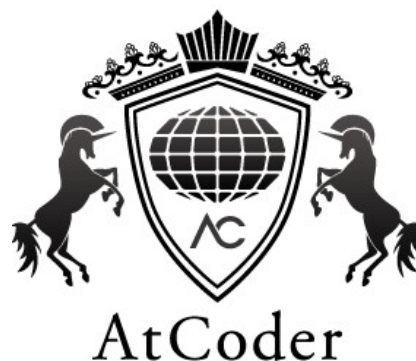


AtCoder Regular Contest 037

解説



AtCoder株式会社 代表取締役
高橋 直大

- 競技プログラミングをやったことがない人へ
 - まずはこっちのスライドを見よう!
 - <http://www.slideshare.net/chokudai/abc004>

A問題 全優

1.問題概要

2.アルゴリズム

- N科目の試験を受ける
- 勉強しなければ科目 i では m_i 点を取る
- 1分間勉強することで1つの科目の得点を
- 1点上げられる
- 全科目で80点以上を取るには
- 何分の勉強が必要？
- (科目数) $\leq 25, 1 \leq m_i \leq 100$

- m_i が80未満の科目は $80 - m_i$ 分勉強する
- 必要がある
- m_i が80以上の科目の勉強時間は 0 分でよい
- 全科目についてこれを合計したものが答え
- 各科目の勉強時間を $\max(0, 80 - m_i)$ と
- 書くこともできる

B問題 バウムテスト

1.問題概要

2.アルゴリズム

- N 頂点 M 辺の無向グラフが与えられる
- このグラフの連結成分のうち木であるもの
- (閉路がないもの)の個数を求めよ
- $N \leq 100, M \leq N(N-1)/2$

- 複数の異なる方針のうち1つを紹介する
- とりあえず連結成分を列挙する必要がある
- 「まだ見ていない頂点を選んでそこからDFS
- (深さ優先探索)をする」のを繰り返すとよい
- こうして連結成分を得るついでに
- 閉路がないか判定する

- DFSをする上で、無限ループを防ぐために
 - 「すでに訪れた」頂点をマークしていき、
 - 二度訪れないようにするが…
-
- 連結成分に閉路がなければ「すでに訪れた
 - 頂点にまた訪れようとする」ということが
 - 起こらないので、これで木の判別が可能
-
- (DFSで直前に訪れた頂点を覚えて
 - おかないと、誤検知してしまうので注意)

C問題 壁抜け

1.問題概要

2.アルゴリズム

- N^2 ます計算 (掛け算) をする
- N^2 個の計算結果を昇順に
- ソートしたとき、小さい方から
- K 番目にくる値は？
- $N \leq 30000$
- (行、列の値) $\leq 10^9$

	3	5
2	6	10
3	9	15

- 5点: $N \leq 10$
- 100マス計算
- 全部計算してソートできる

- 100点: $N \leq 30000$
- 9億マス計算
- 全部計算するとメモリが足りない、
- もし足りてもソートは確実に間に合わない
- なんとかして K 番目の値「だけ」を求めたい

- そもそも「小さい方からK番目の値がXである」
- とはということか？
- ずばり「X-1以下の数はK個未満しかないが、
 - ▮ X以下の数はK個以上ある」ということ
 - ▮ 1,1,2,2,2,2,2,4,4
 - ▮ 小さい方から7番目は2
 - ▮ 1以下の数は 2個 < 7個
 - ▮ 2以下の数は 7個

- 「 $X-1$ 以下の数は K 個未満しかないが、
 - ▮ X 以下の数は K 個以上ある」
- ▮ 別の言い方では
 - ▮ 「 X 以下の数が K 個以上あるような最小の X 」
 - ▮ が小さい方から K 番目の数
- ▮ 二分探索が使える

- 「 X を決めたとき、 X 以下の数は
 - K 個以上あるか？」という問題を繰り返し
 - 解くことになる
- ▮ 実際に数えて K 個以上か確かめればよい
- ▮ どうやって数えるか？

- 各行を一つずつ見ていく
- $a_i * b_j \leq K \Leftrightarrow b_j \leq K / a_i$ (切り捨て)
- i 行目に含まれる K 以下の数の個数は、
- b_1, b_2, \dots, b_N のうち K / a_i 以下で
- あるようなものの個数と一致
- b をソートしておけば(再び)二分探索で
- $O(\log(N))$ 時間で求まる

- 総計算量:
- $O(\log(\text{MAX_A} * \text{MAX_B}) * N * \log(N))$
- $\log(10^{18}) * 3\text{万} * \log(3\text{万}) = 2700\text{万}$
- 速い言語でないといけないが、ゆるくすると
- C++で本当にソートして通ってしまうので
- 許してください

D問題 Chaotic Polygons

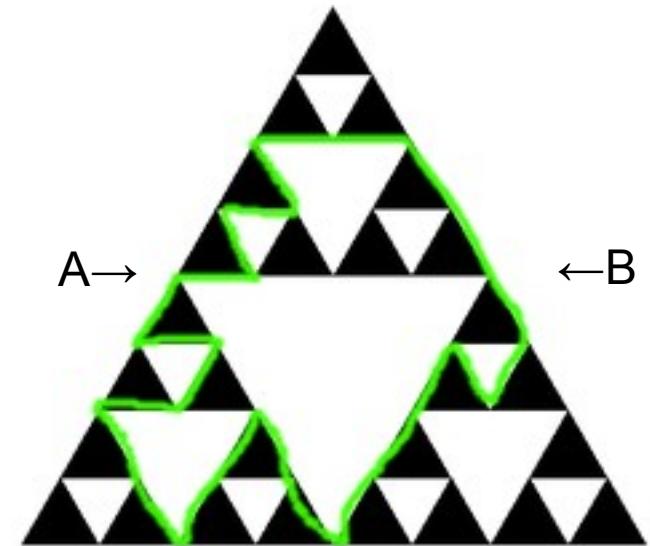
1.問題概要

2.アルゴリズム

- こういう→
- 多角形の個数を mod 10億7 で
- 求めよ
- $L \leq 10^5$
- (右の図の正三角形の数を
- 3^L とする)

