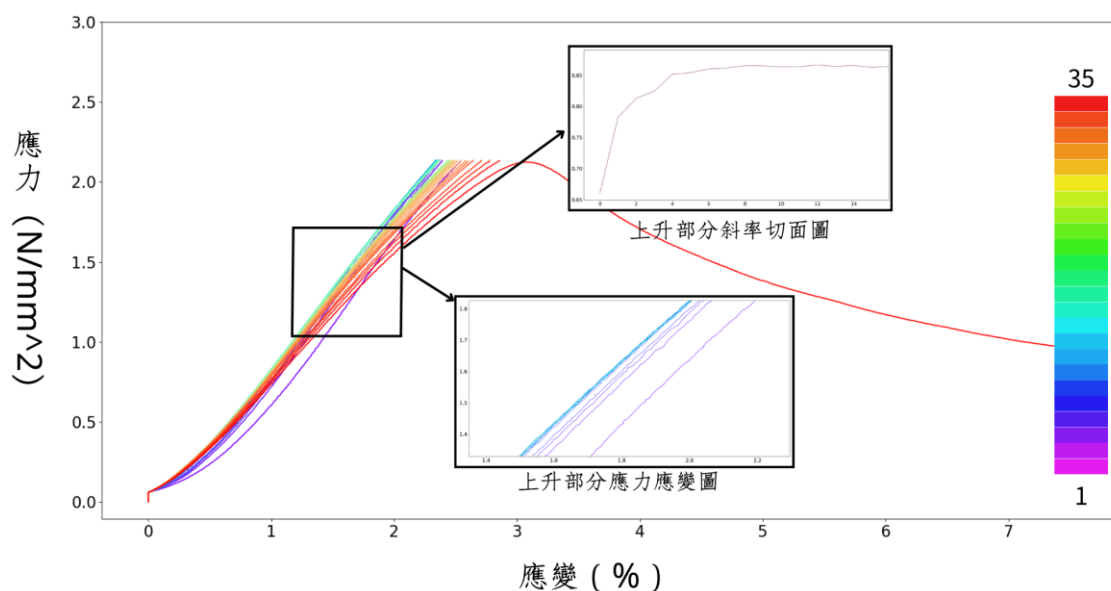
### （三）發現二：列印物受壓時的彈性模數變化

我們發現在進行抗疲勞測試時，列印物的彈性模數會逐漸改變。而且變化並不是線性的，而是會先上升、後下降。為了方便說明，我們將上升的部分稱為硬化、下降的部分稱為弱化。

## 1. 硬化現象分析

圖 4-3 的上圖中可觀察到第 1 次測試（紫色）至第 12 次測試（藍色）時彈性模數有上升的趨勢，從  $0.724 \text{ N/mm}^2$  升至  $0.881 \text{ N/mm}^2$ ，於第 12 次測試（藍色）時達到峰值；而圖 4-3 的下圖中則亦可觀察到第 1 次測試（紫色）至第 37 次測試（藍綠色），彈性模數同樣也有顯上升的趨勢，從  $0.752 \text{ N/mm}^2$  升至  $0.868 \text{ N/mm}^2$ ，到第 37 次測試（藍綠色）達到峰值。由兩圖中的「上升部分斜率切面圖」可更明顯看出此趨勢，並且此現象在不同的填充之間也存在。

應力應變圖 (Triangles-3)



應力應變圖 (Cubic-4)

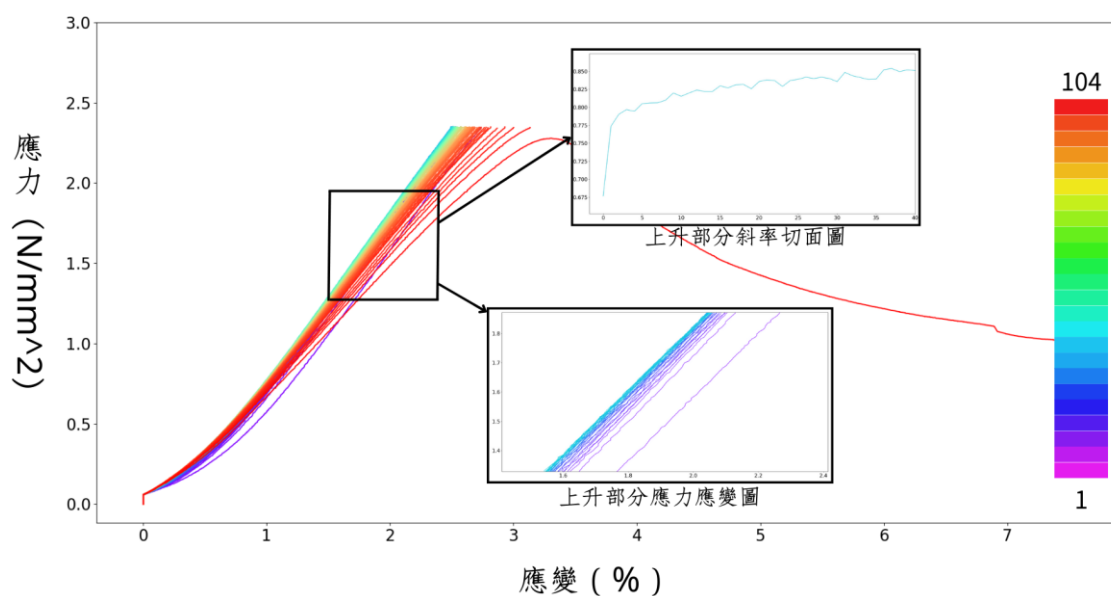
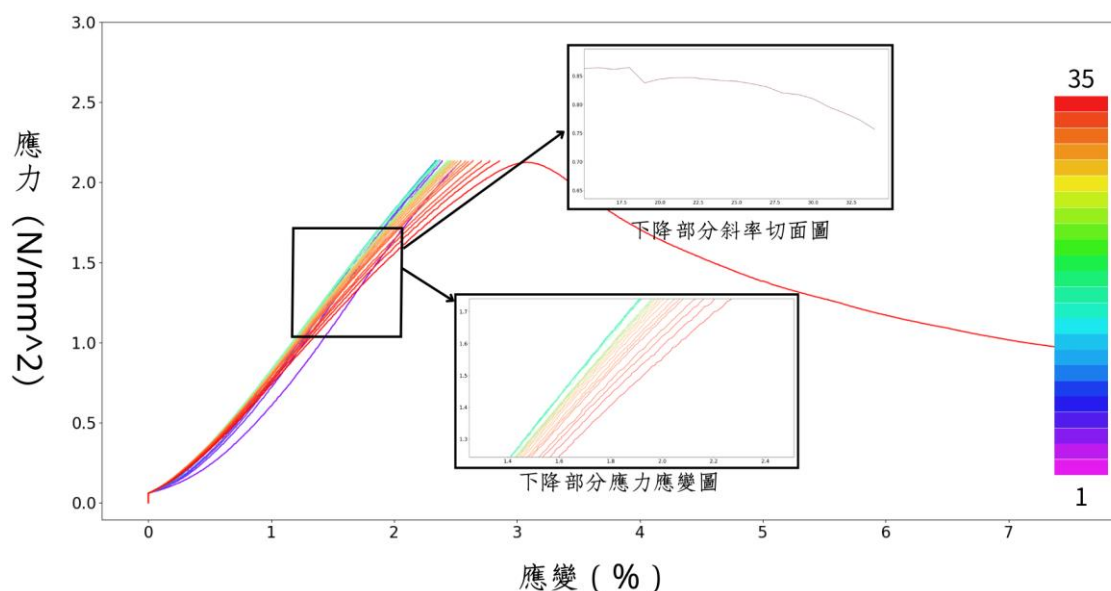


圖 4-3 (上) Triangles 填充第三次實驗 (下) Cubic 填充第四次實驗

## 2. 弱化現象分析

圖 4-4 的上圖中，可觀察到第 12 次測試（綠色）至第 35 次測試（紅色），彈性模數有明顯下降的趨勢，從  $0.881 \text{ N/mm}^2$  降至  $0.835 \text{ N/mm}^2$ ，到第 35 次測試（紅色）超過降伏點而破壞；而在圖 4-4 的下圖中也可以觀察到第 37 次測試（藍綠色）至第 104 次測試（紅色），彈性模數同樣也有明顯下降的趨勢，從  $0.868 \text{ N/mm}^2$  降至  $0.799 \text{ N/mm}^2$ ，到第 104 次測試（紅色）超過降伏點而破壞。由兩圖「下降部分斜率切面圖」也可更明顯看出此趨勢，並且此現象在不同的填充之間也存在。