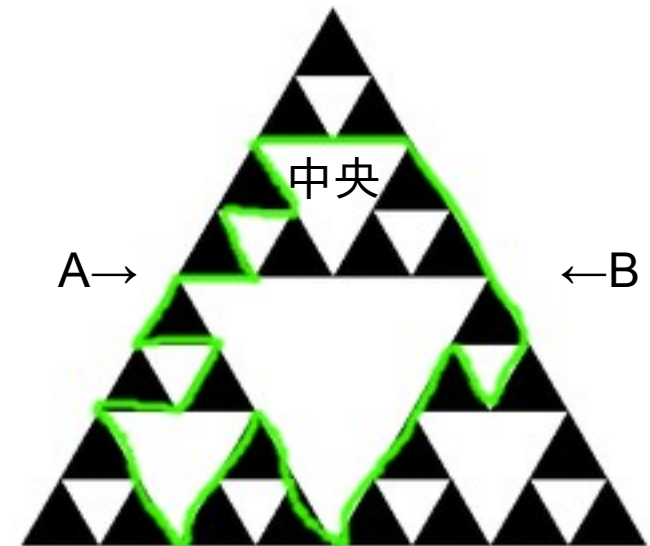


- 求める答え (レベルLの図形に含まれる
- 多角形の個数) を $f(L)$ とおく
- 中央の正三角形に注目
- それを含まないような多角形の
- 個数は $3 * f(L-1)$
- 含むような多角形の個数は、
- 図のA地点からB地点までの
- 「多角形の一部」の個数を $g(L-1)$ として、 $g(L-1)^3$



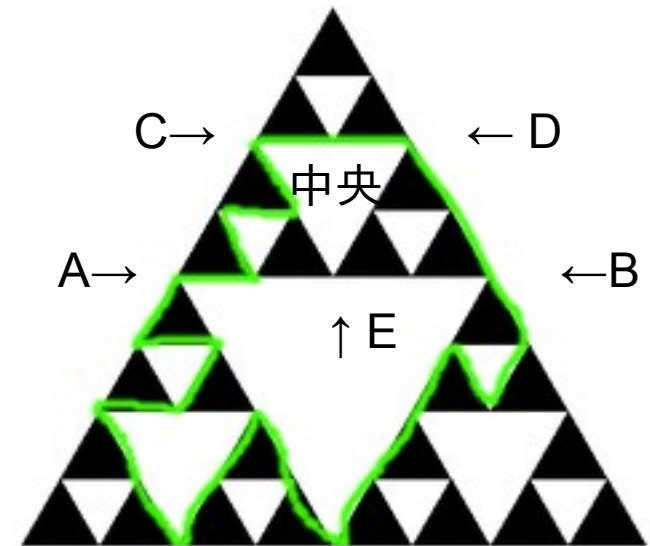
- $g(L)$ を求めたい
- (地点AからBまで辿る「多角形の一部」
- (右の図はレベルL+1とする))

- やはり中央の正三角形に注目
- それを含まないような「多角形の
一部」の個数は先ほどと同様に
再帰で
- 含む場合は…



- 含む場合は...
- $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$ と辿る
 $C \rightarrow D$ は $g(L-1)$ 通り
- $A \rightarrow C$ と $D \rightarrow B$ については、
単体では $g(L-1)$ 通りだが
両方とも E を通ってはいけない

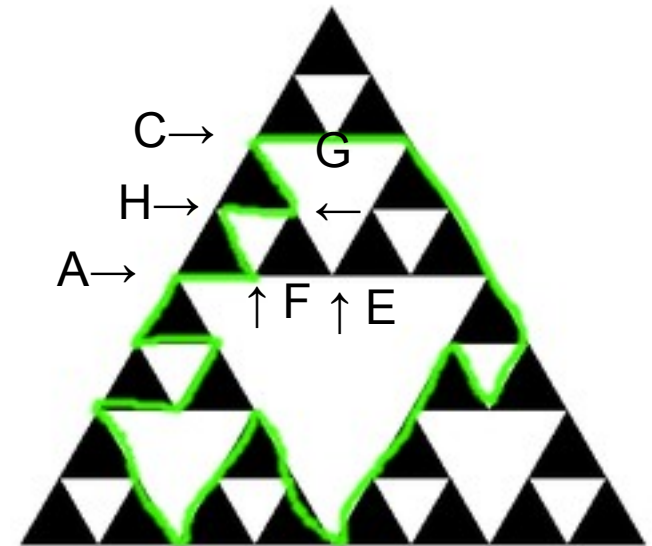
- 右の図形をレベル $L+2$ として、
 $A \rightarrow E \rightarrow C$ と辿るような「多角形の一部」の個数を $h(L)$
とおいて、これを求めて両方 E を通るケースを引く



右の図形をレベル $L+2$ として、 $A \rightarrow E \rightarrow C$ と辿るような「多角形の一部」の個数を $h(L)$ とおいた

今回は中央の三角形(FGH)に対して必ずE側を通る

$A \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow C$ という経路になるが、さきほどと同じくHを二度通ってはならない



適当に回転すれば今までと同様に $h(L)$ が $g(L-1)$, $h(L-1)$ で表せる

以上で $f(L), g(L), h(L)$ が $f(L-1), g(L-1), h(L-1)$ によって表されたので $O(L)$ で $f(L)$ が求まる

お疲れ様でした。