應力應變圖 (Triangles-3)



應力應變圖 (Cubic-4)

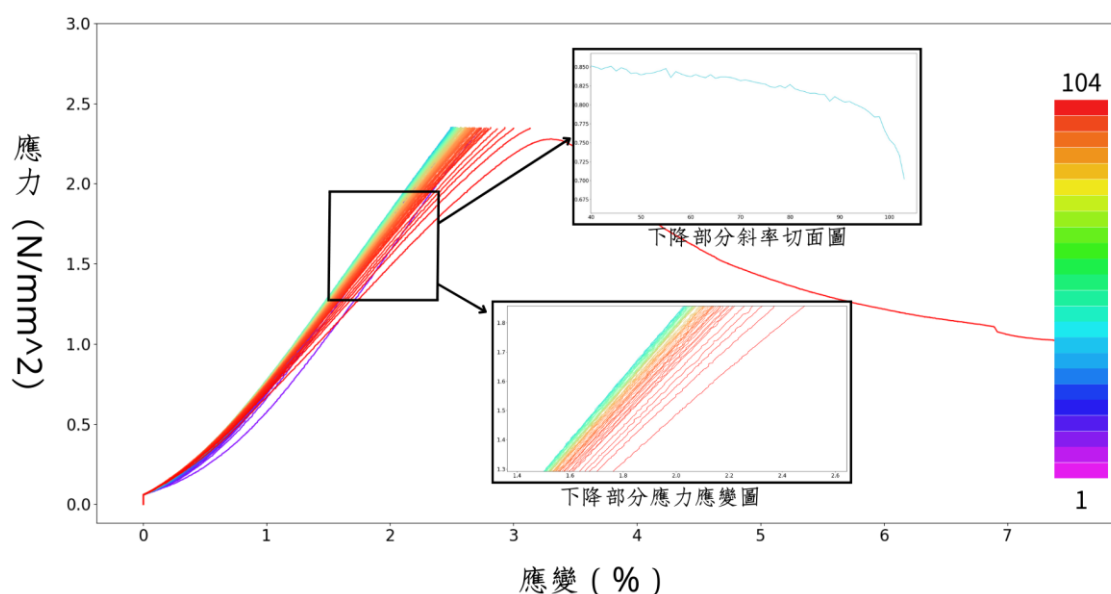


圖 4-4 (上) Triangles 填充第三次實驗 (下) Cubic 填充第四次實驗

## 伍、討論

### 一、3D 列印 PLA 的應力應變圖不一樣的原因

在《Mechanics of Materials》（Hibbeler,2018）中有提到，在應力大於彈性極限之前卸載會使其應變回復到受壓前的大小。但林煌隆（2001）指出，在分子聚合物中並不一定如此。而在我們的實驗二中，列印物卸載後並沒有完全反彈回來，由此可知在永久變形在降伏點之前就已經發生，更貼近林煌隆的說法。我們認為無法完全回彈的原因是因為在列印物中因為填充結構、線材缺陷等原因讓結構受力並不均勻，在部分的區域超過了列印物能承受的極限，因此造成了永久變形。

### 二、抗疲勞實驗中硬化現象的產生

PLA 3D 列印物在重複受力的過程中會由於各種原因而受力不均勻，導致其局部的結構中發生了類似金屬差排理論的機械現象，即列印物中的缺陷之間發生交互作用，使其移動到了更難以移動的位置。這會導致物體變得更難壓，也反映在了彈性模數的上升上。

### 三、抗疲勞實驗中弱化現象的產生

常見拉伸實驗中物體會有延性破壞的現象，造成原因是微裂紋成長、缺陷互相連接，最後實驗物無法承受力量而破壞。而幾乎空心的 PLA 3D 列印物受壓應力時也會因非實心，導致填充結構之間有微裂紋形成，這些微裂紋在壓力的作用下成長並連接，而裂紋的成長過程會導致列印物截面積下降，使列印物能的強度降低。因此在我們的應力應變圖中會呈現彈性模數越壓越低，直到列印物被破壞。

### 四、相同填充結構的 3D 列印物在抗疲勞的表現落差

由於 3D 列印的特殊性，列印物在列印的過程中會產生大量的隨機缺陷。而這些缺陷又會因為其位置等因素對列印物造成弱化或強化，這會對列印物的強度會產生巨大的影響。且填充結構佔比約5%左右，佔整體結構的比例極低，因此缺陷的影響更會因此而放大。例如 Cubic-2（耐受15次）和 Cubic-4（耐受104次）在做第一次的循環疲勞測試時，相同應力下已表現出不同的應變量。Cubic-2 的單次疲勞應變明顯大於 Cubic-4，這便是由於隨機缺陷造成的影響。



## 五、未來展望

在實驗二中，我們觀察到斜率隨著壓縮次數的增加，會先上升後下降。這或許能成為一種方法，透過斜率的變化趨勢來推測列印物的使用時間區段，並進而預測其使用壽命。此外，在文獻探討中也發現，不同的參數會顯著影響3D列印物的性質。例如，包青鵬（2015）在「3D 列印 PLA 材質之顏色與成型方式和拉伸強度關係研究」中指出，線材的顏色也會對強度產生影響。除了顏色，不同的列印速度、印表機，甚至材質等，都是潛在的研究方向。

最後，透過建立不同填充結構的資料庫，紀錄它們能承受的最大應力與抗疲勞能力等，能為3D列印愛好者提供參考標準，促進更多像我們這樣的使用者方便地選擇適合的列印參數，使3D列印成為更加普及且便利的創作工具。

## 陸、結論

### 一、不同填充結構的強度與差異

在測試中，列印時間、重量與消耗材料表現最好的皆為 Lightning 填充結構、降伏應力最高者為 Grid 填充結構、降伏應變與彈性模數最高者為 Tri-Hexagon 填充結構。此外在 ANOVA 分析中，不同填充結構之間有顯著差異，填充結構又屬降伏應力的差異最明顯，並且有明顯的最高值與最低值，而降伏應變和彈性模數則沒有如此巨大的差異。

### 二、彈性疲勞對於3D列印物的影響

由實驗結果可以得出兩個結論。一是可能存在一個最大累積形變量，達到此最大量時，無需考慮重複次數，物體都會進入降伏。二是彈性模數在疲勞測試下，有先上升後下降的趨勢，表示其結構有硬化以及弱化的現象。

### 三、3D列印物受力時的反應

經過討論可以得出三個結論。首先，在 3D 列印物進行壓縮測試時，由於其自身的缺陷或結構問題，即使壓力未超過降伏點，物件也無法完全恢復原本的尺寸。其次，3D 列印過程中可能產生缺陷，這些缺陷導致了實驗二結果的波動較大。最後，在壓縮測試中，3D 列印物因其特性，出現了類似金屬差排的交互作用，局部填充結構出現硬化現象，導致彈性模數上升。然而，由於微裂紋的存在，隨著重複受力，裂紋逐漸成長並連接，使得內部填充結構逐漸無法承受應力，最終導致彈性模數下降。

## 柒、參考文獻

- 一、R.C. Hibbeler。(2018)。Mechanics of Materials。Pearson Education, Inc。
- 二、林煌隆(2001)。高分子聚合物在不同應變速率下之壓縮變形特性與破壞分析。國立成功大學機械工程學系。
- 三、Benjamin Goldschmidt(2024年1月21日)。Cura Guide to the Best Infill Patterns。https://all3dp.com/2/cura-infill-patterns-all-you-need-to-know/。
- 四、UltiMaker(2023)。UltiMaker CURA(5.4.0)[電腦軟體]。UltiMaker。
- 五、Python Software Foundation(2023)。Python(3.11.1)[電腦軟體]。Python Software Foundation。
- 六、Travis Oliphant, Pearu Peterson, Eric Jones(2023)。Scipy(1.12.0)[Python 擴充軟體]。github.com/scipy/scipy。
- 七、包青鵬(2016)。3D列印PLA材質之顏色與成型方式和拉伸強度關係研究。碩博士論文網站加值系統。